

再標本化と補間処理

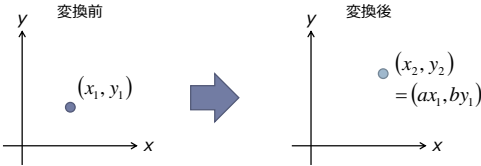
1

幾何学的情報の変換例（１）

▶ 拡大・縮小

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

ここで、 a は、 x 方向の拡大・縮小率であり、 b は、 y 方向の拡大・縮小率である。



2

幾何学的情報の変換例（２）

▶ 拡大・縮小

▶ $a=2/3$, $b=2/3$ のとき、座標(1,1)の変換後の座標は、

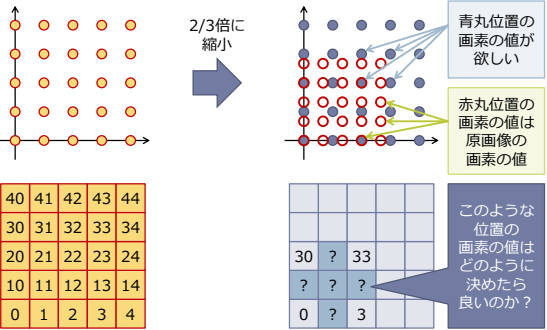
$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$



変換後の座標は、整数値になるとは限らない。
しかしながら、実際の画素の座標は、整数値である。

3

幾何学的情報の変換例（３）



4

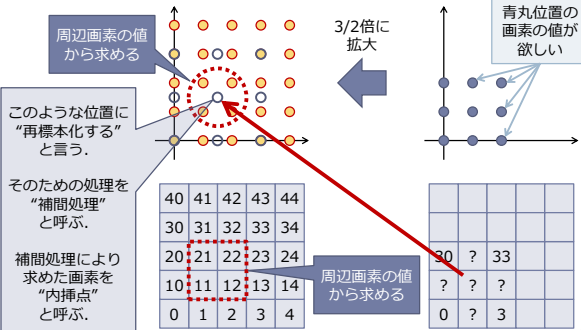
幾何学的情報の変換方法（１）

▶ 変換方法

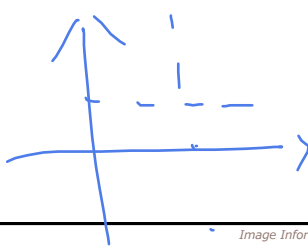
- ① 変換後の画素の座標を (x_2, y_2) とする。ここで、 x_2, y_2 は整数値である。
- ② 座標 (x_2, y_2) に対して逆変換を施し、変換前の座標 (x_1, y_1) を求める。ここで、 x_1, y_1 は整数値であるとは限らない。（すなわち、変換前の画像において、座標 (x_1, y_1) に、画素が存在しているとは限らない。）
- ③ 座標 (x_1, y_1) の画素値を、周辺に存在している画素の値を用いて求める。

5

幾何学的情報の変換方法（２）



6



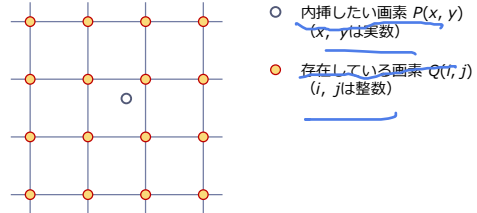
補間処理

- 補間処理方法には、
 - 最近隣内挿法
(ニアレストネイバー法; nearest neighbor interpolation)
 - 共1次内挿法
(バイリニア補間法; bi-linear interpolation)
 - 共3次内挿法
(ハイキュービック補間法; bi-cubic interpolation)
- などがある。

7

補間処理 (補足)

- 本講では、補間処理の説明に際して、以下のような記号を用いる。



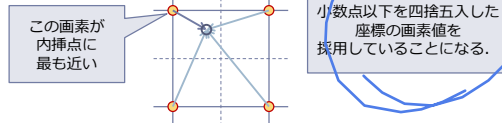
8

最近隣内挿法 (ニアレストネイバー法)

- 以下に示すように、内挿点にもっとも近い画素の値を、そのまま内挿点の値とする。

$$P(x, y) = Q(\lfloor x + 0.5 \rfloor, \lfloor y + 0.5 \rfloor)$$

ここで、記号 $\lfloor x \rfloor$ は、 x 以下の最大の整数を表す。



9

最近隣内挿法 (ニアレストネイバー法) 具体例

- 例1

$x=1.2, y=2.8$ の場合

$$\begin{aligned} P(1.2, 2.8) &= Q(\lfloor 1.2 + 0.5 \rfloor, \lfloor 2.8 + 0.5 \rfloor) \\ &= Q(\lfloor 1.7 \rfloor, \lfloor 3.3 \rfloor) \\ &= Q(1, 3) \end{aligned}$$

