Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Лабораторная работа №2

«Многомерные распределения теории вероятностей

и математической статистики»

по дисциплине «Статистические методы обработки данных»

Вариант 7

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнили:  ст. гр. 820601  Шведов А.Р  Пальчик А.М. | Проверил:  Ярмолик В.И. |

Минск 2021

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Изучение многомерных распределений теории вероятностей и

математической статистики;

Исследование многомерных распределений теории вероятностей

и математической статистики с помощью средств *Matlab*.

1. ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ
   1. Исследование графиков плотности вероятности двухмерных распределений

Вывести на экран монитора график поверхности и линии равных уровней плотности вероятности заданного двухмерного распределения (при *m*=2) и исследовать его зависимость от параметров распределений.

В данной работе рассмотрим равномерное распределение в гиперпрямоугольнике ****, плотность распределения которого задается формулой:



Здесь *a*, *b* – границы интервала распределения.

Сформируем массив значений *f* функции с помощью двух вложенных циклов *for*. Таким образом для каждой пары значений *(x;y)* можно вычислить значение плотности распределения по заданной формуле. Зададим параметры распределения *a1=1*, *b1=3* – для первого измерения, *a2=1*, *b2=4* – для второго измерения. Код программы *Matlab* покажем на рисунке 2.1:

1. clc;
2. clear;
3. a1=1;
4. b1=3;
5. a2=1;
6. b2=4;
7. [x1,x2]=meshgrid(0:0.25:10,0:0.25:10);
8. n=length(x1);
9. m=length(x2);
10. for i=1:n
11. for j=1:m
12. if ( ( (x1(i,j)>a1) && (x1(i,j)<b1) && (a1<b1) ) && ( (x2(i,j)>a2) && (x2(i,j)<b2) && (a2<b2) ) )
13. f(i,j)=1/((b1-a1)\*(b2-a2));
14. else
15. f(i,j)=0;
16. end
17. end
18. end
19. figure
20. mesh(x1,x2,f);
21. figure
22. contour(x1,x2,f,1,'b');

Рисунок 2.1 – Код программы

Результат выполнения программы представлен на рисунках 2.2-2.3:

A picture containing graphical user interface

Description automatically generated

Рисунок 2.2 – График поверхности равномерного

распределения в гиперпрямоугольнике

Graphical user interface, application

Description automatically generated

Рисунок 2.3 – Линии равных уровней плотностей вероятностей

Исследуем зависимость значений функции от параметров распределений. Изменим параметры для первого измерения (*a1=2*, *b1=3*), оставив параметры второго распределения неизменными и равными *a2=1*, *b2=4*. Результат выполнения программы с измененными параметрами представлен на рисунках 2.4 и 2.5:

Chart

Description automatically generated

**Рисунок 2.4** – График поверхности равномерного

распределения в гиперпрямоугольнике

Graphical user interface, application

Description automatically generated

**Рисунок 2.5** – Линии равных уровней плотностей вероятностей

Видно, что с уменьшением длины интервала (*a1;b1*) значение плотности распределения *f* увеличивается.

Теперь исследуем зависимость значения функции от параметров второго измерения. Примем *а2=2*, *b2=7*, оставив значения параметров первого измерения равными *a1=1*, *b1=3*.

Результат выполнения программы с измененными параметрами представлен на рисунках 2.6 и 2.7:

Chart

Description automatically generated

**Рисунок 2.6** – График поверхности равномерного

распределения в гиперпрямоугольнике

Graphical user interface, application

Description automatically generated

**Рисунок 2.7** – Линии равных уровней плотностей вероятностей

Видим, что с увеличением длины интервала (*a2;b2*) значение плотности распределения *z* уменьшается.

* 1. Исследование эллипса рассеяния и функций регрессии для нормального распределения

Для нормального распределения в одно графическое окно вывести эллипс рассеяния и две функции регрессии. Исследовать зависимость формы и площади эллипса рассеяния от коэффициента корреляции при заданных дисперсиях компонент случайного вектора. Исследовать взаимное расположение функций регрессии и осей эллипса рассеяния (совпадают ли функции регрессии с осями эллипса?).

