# Trabalho e Energia

- Trabalho e energia cinética
- Potência
- Forças conservativas e energia potencial
- Energia potencial e equilíbrio
- Conservação da energia mecânica
- Conservação da energia

# Trabalho e Energia

- Os conceitos de **trabalho** e **energia** são muito importantes, tanto na física como na nossa vida quotidiana. Em física uma força realiza **trabalho** se o seu ponto de aplicação se move numa direção não perpendicular à própria força.
- A **energia** está intimamente associada ao trabalho. Se um sistema realiza trabalho sobre outro sistema, haverá uma transferência de energia entre os dois sistemas. A **energia cinética** está ligada ao movimento de um corpo e a **energia potencial** à configuração de um sistema.
- Neste capítulo apresentam-se os conceitos de **trabalho**, **energia cinética** e **energia potencial**, que surgem a partir das leis de Newton.

**Quando a energia potencial gravítica do esquiador diminui, a sua energia cinética aumenta**

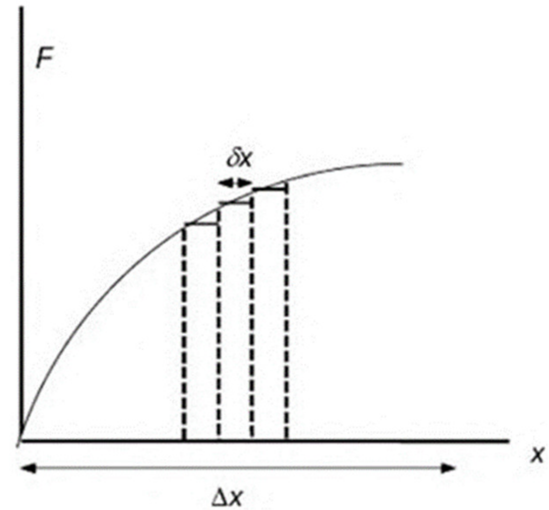
- O **trabalho** define-se como o produto escalar da **força** pelo **deslocamento do ponto de aplicação da força**. Para uma força constante (em módulo, em direção e em sentido):

$$W = \vec{F} \bullet \Delta\vec{x} = F\,\Delta x \cos\theta$$

O trabalho é uma grandeza escalar que pode ser positiva ou negativa, cuja unidade SI é o **joule** (**J**).

- E se a força não for constante? Por exemplo:
  - A força elástica ($\vec{F} = -k\,\vec{x}$) muda constantemente de valor e periodicamente de sentido.
  - A força de atrito num fluido depende da velocidade e aumenta até o corpo atingir a velocidade terminal.

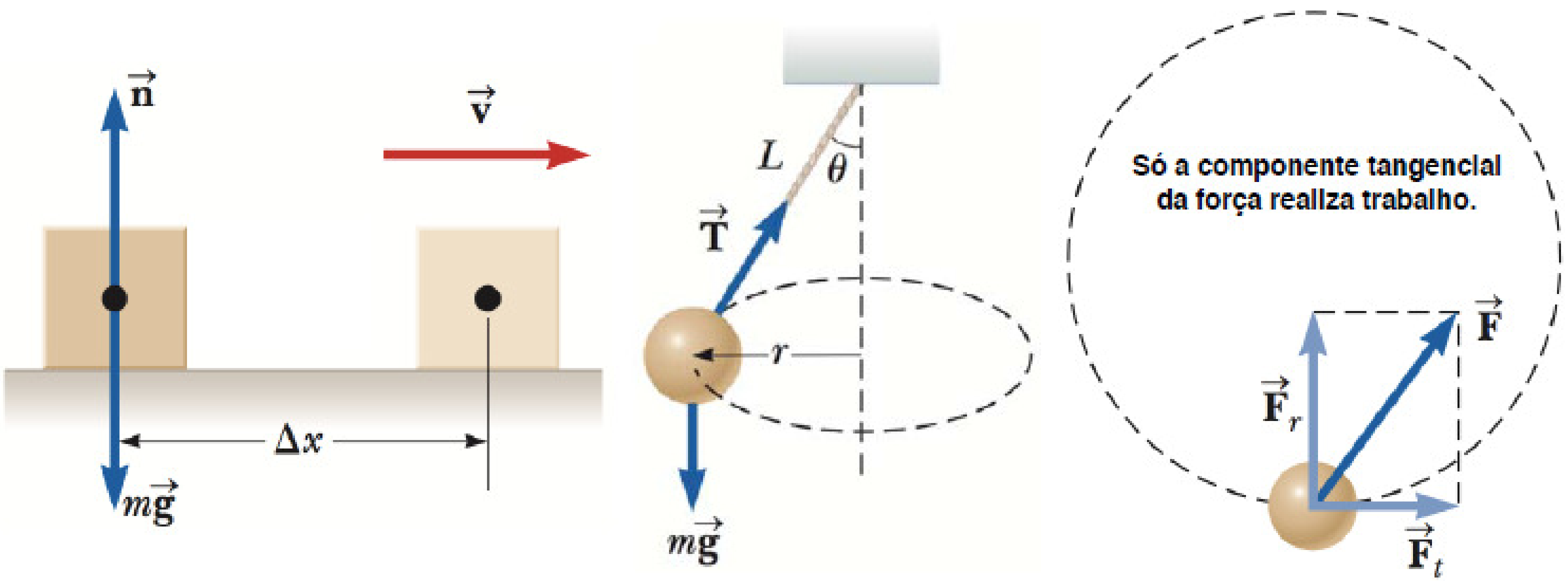
- Para se determinar o trabalho realizado por uma força variável ao longo de uma distância $\Delta x$, podemos representar a curva $F(x)$ e dividir $\Delta x$ em quantidades infinitesimais $\delta x$ nas quais a força tem um valor médio $F_m$.




- O trabalho em cada intervalo infinitesimal seria: $\delta W = F_m\,\delta x$.
- O trabalho total seria a soma desses trabalhos: $W = \sum \delta W$

# Trabalho

- Nem sempre se realiza trabalho quando se exerce uma força sobre um corpo.
- No caso de um corpo em equilíbrio suspenso por uma corda, nem o peso do corpo nem a tensão da corda realizam trabalho, porque o deslocamento é nulo.
- O trabalho realizado pela força normal e pelo peso que atuam num bloco que se desloca num plano horizontal é nulo, porque estas forças são perpendiculares ao deslocamento. O mesmo se passa com a tensão e o peso no pêndulo cónico.

