



Licence MIASHS parcours MIAGE

# Rapport de stage

L3 MIAGE, parcours classique

# Implémentation d'algorithmes pour modèles de jeu stochastiques

Entreprise d'accueil : Université Paris Nanterre Stage réalisé du 23 mars 2020 au 25 mai 2020

présenté et soutenu par

### Avi ASSAYAG

le 1 juin 2020

### Jury de la soutenance

M. François Delbot,
M. François Delbot,
M. Emmanuel Hyon ,
Maître de conférences
Maître de conférences
Maître de conférences
Maître de conférences
Maître de stage

### Remerciements

Merci à Monsieur Hyon, maitre de conférence à l'Université de Nanterre et chercheur dans l'equipe SYSDEF du Lip6, d'avoir accepter le poste de tuteur pour mon stage de Licence 3 MIAGE. Grâce a son accompagnement personnel j'ai pu solidifier mes compétences algorithmiques (Java et Python) mais aussi découvert d'autre aspect de la programmation linéaire.

Cette opportunité n'a été seulement possible que par la collaboration de Monsieur Emmanuel Hyon, mon tuteur ainsi que Monsieur François Delbot, responsable de la Licence 3, et les remercie de leur patience, de leur encouragement et de le encadrement tout au long de ce stage.

Merci aussi aux autres professeurs qui ont contribué tout a long de l'année à parfaire toutes nos compétences autant sur le plan théorique que techniques.

Avi ASSAYAG Page 2/30

## Table des matières

1	Intr	oductio	on	5					
2	Contexte du Stage								
	2.1	Présent	cation de l'entreprise	6					
	2.2		tation du service et de l'équipe	7					
	2.3		n proposé	8					
	2.4		des charges	8					
3	Out	ils utili	sés	9					
_	3.1	GitHub		9					
	9		Initialisation	9					
			Branches	9					
				10					
			1 9	10					
	3.2		8	10					
	J.2	·		11					
			v	12					
				12					
	3.3		1 3	14					
	0.0			14					
				15					
				15					
		5.5.5	Exemple Guroof programmation infeate (blefe.py)	10					
4	La théorie des jeux 17								
	4.1	Présent	tation des jeux statiques	17					
		4.1.1	Jeux bimatriciel	17					
		4.1.2	Jeux à somme nulle	17					
	4.2	Jeux st	atiques et résolution de programmes linéaires	18					
		4.2.1	Stratégies pures	19					
				19					
	4.3	L'équili	ibre de Nash	19					
	4.4			20					
		4.4.1	Jeu "Matching pennies"	20					
			0 1	21					
_		, .		00					
5		clusion		<b>22</b>					
	5.1			22					
	5.2	Axes d	'amélioration	22					
6	Wel	oograpl	nie	23					
7	Anı	nexes		24					
-	7.1			 24					
	7.2			25					
		7.2.1	<u> </u>	25					
		7.2.2		25					
		7.2.3		25					
		1.2.0	Stractare Conditioned Em						

	7.2.4	Boucle For
	7.2.5	Boucle While
	7.2.6	Les fonctions
7.3	L'orier	nté objet en Python
	7.3.1	Création de class
	7.3.2	Création du constructeur
	7.3.3	Le mot clé pass
	7.3.4	L'héritage en python
7.4	GitHu	b
7.5	Gurob	i
7.6	CV	29

Avi ASSAYAG Page 4/30

### 1 Introduction

Pendant ces semaines de stage, nous allons essayez d'implémenter des algorithmes pour résoudre des modèles de jeux stochastiques, plus précisément des jeux de gain à somme nul (que nous représenterons sous forme bimatricel).

L'objectif est dans un premier temps de concevoir une modélisation informatique de ces jeux puis dans un second temps implémenter un ou des algorithmes permettant de résoudre ces jeux.

Pour parfaire à ces attentes, nous allons utilisé le langage Python, non utilisé durant le cursus scolaire actuel, le solveur Gurobi, que nous utiliserons afin de résoudre des programmes linéaires et pour l'orienté objet Python et la plateforme GitHub, l'hébergeur de code, pour avoir accès a tout les codes sources, document qui m'ont aidé a réaliser ce stage.

L'utilisation de GitHub n'était pas obligatoire, mais elle était plus que judicieuse afin que mon tuteur Mr Emmanuel Hyon puisse avoir accès en temps réel à mon code afin de m'orienter si je m'écarte du sujet. C'est donc à son initiative que nous avons utilisé Github tout au long de ce stage.

Dans les chapitres qui suivront nous allons expliciter différents concepts relatifs aux modèles stochastiques (notamment le principe même de la théorie des jeux) mais aussi les outils utilisés; comment les installer et les utiliser.

Enfin nous tenterons de rédiger et de résoudre différents modèles de jeu à sommes nulles, c'est a dire un jeu ou le gain d'un des acteurs représente la perte exacte des autres acteurs de ce jeu, mais nous l'expliquerons en détails dans une prochaine section [4.3.1].

Les jeux à sommes nulles sont nombreux vous connaissez surement le jeux pierrefeuille-ciseau, mais aussi le dilemme du prisonnier, ou encore le dilemme du voyageur et tant d'autres.

Dans les semaines de ce stage nous avons décider d'implémenter un jeu à somme nulle moins connu que les précédents mais tout aussi intéressant il s'agit : du jeu "Matching Pennies"

Enfin nous étudierons plus en profondeurs qu'est ce que sont les jeux stochastiques mais surtout comment définir un modèle informatique (enpython) et sa résolution grâce à la programmation linéaire (via gurobi).

Avi ASSAYAG Page 5/30

### 2 Contexte du Stage

Durant le seconde semestre de la troisième année de notre licence Miage (S6), nous sommes tenus d'effectuer un stage en entreprise d'une durée minimum de 10 semaines. Pour cela j'ai donc recherché activement depuis le mois de février une entreprise prête a m'accueillir en stage afin de me former et de compléter mes connaissances. En attendant des réponses positives, j'avais quand même envisagé d'effectuer une demande (avec l'accord de mon professeur référant Monsieur Delbot au près de l'un de enseignants de l'université en cas de refus de candidatures potentielles.

Avec la crise sanitaire que nous traversons et en l'absence de réponse positive la direction de la formation à fait tout son possible pour que le stage se passe dans les meilleurs conditions possible (tant sur le plan sanitaire que sur le plan logistique) et ainsi j'ai pu obtenir un sujet de stage, dirigé par mon professeur Monsieur Hyon au seins de la faculté.

