



Rapport Projet Graphes

Assala ASSELLALOU
Beya HACHICHA

Département Sciences du Numérique - HPC et Big Data
2024-2025

Table des matières

1	Introduction	1
2	Modélisation sous forme de graphe	1
3	Etude des graphes non valués	1
3.1	Degrés	1
3.2	Degrés clustering	2
3.3	Cliques	2
3.4	Composantes connexes	3
3.5	Plus courts chemins	3
4	Etude des graphes valués	4
5	Conclusion	4

Table des figures

1	Distribution du degré	1
2	Distribution du degré clustering	2
3	Ordre des cliques	2
4	Ordre des composantes connexes	3
5	Moyenne des chemins les plus courts pour les graphes valués	3
6	Moyenne des chemins les plus courts pour les graphes valués	4
7	Graphe densité faible avec p=20km	5
8	Graphe densité faible avec p=40km	5
9	Graphe densité faible avec p=60km	5
10	Graphe densité moyenne avec p=20km	5
11	Graphe densité moyenne avec p=40km	5
12	Graphe densité moyenne avec p=60km	5
13	Graphe densité forte avec p=20km	5
14	Graphe densité forte avec p=40km	5
15	Graphe densité forte avec p=60km	5

1 Introduction

L'exploration spatiale entre dans une nouvelle ère avec le déploiement d'un essaim de nano-satellites en orbite lunaire pour des applications d'interférométrie. Ce projet vise à analyser les caractéristiques de cet essaim dans trois configurations de densité (faible, moyenne, forte) pour optimiser la communication par routage opportuniste.

Objectifs du projet :

- Modéliser l'essaim sous forme de graphe
- Étudier les propriétés des graphes non valués
- Analyser les graphes valués pour une portée spécifique

2 Modélisation sous forme de graphe

Choix de modélisation

Pour modéliser l'essaim de nanosatellites sous forme de graphe, nous avons d'abord extrait les données de position (x, y, z) des 100 satellites à partir des trois fichiers CSV fournis (topology_low.csv, topology_avg.csv et topology_high.csv), correspondant aux trois configurations de densité.

Pour chaque configuration de densité, nous avons créé 3 graphes correspondant aux différentes portées de communication (20km, 40km et 60km). Pour la visualisation, nous avons utilisé la bibliothèque NetworkX avec Matplotlib pour générer des représentations en 3D des graphes.

Analyse des résultats

L'augmentation progressive de la portée (20km, 40km, 60km) nous a permis d'observer des comportements différents selon la densité. Ces observations nous amènent à conclure que l'augmentation de la portée augmente la connectivité du réseau, surtout pour les configurations à densité moyenne et forte.

3 Etude des graphes non valués

3.1 Degrés

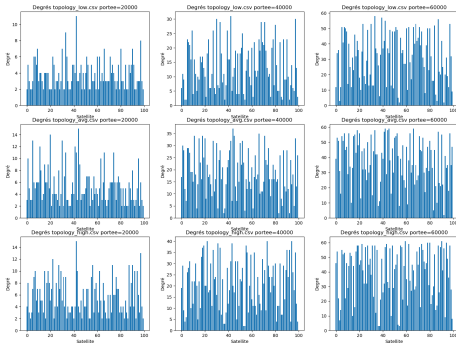


FIGURE 1 – Distribution du degré

Les figures ci-dessus permettent d'établir des comparaisons sur l'évolution du degré de chaque satellite en fonction de la portée de chaque satellite et de la densité. On remarque que plus la portée augmente, plus le degré des satellites augmente. Ce résultat est cohérent, car lorsque la portée d'un satellite augmente, il peut se connecter à d'autres satellites plus éloignés, ce qui entraîne une augmentation de leur degré.

De plus, lorsque la densité augmente, le degré des satellites augmente également. En effet, dans une répartition plus dense, les satellites sont plus proches les uns des autres. Cela entraîne une augmentation des connexions entre les satellites, et donc une augmentation des degrés.

