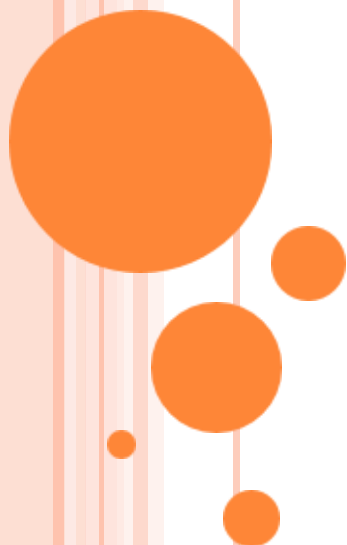


概率论与数理统计



现实世界的不确定性:

立春之后，全国各地普降大雪，
或者忽冷忽热，“暖冬”，“俏春寒”等，
这些极端天气都是很少见的，不以人的意志为转移。

体育比赛之前，有谁能猜到谁是冠军？

三个人乘一艘快艇在海上兜圈，他们无法每一次
都精确地沿着上次所行走的路线行驶，因为每次都是
随机的。

在开封的交通路口，每天都要通过许多人和车辆，
但是我们无法事先预测确切的人数和车辆数。



本学科的 *ABC*

这就是我们生活的世界，一个充满不确定性或者说随机性的世界。

从亚里士多德时代开始，哲学家们就已经意识到随机性在生活中的作用，他们把随机性看作破坏生活规律、超越了人们理解范围的东西。他们没有想到人们有可能去研究随机性。而在今天，对随机现象的研究已成为最富有趣味和挑战的数学分支之一，这个分支就是概率论。



本学科的 ABC

概率(或然率或几率)—— 随机事件出现
的可能性的量度—— 其起源与博弈问题有关.

概率论是一门研究客观世界随机现象数量
规律的 数学分支学科.

16世纪意大利学者开始研究掷骰子等赌博
中的一些问题; 17世纪中叶, 法国数学家B. 帕
斯卡、荷兰数学家C. 惠更斯 基于排列组合的方
法, 研究了较复杂的赌博问题, 解决了“合理
分配赌注问题”(即得分问题).



对客观世界中随机现象的分析产生了概率论；使概率论成为数学的一个分支的真正奠基人是瑞士数学家J.伯努利；而概率论的飞速发展则在17世纪微积分学说建立以后。

第二次世界大战军事上的需要以及大工业与管理的复杂化产生了运筹学、系统论、信息论、控制论与数理统计学等学科。

让我们看一个第二次世界大战中的例子：

1943年以前，在大西洋上，英、美运输船队常常遭遇法西斯德国潜艇的袭击，当时，英美两国限于实力，无法增派更多的护航舰，一时间，德军的“潜舰站”搞得盟军焦头烂额。



为此有位美国海军将领专门请教了几位数学家，数学家们运用概率知识分析，舰队与敌艇相遇是一个随机事件，一定数量的船（如**100艘**）编队规模越小，编次就越多（每次**20艘**，就要有**5个编次**），与敌人相遇的概率就越大，遭袭击的可能性就越大。所以 应尽量减少编次。

美国海军接受了数学家的建议，命令舰队到指定海域集合，在集体通过危险海域，然后各自驶向预定港口。结果奇迹出现了：盟军舰队遭袭击被击沉的概率由原来的**25%**降为**1%**，大大减少了损失，保证了物资的及时供应。



《红楼梦》第**62**回中有这样一段描写

探春笑道：“倒有些意思，一年**12**个月，月月有几个生日，人多了。这等巧，有三个一日的，有两个一日的，过了灯节，就是老太太和宝姐姐，他们娘两个遇得巧。”

袭人道：“二月十二是林姑娘。”贾宝玉指着袭人道：“她与林妹妹是一日，所以她记得。”

