



8 Hranové obarvení (otázka studijního zaměření – 3 body)

Hranové k-obarvení grafu G=(V,E) je přiřazení čísel (resp. barev) 1,2,...,k hranám grafu tak, že žádné dvě hrany se společným vrcholem nemají stejnou barvu. Problém hranového barvení spočívá v nalezení hranového obarvení s nejmenším možným počtem barev.

Navrhněte $(2-1/\Delta)$ -aproximační algoritmus pro problém hranového barvení, kde Δ označuje maximální stupeň ve vstupním grafu.

MAND Positione si 2D-1 borev k_1 ... k_{2D-1} . Polozine $\delta(V_i)$ pozet reobarvenjeh hran V_i eV. Každy V_i that si pamatuje, jeter bary smi použít. Potad chiene obarvit hrane $(u,v) \in E$, zmanenov to, že $\Delta \geq \delta(u) > 0$ & $\Delta \geq \delta(v) > 0$, pot ale nuome ve blodoma V_i chole u alexport $\Delta \geq \delta(u) \geq \Delta$ volných barev a stejné tak u V_i chole V_i . Protože neme 2D-1 barev celtem, mar u i V_i claspor jedne barne společnou, kterou paužíjene na obarvení (u,v). Oplinum opt je ožividné $\geq \Delta$ z definice hranevého obarvení. Potou: $OPT \geq \Delta$ & $OTT' \leq 2D-1$. Assisti $\rightarrow OPT' \leq (2-1/\Delta)OPT$ A nat algorithm S je tehy $2-1/\Delta$ aproximacní.







7 Kódy (otázka studijního zaměření – 3 body)

Definujte pojem minimální vzdálenosti pro samoopravné kódy.

Uvažme binární lineární kód $C \subseteq \mathbb{Z}_2^8$ generovaný slovy, která mají právě 2 jedničky na sudých pozicích a právě 2 jedničky na lichých pozicích, tedy

$$C = span\{(x_1, \dots, x_8) \in \mathbb{Z}_2^8 : x_1 + x_3 + x_5 + x_7 = 2, x_2 + x_4 + x_6 + x_8 = 2\}.$$

(Uvedené sčítání jednotlivých prvků kódového slova je bráno v celých číslech.)

Určete parametry tohoto kódu (délka, velikost, vzdálenost) a sestrojte jeho kontrolní matici.





Incidence bodů a přímek (otázka studijního zaměření – 3 body)



Mějme k přirozené číslo a mějme dánu množinu $4k^4$ bodů v rovině

$$B = \{0, 1, \dots, k - 1\} \times \{0, 1, \dots, 4k^3 - 1\}.$$

Dále mějme množinu $4k^5$ přímek P obsahující všechny přímky s rovnicí y=ax+b, kde $a\in\{0,1,\ldots,2k^2-1\}$ a $b\in\{0,1,\ldots,2k^2-1\}$ $\{0,1,\ldots,2k^3-1\}.$

- 1. Určete počet incidencí B a P.
- 2. Může mít systém $4k^4$ bodů a $4k^5$ přímek asymptoticky více incidencí než systém (B, P) výše? (Pokud k odpovědi potřebuje nějake tvrzení (větu) ze sylabu přednášky Kombinatorická a výpočetní geometrie I, tak toto tvrzení formulujte a odvoďte, jak z něho řešení plyne. Nemusíte ale tvrzení dokazovat.) 0 (m/2 3/2 mtn) 0 (mn)

1. Body took obdéloutembon mrízlur. Výslu y E 20;..., 483-13, sírle x e e 40, -- , 6-13.

burenje posun priming po osey, a urenje nuklou priming Poter poset insidence I je roven >

$$I = \sum_{k=0}^{2k^2-1} \sum_{\alpha=0}^{2k^2-1} \min \left(\lim_{k \to a} \frac{4k^3-1-b}{a} \right)^{2k}$$

Tedy johenne pres visethy posany a not klony princh a pointione, holit bedå protneme, net pretrocine you ne strlu mrizly.