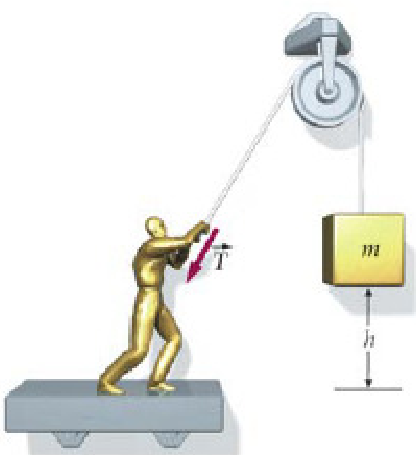


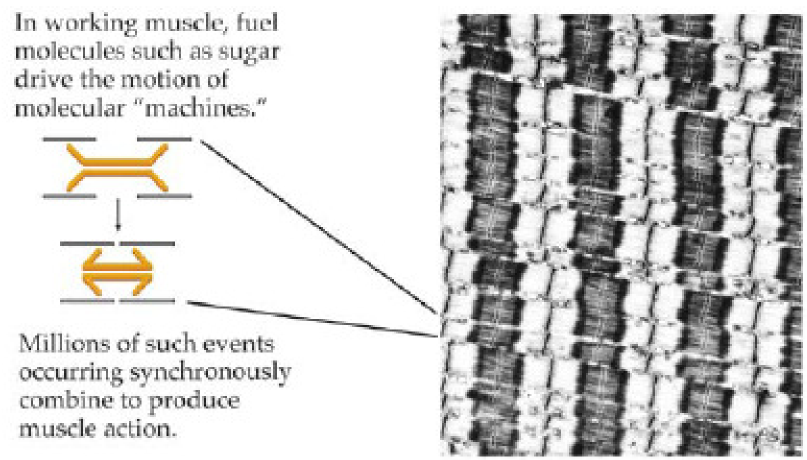
# Trabalho

- Quando estamos parados a segurar uma massa, de acordo com a definição de trabalho não estamos a realizar trabalho sobre o corpo.

  Contudo os músculos estão a realizar trabalho por estarem sob tensão, contraindo-se e relaxando continuamente enquanto sustentamos o corpo.

- O trabalho realizado por um músculo resulta numa conversão de energia química interna em energia mecânica, que não é 100% eficaz, havendo perdas para o exterior, nomeadamente sob a forma de calor.



# Trabalho

- O trabalho corresponde a uma **transferência de energia** para o sistema:
  - Se o trabalho realizado sobre o sistema é positivo, o sistema recebe energia
  - Se o trabalho realizado sobre o sistema é negativo, o sistema perde energia

- Se várias forças realizam trabalho sobre um corpo, o **trabalho total** é obtido somando algebricamente o trabalho de cada uma das forças:

$$W_{total} = \sum_i \vec{F}_i \bullet \Delta\vec{r}_i$$

- Se várias forças realizam trabalho sobre um **ponto material**, o trabalho total é igual ao **trabalho da resultante das forças**, uma vez que os pontos de aplicação das diferentes forças sofrem todos o mesmo deslocamento:

$$W_{total} = \sum_i \vec{F}_i \bullet \Delta\vec{r}_i = \left(\sum_i \vec{F}_i\right) \bullet \Delta\vec{r} = \vec{F}_{res} \bullet \Delta\vec{r}$$

  Este último resultado também é válido para corpos rígidos, desde que eles não tenham movimento de rotação.

# Trabalho e Energia Cinética

- A **energia cinética** é a energia associada ao movimento, sendo por definição:

$$K = \tfrac{1}{2} m v^2$$

A energia cinética de um corpo pode ser interpretada como a capacidade que ele possui de realizar trabalho em virtude do seu movimento. A unidade de energia no Sistema Internacional de Unidades é o **joule** (**J**). A energia cinética também pode ser designada por $\boldsymbol{E_C}$ ou por $\boldsymbol{T}$.

- Existe uma importante relação entre o trabalho total realizado sobre um ponto material, durante um certo intervalo de tempo, e a sua velocidade inicial e final, ou seja, a sua velocidade no início e no final do referido intervalo de tempo.

"O trabalho realizado durante um certo intervalo de tempo pela resultante das forças que atuam num ponto material é igual à variação da sua energia cinética no mesmo intervalo de tempo"

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{res} \bullet d\vec{r} = \int_A^B F_{res,t}\, ds = \int_A^B m a_t\, ds = \int_A^B m \frac{dv}{dt} ds = \int_A^B m v\, dv = \tfrac{1}{2} m v_B^2 - \tfrac{1}{2} m v_A^2 = \Delta K$$

Este importante resultado é conhecido por **teorema da energia cinética**.

## Trabalho e Energia Cinética

- O resultado anterior foi obtido considerando que o trabalho era realizado sobre uma partícula, mas na realidade tem uma aplicação mais geral.
- Podemos por exemplo aplicá-lo a um corpo deformável, no qual uma parte do corpo se pode mover relativamente a outra. Neste caso o resultado anterior ainda será válido, mas teremos de calcular o trabalho total pela soma algébrica do trabalho realizado individualmente por cada uma das forças:

$$W_{todas\ as\ forças} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \Delta K$$

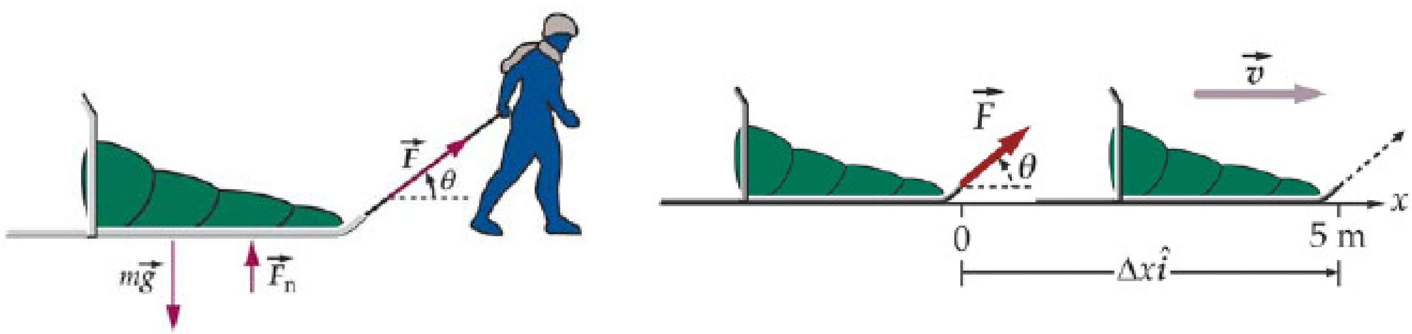
Podemos então enunciar o **teorema da energia cinética** do seguinte modo:

"Quando se realiza trabalho sobre um sistema e a única alteração observada no sistema é na sua velocidade, o trabalho total realizado sobre o sistema é igual à variação da energia cinética do sistema"

# Trabalho e Energia Cinética

- Puxa-se um trenó (massa total de ***80* kg**) com uma força de ***180* N**, segundo uma direção que faz ***20°*** relativamente à horizontal. Supor que o trenó partiu do repouso e que o atrito é desprezável. Determinar a velocidade do trenó, após este ter avançado uma distância de **5 m**, e o trabalho total realizado sobre o trenó.