曹雪芹笔下的“荣宁二府”，与贾宝玉关系密切的一个由**60**多人组成的群体中，竟有两对“同生日”。人们或许要问，现实生活中真是这样吗？

曹雪芹所描写的“遇得巧”的“同生日”现象来自他对生活的细致观察。研究概率论的学者也注意到这一现象，并归纳出著名的“生日问题”。



数理统计学是一门研究怎样去有效地收集、整理和分析带有随机性的数据，以对所考察的问题作出推断或预测，直至为采取一定的决策和行动提供依据和建议的数学分支学科。

统计方法的数学理论要用到很多近代数学知识，如函数论、拓扑学、矩阵代数、组合数学等等，但关系最密切的是概率论，故可以这样说：概率论是数理统计学的基础，数理统计学是概率论的一种应用。但是它们是两个并列的数学分支学科，并无从属关系。



本学科的应用

概率统计理论与方法的应用几乎遍及所有科学技术领域、工农业生产和国民经济的各个部门中. 例如

1. 气象、水文、地震预报、人口控制及预测都与《概率论》紧密相关；
2. 产品的抽样验收，新研制的药品能否在临床中应用，均要用到《假设检验》；



3. 寻求最佳生产方案要进行《实验设计》
和《数据处理》；

4. 电子系统的设计, 火箭卫星的研制及其
发射都离不开《可靠性估计》；

5. 处理通信问题, 需要研究《信息论》；

6. 探讨太阳黑子的变化规律时,《时间
序列分析》方法非常有用；

7. 研究化学反应的时变率, 要以《马尔
可夫过程》来描述；



8. 生物学中研究群体的增长问题时，提出了生灭型《随机模型》，传染病流行问题要用到多变量非线性《生灭过程》；

9. 许多服务系统，如电话通信、船舶装卸、机器维修、病人候诊、存货控制、水库调度、购物排队、红绿灯转换等，都可用一类概率模型来描述，其涉及到的知识就是《排队论》。

目前，概率统计理论进入其他自然科学



领域的趋势还在不断发展. 在社会科学领域, 特别是经济学中研究最优决策和经济的稳定增长等问题, 都大量采用 《概率统计方法》. 法国数学家拉普拉斯(Laplace)说对了: “生活中最重要的问题, 其中绝大多数在实质上只是概率的问题.”

英国的逻辑学家和经济学家杰文斯曾对概率论大加赞美: “概率论是生活真正的领路人, 如果没有对概率的某种估计, 那么我们就寸步难行, 无所作为.”



课程内容

- 概率论部分

随机事件及其概率

随机变量及其分布

随机变量的数字特征

大数定律和中心极限定理

- 数理统计部分

基本概念

参数估计

假设检验

方差分析与回归分析



为什么要学好概率与统计? ——来自《知乎》

数学 大学 概率论 修改

《概率论与数理统计》是我在大一学的一门共修课,但是目前看来我觉得用不上(我是工科生),但是我已经学了这门课,所以我如何才能将这门课运用起来,或者理解它的意义呢? 修改

本人是一名工科生,通信专业的。我学习微积分,发现专业课都要用到微积分,可以说微积分很有作用。但是《概率论与数理统计》里,比如正态分布,大数定理,极大函数似然值等等都没法运用(无论是在专业还是生活)。 修改

3 条评论 分享 • 邀请回答

举报

10 个回答

按投票排序

傅渥成, 新书《能量守恒》: t.cn/R4SfRRs ...



qinyu gong、张利俊、雍维桢 等人赞同

首先说一下,如果你觉得用不上,那只能说明你学的太简单了,如果学得足够深入,应该是能够看穿它究竟有怎样的用处的,下面具体谈谈究竟概率论有些怎样的用处吧:

1、从数学基础的角度来看，概率论的学习中将会发现这门课将与许多的数学基础的概念都有很紧密的关系，例如与测度论、线性代数、广义函数等，而概率论中的那些极限理论对于进一步学习深入的数学知识实在是太重要了；

2、从应用的角度来说，概率论究竟又有怎样角度呢，我想包括以下几个方面：

(1) 许多的常用的含参变量的积分，例如Gamma函数等等，都是可以通过学习概率论理解清楚它的一些背景；

(2) 概率论中提供了许多分析问题的方法，有太多的东西已经成为在平时的工程和科学研究中，例如工程质量控制等方面不能缺少的东西，例如正态分布的均值和方差，这些对于以后学习数理统计的区间估计、参数检验等等都是非常重要的。说得更加夸张一些，这些东西对于你自己理解这个世界非常重要，一方面，你可以不那么容易被统计数据欺骗，另一方面，你可以从看似随机的数据中推断出有效的信息来，如果想要了解这一问题，可以参考《女士品茶》《统计数据的真相》（另有译本作：怎样用统计骗人？/统计数据怎能骗人？）等等概率和统计方面的名著；