Pro b=0 of $b=4k^3-2k^3$ The $b=4k^3$ The

I = O (66) : NENI SPOTITÀNO PRESNÉ

2. Nemůže protože z trrzení z KVGI víně že počet incidencí bodů a prime & v rovine je 0(m/s 43 + m+n) = 0((hk4)23 (hk5)2+ hk4+ hk5)= = 0(2 0/3 \(\frac{1}{2} \) \(\frac^2 \) \(\frac{1}{2} \) \(\frac{1}{2} \) \(\frac{1}{2} \) \(\f





6 Optimalizační metody (3 body)

Nechť $Ax \leq b$ je systém lineárních nerovnic o n proměnných. Vynásobením každé nerovnosti kladnou konstantou můžeme docílit, že první sloupec matice A je vektor obsahující pouze složky 0, -1 and 1. Systém $Ax \leq b$ můžeme tudíž ekvivalentně zapsat jako

$$a'_i x' \le b_i \quad (i = 1, ..., m_1),$$

 $-x_1 + a'_j x' \le b_j \quad (j = m_1 + 1, ..., m_2),$
 $x_1 + a'_k x' \le b_k \quad (k = m_2 + 1, ..., m),$

kde $x'=(x_2,\ldots,x_n)$ a kde a'_1,\ldots,a'_n jsou řádky A bez první složky. Pak se můžeme zbavit x_1 : dokažte, že systém $Ax\leq b$ má řešení právě když systém

$$a'_i x' \le b_i$$
 $(i = 1, ..., m_1),$
 $a'_j x' - b_j \le b_k - a'_k x'$ $(j = m_1 + 1, ..., m_2, k = m_2 + 1, ..., m)$

má řešení. Ukažte, že opakovaným použitím tohoto kroku je možné vyřešit systém lineárních nerovnic (nebo dokázat, že systém nemá řešení). Jaká bude časová složitost takového postupu?

(+ : they a father they are splinge to Pote, potud by recristerato un negliovalo @, Zraneva to, ic] cîmpl ... m23] le e 2 m21/ m3: - x1 + 0 1 x 2 2 3 1 x 1 + 0 1 x 1 A b2 x pomsinje jodnu z polimine & @ pro i Egman, ... m3. BUNO x porusuje podurnen i = mjt ! Poter tee i mzt !... m3, plate padle 01 Xx by aux Mx by aux 5 > = X > b; - 0; X = be aux = Xy > -X1 > X1 Predportardome existenci x' splingratio (b. Hledorne * totove aby '-x1+ ajx' = bj +je?m1+1, --, m23, x1+ ajx' = bj +je?m1+1, --, m23, x1+ ajx' = bj +je?m1+1, --, m23. -> x, ≥ b; - a; x' t; 1 x, ≤ be - ain x' t'e -> by- agx' &x, & by-a'x' title X, E[Sup {b; -a; x' | + j = {m_1+1, ..., m_2}} inf {b_i - out | + ie {i m_2+1, ...-m_3}} Kolyby kyl interval praszdyr, pak S>I >> 3j. 4: bj-ajx'> bz-azx', coz porusuje 6 4. Ebytele v probæe O. 1/

Kord Studenta 47 6 Optimalizační metody revormic muisième régit Herativne! a ma Fesent L-> 6 mu Fesent L-> a':x' &b ti a':x' &b ti (a's+a'x) x' & b & + b; tiz mas ?e sem (d) mor (m1) + (m2-m1), (m-m2) nerovnic. a) je tedy nova senstava nerovnic A'x' 46'. To musiene opet aprovit no @ a'; x" = b; + i & 34, ..., m', 3 a'; x" = b; + b'z - a''zx" + jh & 2 mith, ... m'z 3 + k & 2 m'zth, ... m'z 3

a''yx" - b'; 4 b'z - a''zx" + jh & 2 mith, ... m'z 3 @ not nej huric merovnic. Nationec nor zistene jon spremenner. Pokud pro ni existige resent, mirene dobledat estatur clemx. Casaraí slozitost roste s poètem rerornic exponcialne $O\left(\frac{m^2}{2^2\alpha}\right)$ herounic Po or broatch morne