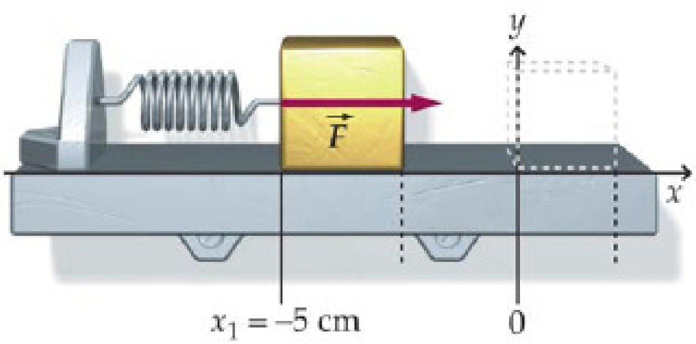
R: 4,6 m/s ; 846 J

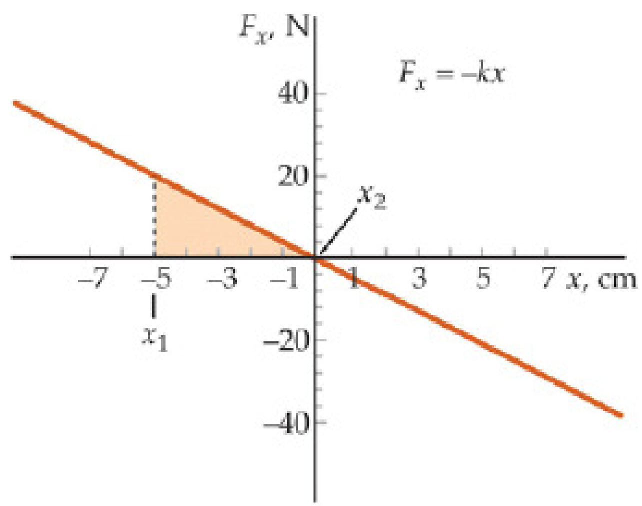


- A mola representada tem constante elástica $k = 400$ **N/m**, encontra-se inicialmente comprimida na posição $x$ = **-5 cm** e empurra um bloco com **4 kg**. Supondo que o sistema se encontra inicialmente em repouso e que o atrito entre o corpo e a plataforma se pode considerar desprezável, determinar a velocidade com que o bloco chega à posição de equilíbrio ($x = 0$) e o trabalho realizado pela mola no deslocamento da posição inicial para a posição de equilíbrio.

Sugestão: Experimentar calcular o trabalho da mola sobre o corpo usando a definição de trabalho e usando a representação gráfica da força da mola em função da sua elongação.

R: 0,50 m/s ; 0,50 J



# Potência

- Numa aplicação prática, nomeadamente em engenharia, muitas vezes interessa mais a rapidez com que um mecanismo realiza trabalho, do que a quantidade de trabalho que o mesmo pode realizar.
- Define-se **potência** como o trabalho realizado por unidade de tempo, sendo a **potência média** dada por:

$$P_{med} = \frac{W}{\Delta t}$$

- Tendo em conta que o trabalho realizado por uma força que atua sobre um ponto material durante um intervalo de tempo infinitesimal é:

$$dW = \vec{F} \bullet d\vec{r} = \vec{F} \bullet \vec{v}\, dt$$

obtemos para a **potência (instantânea)**:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \bullet \vec{v}$$

A unidade de potência no SI é o watt (W) ou J/s. Note-se que não faz sentido falar em trabalho num dado instante, uma vez que é necessário um intervalo de tempo para que uma força realize trabalho.

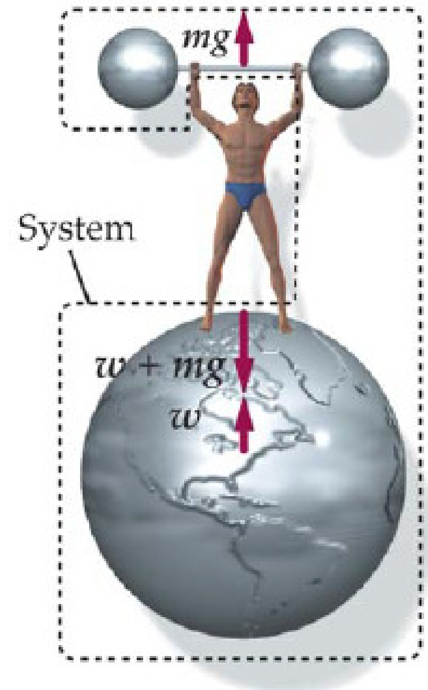
# Energia Potencial

- Em muitos casos o trabalho realizado por forças externas sobre um sistema não aumenta a sua energia cinética, mas é armazenado como **energia potencial**.
- O trabalho total realizado sobre um altere quando se levanta o mesmo uma altura $h$ é nulo: o halterofilista realiza um trabalho $+mgh$ e a força gravítica $-mgh$.
- Considerando agora o **sistema** *Terra-haltere*, as forças externas que atuam sobre ele são:
  - atração gravítica do halterofilista sobre a Terra (desprezamos a do halterofilista sobre o altere)
  - a força normal do halterofilista sobre a Terra
  - a força exercida pelo halterofilista sobre o haltere

  O trabalho realizado sobre o sistema *Terra-haltere* por todas as forças externas ao sistema é $mgh$.

  Este trabalho é armazenado como energia potencial, que é a energia associada à configuração do sistema.

  Neste caso falamos de **energia potencial gravítica**.