3.2 Degrés clustering

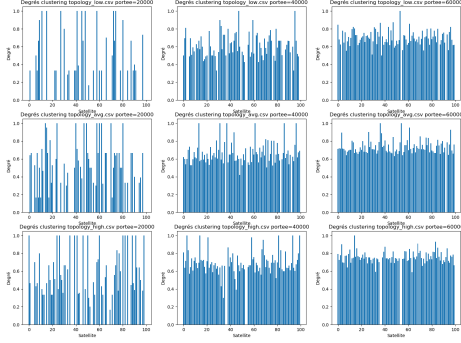


FIGURE 2 – Distribution du degré clustering

3.3 Cliques

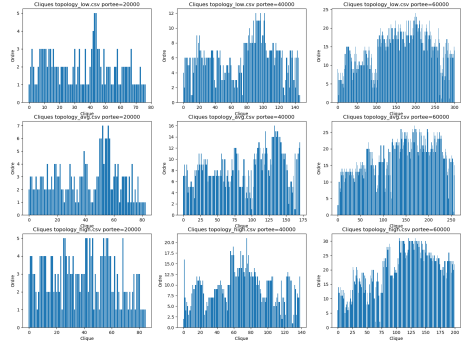


FIGURE 3 – Ordre des cliques

Les figures ci-dessus permettent d'analyser l'évolution des degrés de clustering des satellites en fonction de la portée et de la densité. On observe que plus la portée augmente, plus les degrés de clustering augmentent également. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que l'augmentation de la portée permet à un satellite d'être connecté à un plus grand nombre de voisins, augmentant ainsi la probabilité de formation de triangles.

De même, lorsque la densité augmente, les degrés de clustering augmentent. En effet, dans une répartition plus dense, les satellites sont plus proches les uns des autres, ce qui donne lieu à plus de liaisons entre voisins et donc à une augmentation des degrés de clustering.

Les figures ci-dessus permettent d'analyser l'évolution de l'ordre des cliques en fonction de la portée des satellites et de la densité. On remarque que plus la portée augmente, plus l'ordre des cliques et leur nombre augmentent également. Ce résultat s'explique par le fait qu'une portée plus grande permet à un satellite de se connecter à un plus grand nombre de voisins, ce qui favorise la formation de cliques de tailles plus importantes et plus nombreuses.

De plus, une densité plus élevée entraîne généralement une augmentation de l'ordre et du nombre de cliques. Cependant, lorsque la densité augmente et que la portée est suffisamment élevée, on remarque que le nombre de cliques peut diminuer. Cela s'explique par la fusion de certaines cliques, ce qui entraîne la formation de cliques plus grandes avec un ordre plus élevé.

3.4 Composantes connexes

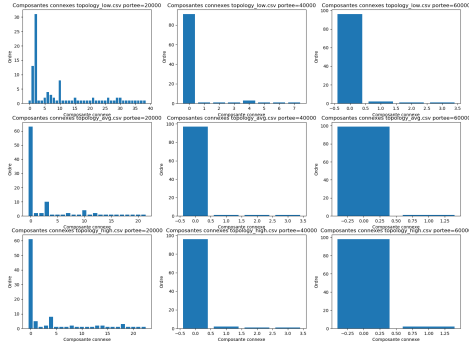


FIGURE 4 – Ordre des composantes connexes

3.5 Plus courts chemins

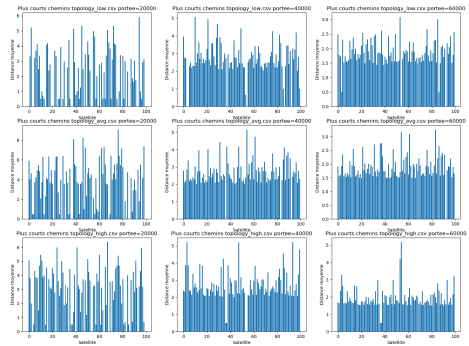


FIGURE 5 – Moyenne des chemins les plus courts pour les graphes évalués

Dans les graphes, on observe que lorsque la portée est faible, le nombre de composantes connexes est élevé, avec une grande variabilité dans leur ordre. Cela signifie que le graphe est divisé en plusieurs sous-graphes de satellites qui ne sont pas connectés entre eux.

En augmentant la portée, le nombre de composantes connexes diminue, indiquant que les satellites commencent à se regrouper pour former des ensembles plus connectés. À partir d'une certaine portée, presque toutes les composantes fusionnent pour ne former qu'une seule composante connexe.

De plus, lorsque la densité augmente, le nombre de composantes connexes diminue, mais l'ordre de la composante connexe principale (la plus grande composante) augmente. En effet, plus la répartition des satellites est dense, plus ils se connectent entre eux et forment une composante connexe principale regroupant presque tous les satellites.

Les figures ci-dessus montrent que lorsque la portée est faible, la moyenne des plus courts chemins est relativement élevée.