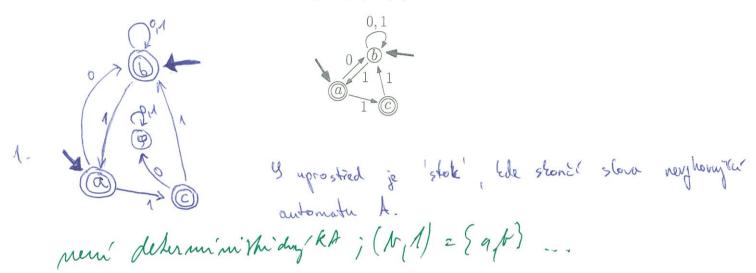




5 Automaty (3 body)

1. Převeďte nedeterministický konečný automat $A=(\{a,b,c\},\{0,1\},\delta,\{a,b\},\{a,c\})$ z obrázku na ekvivalentní deterministický automat.

otag 2. Do jakých tříd jazyků v Chomského hierarchii patří jazyk L(A)?









3 Objektový interface pro REST API server (3 body)

Mějme specializovaný web server pro REST API implementovaný v mainstreamovém objektově orientovaném staticky typovaném jazyce (C++, C# nebo Java) s následujícími vlastnostmi. Server umožňuje, aby se do něho dynamicky vkládaly služby, přičemž služba je objekt třídy implementující rozhraní IService, který zapouzdřuje několik REST metod. Služby jsou identifikovány řetězci, které musí být unikátní v rámci serveru, REST metody jsou rovněž identifikovány řetězci, které musí být unikátní v rámci dané služby. Součástí rozhraní třídy IService je i schopnost publikovat seznam svých REST metod. Souvislost mezi REST metodami a HTTP metodou volání (GET, POST) neřešíme, v dalším kontextu je metoda bez přívlastku chápána jako členská funkce třídy.

Zpracování požadavku přes REST API probíhá tak, že server přečte URL a další data z HTTP protokolu a z nich dekóduje identifikátor služby, identifikátor REST metody a kolekci parametrů. Dle identifikátorů najde ve vnitřních záznamech požadovanou službu a na ní zavolá metodu implementující požadovanou REST metodu, přičemž metoda dostane kolekci parametrů jako vstupní argument a vrátí řetězec. Pro naše účely si představme kolekci parametrů jako mapu/slovník (konkrétní typ si upravte dle zvoleného jazyka), kde klíče jsou řetězce (názvy parametrů) a hodnoty jsou objekty typu ParameterValue (další detaily jsou pro naši úlohu nezajímavé).

Server je reprezentován objektem třídy Server. Tato třídá má (mimo jiné) dvě podstatné metody, které by mohly být symbolicky zapsány přibližně takto (přesný zápis závisí na použitém jazyce):

public void add(IService service)

private string dispatch(string serviceId, string methodId, ParametersCollection parameters)

Metoda add zaregistruje novou službu v rámci serveru. Tato metoda může být relativně pomalá a volá se typicky jen při startu aplikace (např. když jsou načítány zásuvné moduly). Metoda dispatch najde a zavolá cílovou metodu příslušné služby a je volána výhradně z vnitřní implementace serveru při zpracování požadavku ze sítě. Metoda dispatch by neměla mít velký overhead.

- 1. Navrhněte, jak by měl vypadat interface IService a stručně (např. komentářem) vysvětlete význam jednotlivých metod (pokud není naprosto zřejmý z názvu metody).
- 2. Představte příklad konkrétní třídy implementující rozhraní IService. Zaměřte se zejména na realizaci části rozhraní zodpovědné za předání informací o nabízených metodách.
- Stručně (případně v pseudokódu) popište, jak bude vypadat implementace metod add a dispatch třídy Server. Pokud
 tyto metody potřebují přistupovat ke členským proměnným třídy, popište tyto proměnné také. Připomeňme, že metoda
 dispatch by měla být rozumně efektivní.

Drobné chyby v syntaxi budou tolerovány, avšak celkový návrh a logika rozhraní by měly obecně odpovídat principům a zvyklostem zvoleného jazyka. V jazycích, které to umožňují, je povoleno rozumné použití reflexe, nicméně reflexe není nutně vyžadována.

public interface I Service & Vsedy services budon muset implementant dispetding.
string ServiceId Eget; 3 Vsedy Services budon muset implementant dispetding. String Call Method (string method Id Parameters Colection parameters); [Enumerable & string > (contained Methods & get i 3) public chass Greeting Service : I Service ?

