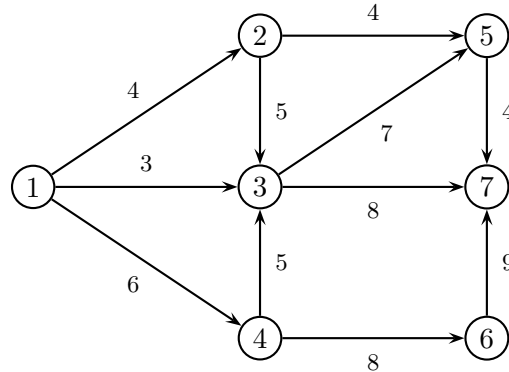


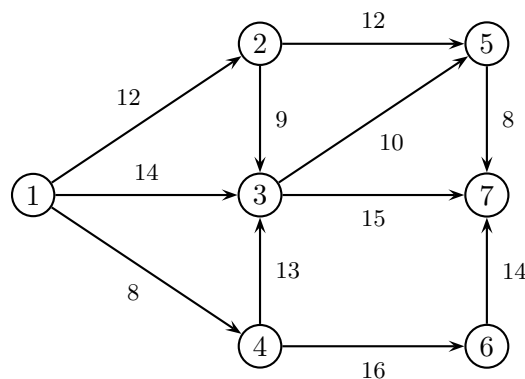
## Tredicesima Esercitazione

**Esercizio 1.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, \quad \quad \quad \}$

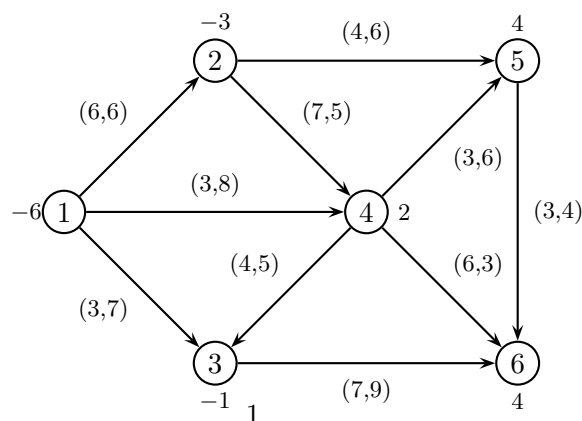
**Esercizio 2.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



### TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$N_s = \quad \quad \quad N_t =$

**Esercizio 3.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.



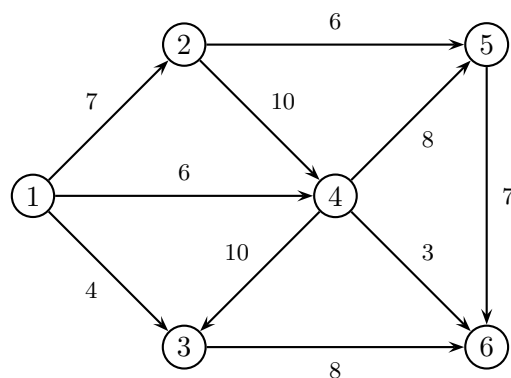
Riempire la tabella:

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	(1,4) (2,4) (2,5) (3,6) (4,6)	(1,2)			
$\pi = (0,$	(1,2) (1,4) (3,6) (4,3) (4,5)	(5,6)			

**Esercizio 4.** Effettuare due passi dell'algoritmo del semplice so su reti per il problema dell'esercizio 3.

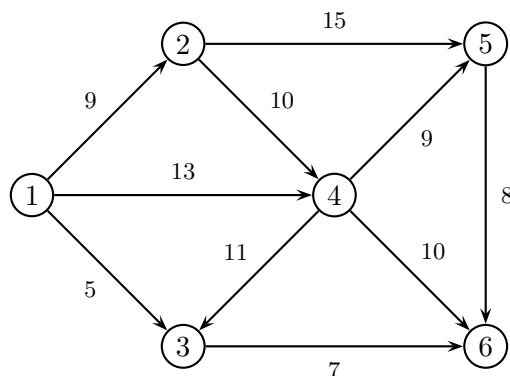
	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,3) (1,4) (2,4) (3,6) (5,6)	
Archi di U	(4,5)	
$x$		
costo di $x$		
$\pi$		
$k$ (arco entrante)		
$\theta_1$ (archi concordi)		
$\theta_2$ (archi discordi)		
$h$ (arco uscente)		

