January 12

1 题型一裂项相消法

1. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_2=2, S_6=12$，记 T_n 为 $\left\{\frac{1}{S_n}\right\}$ 的前 n 项和，则 $T_8=$(　　)

A. $\frac{9}{5}$　　B. $\frac{116}{45}$　　C. $\frac{14}{5}$　　D. $\frac{232}{5}$

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1=1, a_2=3, a_{n+2}+a_n=2a_{n+1}+1$, 数列 $\{b_n\}$ 满足 $2a_n\cdot b_n=1$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 50 项的和为　　(　　)

A. $\frac{50}{51}$　　B. $\frac{1}{50}$　　C. $\frac{50}{101}$　　D. 50

3. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=2$，且 $a_{n+1}^2-a_n^2=2a_{n+1}-2a_n+n+1$，则数列 $\left\{\frac{1}{(a_n-1)^2}\right\}$ 的前 2025 项和为　　(　　)

A. $\frac{2025}{2026}$　　B. $\frac{2025}{1013}$　　C. $\frac{2026}{2025}$　　D. $\frac{2025}{1012}$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+\cdots+2^{n-1}a_n=n\cdot 2^n$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 则　　(　　)

A. $a_5=6$

B. 数列 $\{a_n\}$ 是等比数列

C. S_4, S_8, S_{12} 构成等差数列

D. 数列 $\left\{\frac{1}{a_n\cdot a_{n+1}}\right\}$ 前 200 项和为 $\frac{50}{101}$

5. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_2=4, S_7=42$，则下列说法正确的是　　(　　)

A. $a_6=7$

B. $\{a_n+n\}$ 为递增数列

C. $S_n=\frac{1}{2}n^2+\frac{5}{2}n$

D. $\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$ 的前 4 项和为 $\frac{5}{21}$

6. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n, 若 $a_n=\cos\left(n-\frac{1}{2}\right)^\circ\sin\left(\frac{1}{2}\right)^\circ$, 则 $S_{90}=$______。