В данной работе рассмотрим двухмерное нормальное распределение, плотность вероятности которого задается формулой:

, где



Где r – коэффициент корреляции (-1;1), выражающий линейную зависимость м/у 2 ф-ми, *φ* – относительная дисперсия. *х1*, *х2* – ф-ции регрессии. Код программы *Matlab* и результат выполнения покажем на рисунках 2.8 и 2.9, 2.10:

1. clc;
2. clear;
3. a1=3;
4. a2=1;
5. [x1,x2]=meshgrid(-10:0.5:10,-10:0.5:10);
6. R=[9 2;3 4];
7. r12=R(1,2)/sqrt(R(1,1)\*R(2,2));
8. sig1=sqrt(R(1,1));
9. sig2=sqrt(R(2,2));
10. n=length(x1);
11. for i=1:n
12. for j=1:n
13. f(i,j)=((1/(1-r12^2))\*((x1(i,j)-a1)^2/sig1^2-2\*r12\*(x1(i,j)-a1)\*(x2(i,j)-a2)/(sig1\*sig2)+(x2(i,j)-a2)^2/sig2^2));
14. f1(i,j)=1/(2\*pi\*sig1\*sig2\*sqrt(1-r12^2))\*exp(-1/2\*f(i,j));
15. end
16. end
17. mesh(x1,x2,f1)
18. grid on

Рисунок 2.8 – Код программы

Chart

Description automatically generated

**Рисунок 2.9** – Плотность вероятности двухмерного нормального распределения

Chart

Description automatically generated

**Рисунок 2.10** – Плотность вероятности двухмерного нормального распределения

Исследуем зависимость формы и площади эллипса рассеяния от коэффициента корреляции при заданных дисперсиях компонент случайного вектора.

Для двухмерного нормального распределения функция регрессии ** на ** определяется выражением

,

а функция регрессии  на  – выражением

.

1. clc;
2. clear;
3. x1=-22:0.5:22;
4. x2=-22:0.5:22;
5. a1=1;
6. a2=2;
7. R=[9 1;3 4];
8. %R=[9 3;3 4];
9. %R=[9 0;3 4];
10. r12=R(1,2)/sqrt(R(1,1)\*R(2,2));
11. sig1=sqrt(R(1,1));
12. sig2=sqrt(R(2,2));
13. s=4\*pi\*sqrt(sig1^2\*sig2^2-r12^2\*sig1^2\*sig2^2);
14. n=length(x1);
15. for i=1:n
16. for j=1:n
17. f(i,j)=((1/(1-r12^2))\*((x1(i)-a1)^2/sig1^2-2\*r12\*(x1(i)-a1)\*(x2(j)-a2)/(sig1\*sig2)+(x2(j)-a2)^2/sig2^2));
18. end
19. end
20. contour(x1,x2,f,1)
21. grid on
22. hold on
23. r2=a2+(r12\*sig2/sig1)\*(x1-a1);
24. r1=a1+(r12\*sig1/sig2)\*(x2-a2);
25. plot(x2,r1,r2,x1)
26. hold off

Рисунок 2.11 – Код программы

Различные коэффициенты корреляции при неизменных дисперсиях получим изменением значения *R1,2* в матрице *R*. Первое построение выполним для матрицы (рисунок 2.11), затем выполним построение для *R1,2=3* (рисунок 2.12) и *R1,2=0* (рисунок 2.13).

Chart, line chart

Description automatically generated

Рисунок 2.12 – Эллипс рассеяния и функции регрессии

Chart, line chart

Description automatically generated

Рисунок 2.13 – Эллипс рассеяния и функции регрессии

Chart, line chart

Description automatically generated

Рисунок 2.14 – Эллипс рассеяния и функции регрессии

1. ВЫВОД

Для равномерного распределения в гиперпрямоугольнике построили графики поверхностей и линии равных уровней плотностей вероятности, исследовали их зависимость от параметров распределений. Для нормального распределения построили линии равных уровней плотностей вероятностей и линии регрессии.