- 例2

$x=1.5, y=2.5$ の場合

$$\begin{aligned} P(1.5, 2.5) &= Q(\lfloor 1.5 + 0.5 \rfloor, \lfloor 2.5 + 0.5 \rfloor) \\ &= Q(\lfloor 2.0 \rfloor, \lfloor 3.0 \rfloor) \\ &= Q(2, 3) \end{aligned}$$

小数点以下を四捨五入した座標の画素値を採用している。

10

演習問題

- 問題1
 - 最近隣内挿法を用いて、原画像を、 x 軸方向、 y 軸方向とも、 $2/3$ 倍に縮小した。縮小画像における①～⑨の画素値を求めよ。

原画像					縮小画像				
40	41	42	43	44					
30	31	32	33	34					
20	21	22	23	24	⑦	⑧	⑨		
10	11	12	13	14	④	⑤	⑥		
0	1	2	3	4	①	②	③		

11

演習問題 解答 (未公開)

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{2}{3} x_0 \\ \frac{2}{3} y_0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$2 = \frac{2}{3} x_0$
 $x_0 = 3$

12

① $(0, 0)$ $(0, 0)$ ③ $(2, 0)$ $(3, 0)$
 ② $(1, 0)$ $(\frac{3}{2}, 0)$ ④ $(1, 1)$ $(1.5, 1.5)$

演習問題 解答 (未公開)

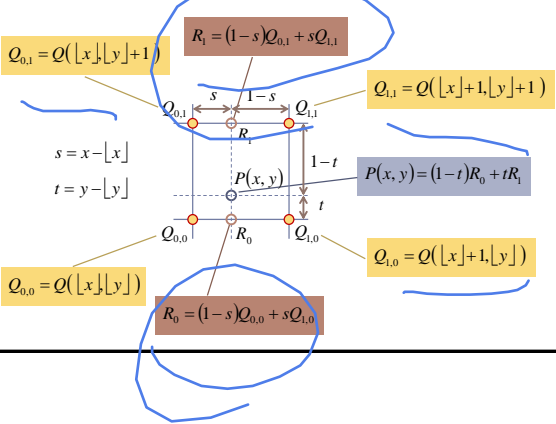
共1次内挿法 (バイリニア補間法) (1)

以下に示すように、周囲の4画素の値を用いて、内挿点の値を求める。
ここで、 $P(x,y)$ は、四捨五入された整数とする。

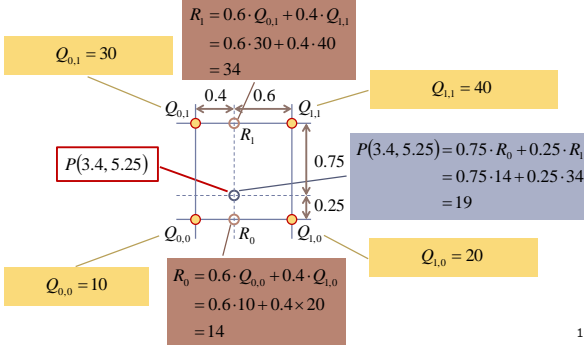
$$\begin{aligned} P(x,y) &= (1-(y-\lfloor y \rfloor)) \cdot (y-\lfloor y \rfloor) \left(\frac{Q(\lfloor x \rfloor, \lfloor y \rfloor)}{Q(\lfloor x \rfloor, \lfloor y \rfloor+1)} \cdot \frac{Q(\lfloor x \rfloor+1, \lfloor y \rfloor)}{Q(\lfloor x \rfloor+1, \lfloor y \rfloor+1)} \right) (1-(x-\lfloor x \rfloor)) \\ &= \{1-(y-\lfloor y \rfloor)\} \cdot \{1-(x-\lfloor x \rfloor)\} \cdot Q(\lfloor x \rfloor, \lfloor y \rfloor) \\ &\quad + \{1-(y-\lfloor y \rfloor)\} \cdot (x-\lfloor x \rfloor) \cdot Q(\lfloor x \rfloor+1, \lfloor y \rfloor) \\ &\quad + (y-\lfloor y \rfloor) \cdot \{1-(x-\lfloor x \rfloor)\} \cdot Q(\lfloor x \rfloor, \lfloor y \rfloor+1) \\ &\quad + (y-\lfloor y \rfloor) \cdot (x-\lfloor x \rfloor) \cdot Q(\lfloor x \rfloor+1, \lfloor y \rfloor+1) \end{aligned}$$

