

Top down Parsing

2022년 5월 18일 수요일 오후 12:53

LL parsing

- Left to right scan, Left Parse
- Left most derivation 순으로 분석 -> left non terminal first
- 왼쪽부터 스캔해서 파싱하는 방식
- CFG의 일부분만 parse할수있다

Nondeterministic top down parsing

- Recursive descent with backtracking
- 규칙 선택이 잘못된 경우 backtracking 필요

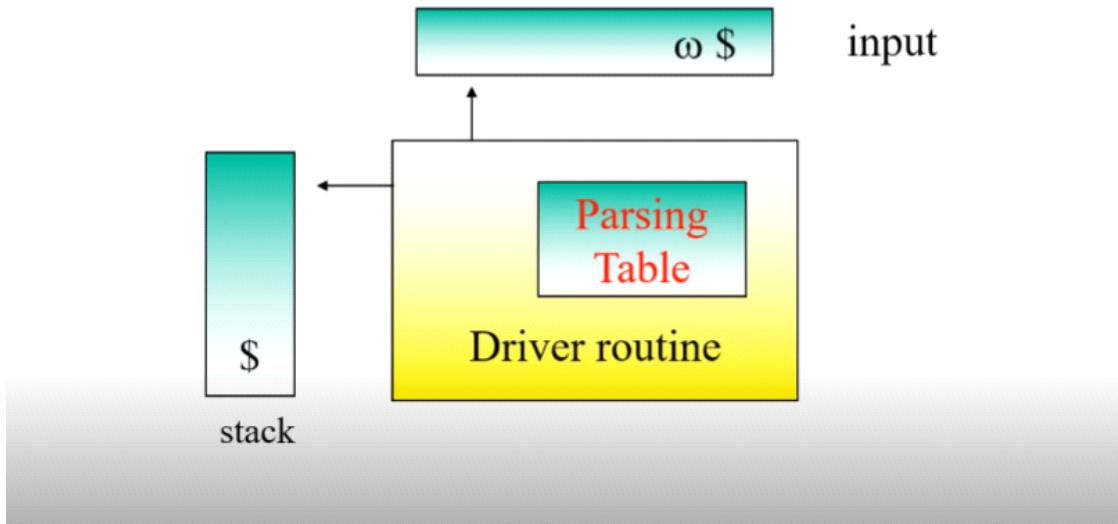
Deterministic top down parsing

- 규칙을 항상 결정적으로 선택
- Predictive parser
 - o Backtracking을 배제한것이다
 - o 미리 예상하고 parsing path를 정한다 -> lookahead라고 한다
 - o LL(1) : one token lookahead top down predictive parser
 - o Lookahead 방법
 - Parsing table을 만들어서 다음에 어떤 token이 나올지 찾는다
 - First(), Follow() 함수를 이용해서 구현한다

Left recursion은 infinite loop 발생한다

Predictive Parser

Predictive parser의 구성



화면 캡처: 2022-05-25 오전 10:54

Turing machine, Finite state machine과 비슷한 구조이다

예) $G : 1. S \rightarrow aSb$
2. $S \rightarrow bA$
3. $A \rightarrow aA$
4. $A \rightarrow b$

string : aabbbb

• Parsing Table:

terminals \ nonterminals	a	b
S	1	2
A	3	4

예를 들어서 스택에 S가 있고 다음 입력이 b라면 rule 2를 적용해라 지금 rule 2는 $S \rightarrow bA$ 이다
이 규칙을 적용하라는 의미이다

Parsing Actions

X : stack top symbol, **a** : current input symbol

1. if $X = a = \$$, then **accept**.
2. else if $X = a$, then **pop X** and advance input.
3. else if $X \in V_N$, then if $M[X, a] = \text{rule } X \rightarrow \mu\nu\omega$,
 then X 를 $\mu\nu\omega$ 로 치환
4. else **error**.