(3) 概率论与我们的生活和科研也充满了联系，如果你想做一个投资，那么我们考虑一个投资组合模型，这就是一个与概率论有关的模型；当你做工程里面的一些问题时，你可能面对许多个变量，这时你可能需要用到多元统计分析的知识；当你做信号处理这样的工程问题，你可能会遇到各种各样的随机噪声，这些噪声与随机过程密切相关，这些学科无意不是建立在概率论的基础上，而如果你想理解物理学，不管是统计物理、量子力学还是量子场论等等，都不能不懂概率论的啊。

钱时不小心掉地上五块钱，正准备捡，一个五六岁小孩冲过来捡起来就跑，边跑...

19%

李琦，在知乎，越看问题越多

—王杰、jiaxin liu、一路绝尘 等人赞同

作为一个曾经以为没用现在后悔没学好的人，我郑重的跟你说一声，概率论和统计学都非常有用。我的工作经历中，做了两年销售、一年产品经理、现在做产品运营全都在使用这两门课。





举例如下：

销售：真正和客户沟通时用不到，但有数理概念会让你思路更清楚。典型的运用案例是，当时做了很多试验性的项目，把一个团队分成多个不同的小组，验证不同的销售行为对销售结果的影响，并总结出最有效的销售模式。这些试验结论靠的就是数理统计来分析得出。还有一个典型的例子就是公司大力推行六西格玛项目，西格玛是什么没学概率论的话你不知道了吧。

产品经理：两种不同的定价策略，如何预估不同的定价策略能带来的收益？先是市场调研和历史数据分析，然后要结论就得使用简单概率和数理统计的方法计算。

产品运营：不同的用户群体对产品的偏好是否有差异，如何分析用户需求，这些都需要大量的统计学方法计算。

我除了大一学了概率论与数理统计外，后来还学习了实验设计，系统分析等课程，都是数据分析相关的课程。可是现在还是后悔没学好，正打算把这些课程再学一遍。毕竟我还是比较肤浅地使用这些知识，如果你觉得我的回答不够明确，可以找找知乎上的数据分析师或者数据挖掘工程师来回答问题。

发布于 2012-06-27  添加评论  感谢  分享  收藏 · 没有帮助 · 举报 · 作者保留权利

是你的什么? 金公: “你是我的红格由呀!” 金婆: “是不是你一天不见我就...”

19

例：根据以往经验，某自动包装机在正常情况下包装的袋装某食品的重量 X 服从正态分布，其均值为**0.5(kg)**，标准差为**0.015**.某天开工后为检查此包装机是否正常，随机地抽取它所包装的**9**袋食品，测得其净重量为：**0.497,0.506,0.518,0.524,0.498,0.511,0.520,0.515,0.512**.问是否可以认为此包装机正常？