### 2.1 Présentation de l'entreprise

L'université Paris Nanterre, de nom officiel Paris X est une université française fondé le 20 Octobre 1964 et spécialisé dans les sciences économiques et sociales, le droit, la psychologie et l'informatique. Elle se situe à Nanterre (92000), à deux pas de l'un des centre économique de Paris, La Défense.

Le campus s'étend sur plus de 32 hectares et compte plusieurs restaurants (dans le restaurant universitaire Croos), de nombreux espaces verts , un terrain d'athlétismes, des cours de tennis et une piscine. On y dénombre environs 35 000 étudiants (sans compter ceux inscrit à distance) repartis dans 8 UFR (Unité de Formation et de Recherche) et 5 instituts, pour un un total d'environs 2 200 enseignants chercheurs (respectivement 1800 et 400).



Figure 1 – Le campus de Nanterre

Avi ASSAYAG Page 6/30

Comme nous l'avons expliqué l'Université est organisé autours de 8 UFR :

- UFR Langues et cultures étrangères (LCE)
- UFR Littérature, langages, philosophie et arts du spectacle (PHILLIA)
- UFR Droit et science politique (DSP)
- UFR Sciences psychologiques et sciences de l'éducation (SPSE)
- UFR Sciences sociales et administratives (SSA)
- UFR Sciences et techniques des activités physiques et sportives (STAPS)
- UFR Systèmes industriels et techniques de communication (SITEC)
- UFR Sciences économiques, gestion, mathématiques et informatique (SEGMI)

Évidemment il subsiste une hiérarchie au seins l'Université, à sa tête on y trouve Monsieur Jean-François Balaudé (depuis 2012) puis chaque UFR à un président et chaque parcours universitaire (mathématiques, informatique, droits, économie, gestion etc...) a un responsable par niveau (licence et master) et par voie d'études (classique ou apprentissage).

### 2.2 Présentation du service et de l'équipe

Effectuant mon stage à l'université de Nanterre et étant étudiant en troisième année de licence MIASHS parcours MIAGE, il était logique d'effectuer mon stage au seins de l'UFR SEGMI (Sciences économiques, gestion, mathématiques et informatique).

A sa direction on trouve Monsieur Yann Demichel, enseignant chercheur mathématique au seins de l'université de Nanterre (Paris X) puis différents responsables par formation. Concernant le parcours MIAGE, nous avons Monsieur Jean-François Pradat-Peyre enseignant chercheur et responsable du département mathématique et informatique puis respectivement Monsieur Pascal Poizat et Madame Marie Pierre Gervais responsable du master MIAGE classique et alternance. Quant aux licences elles sont gérer respectivement par Monsieur François Delbot et Madame Sonia Saadaoui responsable de la licence MIAGE classique et alternance.

Quant à mon tuteur Monsieur Emmanuel Hyon il est enseignant chercheur mais aussi maitre de conférence à l'université de Nanterre (Paris X) depuis 2004 et nous à donner cours d'algorithme et programmation C lors du premier semestre de la licence MIAGE.

Travaillant principalement au LIP6 (Département Desir ) en recherche opérationnel (RO) et sur modélisation mathématique et informatique à l'université de Nanterre (Paris X) il parrait logique de choisir comme thème de stage : Implémentation d'algorithmes pour modèles de jeux stochastiques.

Au vue de la situation peu évidente et inhabituelle, et dans le but de préserver un maximum notre santé j'ai effectué mon stage à domicile donc sans la présence de mon tuteur, ce qui aurai rendu le stage encore plus intéressant et plus évident à gérer (d'un point de vue logistique et pour des questions potentielles). Pour remédier à cela et à l'initiative de Monsieur Hyon mon tuteur, nous avons mis en place un lien GitHub mais aussi un rendez vous téléphonique hebdomadaire en début de semaine permettant de faire le point, de poser mes questions, de me donnez les axes que je devais améliorer ainsi que les points sur lesquels je devais travailler pour la semaine à venir.

Avi ASSAYAG Page 7/30

### 2.3 Mission proposé

Ainsi il m'à été confié de modéliser un jeu stochastique sur un point de vue informatique (via pyhton) mais surtout de trouver un moyen, par un algorithme de le résoudre c'est à dire de trouver la solution la plus optimale (nous reviendrons plus en détails dans les sections futures cf [4.2], [4.3]).

Pour cela j'ai du apprendre les bases, la syntaxe et le fonctionnement du langage python mais aussi me familiariser avec le concept orienté objet (déjà étudié durant mon cursus avec C++ et Java) sur un nouveau langage : python.

De plus j'ai du apprendre utiliser un solveur mathématique gurobi afin de trouver la solution optimale, autrement maximiser la fonction objective (représentant la solution du jeu en question cf [RO]).

Ainsi tout ça à eu pour but de me permettre de modéliser et résoudre tout d'abord le jeu de Matching Pennies, un jeu bimatriciel à somme nulle puis dans un second temps la modélisation et la résolution d'un jeu bilatéral.

Aimant les mathématiques et l'informatique depuis jeune le sujet de ce stage me correspond parfaitement et complaît mon envie de poursuivre mes études avec un master MIAGE.

### 2.4 Cahier des charges

Il m'est un peu compliqué de donner des dates exactes et précise de chaque tâches à réaliser ou effectués mais je peux énumérer la liste des charges à accomplir :

- Mise en place d'un lien GitHub (pour avoir accès en temps réel au codes sources mais aussi au rapport)
- Installation de python (version 3.8)
- Apprentissage du langage python et des propriétés orienté objet (POO)
- Installation du solveur gurobi
- Apprentissage de la syntaxe gurobi et du module gurobi pour la modélisation des jeux (de tout type)
- S'informer sur les concepts fondamentaux de la théorie de jeux
- Définir les notions de jeu bimatriciel, jeu stochastique, stratégie, gain
- Approche mathématique de l'équilibre de Nash
- Création d'un objet "Jouet" en python
- Modéliser et résoudre un programme linéaire (biere.py)
- Modéliser et résoudre le jeu Matching Pennies
- Modéliser et résoudre un jeu stochastique bilatéral
- Rédaction du mémoire pour la soutenance de stage (semaine du 25 mai)

Ainsi pendant 10 semaines et ce depuis le 23 mars, je travaille quotidiennement de le but d'implémenter des algorithmes pour modèles de jeux stochastiques.

Avi ASSAYAG Page 8/30

### 3 Outils utilisés

### 3.1 GitHub

Github est un service d'hébergement web (un peu comme une sorte de Drive) et de gestion de développement de logiciel lancé en 2008. Ce dernier est codé principalement en Ruby et Erlang par différents programmeurs : Chris Wanstrath, PJ Hyett et Tom Preston-Werner.