**Esercizio 5.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, \quad \quad \quad \}$

**Esercizio 6.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.

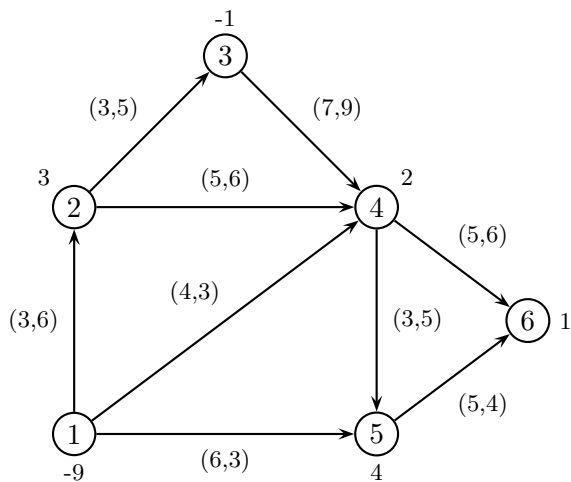


TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$N_s =$

$N_t =$

**Esercizio 7.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.



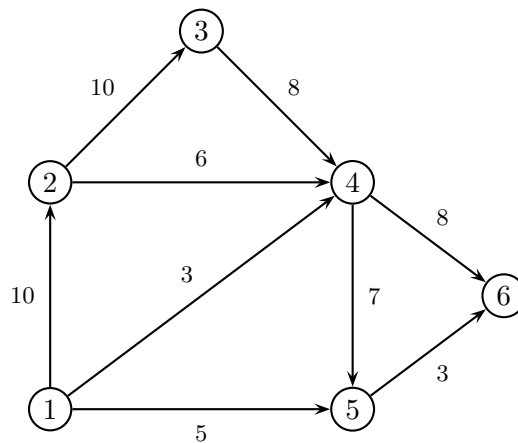
Riempire la tabella:

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	(1,4) (1,5) (2,3) (3,4) (5,6)	(4,5)			
$\pi = (0,$	(1,5) (2,4) (3,4) (4,5) (5,6)	(4,6)			

**Esercizio 8.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 7.

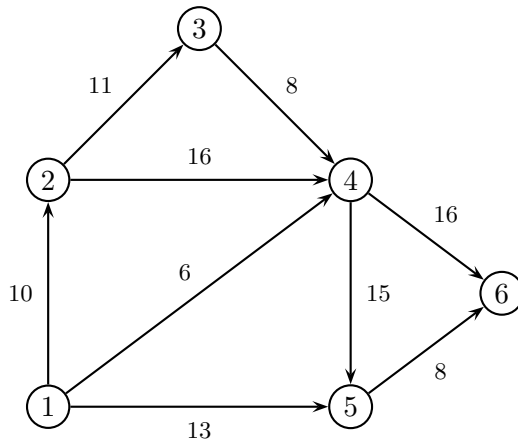
	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,5) (2,3) (3,4) (4,5) (5,6)	
Archi di U	(1,2)	
$x$		
costo di $x$		
$\pi$		
$k$ (arco entrante)		
$\theta_1$ (archi concordi)		
$\theta_2$ (archi discordi)		
$h$ (arco uscente)		