terminal nonterminal	a	b
S	1	2
A	3	4

If $X == a == \$$ // \$는 끝났다는 의미 이다

{

 종료

}

Else if($X == a$) //stack에 있는 X와 입력 a가 같다면 terminal symbol이라는 의미니까 pop해준다

{

 pop X

 input pointer move to next pointer

}

Else if($X \in V_n$) //

{

 x가 non terminal이면 parsing table에서 규칙을 찾는다

 해당 규칙으로 치환한다

 스택에 넣을 때 순서를 뒤집어서 push한다

 abc이면 c부터 push

```

a
b
c
}

```

STACK	INPUT	ACTIONS	OUTPUT
\$S	aabbbb\$	expand 1	1
\$bSa	aabbbb\$	pop a and advance	
\$bS	abbbb\$	expand 1	1
\$bbSa	abbbb\$	pop a and advance	
\$bbS	bbbb\$	expand 2	2
\$bbAb	bbbb\$	pop b and advance	
\$bbA	bbb\$	expand 4	4
\$bbb	bbb\$	pop b and advance	
\$bb	bb\$	pop b and advance	
\$b	b\$	pop b and advance	
\$	\$	Accept	

1. $S \rightarrow aSb$ 2. $S \rightarrow bA$ 3. $A \rightarrow aA$ 4. $A \rightarrow b$

How do we construct a predictive parsing table for the given grammar?

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:04

지금 stack에 start symbol이 있고 input은 aabbbb\$ 즉 a^2b^4 가 유효한지 증명하는 과정이다

S와 a가 만났으니 rule 1번 적용하면 $S \rightarrow aSb$ 인데 스택에는 순서가 반대서 부터 push가 되니까

2번째에 지금 \$bSa인것이다 이런식으로 진행하면 \$ \$ Accept가 된다

이런식으로 parsing과정이 된다

그렇다면 Parsing table을 어떻게 정확하게 만들수있는가 ?

: 만들수는 있지만 모든 문법에 적용되지는 않는다

이제 그 방법에 대해 알아본다

LL(1) Parsing

- 생성규칙의 선택:

sentential form : $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_{i-1} X \alpha$

input : $\omega_1 \omega_2 \dots \omega_{i-1} \omega_i \omega_{i+1} \dots \omega_n$

- ◆ X의 production이 복수 일 때 (즉, $X \rightarrow \alpha_1 \mid \alpha_2 \dots \mid \alpha_k \in P$),
입력 ω_i 를 보고 규칙을 정확히 선택할 수 있어야 함.
- ◆ 선택이 잘못되면 backtracking 발생
- ◆ Backtracking 하지 않기 위한 조건 : LL condition
=> FIRST와 FOLLOW 알고리즘 필요

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:09

모든 문법이 LL Parsing을 할 수가 없다 LL condition이 만족되어야한다

선택이 잘못되면 backtracking 발생

Backtracking 하지 않기 위한 조건

- FIRST 알고리즘
- FOLLOW 알고리즘

FIRST (X)함수

FIRST (X)

정의: $\text{FIRST}(X) = \{ a \in V_T \mid X \Rightarrow^* a\alpha, \alpha \in V^* \}$

즉, X가 생성하는 스트링의 시작 위치에 올 수 있는 terminal의 집합.
 $X \Rightarrow^* \epsilon$ 이면 ϵ 도 포함.

예 1)

```
PROGRAM → begin d semi X end
X       → d semi X
X       → s Y
Y       → semi s Y | ε
```

```
FIRST(PROGRAM) = {begin}
FIRST(X)        = {d,s}
FIRST(Y)        = {semi, ε}
```

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:23

X : non Terminal, Terminal, String 올수있다

해당 token의 set중에서 비교대상의 이전 terminal을 찾아주는 함수이다
First(x)하면 X라고 하는 set중에서 첫번째 terminal을 찾아주는것이다.
 ϵ 도 포함이다

FIRST (X)

정의: **FIRST(X)** = $\{ a \in V_T \mid X \Rightarrow^* a\alpha, \alpha \in V^* \}$

즉, X가 생성하는 스트링의 첫 위치에 올 수 있는 terminal의 집합.