Aujourd'hui cette plateforme compte plus de 15 millions d'utilisateurs et enregistre environ 40 millions de dépôts de fichiers, se plaçant donc en tête du plus grand hébergeur source code mondial.

Le fonctionnement de Git est assez simple, on créer un répertoire (un référentiel / requisitory) dans lequel on va stocker tout les fichiers que l'on désire et on peut soit rendre l'accès publique (au quel cas tout le monde peut rejoindre et consulter ces fichiers) ou alors le restreindre en accès privé (au quel cas c'est le créateur qui décide quels seront les collaborateurs ayant droit de consultation des fichiers).

Ensuite cela s'agit comme une sorte de réseau constitué de branches (branch) où chaque branches représentent un collaborateur ainsi que la master qui correspond au créateur du référentiel.

Une des caractéristiques de Git repose sur le fait que c'est un outil de verisonning (gestion de version) est donc permet de si le fichier à été modifié; si oui par qui et quand a eu lieu la modification et quel fichiers ont été affectés. Cela permet notamment de pouvoir faire des travails de groupe sur le même sujet (un site ou une application par exemple) où chacun doit travaillé sa partie mais nécessite les parties des autres membres du groupes (mis à jours régulièrement).

Évidemment toutes les étapes (initialisation, dépôts, fusion et clonage) se font a l'aide de lignes de commandes sur le terminal (en bash) que j'expliquerai un peu plus loin ainsi que les commandes principales pour chaque étapes.

#### 3.1.1 Initialisation

Pour créer un projet il suffit d'aller sur le site https://github.com/ puis Repositories -> New et remplir les informations données avant de valider. Ensuite pour initialiser le Git (et que la branch master existe; elle sera crée automatiquement a l'instantaciation du projet) il faut se placer dans le dossier (en ligne de commande cd) et tappez : git init

Ensuite il faudra taper : git remote add origin < lien donnée par git hub > puis git push –u origin master qui respectivement créerons le répertoire du projet et ensuite la zone de dépôt.

### 3.1.2 Branches

Comme nous l'avons dit plus haut le projet est contenu dans la branche principale la master et grâce à des copies de branches le projet acquiert une plus grande flexibilité

Avi ASSAYAG Page 9/30

qui permet d'incrémenter au fur et mesure le projet.

Pour ajouter une branche il suffira simplement de taper git branch < nom de la branche > et pour supprimer une branche il faut rajouter l'option -d a la commande soit : git branch -d < nom de la branche >.

Pour changer de branche (afin d'effectuer un dépôt ou autre) il faudra taper : git checkout < nom de la branche > et enfin pour visualiser l'ensemble des branches existantes on devra taper : git branch .

### 3.1.3 Dépôt et mises à jours

Avant toute chose il faut savoir sur quelle branche déposer le fichier puis il faudra taper les commandes suivantes pour les ajouter au fichier : git add < nom des fichier > (ou \* pour tout ajouter) puis git commit -m message et enfin pour finir git push origin < nom de la branche>.

Pour récupérer des modifications faites sur le projet il suffit à l'inverse de taper : git pull origin master.

### 3.1.4 Clonage

Une fois les autres branches (celles des différents collaborateurs) crées il faut juste qu'il copie le lien du git pour pouvoir travailler dessus et effectuer les futurs dépôts. En premier lieu il faudra taper : git clone < lien du git > puis effectuer la commande git pull origin master pour récupérer les fichiers de la branche master et enfin faire les commandes relatives au dépôt (vu plus haut).

### 3.2 Python

Python est un langage de programmation à part entière dont la première version fut développe par Guido van Rossum et lancé en 1991. Ce langage est facile d'utilisation et ne possède pas forcément de syntaxe particulières seulement une indentation permettant au compilateur intégré de suivre les blocs d'instructions.

Ce langage permet donc une multitude de possibilité de code mais aussi d'action puisqu'il existe des bibliothèques déjà implémentés et il suffira seulement des les utiliser comme bon nous le semble (par exemple Matplotlib ou encore Networkx etc...). Malheureusement Python n'est pas le langage le plus rapide d'exécution contrairement au C ou C++ et Java mais il permet tout de même d'accéder à des fonctionnalités que d'autres langages ne peuvent proposer.

Contrairement au C, Python admets des types sophistiqués supplémentaires tel que les Listes, les Dictionnaires, les Sets et les Tuples. Il en va de soit que les types primitifs sont aussi présent int,float,double,boolean etc... Mais le réel avantage du langage repose sur le fait que l'on ne se soucie pas du type de retour d'une fonction ni de la déclaration du type du paramètre ainsi que le langage admet la possibilité d'être orienté objet.

Python est un langage interprété et donc n'a pas besoin de passer pas un compilateur comme GCC (GNU Complier Collection), tout se fait directement sur la console

Avi ASSAYAG Page 10/30

une fois l'environnement installé.

Quant à l'installation de Python, cette dernière est assez simple; il suffit d'aller sur le site officiel et télécharger la version en question (aujourd'hui version 3.8.2) et ensuite de l'installer. Il existe différentes méthodes d'activation du langage, qui représente chacune l'environnement de la machine (Windows, Mac OS ou encore Linux).

A savoir que sur Mac Os et Linux, Python est déjà préinstallé et il faudra peut être seulement mettre à jours la version qui pourrai être obsolète ou dépassé.

### 3.2.1 Installation de Python

### 3.2.1.1 Méthode packages

Pour cela il faut allez télécharger les packages en question sur le site officiel de Python puis les interpréter c'est dire ouvrir la console (terminal python) et demander à python d'exécuter le fichier .py en question via la commande :

python setup.py install

### 3.2.1.2 Méthode module Pip

Il s'agit d'une des méthodes les plus simple, après avoir téléchargé les packages Python sur le site, on installe tout les modules externes (pip , Django etc ...) que l'on pourrai avoir besoin d'utiliser par la suite via le terminal :

pip install <nom\_module>

#### 3.2.1.3 Environnement virtuel python

On parle d'environnement virtuel pour certaines utilisation bien propre à python. Il arrive parfois que certaines versions ne permettent pas d'utiliser certains module, ou alors il existe des "bugs" dans la version.

**Définition 1** Un environnement virtuel est un environnement d'exécution isolé (en mode coopératif) qui permet aux utilisateurs de Python et aux applications d'installer et de mettre à jour des paquets sans interférer avec d'autres applications Python fonctionnant sur le même système.