**Esercizio 9.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, \quad \quad \quad \}$

**Esercizio 10.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.

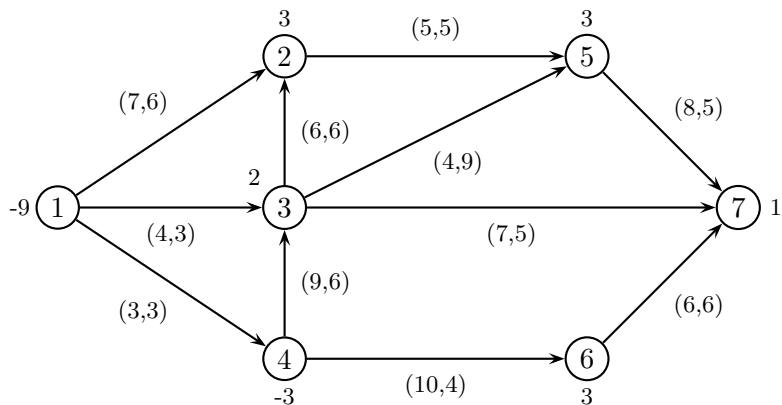


### TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$N_s =$

$N_t =$

**Esercizio 11.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.



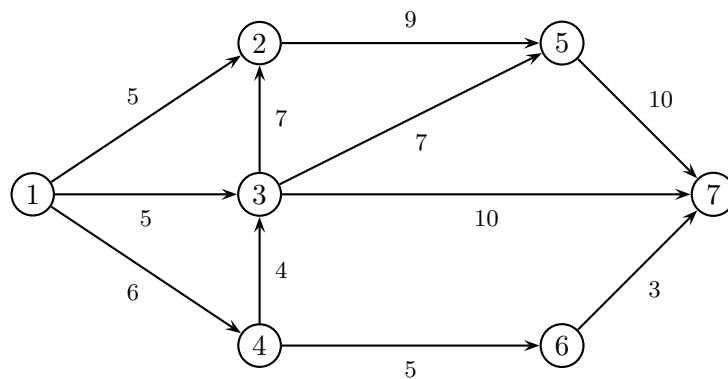
Riempire la tabella:

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	(1,3) (2,5) (3,5) (3,7) (4,6) (6,7)	(1,2)			
$\pi = (0,$	(1,2) (1,3) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(3,2)			

**Esercizio 12.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 11.

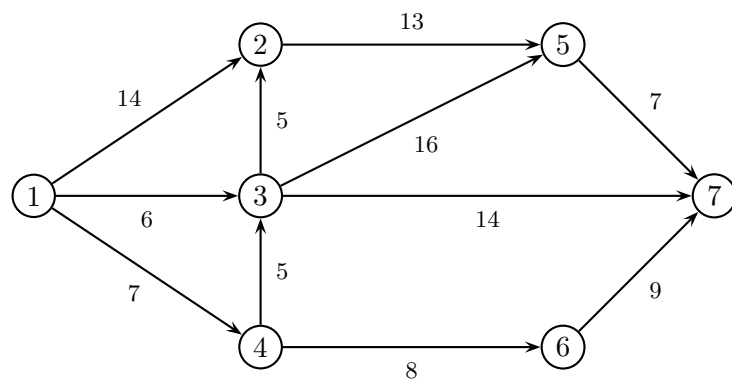
	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,4) (2,5) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	
Archi di U	(1,2)	
$x$		
costo di $x$		
$\pi$		
$k$ (arco entrante)		
$\theta_1$ (archi concordi)		
$\theta_2$ (archi discordi)		
$h$ (arco uscente)		

**Esercizio 13.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, \quad \quad \quad \}$

**Esercizio 14.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$N_s =$

$N_t =$

## SOLUZIONI

### Esercizio 1.

	passo 1		passo 2		passo 3		passo 4		passo 5		passo 6	
nodo	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$
2	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1
3	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
4	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1
5			10	3	8	2	8	2	8	2	8	2
6							14	4	14	4	14	4
7			11	3	11	3	11	3	11	3	11	3

Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, 3, 2, 4, 5, 7, 6\}$

**Esercizio 2.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.

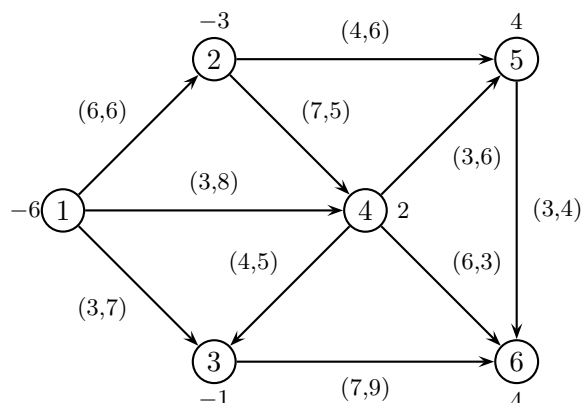
cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 3 - 7	14	(0, 14, 0, 0, 0, 0, 14, 0, 0, 0, 0)	14
1 - 2 - 3 - 7	1	(1, 14, 0, 1, 0, 0, 15, 0, 0, 0, 0)	15
1 - 2 - 5 - 7	8	(9, 14, 0, 1, 8, 0, 15, 0, 0, 8, 0)	23
1 - 4 - 6 - 7	8	(9, 14, 8, 1, 8, 0, 15, 0, 8, 8, 8)	31

TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$$N_s = \{1, 2, 3, 5\} \quad N_t = \{4, 6, 7\}$$



**Esercizio 3.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo é indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.



Riempire la tabella:

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenerare (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (6, 0, 0, 5, 4, 1, 0, 0, 3, 0)$	(1,4) (2,4) (2,5) (3,6) (4,6)	(1,2)	SI	SI	NO
$\pi = (0, 6, 7, 3, 6, 14)$	(1,2) (1,4) (3,6) (4,3) (4,5)	(5,6)	NO	NO	NO

**Esercizio 4.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 3.

	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,3) (1,4) (2,4) (3,6) (5,6)	(1,4) (2,4) (2,5) (3,6) (5,6)
Archi di U	(4,5)	(4,5)
$x$	(0, 1, 5, 3, 0, 2, 0, 6, 0, 2)	(0, 0, 6, 2, 1, 1, 0, 6, 0, 3)
costo di $x$	77	70
$\pi$	(0, -4, 3, 3, 7, 10)	(0, -4, -4, 3, 0, 3)
$k$ (arco entrante)	(2,5)	(4,5)
$\theta_1$ (archi concordi)	2	5
$\theta_2$ (archi discordi)	1	2
$h$ (arco uscente)	(1,3)	(2,4)

**Esercizio 5.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.

nodo	passo 1		passo 2		passo 3		passo 4		passo 5	
	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$
2	7	1	7	1	7	1	7	1	7	1
3	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1
4	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1
5					14	4	13	2	13	2
6			12	3	9	4	9	4	9	4

Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, 3, 4, 2, 6, 5\}$

**Esercizio 6.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.

cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 3 - 6	5	(0, 5, 0, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0)	5
1 - 4 - 6	10	(0, 5, 10, 0, 0, 5, 0, 0, 10, 0)	15
1 - 2 - 5 - 6	8	(8, 5, 10, 0, 8, 5, 0, 0, 10, 8)	23
1 - 4 - 3 - 6	2	(8, 5, 12, 0, 8, 7, 2, 0, 10, 8)	25

TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$$N_s = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad N_t = \{6\}$$

**Esercizio 7.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo é indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.

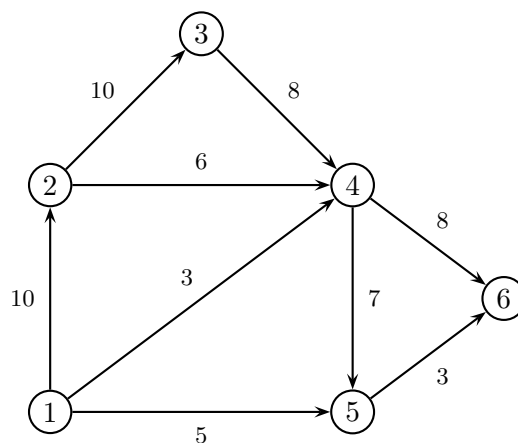
Riempire la tabella:

Vettore	Archivi di B	Archivi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (0, 9, 0, -3, 0, -2, 5, 0, 1)$	(1,4) (1,5) (2,3) (3,4) (5,6)	(4,5)	NO	SI	NO
$\pi = (0, -2, -4, 3, 6, 11)$	(1,5) (2,4) (3,4) (4,5) (5,6)	(4,6)	SI	NO	NO

**Esercizio 8.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 7.

	passo 1	passo 2
Archivi di B	(1,5) (2,3) (3,4) (4,5) (5,6)	(1,2) (2,3) (3,4) (4,5) (5,6)
Archivi di U	(1,2)	(1,5)
$x$	(6, 0, 3, 3, 0, 4, 2, 0, 1)	(6, 0, 3, 3, 0, 4, 2, 0, 1)
costo di $x$	84	84
$\pi$	(0, -7, -4, 3, 6, 11)	(0, 3, 6, 13, 16, 21)
$k$ (arco entrante)	(1,2)	(1,4)
$\theta_1$ (archi concordi)	0	3
$\theta_2$ (archi discordi)	2	3
$h$ (arco uscente)	(1,5)	(1,4)

**Esercizio 9.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



nodo	passo 1		passo 2		passo 3		passo 4		passo 5	
	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$
2	10	1	10	1	10	1	10	1	10	1
3									20	2
4	3	1	3	1	3	1	3	1	3	1
5	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1
6			11	4	8	5	8	5	8	5

Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, 4, 5, 6, 2, 3\}$

**Esercizio 10.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.

cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 4 - 6	6	(0, 6, 0, 0, 0, 0, 0, 6, 0)	6
1 - 5 - 6	8	(0, 6, 8, 0, 0, 0, 0, 6, 8)	14
1 - 2 - 4 - 6	10	(10, 6, 8, 0, 10, 0, 0, 16, 8)	24

### TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$$N_s = \{1, 5\} \quad N_t = \{2, 3, 4, 6\}$$

**Esercizio 11.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo è indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.

Riempire la tabella:

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenerare (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (6, 3, 0, 3, 0, 0, 1, 0, 3, 0, 0)$	(1,3) (2,5) (3,5) (3,7) (4,6) (6,7)	(1,2)	SI	SI	SI
$\pi = (0, 7, 4, -5, 8, 5, 16)$	(1,2) (1,3) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(3,2)	NO	NO	NO

**Esercizio 12.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 11.

	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,4) (2,5) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,4) (2,5) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)
Archi di U	(1,2)	(1,2) (1,3)
$x$	(6, 0, 3, 3, 0, 1, 0, 3, 3, 1, 0)	(6, 3, 0, 3, 0, 1, 0, 0, 3, 1, 0)
costo di $x$	135	111
$\pi$	(0, 11, 12, 3, 16, 13, 24)	(0, 11, 12, 3, 16, 13, 24)
$k$ (arco entrante)	(1,3)	(3,7)
$\theta_1$ (archi concordi)	3	5
$\theta_2$ (archi discordi)	3	1
$h$ (arco uscente)	(1,3)	(3,5)

**Esercizio 13.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.

	passo 1		passo 2		passo 3		passo 4		passo 5		passo 6	
nodo	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$
2	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1
3	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1	5	1
4	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1
5			14	2	12	3	12	3	12	3	12	3
6							11	4	11	4	11	4
7					15	3	15	3	14	6	14	6

Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, 2, 3, 4, 6, 5, 7\}$

**Esercizio 14.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.

cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 3 - 7	6	(0, 6, 0, 0, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 0)	6
1 - 2 - 5 - 7	7	(7, 6, 0, 7, 0, 0, 6, 0, 0, 7, 0)	13
1 - 4 - 3 - 7	5	(7, 6, 5, 7, 0, 0, 11, 5, 0, 7, 0)	18
1 - 4 - 6 - 7	2	(7, 6, 7, 7, 0, 0, 11, 5, 2, 7, 2)	20

TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$$N_s = \{1, 2, 5\} \quad N_t = \{3, 4, 6, 7\}$$