1

共1次内挿法 (バイリニア補間法) (2)

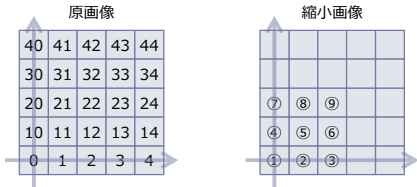


共1次内挿法 (バイリニア補間法) 具体例



演習問題

- 問題2
- 共1次内挿法を用いて、原画像を、 x 軸方向、 y 軸方向とも、2/3倍に縮小した。縮小画像における①～⑨の画素値を求めよ。



演習問題 解答 (未公開)

演習問題 解答 (未公開)

19

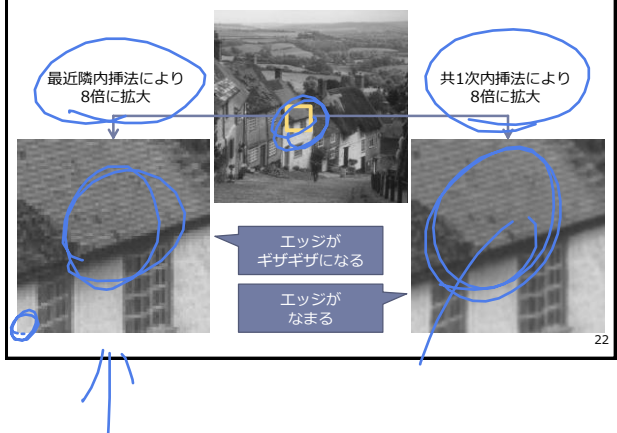
演習問題 解答 (未公開)

20

演習問題 解答 (未公開)

21

最近隣内挿法と共1次内挿法の比較



22

拡大・縮小 (逆変換)

- ▶ 拡大・縮小は,

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

と表わされる。ここで、 a は、 x 方向の拡大・縮小率であり、 b は、 y 方向の拡大・縮小率である。

- ▶ 逆変換は,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{ab} \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{a} & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

と表わされる。

23

回転 (逆変換)

- ▶ 回転は,

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

と表わされる。ここで、 θ は、回転角である。

- ▶ 逆変換は,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

と表わされる。

24

せん断（逆変換）（1）

▶ x軸方向へのせん断は,

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \tan \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

と表わされる。ここで、 θ は、スキュー角である。

▶ 逆変換は,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \tan \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\tan \theta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

と表わされる。

せん断（逆変換）（2）

▶ y軸方向へのせん断は,

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

と表わされる。ここで、 θ は、スキュー角である。

▶ 逆変換は,

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \tan \theta & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\tan \theta & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

と表わされる。

平行移動（逆変換）

▶ 平行移動は,

$$\begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

と表わされる。ここで、 a は、x方向の移動量であり、 b は、y方向の移動量である。

▶ 逆変換は,

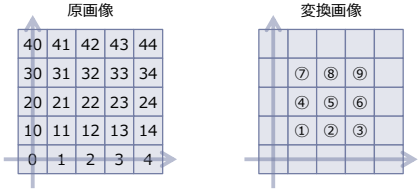
$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

と表わされる。

演習問題

▶ 問題3

- ▶ 以下に示すような原画像に対して、回転変換（回転角 $\theta = \pi$ ）と平行移動（x方向への移動量 $a=4$ 、y方向への移動量 $b=4$ ）を、この順序にて実施した。変換後の画像における①～⑨の画素値を求めよ。
- ▶ なお、補間処理は、すべての変換を行った後に、共1次内挿法（バイリニア補間法）を用いて行うものとする。



演習問題 解答（未公開）

演習問題 解答（未公開）

Image Information Processing

演習問題

問題4

以下に示すような原画像に対して、x方向に-2平行移動した後、x軸方向に2倍に拡大した。変換後の画像における①～⑨の画素値を求めよ。

なお、補間処理は、すべての変換を行った後に、共1次内挿法（バイリニア補間法）を用いて行うものとする。

原画像

40	41	42	43	44
30	31	32	33	34
20	21	22	23	24
10	11	12	13	14
0	1	2	3	4

変換画像

⑦	⑧	⑨		
④	⑤	⑥		
①	②	③		

31

Image Information Processing

演習問題 解答（未公開）

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_0 \\ \frac{1}{2}x_0 + 2y_0 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2}x + 2y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}$$

32

Image Information Processing

演習問題 解答（未公開）

33

Image Information Processing

演習問題 解答（未公開）

34

Image Information Processing

演習問題 解答（未公開）

35

Image Information Processing

演習問題 解答（未公開）

36

6

演習問題 解答（未公開）