단, if $X \Rightarrow^* \epsilon$ 이면 ϵ 도 포함시킨다.

Algorithm FIRST(X : V^+)



case 1) if X is a terminal, then $\text{FIRST}(X) = \{X\}$

case 2) if X is a nonterminal and $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_k \in P$

if $Y_1 Y_2 \dots Y_{i-1} \Rightarrow^* \epsilon$,

then add $\bigcup_{j=1}^k \text{FIRST}(Y_j) - \{\epsilon\}$ to $\text{FIRST}(X)$

if $Y_1 Y_2 \dots Y_k \Rightarrow^* \epsilon$, add ϵ to $\text{FIRST}(X)$.

case 3) if X is a string $Y_1 Y_2 \dots Y_k$,

then 위 case 2 에서 $X \rightarrow Y_1 Y_2 \dots Y_k \in P$ 일 때와 동일

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:24

FIRST(X)함수의 X인자에 따라서 terminal, non terminal , string인 경우를 처리하는 방법이 위에 설명 되어있다

Case 1

X가 terminal이면 first함수에 추가

Case 2

X가 non terminal이면 그리고 $X \rightarrow Y_1 Y_2 Y_k$ 에서 첫 terminal을 first 함수 추가

만약 ϵ 이 있다면 first에 추가 한다

Non terminal이면 쪽 따라가서 나오는 첫번째 terminal symbol이 first 함수에 추가 된다

Case 3

X가 문자열 $y_1 y_2 \dots$ 라면 case2와 동일

예2) $E \rightarrow TE'$ $E' \rightarrow +TE' \mid \varepsilon$
 $T \rightarrow FT'$ $T' \rightarrow *FT' \mid \varepsilon$
 $F \rightarrow (E) \mid id$

E, T, F, E', T에 대해 First()를 구하라

$FIRST(E) = FIRST(T) = FIRST(F) = \{ (, id \}$
 $FIRST(E') = \{ +, \varepsilon \}$
 $FIRST(T') = \{ *, \varepsilon \}$

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:31

E의 First는 A-> Bβ 꼴이다 즉 T의 first는 E의 fist에 속하는 꼴이다

T의 first는 A-> Bβ 꼴이다 즉 F의 first는 T의 first에 속하는 꼴이 된다

E <- T <- F 이런 관계가 된다 즉 F의 first 모두가 E와 T에 전수 된다

F의 first 는 {(,id}

E'의 first는 {+,ε }

T'의 first는 {*,ε }

보충 설명

위의 예제로 설명 이어간다

First E 는 T를 만남 그럼 First T와 같은거임 First T는 F를 만남 그럼 First F와 같은거임

First F는 (와 id가 있다 그럼 First E ,T ,F는 {(,id)가 된다

FOLLOW(X:V_N)

비교대상 바로 다음에 나올수있는 terminal들의 집합을 구해주는 함수이다

Follow(A)라고 하면 A라는 Symbol뒤에 나올수있는 symbol들을 포함하는 것이다

Non terminal symbol의 바로 다음 terminal symbol이 follow가 된다

$\alpha A \beta$ 에서 A의 바로 다음 terminal symbol이 a이므로, aAB의 끝에서 FOLLOW(A)를 찾기 위해서는 B의 FIRST를 찾으면 된다.

예시

$X \rightarrow Y A a Z$

$\text{Follow}(A) = \{a\}$

FOLLOW($X : V_N$)

- 유도 과정에서 X 뒤에 올 수 있는 terminal 의 집합
- X가 start symbol 이면, \$를 포함시킴 (\$ 는 EOF marker)
- 주의: Follow(X)는 ϵ 을 가질 수 없다.