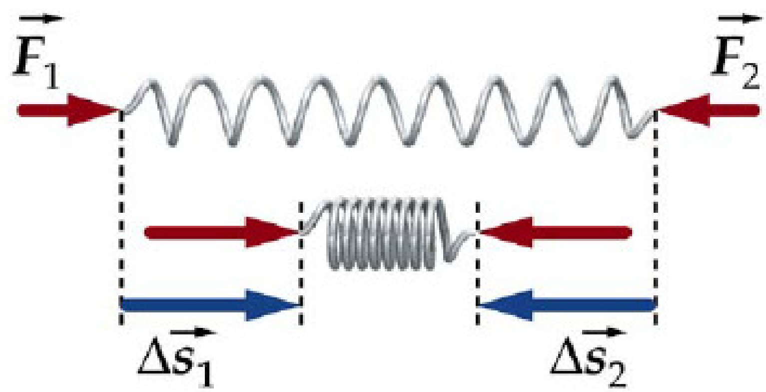


# Energia Potencial

- Consideremos uma **mola elástica**, outro exemplo de um sistema que armazena energia potencial associada à sua configuração.
- Quando se comprime ou quando se estica a mola a energia é armazenada como **energia potencial elástica**.
- Para comprimir a mola, por exemplo, temos de exercer forças iguais e opostas nas suas extremidades. A força resultante é nula e não há variação da energia cinética da mola.

  Mas o trabalho total realizado sobre a mola é positivo, pois ambas as forças realizam trabalho positivo, de modo que a energia potencial da mola aumenta.

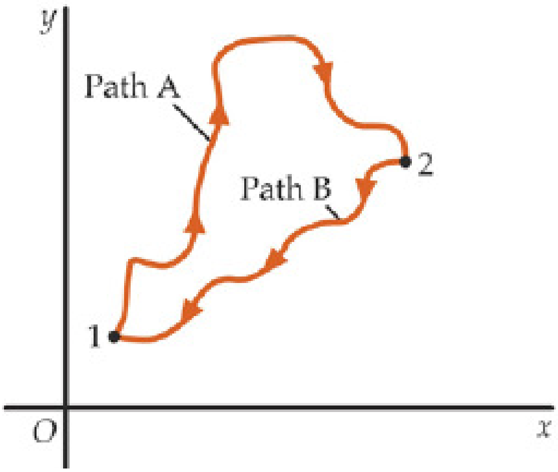
  O mesmo se passa quando a mola é distendida.



# Forças Conservativas

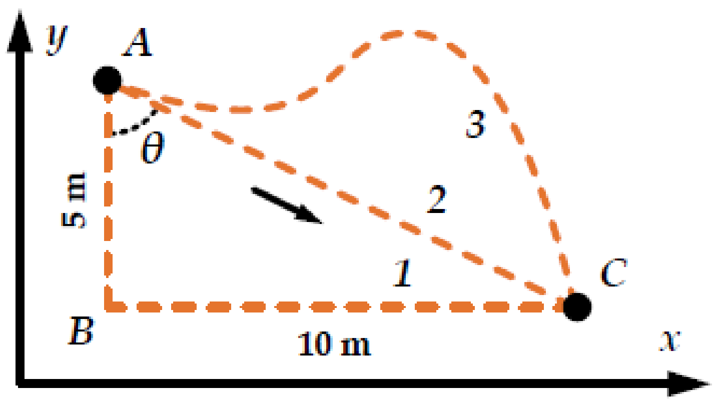
- Quando um esquiador desce uma altura $h$ de uma montanha o trabalho realizado pela força gravítica é $+mgh$, independentemente da forma da montanha. De igual modo o trabalho total da força gravítica sobre o esquiador, quando ele sobe no teleférico e regressa esquiando ao ponto de partida, será sempre nulo.
- Diz-se que a força gravítica é uma **força conservativa**. Uma força é conservativa se for nulo o trabalho que ela realiza sobre um ponto material ao longo de qualquer trajeto fechado (quando a posição final coincide com a posição inicial).

  Também se pode definir força conservativa como aquela cujo trabalho apenas depende das posições inicial e final, e não do caminho percorrido.



# Forças Conservativas

- Para ilustrar a definição de força conservativa, vamos calcular o trabalho da força gravítica quando um corpo com 2 kg de massa desce do ponto A para o ponto C, ao longo de diferentes trajetórias, como as que se representam na figura.



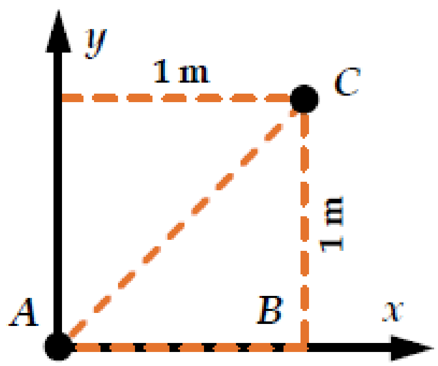

$$W_1 = mg \times d_{AB} \times \cos 0° + mg \times d_{BC} \times \cos 90° = 19,6 \times 5 \times 1 + 0 = 98 \text{ J}$$

$$W_2 = mg \times d_{AC} \times \cos\theta = 19,6 \times \sqrt{5^2 + 10^2} \times \frac{5}{\sqrt{5^2+10^2}} = 98 \text{ J}$$

- Qualquer um destes trajetos pode ser decomposto em deslocamentos infinitesimais alternadamente horizontais e verticais. Nenhum trabalho é realizado nos deslocamentos horizontais e o deslocamento vertical total é o mesmo em todos os casos. Portanto o trabalho da força gravítica também será o mesmo.

# Forças Conservativas

- Exemplo para a força não conservativa $\vec{F} = xy\,\hat{\imath} + xy\,\hat{\jmath}$ , em unidades SI, caso em que o trabalho da força depende do trajeto do ponto A para o ponto C.




No trajeto AB: $\vec{F} = 0$

No trajeto BC: $\vec{F} = y\,\hat{\imath} + y\,\hat{\jmath}$

No trajeto AC: $\vec{F} = x^2\,\hat{\imath} + x^2\,\hat{\jmath} = y^2\,\hat{\imath} + y^2\,\hat{\jmath}$

$$W_{ABC} = W_{AB} + W_{BC} = 0 + \int_0^1 \left(y\,\hat{\imath} + y\,\hat{\jmath}\right) \cdot \left(dy\,\hat{\jmath}\right) = \int_0^1 y\,dy = \frac{1}{2}\ \mathrm{J}$$

$$W_{AC} = \int_0^1 \left(x^2\,\hat{\imath} + y^2\,\hat{\jmath}\right) \cdot \left(dx\,\hat{\imath} + dy\,\hat{\jmath}\right) = \int_0^1 x^2\,dx + \int_0^1 y^2\,dy = \frac{2}{3}\ \mathrm{J}$$

- Como o trabalho realizado pela força depende do trajeto escolhido e não apenas do ponto de partida e do ponto de chegada, a **força não é conservativa**.