Ainsi la création d'un environnement virtuel permet d'avoir les bibliothèques nécessaire ainsi que les modules adéquats pour la réalisation d'un projet ou d'une application. Pour cela il faut créer l'environnement venv.venv, dans le dossier que l'on souhaite via le terminal et enfin l'activer.

#Création d'un environnement python3 -m venv tutorial-env

#Activation sous Windows tutorial-env\Scripts\activate.bat

#Activation sous Unix et Mac source tutorial-env/bin/activate

Avi ASSAYAG Page 11/30

### 3.2.2 Un exemple générique Python

Pour déclarer une variable il suffit seulement de la nommé, Python n'attend pas forcement le type de la variable; tout comme pour une fonction il n'attend pas le type de retour de la fonction. Ensuite pour les boucles et les conditions il suffit d'utiliser le mot clé en question suivit de ": " et donnez les instructions de façon indenter

Rien de mieux qu'un petit code Python pour mieux comprendre la syntaxe et la facilité d'utilisation du langage. Ainsi je vais vous présenter un code source de la fonction Tri à bulles :

### 3.2.3 La programmation objet en Python

Python permet aussi l'utilisation de l'orienté objet, c'est donc un des autres plus de ce langage puissant et aux vagues possibilité. Dans cette partie nous allons vous montrer comment coder un objet en Python et aussi le construire. Nous allons donc voir la syntaxe générale d'une Classe et celle d'un Constructeur. Enfin pour terminer cela nous implémenterons un objet "Pullover" avec différents attributs et son propre constructeur.

### 3.2.3.1 Code générique Classe "Lambda"

Pour déclarer un objet il suffit simplement d'utiliser le mot Class suivit de ":" et ensuite déclarer des variables ou autres instructions.

```
Class Personne : name age
```

#### 3.2.3.2 Constructeur de la Classe "Lambda"

Pour déclarer le constructeur d'un objet il faut utiliser la méthode init() au sein de la classe en passant en paramètre ceux de l'objet en question. La petite différence par rapport à d'autres langages de programmation orienté objet (C++ ou Java) est l'utilisation du paramètre (mais aussi mot clé) self au seins du constructeur. En réalité self n'est autre que la première référence de l'instance de l'objet que l'on va créer.

```
def __init__(self, name, age) :
    self.name = name
    self.age = age
```

Avi ASSAYAG Page 12/30

### 3.2.3.3 Exemple de class : Pullover

Maintenant que nous avons une première approche de la syntaxe objet essayons de mettre cela en application avec quelque chose de plus concret. Nous allons créer un "Pullover" avec comme attribut : une marque, une taille, un nom de modèle, une couleur et un prix

```
Class Pullover :
    brand
    size
    model_name
    color
    price

def __init (brand, size, model_,name, color, price) :  #constructeur
        self.brand=brand
        self.size=size
        self.model_name=model_name
        self.color=color
        self.price=price

Pull1 = Pullover("ZARA", "XS", "AED934", "black", 19)  #instanciation
```

Avi ASSAYAG Page 13/30

### 3.3 Gurobi

La plateforme Gurobi est un solveur mathématique autrement dit c'est une optimisation mathématique. Il traduit un problème commercial en un énoncé mathématique. Gurobi à été ecrit pour prendre en considération différentes interfaces sous différents langage : C ,C++, Java, Python et R.

Il y a deux méthodes d'installation soit directement avec une licence (payante ou gratuite) ou alors avec un la distribution Anaconda que nous allons tenter d'expliquer.

Travaillant sur MacOs, j'ai opter pour l'installation de Gurobi en privé sur ma machine et donc en gérant l'installation sur mon environnement Python, et utiliserait donc le module *gurobipy*. De plus il m'a fallu créer un compte chez Gurobi pour utiliser une licence académique gratuite bien évidemment.

#### 3.3.1 Installation de Gurobi

### 3.3.1.1 Méthode classique

Il est aussi possible d'installer Gurobi directement sur la machine en gardant notre environnement configuré par nos propre soins puisque l'environnement Python a pensé cela lors de sa conception.

Pour cela il faudra au préalable télécharger le solveur sur le site web de Gurobi (le lien est en annexe) et attendre le téléchargement. Une fois terminé il suffit d'exécuter le fichier télécharger (en double cliquant dessus) pour démarrer l'installation. Durant cette dernière le système d'exploitation nous demandera dans quel dossier stocker les packages nécessaire a Gurobi. Ensuite il faudra se rendre à cette emplacement, via un terminal et exécuter la commande suivante :

#### python setup.py install

Après avoir créer son compte afin d'obtenir un licence il faudra l'enregistrer sur la machine afin de pourvoir utiliser le solveur sans souci, pour cela il faudra ouvrir le terminal et exécuter la commande suivante :

```
grbgetkey 4fd46a16-7d9c-11ea-809f-020d093b5256
```

Une fois tout ceci effectué et donc paramétré il faudra, pour utiliser le solveur, faire un import du module et donc de la bibliothèque Gurobi au début du script python que l'on élabore.

```
import gurobipy as gp
from gurobipy import *
```

#### 3.3.1.2 Méthode via Anaconda

Pour essayer de faire simple, Anaconda est une solution libre office, c'est a dire à téléchargement gratuit, qui permet une installation rapide et simple de Python avec un interpréteur (IDE) ainsi que de nombreuses bibliothèques (les plus utilisées et les plus utiles) ,gurobi par exemple. Par la suite si ont veux ajouter des modules ou bibliothèques supplémentaires on le fait comme avec python sauf qu'au lieu d'ecrire pip on écrit conda.

Avi ASSAYAG Page 14/30

Via cette méthode, l'environnement est déjà préinstaller pour l'utilisateur et comporte une interface graphique Spyder ainsi qu'un éditeur de texte Jupiter. Pour cela il suf-fira simplement de télécharger les fichiers nécessaires sur https://www.gurobi.com/get-anaconda/puis lancer Anaconda via le terminal et enfin installer le package de Gurobi.

python | Anaconda
conda install gurobi

#### 3.3.2 Shell interactive

Lorsque que Gurobi mentionne son "shell intercative" il s'agit en fait d'un script (fichier ".sh") qui est fournit avec le téléchargement du solveur. En en le lançant, c'est a dire en le tapant a la console le terminal lancera une console gurobi ou il faudra directement écrire le code a exécuter. Ainsi un interpréteur Gurobi sera ouvert et attendra des instructions, au même titre qu'un interpréteur Python .

```
aviassayag — python3.7 - gurobi.sh — 70×24

[aviassayag@MacBook-Air-de-Avi ~ % gurobi.sh
Python 3.7.4 (default, Aug 27 2019, 11:27:39)

[Clang 8.0.0 (clang-800.0.42.1)] on darwin
Type "help", "copyright", "credits" or "license" for more information.
Using license file /Users/aviassayag/gurobi.lic
Set parameter LogFile to value gurobi.log
Academic license — for non-commercial use only

Gurobi Interactive Shell (mac64), Version 9.0.2
Copyright (c) 2020, Gurobi Optimization, LLC
Type "help()" for help
gurobi>
```