Algorithm: FOLLOW($X : V_N$)

- 1) if X is the start symbol, \$를 FOLLOW(X) 에 추가
- 2) if $A \rightarrow \alpha X \beta \in P$ and (not $\beta \Rightarrow^* \epsilon$),
then FOLLOW(X) 에 FIRST(β) - $\{\epsilon\}$ 를 추가.
- 3) if $A \rightarrow \alpha X \in P$ or ($A \rightarrow \alpha X \beta$ and $\beta \Rightarrow^* \epsilon$),
then FOLLOW(A)를 FOLLOW(X)에 추가.

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:35

Start symbol의 follow는 \$를 반드시 포함한다

FOLLOW (X)는 ϵ 을 가질수없다

여기서 X parameter는 non terminal이다

1. X가 start symbol이면 \$를 FOLLOW(X)에 추가
2. $A \rightarrow \alpha X \beta$ 그리고 b가 ϵ 을 생성하지 않는 경우
 - a. FOLLOW(X)에 FIRST(β) - $\{\epsilon\}$ 을 빼준 결과를 추가한다 왜냐하면 follow는 ϵ 이 올수없으니까
 - b. X뒤에 무언가가 있다는 의미이다
3. $A \rightarrow \alpha X$ 또는 $A \rightarrow \alpha X \beta$ $\beta \Rightarrow^* \epsilon$ 생성 가능 한 경우
 - a. Follow A를 Follow X에 추가 한다

보충 설명

위의 규칙을 잘 생각해보면 아래와 같은 규칙으로 정리 할 수 있다

Follow(X) :

- a. $Y \rightarrow \alpha X \beta \Rightarrow \text{First}(\beta) - \epsilon$
- b. $Y \rightarrow \alpha X \beta \ \&\& \ \epsilon \in \text{First}(\beta) \text{ [First } \beta \text{가 } \epsilon \text{ 생성한다면]} \Rightarrow \text{Follow}(Y) \text{이다}$
- c. $Y \rightarrow \alpha X \Rightarrow \text{Follow}(Y)$

기본 설명 다시 리마인드 해보면 대상 X 우변에 터미널 집합이다

그니까 X를 찾고 우변의 터미널 심볼을 찾으면 된다

```
ex)  E → TE'
      E' → +TE' | ε
      T → FT'
      T' → *FT' | ε
      F → (E) | id
```

FOLLOW(F) = ?

Nullable = { E', T' } // symbols that can generate ϵ

FOLLOW(F) = First(T') \cup Follow(T) - { ϵ }
 $\text{FIRST}(T') = \{*, \epsilon\}$

$\text{FOLLOW}(T) = \text{First}(E') \cup \text{Follow}(E) - \{\epsilon\} = \{+\} \cup \{), \$\} = \{+,), \$\}$
 $\text{FIRST}(E') = \{+, \epsilon\}$

FOLLOW(F) = First(T') \cup Follow(T) - { ϵ } = {*} \cup Follow(T) = {*, +,), \$}

보충설명에서 정리한 규칙으로 Follow 적용 시켜 본다

Follow E = { }, \$ } E는 start symbol이기 때문이다

Follow T = T 뒤에 E'이 온다 E'은 ϵ 을 생성할수 있는 production이니까 규칙 2번에 해당한다 즉 Follow E'이 추가 됨
= Follow E' U First E'[1번 규칙] 이 온다

Follow E' = E'뒤에 오는거 없다 3번 규칙에 의해 Follow E' U Follow E

Follow T' = T'뒤에 오는거 없다 3번 규칙에 의해 Follow T' U Follow T

Follow F = F뒤에 T'오니까 규칙 1번 First T' , T'은 ϵ 생성 가능하니까 ' , Follow T'