# Forças Conservativas

- Demos como exemplo de forças conservativas a força gravítica e a força elástica. Uma característica básica de uma força conservativa é que o trabalho realizado por ela é sempre **reversível**: toda a energia armazenada como energia potencial pode ser recuperada sem perdas para o movimento.

- Existem também **forças não conservativas**. Algumas forças não conservativas, como a força de atrito cinético ou a força de resistência num fluido, produzem dissipação de energia mecânica, sendo designadas por **forças dissipativas**.

  Existem também forças não conservativas que produzem **aumento** da energia mecânica. Os fragmentos das explosões de fogos de artifício atingem energias cinéticas elevadas por causa das reações químicas da pólvora. As forças resultantes não são conservativas porque o processo não é reversível.

  Exemplos de forças não conservativas: forças de atrito, forças de viscosidade num fluido, tensão numa corda, forças associadas a deformações permanentes...

- Se uma partícula que se movimenta sob a ação de uma ou mais forças regressar ao ponto de partida com energia cinética maior ou menor que a original, a sua capacidade de realizar trabalho não foi conservada num percurso fechado e pelo menos uma das forças que atua na partícula terá de ser não conservativa.

# Função Energia Potencial

- Vimos que o trabalho de uma força conservativa apenas depende do ponto de partida e do ponto de chegada, ou seja, das coordenadas desses dois pontos.
- Esta propriedade permite definir a **função energia potencial** associada a uma força conservativa, como uma função que depende apenas das coordenadas e cuja variação ao longo de qualquer trajeto é igual ao simétrico do trabalho realizado pela força conservativa associada:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = -\int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad \textit{ou para um deslocamento infinitesimal} \quad dU = -\vec{F} \cdot d\vec{r}$$

- A energia potencial está associada à **configuração** de um sistema de partículas.

  Por vezes há sistemas, como o constituído pela Terra e por um pequeno corpo, em que apenas um deles se move (o movimento da Terra é desprezável).

  Nestes casos, por simplicidade, referimo-nos por vezes à energia potencial do sistema corpo-Terra, falando apenas de energia potencial do corpo.

- Até agora já considerámos dois tipos de forças de interação que dependem da posição e, portanto, são fonte de energia potencial:
  - Força de interação entre massas, ou seja, a interação gravítica entre um corpo e a Terra, que origina energia potencial gravítica.
  - Força de interação elástica entre um corpo e uma mola, originando energia potencial elástica.

- A energia potencial gravítica $(E_{pg})$ de um corpo de massa $m$, que se encontra numa posição $y$ (altura) é definida relativamente a uma posição de referência $y_0$ (onde $E_{pg} = 0$) da seguinte forma:

$$E_{pg} = mg(y - y_0)$$

- Geralmente usa-se como referência a superfície da Terra ($y_0 = 0$) e, se o corpo estiver à altura $h$ relativamente à superfície, temos a forma habitual:

$$E_{pg} = mgh$$

- Vamos calcular o trabalho realizado pela força gravítica sobre um objeto que se desloca da altura $y_1$ para a altura $y_2$, onde $y_2 > y_1$:

$$W(F_g) = F_g\,\Delta y = -mg(y_2 - y_1)$$

- O trabalho é negativo porque a força e o deslocamento têm sentidos contrários.

- Por outro lado, a variação da energia potencial do corpo de massa $m$, quando este se desloca da altura $y_1$ para a altura $y_2$, é dada por:

$$\Delta E_{pg} = mgy_2 - mgy_1 = mg(y_2 - y_1)$$

- Comparando com o trabalho realizado pela força gravítica, facilmente percebemos que:

$$W(F_g) = -\Delta E_{pg}$$

O trabalho realizado pela força gravítica é igual ao simétrico da variação da energia potencial gravítica do corpo (no mesmo deslocamento).

- Quaisquer que sejam as forças aplicadas a um corpo, sendo $\vec{R}$ a resultante das forças, verifica-se sempre que o trabalho da resultante é igual à variação da energia cinética:

$$W(R) = \Delta F_c$$

- Por outro lado, a igualdade $W(F_g) = -\Delta E_{pg}$ é sempre verdadeira para a força da gravidade.

- Se a força da gravidade for a única força a atuar sobre o corpo, $\vec{R} = \vec{F_g} \Rightarrow W(R) = W(F_g)$.

- Temos então que $\Delta E_c = -\Delta E_{pg}$

  Ou seja: $\Delta E_c + \Delta E_{pg} = 0$

- Sendo a energia mecânica de um corpo a soma da energia cinética com a energia potencial,

$$E_m = E_c + E_{pg}$$

a variação da energia mecânica do corpo é nula.

- Reescrevendo a equação $\Delta E_c + \Delta E_{pg} = 0$ em função das energias iniciais e finais do corpo, vem:

$$E_{cf} - E_{ci} + E_{pgf} - E_{pgi} = 0$$

$$E_{cf} + E_{pgf} = E_{ci} + E_{pgi}$$

- Sendo $E_m$ a energia mecânica total do corpo, a relação acima é equivalente a:

$$E_{mf} = E_{mi}$$

relação que descreve o princípio de conservação da energia mecânica: a energia mecânica total de um objeto sujeito apenas à força da gravidade é igual em todos os pontos do seu movimento.

- As energias cinética e potencial, individualmente consideradas não se conservam, mas apenas a sua soma, que corresponde à energia mecânica total.

- As leis que acabamos de definir também se aplicam ao caso de um corpo sujeito a uma força elástica. (Mas agora a função energia potencial é outra, $E_{pElast} = \frac{1}{2}kx^2$)

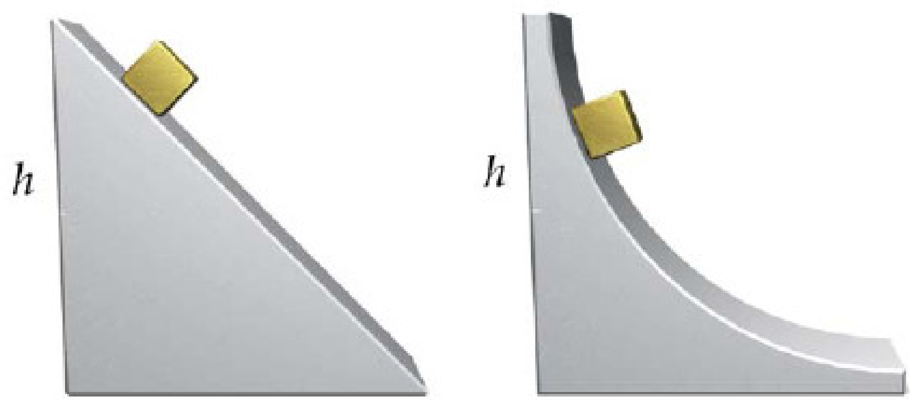
| Força gravítica | Força elástica |
| --- | --- |
| $W(F_g) = -mg(y_2 - y_1)$ | $W(F_e) = -\frac{1}{2}k(x_2^2 - x_1^2)$ |
| $E_{pg} = mgy$ | $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$ |
| $W(F_g) = -\Delta E_{pg}$ | $W(F_e) = -\Delta E_{pe}$ |
| $E_m = (E_{cf} + E_{pgf}) = (E_{ci} + E_{pgi})$ | $E_m = (E_{cf} + E_{pef}) = (E_{ci} + E_{pei})$ |