public string Service Id => name of (Greeting Service); Adagree string delegate Method (Parameters Collection & parameters); private readonly Dictionary Estring; Method > methods; public Greeting Service () { - methods = new Dictionary (string, Method) ();
- methods - Add ("Greet" of Greet); Dalo by & Elepsit pomoci reflexe. public I Enumerable (string > Contained Methods => _nethods. Keys the Holding Greet (Parameters Collection -) { string " Hello World!"; public string Call Method (string method Id, Parameters Collection parameters) & ar return _ methods [method I d]. Invotes (parameters); Lo co led à tour men? public Server of provate readonly Dictionary Estring, Iservice > - services; / Init in constructor public void Add (I Service service) & - services. Add (service. Service Id, service); private string Dispatch (string service Id, string Method Id, Parmeters (ollection parameters) & return _ services [service Id]. Call Method (nethod Id , parameters); coldys how men!? V borden zamerne nerestin yjimby z danadu prehlednosti a casonetho presu. Melo 1834 by se osettit: Neexistence servisg, metody. POZN-: Duplicity Zarznami. V Metoda Dispatch obsahuje 2 volume vytažené informaci ze slovultur. Date by se to Etrafit no I volveni, polarly by si server panadoval namisto servis rornon metody. Orsen 2 volum my pripadají jako mala dun'to prehlednost.







4 Souborový systém (3 body)

Tato otázka obsahuje zjednodušený popis souborového systému FAT. Pokud chcete, můžete v odpovědi uvažovat i skutečný souborový systém FAT (pokud ano, výslovně to napište).

Oddíl naformátovaný (zjednodušeným) souborovým systémem FAT12/16/32 je rozdělený na 3 části:

- 1. boot sektor (nultý logický sektor oddílu),
- 2. tzv. tabulka FAT, viz dále (1. až N. sektor oddílu),
- 3. datové sektory (N+1. sektor až poslední sektor oddílu), které obsahují samotná data souborů (nebo adresářů, nicméně jelikož ty se z pohledu alokace sektorů od souborů v souborovém systému neliší, tak se jimi dále nebudeme zabývat zvlášť). Pro jednoduchost předpokládejme, že alokační jednotka souborového systému je právě jeden sektor disku. Sektory disku mají jednu z obvyklých velikostí označme ji jako X bytů.

Každý datový sektor oddílu je přiřazený právě jednomu souboru, nebo je označený jako volný. Každý soubor na disku zabírá určité množství celých sektorů, přičemž ale tyto sektory nemusí být konkrétnímu souboru přiděleny kontinuálně (soubory mohou být na disku fragmentované). V adresářovém záznamu pro konkrétní soubor je zapsáno číslo datového sektoru (číslovány od 1), který obsahuje data prvních X bytů souboru (pro soubory s velikostí menší nebo rovnou X bytů je to zároveň poslední sektor souboru). Pro soubory s velikostí větší než X bytů nalezneme informaci o dalších sektorech přidělených souboru ve FAT tabulce oddílu – pro každý soubor (který zabírá např. M sektorů) obsahuje FAT tabulka "zakódovanou" obdobu jednosměrně vázaného seznamu posloupnosti čísel 2. až M. sektoru souboru. Přesný obsah FAT tabulky je následující:

Pro každý datový sektor obsahuje FAT tabulka právě jeden Z bitový záznam (Z = 12 bitů pro FAT12, 16 bitů pro FAT16, 32 bitů pro FAT32) – tento záznam je bezznaménkové Z bitové celé číslo uložené v pořadí little endian. V tabulce FAT je tedy právě tolik záznamů, kolik oddíl obsahuje datových sektorů, a žádné jiné infromace FAT tabulka neobsahuje (FAT tabulka je tedy fakticky jen pole celých čísel). Záznam na offsetu 0 v prvním sektoru FAT tabulky obsahuje informaci o 1. datovém sektoru oddílu, hned za ním (bez paddingu) následuje záznam pro 2. datový sektor oddílu, pak záznam pro 3. datový sektor oddílu, atd. Pokud záznam pro datový sektor A obsahuje číslo 0, tak je tento datový sektor volný a není přidělen žádnému souboru. Pokud záznam pro datový sektor A obsahuje číslo B, tak je datový sektor A přidělený nějakému souboru, a po X bytech dat toho souboru uložených v datovém sektoru A je následujících X bytů souboru uložených v datovém sektoru B (kde pro fragmentované soubory nemusí být B rovno A+1, a obecně může být B být větší i menší než A). Pokud záznam pro datový sektor A obsahuje maximální hodnotu Z bitového čísla, pak je sektor A posledním sektorem nějakého souboru (M. sektorem přiděleným souboru o velikosti M sektorů). Pokud tedy např. data souboru A. TXT budou ležet v datových sektorech 10, 7, 8, 15, tak v adresářovém záznamu pro A. TXT bude zapsáno číslo 10 a ve FAT tabulce bude v záznamu pro sektor 10 uloženo číslo 7, v záznamu pro sektor 7 číslo 8, v záznamu pro sektor 8 číslo 15, a v záznamu pro sektor 15 maximální hodnota Z bitového čísla.