En augmentant la portée, la moyenne des plus courts chemins diminue. En effet, les satellites sont de plus en plus connectés, réduisant ainsi les distances pour aller d'un satellite à un autre. Lorsqu'une certaine portée est atteinte, cette moyenne devient très faible, car presque tous les satellites sont à une distance minimale les uns des autres. De plus, lorsqu'on augmente la densité, la moyenne des plus courts chemins continue de diminuer, car avec plus de connexions entre les satellites, les distances entre eux sont plus courtes.

4 Etude des graphes valués

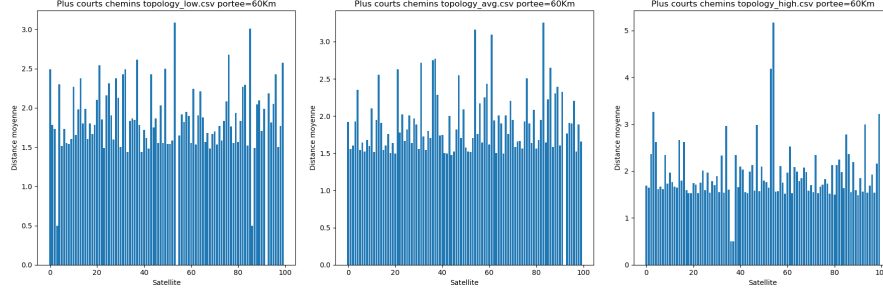


FIGURE 6 – Moyenne des chemins les plus courts pour les graphes valués

En travaillant avec des graphes valués, nous avons des résultats équivalents pour les études des degrés, des cliques et des composantes connexes. L'effet du coût associé à chaque arête n'influence que l'étude des distances moyennes.

Dans le cas des graphes valués, lorsque la portée est fixée à 60 km, on observe que la moyenne des plus courts chemins varie en fonction de la densité. À faible densité, la moyenne des plus courts chemins est relativement élevée, car les satellites sont espacés, entraînant des distances plus longues entre eux. À mesure que la densité augmente, la moyenne des plus courts chemins diminue, car les satellites sont plus proches les uns des autres grâce à un plus grand nombre de connexions. Ainsi, avec une densité plus élevée, les satellites peuvent se rejoindre plus rapidement, réduisant ainsi la longueur moyenne des plus courts chemins entre eux. Ce phénomène montre que l'augmentation de la densité facilite des trajets plus courts entre les différents satellites, même si la portée reste constante à 60 km.

5 Conclusion

Ce projet nous a permis d'explorer la modélisation et l'analyse de graphes appliquées à un essaim de nanosatellites en orbite lunaire. A travers l'étude de différentes densités de répartition et de portées de satellites, nous avons observé la modélisation des graphes et l'impact sur plusieurs paramètres.

Nous avons pu remarquer que lorsqu'on augmentait la portée cela améliorait la connectivité du graphe et donc du réseau, réduisait le nombre de satellites isolés et permettait d'avoir des chemins plus courts entre tous les satellites. De même, lorsqu'on augmentait la densité cela réduisait les distances entre les satellites et permettait d'avoir une meilleure connectivité vu que les satellites étaient plus connectés les uns aux autres,

Aussi, l'analyse des graphes valués a montré qu'en prenant en compte les coûts des liaisons entre les satellites, cela influait sur la moyenne des plus courts chemins. En dépit des résultats que cette analyse nous a fournis, la considération des graphes pondérés nous a permis d'avoir une vision plus réaliste des contraintes de communication. L'augmentation de la portée des satellites implique des coûts plus élevés, notamment en termes de puissance d'émission et de consommation d'énergie.

Le compromis est donc de trouver un équilibre entre la performance du réseau, sa zone de couverture et le coût de fabrication des satellites et de consommation énergétique.

Annexe

Configuration à densité faible

À 20 km, le graphe est très peu connecté, avec de nombreux satellites isolés. À 40 km, on observe la formation de petits groupes connectés. À 60 km, la connectivité s'améliore, bien que certains satellites restent encore isolés dans des groupes restreints.