- Se a força gravítica ou a força elástica forem a única força a atuar sobre um corpo, então também se podem usar as relações $W(F_g) = \Delta E_c$ ou $W(F_e) = \Delta E_c$.
- Mesmo que a força gravítica (ou elástica) não seja a única atuar, se as demais forças não realizarem trabalho a energia mecânica conserva-se.

# Conservação da Energia Mecânica

- Qualquer problema que possa ser resolvido pela lei da conservação da energia mecânica também o será pelas leis de Newton, mas frequentemente com maior dificuldade.
- A velocidade de um corpo que desliza sem atrito num plano com inclinação constante pode ser facilmente determinada, aplicando a segunda lei de Newton ou a conservação da energia mecânica.

  Se a rampa não tiver inclinação constante o problema ainda pode ser resolvido facilmente pela conservação da energia mecânica, mas neste caso a aplicação da segunda lei de Newton será muito mais difícil.



# Conservação da Energia

- Com maior generalidade podemos enunciar o **princípio da conservação da energia**, segundo o qual a energia total do universo é constante.

"A energia pode ser convertida de uma forma para outra ou transmitida de uma região para outra, mas não pode ser criada ou destruída"

- De um modo geral a energia total de um sistema será a soma da sua energia mecânica, térmica, química e outras (electromagnética, nuclear, etc.):

$$E_{sistema} = E_{mec} + E_{térm} + E_{quím} + E_{outras}$$

- Uma forma de transferir energia para o interior ou para o exterior de um sistema é realizar trabalho sobre o sistema a partir do exterior. Se esta for a única fonte da energia transferida, a lei da conservação da energia fica:

$$W_{ext} = \Delta E_{sistema} = \Delta E_{mec} + \Delta E_{térm} + \Delta E_{quím} + \Delta E_{outras}$$

onde o termo $W_{ext}$ representa o trabalho realizado sobre o sistema pelas forças externas ao sistema.

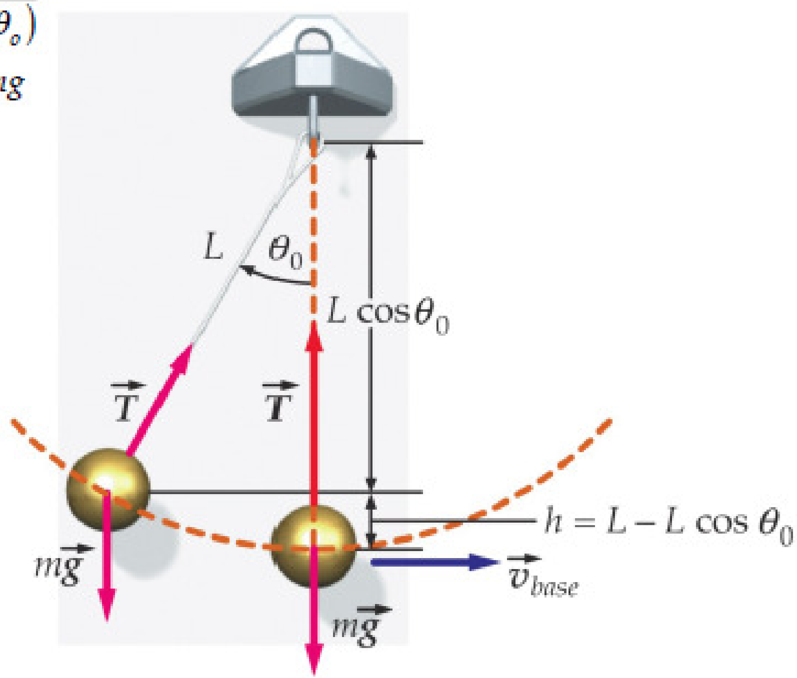
# Aplicações da Conservação da Energia

- Considerar que o movimento de um pêndulo simples se inicia sem velocidade inicial, quando este faz um ângulo $\theta_o$ com a vertical. Determinar a velocidade e a tensão no fio quando o pêndulo passa pela posição de equilíbrio.

O sistema consiste no pêndulo, na Terra e no fio que liga o pêndulo ao suporte. Não existem forças externas a atuar sobre o sistema (despreza-se a resistência do ar). As forças internas que atuam sobre a massa são a força da gravidade, que é conservativa, e a tração do fio, que não realiza trabalho (porquê?): a energia mecânica do sistema pêndulo-Terra conserva-se.

R: $v_{base} = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_o)}$

$T = (3 - 2\cos\theta_o)mg$



**Exemplo.** Um rapaz atira uma bola de 0,1 kg, que está a 1,2 m de altura acima do solo, para atingir o telhado de um edifício com 8 m de altura.
(a) Qual é a energia potencial da bola no telhado em relação ao seu ponto de partida?
(b) Qual é a energia cinética mínima da bola para ela atingir o telhado?
(c) Se a bola cair do telhado, qual a sua energia cinética imediatamente antes de atingir o solo?

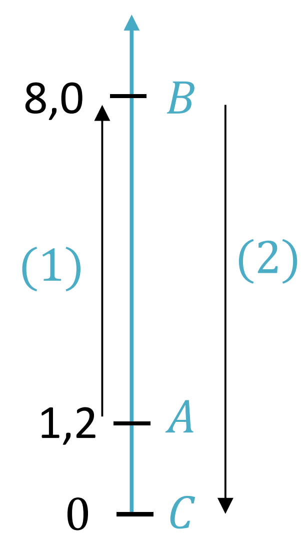
(a) A energia potencial pode é dada por $E_{pg} = mgh$

considerando que é nula no solo.