- 1. Jaká může být obvyklá hodnota X? Pokud je velikost oddílu právě 1 GiB, je vhodné tento oddíl naformátovat souborovým systémem FAT16 nebo FAT32? Vysvětlete proč.
- 2. V takovém 1 GiB oddílu máme uloženo 100 000 souborů, kde každý má velikost 1 KiB. Pokud nyní chceme přečíst obsah všech těchto souborů, bylo by pro typický disk vhodné načíst si předem celou FAT tabulku do paměti? Nebo by bylo vhodnější před čtením každého ze souborů znovu načíst do paměti pouze ty sektory FAT tabulky, o kterých zjistíme, že obsahují informace potřebné pro právě čtený soubor? Vysvětlete proč.
- 3. Předpokládejte, že v "globální proměnné" (resp. statické proměnné nějaké třídy) fat typu pole bytů máme načtené veškeré záznamy celé FAT tabulky oddílu naformátovaného souborovým systémem FAT12 jeden záznam FAT tabulky má velikost 12 bitů, tedy každé 3 byty pole fat obsahují právě 2 záznamy o 2 datových sektorech (záznam pro sektor s nižším číslem je vždy v 1. bytu a ve spodních 4 bitech 2. bytu; záznam pro sektor s vyšším číslem je ve vyšších 4 bitech 2. bytu a ve 3. bytu). V jazyce C# nebo Java nebo C++ naprogramujte proceduru, která jako svůj jediný argument dostane číslo prvního datového sektoru přiděleného nějakému souboru, a má na standardní výstup vypsat čísla všech datových sektorů tomuto souboru přiřazených (dle informací v proměnné fat).

V Zarislosti va reliberti oddilu 0: 2/11/4de / je 16 pro FATILO, 12 pro FATIZ a 32 pro FAT32. 2-1 je pozet maxing/lm počet záznamů v tabulce (z počlu čísel vytvořítelných z) bitů pomocí kterých můžene odkorzovat na datore sectory. 21 je rezervoralno na utončení itemí somboru. O je relikost oddilu po odzitem relikosti tabully a boot geletom. - Nelze zvolit -dane 16iB = 230 B. Tedy FAT 32/ by nel sure zarami FAT 16. a tabulce net je pead bajtin, letery maine le disposeries. Maine-li FAT No system, je velikost jednoho odo sektoru $\geq \frac{230}{240} = 2^{11} = 2^{11} \text{ kiB} = 16 \text{ kiB}$ Velikost tabully je 2^{16} # . $16b = 2^{17}B = 2^{7}\text{ kiB} = 128 \text{ kiB}$. Macétaine 100 000 sembor » tabulca maine zarenay pro 64. losa
sectoria, (= 65 536). Jeden soubor nos velilost 1kills a vejde se tedy vedy do jednoho settoron lestire maine à desposici jen 65536 zaiznami, buelene nacistot neleteré genborg victoret a tedy se april :

buelene nacistot neleteré genborg victoret a tedy se april :

Po End nacistotane opalarane jen par souborco, upluto se nacistat

kozdo zasznan zvlasit. Vozdopodně velikost tabully je 126 KiB a tody by se mela do paneti vejrit selar bez problémi, a gistebrit to norm usetri casove drate pristapy na dist. > z toho vyplýva, ze resen. 1 je spatuo;-) public void Iteratetat (int index) { while (index (foot Length) {
Console : Write Line (index);
var a = index /2; ((index-1)/2) * 3; if (index % 2 = = 1) & // Indexoro'no od 1 index = fat [a] & 4; index += fat [a+1] & 0x OF; 3 else { / 2. 6. 6.6... index = (fat[a+1] & Ox FO) K 8; index += fat[a+2];