Figure 2 – Shell interactive Gurobi

### 3.3.3 Exemple Gurobi programmation linéaire (biere.py)

Soit x1 et x2 les quantités (en volume) respectives produite pour les bières b1 et b2. Les quantités sont soumises à des contraintes (3) pour chaque ingrédients utilisé : Contraintes :

- Contrainte C1 : 2,5 x1 + 7,5 x2  $\leq$  240 (pour le maïs)
- Contrainte C2:  $0.125 \times 1 + 0.125 \times 2 \le 5$  (pour le houblon)
- Contrainte C3:  $17.5 \times 1 + 10 \times 2 \le 595$  (pour le malt)
- Contrainte de positivité : x1, x2 > 0

### Objectif:

— Maximiser:  $\max 15 x1 + 25 x2$ 

Avi ASSAYAG Page 15/30

```
#Appel et utilisation de Gurobi et de ses modules
import gurobipy as gp
from gurobipy import *
try:
    # Création du model
    m = gp.Model("Biere")
    # Déclaration des Variables
    x1 = m.addVar(vtype=GRB.INTEGER, name="x1")
    x2 = m.addVar(vtype=GRB.INTEGER, name="x2")
   # Maximisation
    m.setObjective(15*x1 + 25*x2, GRB.MAXIMIZE)
    # Contraintes des Variables
    m.addConstr(2.5 * x1 + 7.5 * x2 \le 240, "c1")
    m.addConstr(0.125 * x1 + 0.125 * x2 \le 5, "c2")
    m.addConstr(17.5 * x1 + 10 * x2 \le 595, "c3")
    # Résoud la solution objective
    m.optimize()
     #Affichage de la réponse
    for v in m.getVars():
        print('%s %d' % (v.varName, v.x))
    print('Obj: %s' % m.objVal)
     #Vérification des exceptions
except gp.GurobiError as e:
    print('Error code ' + str(e.errno) + ': ' + str(e))
except AttributeError:
    print('Encountered an attribute error')
```

Ci dessus le code python utilisé pour permettre a Gurobi de trouver la solution de maximisation, soit : x1=12 et x2=28

Avi ASSAYAG Page 16/30

### 4 La théorie des jeux

Comme nous l'avons expliqué un peu plus haut, l'un des objectifs de ce stage est la modélisation d'algorithmes afin de résoudre des jeux stochastiques. Mais tout d'abord détaillons un peu le concept des jeux.

Pour intégrer et comprendre ce concept, il y a d'autres notions à connaitre telles que jeux statiques , jeux dynamiques , stratégie ou encore jeux bimatricel et enfin gains à somme nulle.

Comme vous l'avez compris,un jeu nécessite la présence d'acteurs; dans la suite de nos explications lorsque nous parlerons de joueurs nous ferons donc référence aux acteurs du jeu.

### 4.1 Présentation des jeux statiques

**Définition 2** Un jeu est dit statique lorsque le jeu se déroule en une seule étape et de manière simultanée sans avoir accès aux informations de l'actions de ou des autres joueurs.

Prenons pour hypothèse un jeu statique à deux joueurs J1 et J2, les deux joueurs vont effectuer une action en même temps sans avoir idée de ce que son adversaire aura choisi comme action.

Ainsi un jeu statique peut être défini par :

- Un nombre fini J de joueurs : 1,2, ...., J
- Un nombre unique d'action par joueur fixé a : 1

#### 4.1.1 Jeux bimatriciel

Un jeu bimatriciel se caractérise comme son nom l'indique par deux matrices. Ces dernières ne sont autres que les gains des joueurs. Autrement dit les joueurs jouent de manière simultané et on inscrit dans une matrice leurs gains (une matrice pour chaque joueur). Voici un exemple de deux matrices de gains pour deux joueurs A et B qui joue respectivement les lignes et les colonnes.

Joueur A 
$$\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 5 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$$
 Joueur B 
$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 6 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

#### 4.1.2 Jeux à somme nulle

Comme annoncé dans notre introduction nous essayerons de résoudre des jeux à sommes nulles via des algorithmes que nous allons implémenter par la suite. Mais qu'est ce qu'un jeu à somme nul?

Un jeu à somme nul est un jeu où le gain d'un des acteurs (J1, par exemple) représente la perte équivalente réciproque des autres acteurs ((J2, par exemple). Pour faciliter la compréhension et la résolution de ces modèles, le nombre d'acteurs autrement dit de joueurs sera fixé à 2.

Avi ASSAYAG Page 17/30

Ainsi un jeu bimatriciel est défini par :

- Un nombre fini J de joueurs: 1,2, ....., J
- Un nombre fini M d'actions pour le joueur 1 (J1): 1,2, ...., M
- Un nombre fini N d'actions pour le joueur 2 (J2): 1,2, ...., N
- Une matrice de gain (pay-off) G1 pour le joueur J1 [M X N]
- Une matrice de gain (pay-off) G2 pour le joueur J2 [N X M]
- Une stratégie pure par joueurs composé des actions des joueurs respectifs

Il existe plusieurs jeux ou situations "connus" que l'on pourrait assimiler à un jeu à somme nulle comme le jeu de pile ou face ou encore le dilemme du prisonnier mais nous allons nous plonger sur un autre jeu un peu moins connu Matching pennies et nous allons essayer de mieux comprendre qu'est ce qu'un jeu a somme nulle et surtout comment le gagner ou du moins trouver la meilleur solution.

### 4.2 Jeux statiques et résolution de programmes linéaires

Nous avons donc une connaissance supplémentaire sur les jeux, en particulier les jeux statiques mais nous n'avons pas aborder le sujet de "victoire", de "réussite" ou même de "gain" vis à vis ces jeux.

C'est alors qu'intervient la notion de stratégie (ou encore, règles de décision) pour qu'un acteur puisse prendre une décision affin d'effectuer une future action dans le jeu.

**Définition 3** La stratégie d'un acteur est l'une des options qu'il choisit dans un contexte où son choix dépend non seulement de ses propres actions, mais également de celles des autres.

On peut donc distinguer deux grandes catégories de stratégies soit pures soit mixtes, nous rentrerons en détails dans les sections suivantes (respectivement [4.2.1] et [4.2.2].