A anergia potencial no telhado relativamente ao ponto de partida será dada por:

$$E_p(B) - E_p(A) = mg(y_B - y_A)$$

$$\Delta E_p = 0{,}1 \times 9{,}8 \times (8 - 1{,}2) = 6{,}66 \text{ J}$$




(b) A força gravítica é a única força a atuar na bola na subida (1). Sendo uma força conservativa. Logo $E_m(B) = E_m(A)$

$$E_c(B) + E_p(B) = E_c(A) + E_p(A)$$

$$E_c(A) - E_c(B) = E_p(B) - E_p(A)$$

$$E_c(A) = E_c(B) + \Delta E_p$$

O valor mínimo de $E_c(A)$ é tal que $E_c(B) = 0 \Rightarrow E_c(A) = \Delta E_p = 6{,}66 \text{ J}$

(c) A força gravítica continua a ser a única força a atuar na bola na descida (2). Admitindo que a velocidade inicial na queda é nula, $E_c(B) = 0$. Temos então:

$$E_m(C) = E_m(B)$$

$$E_c(C) + E_p(C) = E_c(B) + E_p(B)$$

$$E_c(C) = E_p(B) - E_p(C)$$

$$E_c(C) = mg\,y_B - mg\,y_C = mg\,(y_B - y_C)$$

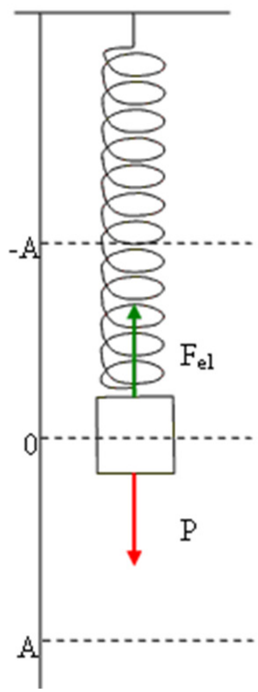
$$E_c(C) = 0{,}1 \times 9{,}8 \times (8 - 0) = 7{,}84\ \mathrm{J}$$

Exemplo. Uma mola vertical com $k = 20$ N/m é esticada de 5 cm por meio de uma massa $m$ que é suspensa na mola. A massa é colocada em oscilação após esticar a mola mais 10 cm.

(a) Determine o valor da massa $m$.

(b) Determine a energia cinética máxima da massa. Despreze a variação na energia potencial gravítica.

(c) Qual a velocidade máxima da massa? Em que posição ocorre relativamente à posição da mola em equilíbrio sem massa suspensa?

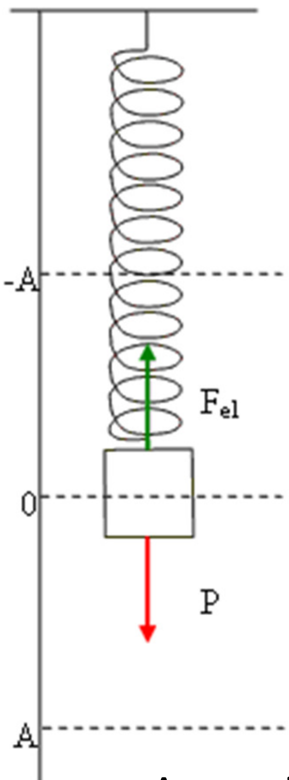



(a) Quando a mola é esticada pela massa atinge uma nova posição de equilíbrio. Nesta posição ($y = 0$ na figura), temos:

$$\vec{F}_{el} + \vec{P} = 0 \Rightarrow ky_0 = mg$$

Sendo $k = 20$ N/m e $y_0 = 5$ cm, podemos determinar o valor da massa que provocou aquele alongamento:

$$m = \frac{ky_0}{g} = \frac{20 \times 0{,}05}{9{,}8} \cong 0{,}1\ \mathrm{kg}$$




(b) Quando a mola é esticada para lá da nova posição de equilíbrio, começa a descrever um movimento com amplitude $A = 10$ cm em torno de $y = 0$.

Nas posições estremas do movimento, a velocidade é nula ($y = A$ e $y = -A$).

As forças que atuam na mola são conservativas, pelo que a energia mecânica é igual em todos os pontos do movimento. Nos extremos, $E_c = 0$ e $E_m = E_p(A)$.

Desprezando a energia potencial gravítica:

$$E_m = E_{pe}(A) = \frac{1}{2}kA^2 = 10(0{,}1)^2 = 0{,}1 \text{ J}$$

A energia potencial elástica é nula na posição de equilíbrio ($y = 0 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}ky^2 = 0$). Logo, nesta posição toda a energia mecânica é cinética, ou seja, $E_c{}^{max} = 0{,}1$ J.

(c) $E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{2E_c{}^{max}}{m}} = \sqrt{\frac{0{,}2}{0{,}1}} \cong 1{,}4$ m/s

A velocidade máxima ocorre na posição de equilíbrio, ou seja, 5 cm abaixo da posição de equilíbrio da mola isolada.

**Exemplo.** Um poderoso laser pulsado emite impulsos de luz de muito curta duração ($1\ \mathrm{ns}$), a uma taxa de um impulso por milissegundo. Se cada impulso tiver uma potência de $10^{10}$ W, calcule a energia por impulso e a potência média do laser num segundo.

A potência é igual à taxa de variação do trabalho, ou seja, à taxa de transferência de energia.

Para um impulso de luz, a transferência de energia ocorre durante a duração do impulso ($\Delta t = 1\ \mathrm{ns}$). A energia de cada impulso será dada por:

$$P = \frac{E}{\Delta t} \Rightarrow E = P\,\Delta t = (10^{10}\ \mathrm{W}) \times (10^{-9}\ \mathrm{s}) = 10\ \mathrm{J}$$