2 Databáze (3 body)

- 1. Načrtněte, jak byste v databázové tabulce reprezentovali binární vztah M:N. Lze z definice tabulky $T(\underline{FK_1},\underline{FK_2})$, vzniklé převodem binárního vztahu, určit jeho původní kardinalitu (1:1, 1:N, M:N)? Vysvětlete.
- 2. Uvažujte transakce T_1 : W(A) R(B) W(C) a T_2 : R(A) W(B) R(C). Je rozvrh S: $W_1(A)$ $R_2(A)$ $R_1(B)$ $W_2(B)$ $W_1(C)$ $W_2(C)$ konfliktově serializovatelný (conflict serializable)? Vysvětlete proč a pokud není, navrhněte úpravu, aby byl.

1. Pomoci vazelom tobulty.

The Many in the standing Anticolor of tabulce. Policy must vazelom tobulta lardinality and policy bardinality (1:1). Lyla policy bardinality (1:1). Toto najder of (1:1). Lyla policy bardinality (1:1). Deliving the large (1:1). (1:1). Left inici the large (1:1). (1:1).

[(1:1), (1:1)] byla policy bardinality (1:1). Deliving the large (1:1). Left inici the large (1:1). (1:1).

[(1:1), (1:1)] byla policy bardinality (1:1). Left inici the large (1:1)

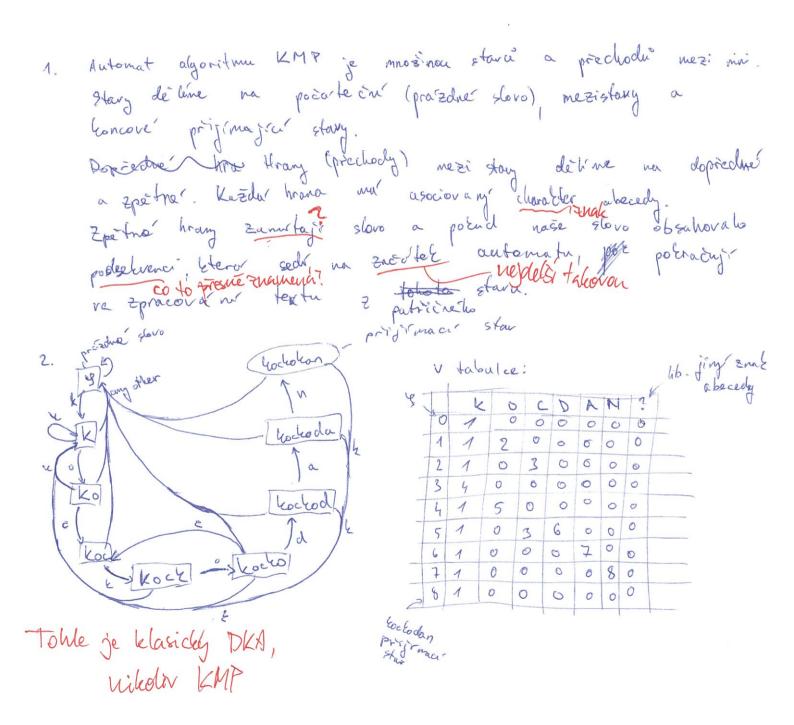






1 Algoritmy a datové struktury: vyhledávání v textu (3 body)

- 1. Definujte vyhledávací automat algoritmu KMP (Knuth-Morris-Pratt). Jak vypadají jeho stavy, dopředné a zpětné hrany?
- 2. Nakreslete vyhledávací automat pro slovo KOCKODAN.
- 3. Jakou časovou složitost má konstrukce automatu a jakou jeho použití k vyhledání všech výskytů slova v textu?



O (m2 n) delka abecedy Pro Koëde prevero dova, pro každer prismero abecedy projdenje celer slovo. Dos se lepe odhodnoùt jaro o (m². min²m,n³). 10 (t. min 2 m, n3) c Totaller taxtu projety Forder tabulty. Pro kvæde pigneno * textu niholiv, je to O(m) netáviste na velileosti abecedy