Maintenant que nous avons abordez la notion de stratégie, intéressons nous à la programmation linéaire. La "victoire" ou "réussite" d'un jeu se traduit mathématiquement par le gain le plus élevé. Ainsi le but est donc de d'utiliser la stratégie la plus optimale qui permettrait de maximiser les gains du jeu.

**Définition 4** La programmation linéaire (PL) est un problème d'optimisation où la fonction objectif et les contraintes sont toutes linéaires. Le but de résoudre un PL est de trouvé les variables optimales qui maximisent la fonction objective.

C'est donc grâce à la programmation linéaire (via une implémentation sur Gurobi) que nous arriverons a trouvé la solution optimal et dans le meilleur des cas l'équilibre de Nash[4.4].

D'une approche plus mathématiques on peut résumer la résolution d'un jeu statique par programmation linéaire comme ceci :

$$\max \min \sum_{i=0}^{\infty} \pi_i^1 \ \mathbf{a}_{ij} = \max \min \sum_i \sum_j \pi_i^1 \ \mathbf{a}_{ij} \ \pi_j^2$$

Avi ASSAYAG Page 18/30

Expliquons un peu plus cette formule;  $\pi$  est un probabilité relative à une stratégie donc  $\pi_i^1$  est la stratégie relative 1 en fonction de i (etc...), quand à  $a_{ij}$  il s'agit de la matrice (ligne i x colonne j) de gain ou récompense de A (donc du premier joueur). Le but même est de trouver, pour A, la stratégie mixte répondant à l'objectif de maximiser les gains de A.

Ainsi le joueur A, doit résoudre :

max min 
$$\Sigma_i \pi_i^1$$
 a<sub>ij</sub> avec seule contrainte  $\Sigma_i \pi_i^1 = 1$ 

puisque  $\pi_i^1$  étant une probabilité, sa somme ne peut pas être supérieur a 1. Cependant nous ne somme pas en présence encore d'un programme linéaire (dont nous avons connaissance de technique de résolution), pour cela nous allons le transformer en posant une fonction  $\mathbf{v}$  à maximiser et ceux pour chacune des sommes dont on cherche le minimum de gain (du joueur adverse , ici B).

Le problème devient donc sous forme linéaire (PL) avec pour fonction objective  ${\sf v}$  à maximiser avec pour seules contraintes :

$$\mathbf{v} \leq \Sigma_i \pi_i^1 \mathbf{a}_{ij}$$
 et toujours  $\Sigma_i \pi_i^1 = 1$ 

### 4.2.1 Stratégies pures

Lorsque l'on parle de stratégie pure il s'agit d'une stratégie déterministe c'est à dire une stratégie dans laquelle une seule et unique action est effectuée. Elle détermine en particulier l'action qu'un acteur (joueur) réalisera devant toutes les situations auxquels ce dernier sera confronté.

On note  $S_i$  l'ensemble des stratégies pures du joueur i et par  $s_i \in S_i$  une stratégie pure de ce joueur i.

### 4.2.2 Stratégies mixtes

En parallèle aux stratégies pures, il existe aussi des stratégies dites mixtes c'est à dire ou chaque action d'un joueur i dépend d'une probabilité (connue ou non) provenant de la stratégie pure du même joueur.

On note  $P_i$  l'ensemble des stratégies mixtes du joueur i.  $p_i$  correspond donc a une des stratégie mixte du joueur i.

### 4.3 L'équilibre de Nash

Maintenant que l'on en connait un peu plus sur le concept fondamental de la théorie des jeux nous avons bien compris que résoudre un jeu (dynamique bien évidement) revient non pas à "gagner" la partie mais trouver la meilleur stratégie permettant de maximiser ses gains et donc a fortiori minimiser ses pertes (puisqu'elles correspondent à gain réciproque des autres acteurs).

**Définition 5** Une action conjointe  $a^*$  est un équilibre de Nash si et seulement si :  $\forall j$ ,  $\forall a_j \ R_j(a^*) \geq R_j(a_j, a^*_{-j})$ .

Avi ASSAYAG Page 19/30

Autrement dit, trouver un équilibre de Nash dans un jeu revient a trouvé la solution optimal de stratégies mixtes (x,y) qui sont meilleurs réponses l'une fonction de l'autre, c'est à dire :

- x est la meilleur réponse dans la stratégie de y (J2) qui maximise la matrice de gain du J1 donc x.
- y est la meilleur réponse dans la stratégie de x (J1) qui maximise la matrice de gain du J1 donc x

### 4.4 Jeux dynamiques

**Définition 6** Un jeu est dynamique lorsqu'il se déroule en plusieurs étapes non simultané, c'est a dire que les joueurs jouent plusieurs fois mais en ayant connaissance des actions des autres joueurs et donc peuvent établir des stratégies.

Prenons pour hypothèse un jeu dynamique à deux J1 et J2, les deux joueurs vont effectuer tours à tours des actions en différé en ayant accès aux informations des actions du joueur précédent.

Ainsi un jeu dynamique peut être défini par :

- Un nombre fini J de joueurs: 1,2, ...., J
- Un nombre identique d'actions K par joueurs : 1,2,....K
- Un ensemble infini E d'états du jeu qui sont indicé par les actions des joueurs
- Une stratégie pure par joueurs composé des actions des joueurs respectifs

### 4.4.1 Jeu "Matching pennies"

Si l'on essaie de traduire mot - a - mot le nom du jeu on obtient : "jeux d'appariement de sous"; évidemment cela ne nous avance pas plus. Alors comment pourrions nous définir et mieux intégrer le jeu matching pennies?

C'est un jeu simple et l'un plus connu dans le concept de la théorie des jeux, il se joue seulement à deux joueurs J1 : Even (pair) et J2 : Odd (impair). Chaque acteurs (Even & Odd) possèdent une pièce et choisissent simultanément et secrètement une des deux faces Heads (pile) ou Tails (face), puis en fonction des résultats obtenu on assiste des scénarios de gains différents :

- Les deux faces des pièces correspondent et dans ce cas Even garde les deux pièces (+1 Even, -1 Odd)
- Les deux faces des pièces ne correspondent pas et dans ce cas Odd garde les deux pièces (+1 Odd, -1 Even)

Ainsi d'après ce que nous avons déjà vu dans les sections précédentes on peut comprendre que matching pennies est un jeu à somme nulle puisque le gain d'un des deux joueurs (par exemple Even) est bien la perte réciproque de l'autre joueur (ici Odd).