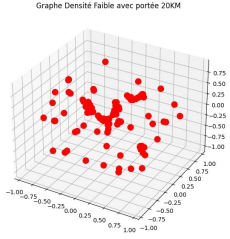


FIGURE 7 – Graphe densité faible avec $p=20\text{km}$

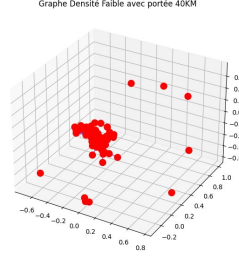


FIGURE 8 – Graphe densité faible avec $p=40\text{km}$

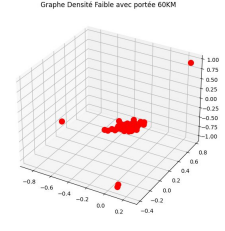


FIGURE 9 – Graphe densité faible avec $p=60\text{km}$

Configuration à densité moyenne

À 20 km, on observe déjà la formation de plusieurs clusters. À 40 km, les clusters commencent à fusionner. À 60 km, le graphe devient presque entièrement connecté.

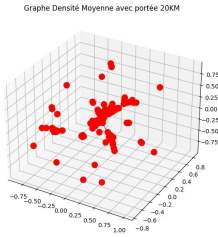


FIGURE 10 – Graphe densité moyenne avec $p=20\text{km}$

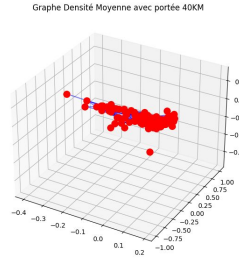


FIGURE 11 – Graphe densité moyenne avec $p=40\text{km}$

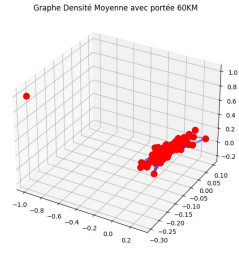


FIGURE 12 – Graphe densité moyenne avec $p=60\text{km}$

Configuration à densité forte

À 20 km, le graphe présente déjà une bonne connectivité. À 40 km, presque tous les satellites sont connectés. À 60 km, le graphe est fortement connecté.

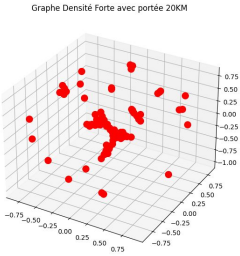


FIGURE 13 – Graphe densité forte avec $p=20\text{km}$

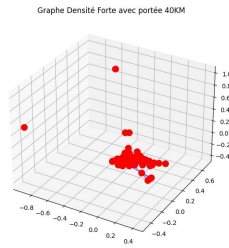


FIGURE 14 – Graphe densité forte avec $p=40\text{km}$

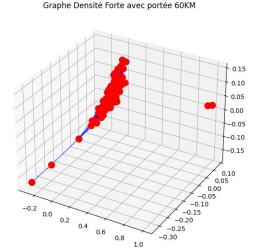


FIGURE 15 – Graphe densité forte avec $p=60\text{km}$

Résultats de calcul

Moyenne des degrés des sommets :

- Densité faible, portée=20000 : 3.8
- Densité faible, portée=40000 : 13.42
- Densité faible, portée=60000 : 31.42
- Densité moyenne, portée=20000 : 5.46
- Densité moyenne, portée=40000 : 18.84
- Densité moyenne, portée=60000 : 37.64
- Densité forte, portée=20000 : 5.72
- Densité forte, portée=40000 : 20.68
- Densité forte, portée=60000 : 39.4

Moyenne des degrés clustering des sommets :

- Densité faible, portée=20000 : 0.226079365079365
- Densité faible, portée=40000 : 0.520465885496106
- Densité faible, portée=60000 : 0.6723798097803949
- Densité moyenne, portée=20000 : 0.3637140637140639
- Densité moyenne, portée=40000 : 0.6369519382726184
- Densité moyenne, portée=60000 : 0.7280285622694808
- Densité forte, portée=20000 : 0.39812099012099017
- Densité forte, portée=40000 : 0.6650585170179748
- Densité forte, portée=60000 : 0.728056459860469

Nombre des cliques :

- Densité faible, portée=20000 : 77
- Densité faible, portée=40000 : 147
- Densité faible, portée=60000 : 301
- Densité moyenne, portée=20000 : 83
- Densité moyenne, portée=40000 : 171
- Densité moyenne, portée=60000 : 258
- Densité forte, portée=20000 : 85
- Densité forte, portée=40000 : 139
- Densité forte, portée=60000 : 200

Nombre des composantes connexes :

- Densité faible, portée=20000 : 39
- Densité faible, portée=40000 : 8
- Densité faible, portée=60000 : 4
- Densité moyenne, portée=20000 : 22
- Densité moyenne, portée=40000 : 4
- Densité moyenne, portée=60000 : 2
- Densité forte, portée=20000 : 23
- Densité forte, portée=40000 : 4
- Densité forte, portée=60000 : 2