$$\text{FOLLOW}(E) = \{ \underline{\quad}, \underline{\quad} \$ \}$$

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:49

FOLLOW(E)의 의미 : E뒤에 올수있는 terminal 집합 , 우변에 E가 있는곳을 찾아본다
E는 start symbol이다

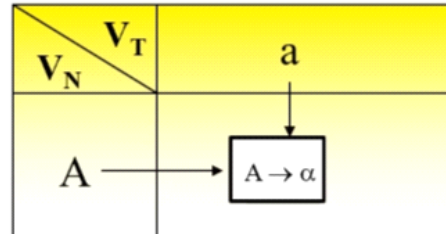
FOLLOW(F) 는 위의 결과가 나온다 ϵ 빼준다

Predictive 파싱 테이블 구현

Predictive 파싱 테이블의 구현

- Stack top과 next input이 각각 A , a 일 경우를 생각해보자.
만일 $A \rightarrow \alpha \in P$ 이고 $a \in \text{FIRST}(\alpha)$ 이면 $A \rightarrow \alpha$ 를 적용한다.
Otherwise, $\alpha \Rightarrow^* \varepsilon$ 이고 $a \in \text{FOLLOW}(A)$ 이면 $A \rightarrow \alpha$ 를 적용한다.

- LL(1) parsing table:



$M[A,a] = n$ 이면 규칙 n 을 이용하여 A 를 확장한다.

$M[A,a]$ 가 blank 이면 syntax error

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:52

Algorithm : Predictive parser의 parsing table 구현

for 문법의 모든 규칙 $A \rightarrow \alpha$ 에 대하여 다음 작업 수행
for 모든 입력 기호 a 에 대해 다음 작업 수행

if $a \in \text{FIRST}(\alpha)$

$M[A,a]$ 에 $A \rightarrow \alpha$ 를 추가

else if $\alpha \Rightarrow^* \varepsilon$ then

for $\text{FOLLOW}(A)$ 에 속한 모든 입력기호 b 에 대해,

$M[A,b]$ 에 $A \rightarrow \alpha$ 를 추가

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:57

Algorithm : Predictive parser의 parsing table 구현

For each production $A \rightarrow \alpha$,

1. $\forall a \in \text{FIRST}(\alpha), M[A, a] := \langle A \rightarrow \alpha \rangle$
2. if $\alpha \Rightarrow^* \epsilon$, then $\forall b \in \text{FOLLOW}(A), M[A, b] := \langle A \rightarrow \alpha \rangle$.

ex) G: 1. $E \rightarrow TE'$ 2. $E' \rightarrow +TE'$ 3. $E' \rightarrow \epsilon$ 4. $T \rightarrow FT'$
5. $T' \rightarrow *FT'$ 6. $T' \rightarrow \epsilon$ 7. $F \rightarrow (E)$ 8. $F \rightarrow \text{id}$

$\text{FIRST}(E) = \text{FIRST}(T) = \text{FIRST}(F) = \{ (, \text{id} \}$
 $\text{FIRST}(E') = \{ +, \epsilon \}$ $\text{FIRST}(T') = \{ *, \epsilon \}$
 $\text{FOLLOW}(E) = \text{FOLLOW}(E') = \{), \$ \}$
 $\text{FOLLOW}(T) = \text{FOLLOW}(T') = \{ +,), \$ \}$
 $\text{FOLLOW}(F) = \{ +, *,), \$ \}$

화면 캡처: 2022-05-25 오전 11:59

테이블 생성 규칙

1. $A \rightarrow \alpha$ 에서 $\text{First } \alpha$ 가 Terminal이면 테이블에 해당 규칙과 함께 매핑 하면됨
2. 만약 α 가 입실론을 생성한다면 Follow A의 결과를 규칙과 함께 매핑 하면 된다

자 목표는 규칙을 parsing table로 만드는 과정을 살펴 보는것이다

1-8번까지의 규칙을 parsing table로 만드는 과정을 어떻게 하나면 non T에 대해 $\text{FIRST}(\alpha)$ 를 추가를 해주어야한다

1번 부터 보면 $E \rightarrow TE'$ $A : E, \alpha : T$

E에 대해서 $\text{FIRST}(T)$ 의 결과 $\{ (, \text{id} \}$ 를 parsing table에 추가 할 수 있다

그래서 전체적인 테이블이 만들어지지만 아래와 같다

ex) G: 1. $E \rightarrow TE'$ 2. $E' \rightarrow +TE'$ 3. $E' \rightarrow \varepsilon$ 4. $T \rightarrow FT'$
 5. $T' \rightarrow *FT'$ 6. $T' \rightarrow \varepsilon$ 7. $F \rightarrow (E)$ 8. $F \rightarrow id$