De même vous aurez compris que ce jeu permet aussi d'illustrer le concept de stratégies et de l'équilibre de Nash cependant cette configuration n'admet pas de stratégie pure pour l'équilibre de Nash mais plutôt une stratégie mixte reposant sur le choix probabiliste de chaque joueurs à choisir une des deux faces de la pièce.

Avi ASSAYAG Page 20/30

### 4.4.2 Représentation du jeu sous forme matricielle

Puisque c'est un jeu bi-matricel a somme nulle, profitons de sa définition même pour avoir une vue d'ensemble sur le jeu; c'est à dire les actions de chaque joueurs mais aussi les gains ou pertes respectifs en fonction des choix effectués (cf [4.1.1]).

Pour la représentation du jeu nous allons estimer que le gain ou perte est de de 1 puisque c'est avec une seule pièce que nous jouons, que le joueur J1 Even joue sur les colonnes tandis que le joueur J2 Odd joue les lignes.

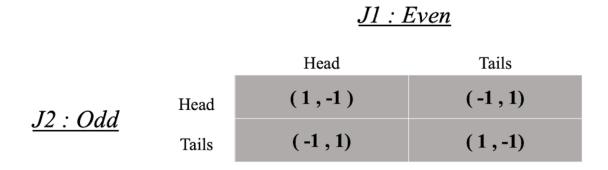


Figure 3 – Representaion matricielle de "Matching Pennies"

Avi ASSAYAG Page 21/30

- 5 Conclusions
- 5.1 Difficultés rencontrées
- 5.2 Axes d'amélioration

Avi ASSAYAG Page 22/30

### 6 Webographie

### Références

```
[Paris X (Nanterre)] https://www.parisnanterre.fr/
[GitHub] https://help.github.com/en
[Python] https://docs.python.org/fr
[Gurobi] https://www.gurobi.com/downloads/gurobi-software/
[Gurobi] https://www.gurobi.com/documentation/9.0/refman/py_model.html
[Théorie des Jeux] https://fr.wikipedia.org/wiki/Th%C3%A9orie_des_jeux
[Théorie des Jeux] http://www.cril.univ-artois.fr/~konieczny/enseignement/ TheorieDesJeux.pdf
[Théorie des Jeux] http://www.cril.univ-artois.fr/~konieczny/enseignement/ TheorieDesJeux.pdf
```

Avi ASSAYAG Page 23/30

### 7 Annexes

### 7.1 Nanterre

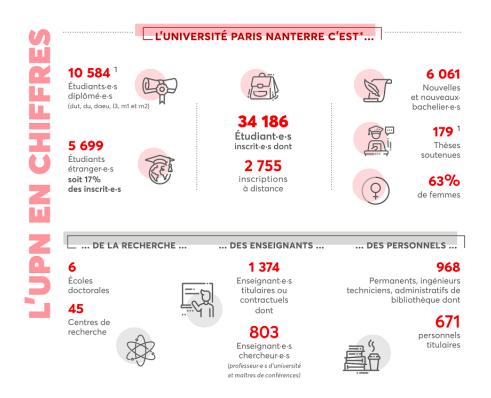


FIGURE 4 – L'Université Paris X en chiffres

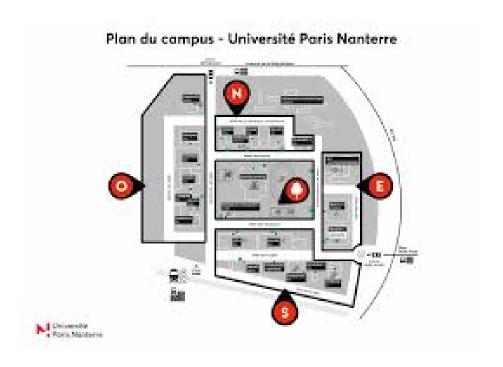


Figure 5 – Le plan de Paris X

Avi ASSAYAG Page 24/30

### 7.2 Python en général

La syntaxe est assez similaire aux autre langage puisque python utilise les mêmes types de variables, sauf les types sophistiqués. A la différence des autres langages de programmation (C,C++,Java,php) la fin d'une instruction se termine par un caractère vide et non; , avec python c'est l'indentation qui fait office d'instruction et donc de bloc de code.

#### 7.2.1 Structure Conditionelle If

La condition est suivi par : puis vient ensuite l'instruction à effectuer, si le test est vérifié, qu'il faudra indenter (d'un cran).

#### 7.2.2 Structure Conditionelle Else

La condition est suivi par : puis vient ensuite l'instruction à effectuer, si le premier test n'est pas vérifié, qu'il faudra indenter (d'un cran) au même niveau que le test If.

#### 7.2.3 Structure Conditionelle Elif

La condition est suivi par : puis vient ensuite l'instruction à effectuer, si le premier test n'est pas vérifié, qu'il faudra indenter (d'un cran) au même niveau que le test If.

#### 7.2.4 Boucle For

La structure est composé de for puis de deux valeurs élément et sequence qui permette de suivre l'itération à effectuer. Le bloc est exécuté autant de fois de qu'il y a d'éléments dans la sequence et se termine par : .

#### 7.2.5 Boucle While

La structure est composé de while puis de la condition qui permet d'effectuer un test. Le bloc est exécuté tant que la condition est vérifié et se termine par : .

Avi ASSAYAG Page 25/30

#### 7.2.6 Les fonctions

Quant au fonction la définition se fait de manière très simple il suffit d'utiliser le mot clé def et cela est terminer, en python on ne prend pas en compte le type de retour d'une fonction comme en C, C++ ou en Java (int, void, double, float etc ...).

### 7.3 L'orienté objet en Python

Python est un langage résolument orienté objet, ce qui signifie que le langage tout entier est construit autour de la notion d'objets. Quasiment tous les types du langage String / Integer / Listes / Dictionnaires sont avant tout des objets tout comme les fonctions qui elles aussi sont des objets.