Se a taxa de emissão de impulsos é de $1$ impulso em cada ms, durante $1$ segundo são emitidos $1000$ impulsos. A energia total destes impulsos será:

$$E = 1000 \times 10\ \mathrm{J} = 10^4\ \mathrm{J}$$

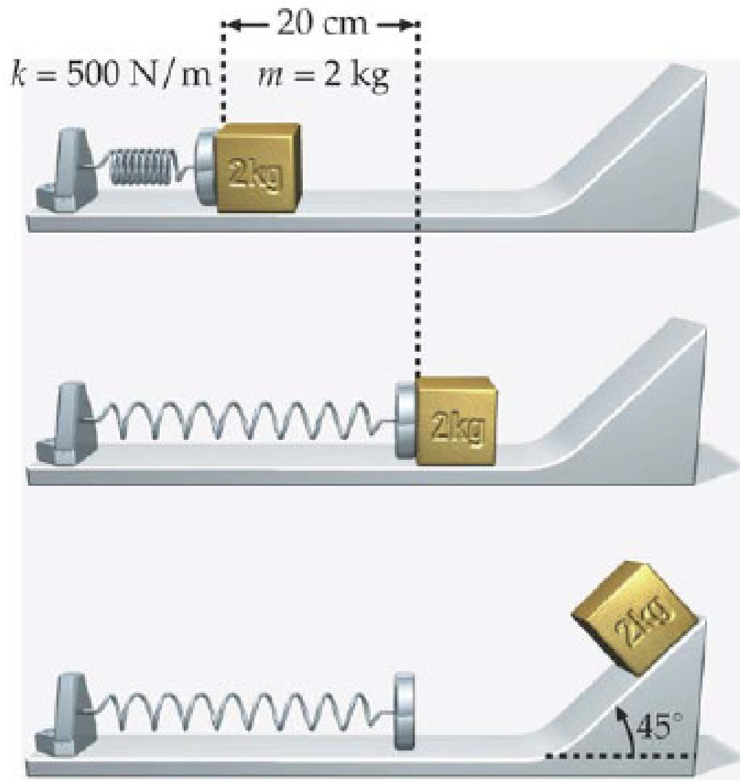
A potencia média do laser durante $1\ s$ será então:

$$P = \frac{E}{\Delta t} = \frac{10^4\ \mathrm{J}}{1\ s} = 10^4\ \mathrm{W}$$

# Aplicações da Conservação da Energia

- Partindo do repouso um bloco com massa de 2 kg é empurrado por uma mola com constante elástica de 500 N/m. A mola está inicialmente comprimida 20 cm. Determinar a altura máxima atingida pelo bloco no plano inclinado.

  R: $h_{max} = \dfrac{kx^2}{2mg} = 0{,}51 \text{ cm}$

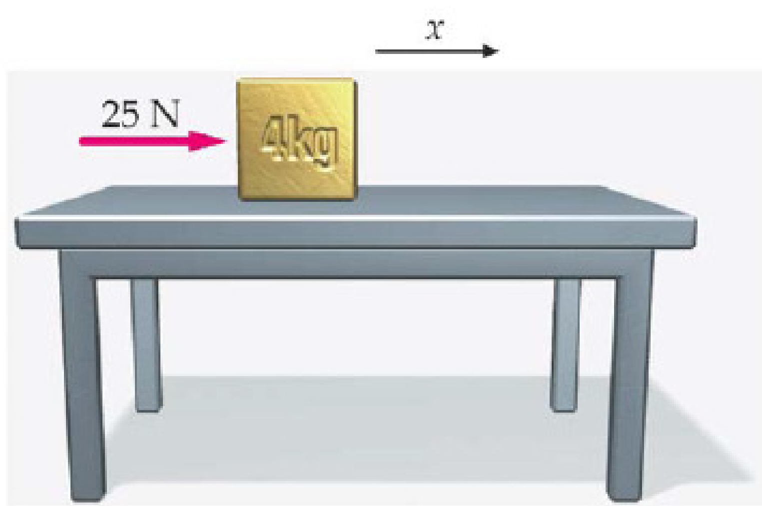


# Aplicações da Conservação da Energia

- Partindo do repouso um corpo com 4 kg é empurrado por uma força horizontal com intensidade de 25 N, ao longo de uma distância de 3 m sobre a mesa. O coeficiente de atrito cinético entre o corpo e a mesa é 0,35.

  Determinar o trabalho externo realizado sobre o sistema corpo-mesa, a energia dissipada pela força de atrito cinético e a velocidade da caixa após percorrer a distância referida.

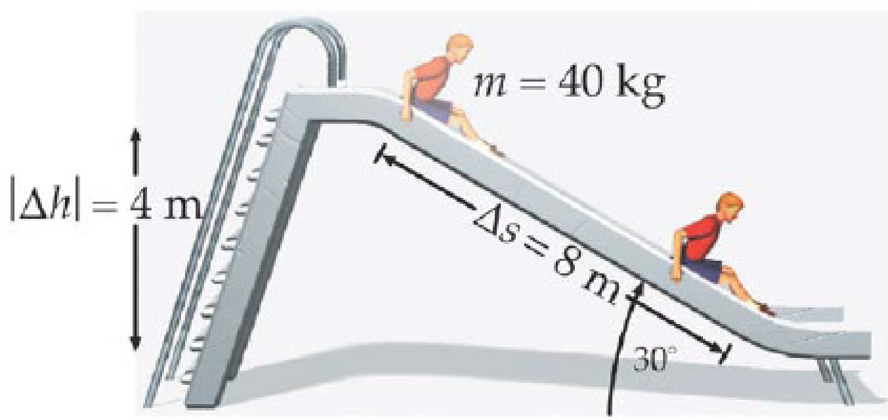
  R: 75 J ; 41,2 J ; 4,11 m/s

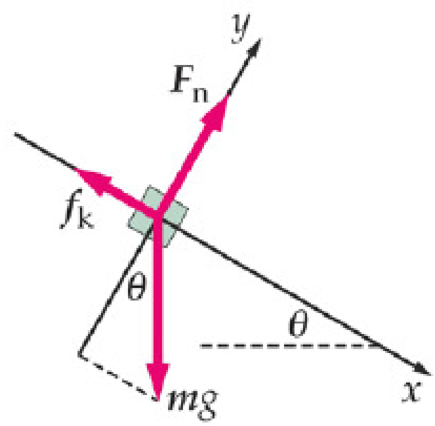


# Aplicações da Conservação da Energia

- Uma criança com 40 kg desce um escorrega com uma inclinação de 30°
  relativamente à horizontal, ao longo de uma distância de 8,0 m.
  O coeficiente de atrito cinético entre a criança e o escorrega é 0,35.
  Se a criança partir do repouso qual a velocidade com que sai do escorrega?

  R: 5,6 m/s



# Aplicações da Conservação da Energia

- Um corpo com massa de 4 kg está **suspenso** por uma corda com comprimento constante e massa desprezável. A corda encontra-se ligada a um corpo com massa de 6 kg que comprime uma mola com constante elástica de 180 N/m. Repare que a mola empurra o corpo de 6 kg, mas não está ligada a esse corpo. Despreza-se a massa da roldana e o atrito no eixo da roldana. O coeficiente de atrito cinético entre o corpo com 6 kg e a mesa é 0,2. Se o sistema se encontrar inicialmente em repouso e a mola estiver comprimida 30 cm, determinar a velocidade dos corpos quando o corpo suspenso tiver descido 40 cm.

R: 1,95 m/s