FIRST(E)=FIRST(T)=FIRST(F)={ (, id }
 FIRST(E')={ + , ε } FIRST(T')={ * , ε }
 FOLLOW(E) = FOLLOW(E') = {) , \$ }
 FOLLOW(T) = FOLLOW(T') = { + ,) , \$ }
 FOLLOW(F) = { + , * ,) , \$ }

Terminal \ Nonterminal	id	+	*	()	\$
E	1			1		
E'		2			3	3
T	4			4		
T'		6	5		6	6
F	8			7		

화면 캡처: 2022-05-25 오후 12:04

E이고 id 또는 (를 생성한다면 1번 규칙 적용해라는 것을 테이블 보고 알수있다

E'은 ε 생성하니까 Follow E'을 테이블 규칙에 넣는다

T' -> ε 이니까 FOLLOW(T')

- LL(1) Grammar : **no multiply**-defined entries.

복수의 규칙이 선택 가능하면 즉, 어느 rule로 확장할 지 한 번에 결정할 수 없다 => nondeterministic

- **LL(1) condition : deterministic parsing**의 조건

$$A \rightarrow \alpha \mid \beta$$

1. **FIRST**(α) \cap **FIRST**(β) = ϕ .
2. if $\alpha \xRightarrow{*} \epsilon$, then **FOLLOW**(A) \cap **FIRST**(β) = ϕ .

ex) G : 1. $S \rightarrow iCtSS'$ 2. $S \rightarrow a$
 3. $S' \rightarrow eS$ 4. $S' \rightarrow \epsilon$
 5. $C \rightarrow b$

FIRST (S) = {i,a}	FOLLOW (S) = {\$,e}
FIRST (S') = {e, ϵ }	FOLLOW (S') = {\$,e}
FIRST (C) = {b}	FOLLOW (C) = {t}

화면 캡처: 2022-05-25 오후 12:09

LL condition의 조건을 위에서 확인할 수 있다

LL(x) : x는 lookahead의 개수이다

LL(1)은 lookahead를 1개만 한다는 의미이다

테이블 한칸에 규칙이 두개 이상 있으면 backtracking일어난다는 의미 이니까 최대 한 개만 있어야한다

$$A \rightarrow \alpha \mid \beta$$

1. First α \cap First β = 공집합
2. If 알파 가 입실론을 생성하면 Follow A \cap First β = 공집합

예제

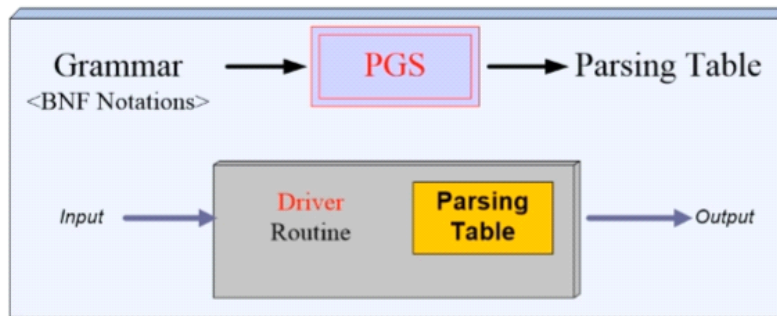
$$S \rightarrow iCtSS' \mid a$$

$$S' \rightarrow eS \mid \epsilon$$

First S는 i 또는 a이다 겹치지 않음 공집합이니까 만족

α 가 입실론을 생성하지 않기 때문에 2번째도 만족

Parser Generator 구현



- Driver routine 은 parsing table을 구동하는 부분으로 문법에 독립적으로 일정
- Parsing table은 Grammar에 따라 차이가 있으나 grammar로부터 생성 가능
- 생성된 Parsing table과 driver routine을 결합하면 최종적인 parser가 완성됨