#### 7.3.1 Création de class

Pour créer une classe , donc un Objet il suffit d'utilise le mot clé class suivit de : et ne pas oublier l'indentation.

```
class < NomClasse> :
    attribut1
    attribut2
```

### 7.3.2 Création du constructeur

Ensuite il faudra définir un constructeur qui permettra d'instancier les objets dont nous auront besoins, il faut donc utiliser la méthode init au sein de la classe sans oublier le paramètre obligatoire (mot clé de python) self.

```
class < NomClasse> :
   attribut1
  attribut2

def __init__ (self):
    self.attribut1 = ... (str)
    self.attribut2 = ... (int)
```

### 7.3.3 Le mot clé pass

Si l'on défini une classe vide c'est a dire ou pour le moment il n'y aucune action à effectuer il faut rajouter le mot clé pass.

```
class < NomClasse > :
    pass
```

Avi ASSAYAG Page 26/30

### 7.3.4 L'héritage en python

Comme nous l'avons également vu ont une classe mère peut hérité d'une autre et donc de ses attributs et de ses méthodes. la syntaxe est simple, il suffit de mettre en paranthése la classe mère au moment de la déclaration de la classe fille. Voici un exemple avec <NomClasse > et < NomClasse2>.

```
class < NomClasse> : #classe mère
  attribut1
  attribut2

class < NomClasse2> (< NomClasse >) : #classe fille
  attribut1 #hérité
  attribut2 #hérité
  attribut3
  attribut4
```

A ce niveau on peut se demander comment Python gére ces héritages. Lorsqu'on tente d'afficher le contenu d'un attribut de données ou d'appeler une méthode depuis un objet, Python va commencer par chercher si la variable ou la fonction correspondantes se trouvent dans la classe qui a créé l'objet.

Si c'est le cas, il va les utiliser. Si ce n'est pas le cas, il va chercher dans la classe mère de la classe de l'objet si cette classe possède une classe mère. Si il trouve ce qu'il cherche, il utilisera cette variable ou fonction.

Si il ne trouve pas, il cherchera dans la classe mère de la classe mère si elle existe et ainsi de suite. Deux fonctions existent pour savoir si l'objet est seulemnent une instance d'une classe et pour savoir si la classe en question a eu recourt à de l'hériatge : isinstance() et issubclass().

### 7.4 GitHub

En résumé les commandes principales de Github.

git init	git remote add
git clone	git checkout
git branch < branche >	git branch -d < branche >
git add < fichier >	git add * (pour tous les fichiers)
git commit -m ""	git merge
git push origin < branche >	git pull origin < master >

Avi ASSAYAG Page 27/30

### 7.5 Gurobi

Voici les deux méthodes (via gurobi.sh ou alors via le module gurobipy) que l'on peut utiliser pour résoudre un programme MIP nommé "biere.py" (voir exmeple [5.3]) :

Figure 6 – Résolution via shell gurobi (gurobi.sh)

```
# aviassayag — -zsh — 80×36

Last login: Tue Apr 28 11:12:22 on ttys01

aviassayag@MacBook-Air-de-Avi ~ % python3 biere.py

Using license file /Users/aviassayag/gurobi.lic

Academic license — for non-commercial use only

Gurobi Optimizer version 9.0.2 build 9v.0.27c0 (mac64)

Optimize a model with 3 rows, 2 columns and 6 nonzeros

Model fingerprint: 8x3iaazbc2

Variable types: 0 continuous, 2 integer (0 binary)

Coefficient statistics:

Matrix range [1e-01, 2e+01]

Objective range [2e+01, 2e+01]

Objective range [5e+00, 6e+00]

RHS range [5e+00, 6e+00]

RHS range [5e+00, 6e+00]

Presolved: 3 rows, 2 columns, 6 nonzeros

Variable types: 0 continuous, 2 integer (0 binary)

Root relaxation: objective 8.80000e+02, 2 iterations, 0.00 seconds

Nodes | Current Node | Objective Bounds | Work

Expl Unexpl | Obj Depth Intinf Incumbent BestBd Gap | It/Node Time

* 0 0 880.000000 880.00000 0.00% — 0s

Explored 0 nodes (2 simplex iterations) in 0.00 seconds

Thread count was 4 (of 4 available processors)

Solution count 2: 880 510

Optimal solution found (tolerance 1.00e-04)

Best objective 8.80000000000000e+02, best bound 8.800000000000e+02, gap 0.0000%

x 12

x 2 28

Obj: 880.0

aviassayag@MacBook-Air-de-Avi ~ %
```

Figure 7 – Résolution via module gurobi (gurobipy)

Il est logique que le résultat produit est le même sauf la commande utilisé n'est pas la même. L'avantage de la deuxième méthode est que l'on peut importer le module gurobipy dans n'importe quelle future création Python.

Avi ASSAYAG Page 28/30

### 7.6 CV

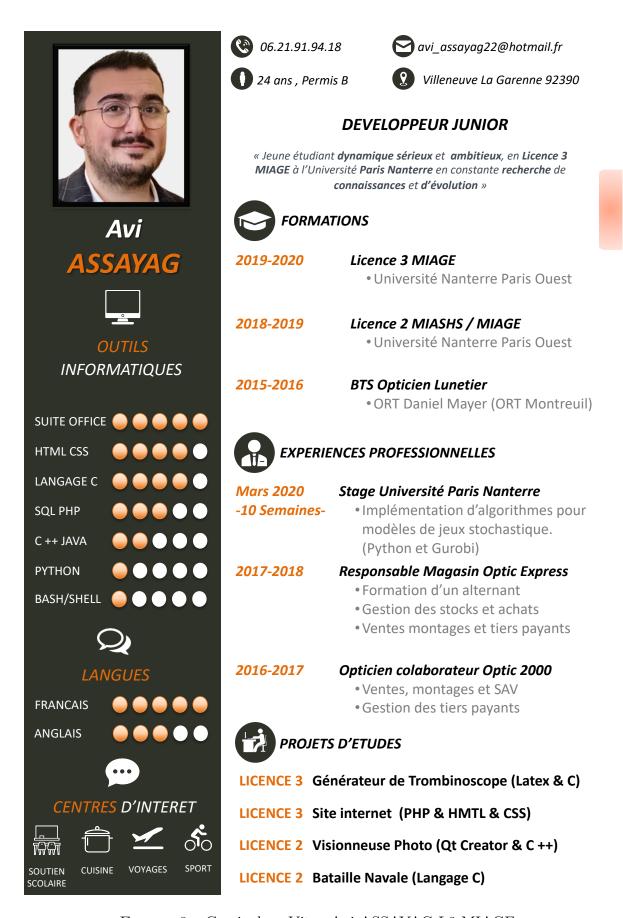


FIGURE 8 – Curriculum Vitae Avi ASSAYAG L3 MIAGE

Avi ASSAYAG Page 29/30

# Table des figures

1	Le campus de Nanterre
2	Shell interactive Gurobi
3	Represenation matricielle de "Matching Pennies"
4	L'Université Paris X en chiffres
5	Le plan de Paris X
6	Résolution via shell gurobi (gurobi.sh)
7	Résolution via module gurobi (gurobipy)
8	Curriculum Vitae Avi ASSAYAG L3 MIAGE

Avi ASSAYAG Page 30/30