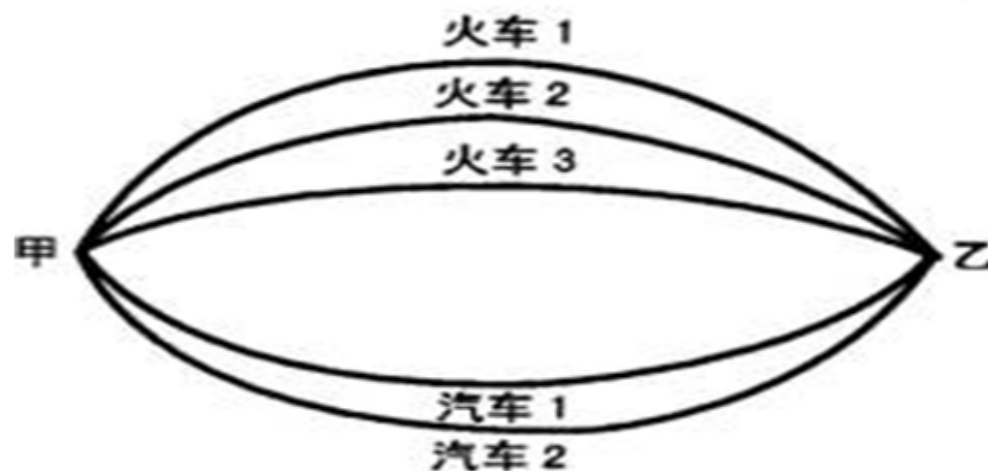
排列组合有关知识复习

1、加法原理: 完成一件事情有 n 类方法, 只要选择任何一类中的一种方法, 这件事就可以完成。第 i 类方法中有 m_i 种具体的方法, 则完成这件事情共有 $m_1 + m_2 + \cdots + m_n$ 种方法。

2、乘法原理: 完成一件事情有 n 个步骤, 第 i 个步骤中有 m_i 种具体的方法, 并且完成这事件必须经过每一步, 则完成这件事情共有 $m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$ 种不同的方法



问题一：从甲地到乙地，可以乘火车，也可以乘汽车，一天中，火车有3班，汽车有2班。那么一天中，乘坐这些交通工具从甲地到乙地共有多少种不同的走法？



解：因为一天中乘火车有3种走法，乘汽车有2种走法，每一种走法都可以从甲地到乙地，所以共有 $3 + 2 = 5$ 种不同的走法。

应用这两个原理的关键是看完成这件事情是“分类”还是“分步”。

例1、某班共有男生28名、女生20名，
从该班选出学生代表参加校学代会。

(1) 若学校分配给该班1名代表，有多少种不同的选法？

(2) 若学校分配给该班2名代表，且男女生代表各1名，有多少种不同的选法？



例2、为了确保电子信箱的安全，在注册时，通常要设置电子信箱密码。在某网站设置的信箱中，

(1) 密码为4位，每位均为0到9这10个数字中的一个数字，这样的密码共有多少个？

(2) 密码为4位，每位均为0到9这10个数字中的一个，或是从A到Z这26个英文字母中的1个。这样的密码共有多少个？

(3) 密码为4到6位，每位均为0到9这10个数字中的一个。这样的密码共有多少个？



3、排列 从 n 个不同的元素中取出 m 个元素，按照一定顺序排成一行，称为从 n 个元素中每次取出 m 个元素的排列

排列的定义中包含两个基本内容：

一是“取出元素”；二是“按照一定顺序排列”，“一定顺序”就是与位置有关，这也是判断一个问题是不是排列问题的重要标志。

有放回的抽取	元素可重复	n^m
无放回的抽取	元素不可重复	$A_n^m (n \geq m)$



4、组合 从 n 个不同的元素中取出 m 个(不放回地)组成一组, 不同的分法共有

$$C_n^m = \frac{A_n^m}{m!}$$



不尽相异元素的全排列 n 个元素中有 m 类,
第 i 类中有 k_i 个相同的元素,

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_m = n,$$

将这 n 个元素按一定的次序排成一排,

不同排法的种数

$$\frac{n!}{k_1! k_2! \cdots k_m!}$$



不同类元素的组合

从不同的 k 类元素中，取出 m 个元素。从第一类 n_1 个不同的元素中取出

m_1 个，从第二类 n_2 个不同的元素中取出

m_2 个， \dots 从第 k 类 n_k 个不同的元素中取出

m_k 个，并且 $n_i \geq m_i > 0 (i = 1, 2, \dots, k)$ ，共有

$$C_{n_1}^{m_1} C_{n_2}^{m_2} \dots C_{n_k}^{m_k} = \prod_{i=1}^k C_{n_i}^{m_i} \text{ 种不同的取法。}$$



例 袋中有**10**个不同的球，其中**2**个为白色，从中无放回的抽取**3**个，求以下**4**问的组合数

(1) 全都不是白色的球

(2) 恰有两个是白色的球

(3) 至少有两个是白色的球

(4) 至多有两个是白色的球

解、(1)

(2)

(3)

(4)



例 袋中有**10**个不同的球，其中**2**个为白色，从中有放回的抽取**3**个，求以下**4**问的排列数

(1) 全都不是白色的球

(2) 恰有两个是白色的球

(3) 至少有两个是白色
的球

(4) 至多有两个是白色的球

解 (1)

(2)

(3)

(4)

