Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Отчет

по лабораторной работе №7

«Получение интервальных оценок параметров распределения»

Вариант 7

|  |  |
| --- | --- |
| Выполнили: | Проверил: |
| студенты гр. 820601 | Ярмолик В. И. |
| Пальчик А.М. |  |
| Шведов А.Р. |  |

Минск 2021

# ЦЕЛЬ РАБОТЫ

* изучение задачи получения интервальных оценок параметров распределений;
* приобретение навыков получения интервальных оценок параметров распределений в системе *Matlab*.

# ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

## Теория

Доверительный интервал для математического ожидания нормальной генеральной совокупности при известной дисперсии

где выборочное среднее , – это -процентное отклонение нормального распределения .

Доверительный интервал для математического ожидания нормальной генеральной совокупности при неизвестной дисперсии

где выборочная дисперсия ; – это -процентное отклонение распределения (распределение Стьюдента).

Доверительный интервал для дисперсии нормальной генеральной совокупности при известном математическом ожидании

где выборочная дисперсия при известном математическом ожидании , , – это - и -процентные отклонения распределения (распределение хи-вадрат).

Доверительный интервал для дисперсии нормальной генеральной совокупности при неизвестном математическом ожидании

где , – это - и -процентные отклонения распределения .

## Интервальные оценки нормального распределения

Для получения доверительных интервалов параметров нормального распределения, напишем следующую собственную функцию *getVar(x,a),* которая возвращает выборочное среднее значение по массиву выборки из нормального распределения, выборочную дисперсию при известном и неизвестном математическом ожидании. Листинг функции представлен на рисунке 2.1:

1. function [ xmean, s2,s ] = getVar( x,a )
2. xmean = mean(x);
3. sum1 = 0;
4. sum2 = 0;
5. for i = 1 : length(x)
6. sum1 = sum1 + (x(i) - a) ^ 2;
7. sum2 = sum2 + (x(i) - xmean) ^ 2;
8. end
9. s = sum1 / length(x);
10. s2 = sum2 / length(x);
11. end

Рисунок 2.1 – Листинг программы. Файл *getVar.m*

Далее создадим программу, формирующую необходимые данные для анализа. Смоделируем выборку объемом из нормального распределения с математическим ожиданием и дисперсией и получим доверительные интервалы для этих параметров.

Так же воспользуемся стандартной функцией *Matlab normfit(x,alpha),* которая возвращает несмещенные с минимальной дисперсией точечные оценки *muhat*, *sigmahat* и 100 (1-*alpha*)-процентные интервальные оценки *muci*, *sigmaci* параметров нормального распределения по выборке, размещенной в векторе *x*.

1. clear, clc;
2. x = [];
3. n = 1000;
4. m = 40;
5. a = 2;
6. sigma = 9;
7. p = m / n;
8. q = 1 - p;
9. for i = 1 : n
10. x(i) = normrnd(a,sigma^(1/2));
11. end
12. [meanx, s2,s]=getVar(x,a);
13. y = [ 0.90 0.95 0.99];
14. for i = 1 : length(y)
15. fprintf('\tПроверка при y=%.2f \n', y(i));
16. dov = norminv(1 - (1 - y(i)) / 2,0,1) \* ((sigma / n) ^ ( 1 / 2));
17. result(1,1) = meanx - dov;
18. result(1,2) = meanx + dov;
20. dov = tinv(1 - (1 - y(i)) / 2,n) \* ((s / (n - 1)) ^ (1 / 2)) ;
21. result(2,1) = meanx - dov;
22. result(2,2) = meanx + dov;
24. result(3,1) = n \* s / chi2inv(1 - ( 1 - y(i)) / 2,n);
25. result(3,2) = n \* s / chi2inv(1 - ( 1 + y(i)) / 2,n);
27. result(4,1) = n \* s2 / chi2inv(1 - (1 - y(i)) / 2,n - 1);
28. result(4,2) = n \* s2 / chi2inv(1 - (1 + y(i)) / 2,n - 1);
30. [muhat,sigmahat,muci,sigmaci] = normfit(x,1 - y(i))
31. result
32. end

Рисунок 2.2 – Листинг программы

Таблица 1 – Сравнение интервальных оценок

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Собственные вычисления | | *Matlab* | |
|  | | | |
|  |  |  |  |
|  | 1,9259 | 2,2380 | – | – |
|  | 1,9265 | 2,2375 | 1,9265 | 2,2375 |
|  | 8,2949 | 9,6102 | – | – |
|  | 8,2967 | 9,6130 | 8,2969 | 9,6131 |
|  |  | | | |
|  |  |  |  |
|  | 1,8961 | 2,2679 | – | – |
|  | 1,8966 | 2,2674 | 1,8967 | 2,2673 |
|  | 8,1819 | 9,7504 | – | – |
|  | 8,1835 | 9,7533 | 8,1836 | 9,8157 |
|  |  | | | |
|  |  |  |  |
|  | 1,8376 | 2,3264 | – | – |
|  | 1,8382 | 2,3258 | 1,8383 | 2,3257 |
|  | 7,9668 | 10,0324 | – | – |
|  | 7,9683 | 10,0354 | 7,9682 | 10,03555 |

## Интервальные оценки биномиального распределения

Найдем интервальные оценки биномиального распределения. Границы доверительного интервала для вероятности *p = P(A)* события *A* определяются выражением

Помимо собственных функций, воспользуемся стандартной функцией *Matlab* *binofit(m,n,alpha),* которая возвращает интервальную оценку *pci* параметра  биномиального распределения  по числу m успехов в n испытаниях Бернулли. Зададим количество испытаний , частота случайного события . Приведем код программы на рисунке 2.3:

clear, clc

n = 200;

m = 40;

p = m / n;

b = 0;

y = [ 0.90 0.95 0.99];

for i = 1:n

b = b + binornd(n,p);

end

p = b/n^2;

q = 1 - p;

for i = 1 : length(y)

u = norminv((1-y(i))/2,0,1);

result(1,1) = n/(n+u^2)\*(p+u^2/(2\*n)-u\*(p\*q/n+u^2/(4\*n^2))^(1/2));

result(1,2) = n/(n+u^2)\*(p+u^2/(2\*n)+u\*(p\*q/n+u^2/(4\*n^2))^(1/2));

result

l = result(1,2) - result(1,1)

[phat,pci] = binofit(m,n,1-y(i))

end

Рисунок 2.3 – Листинг программы

Полученные при выполнении программы и использовании стадартных функций *Matlab* доверительные интервалы для вероятности *p = P(A)* события *A* сведём в таблицу 2.

Таблица 2 – Доверительные интервалы для *p = P(A)*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Доверительная вероятность | Собственные вычисления | | *Matlab* | |
|  |  |  |  |
|  | 0,1593 | 0,2524 | 0,1546 | 0,2522 |
|  | 0,1521 | 0,2629 | 0,1469 | 0,2622 |
|  | 0,1389 | 0,2840 | 0,1326 | 0,2822 |

# ВЫВОД

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены методы получения интервальных оценок параметров распределений, а также приобретены навыки получения интервальных оценок параметров распределений в системе *Matlab*. Полученные собственным способом интервальные оценки практически совпадают с оценками, полученными средствами *Matlab*.