# Ricerca Operativa 11/9/24

| | |
|---|---|
| Cognome | Nome |

**Esercizio 1.** Un mobilificio produce comodini di tre tipi (A, B e C) utilizzando come materie prime legno di noce e di frassino. La disponibilità di materie prime e le quantità utilizzate per la produzione di ogni comodino sono indicate nella seguente tabella insieme al ricavo unitario da massimizzare:

| | A | B | C | Disponibilita' |
|---|---|---|---|---|
| Noce | 6 | 5 | 4 | 1000 |
| Frassino | 4 | 2 | 10 | 800 |
| Ricavo (unitario) | 95 | 80 | 75 | |

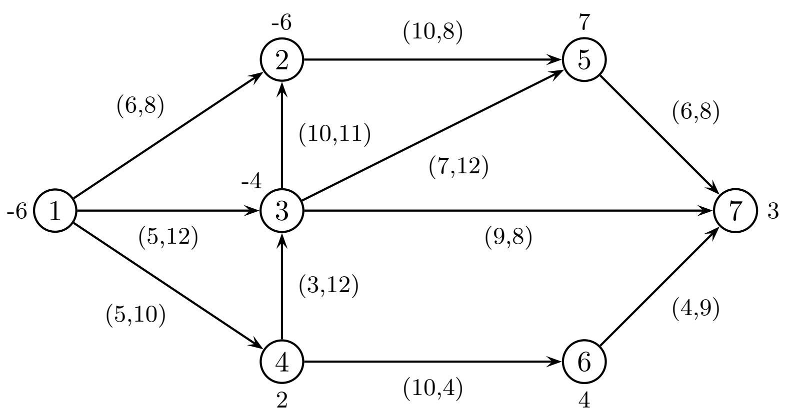
Per la produzione è necessario l'impiego di una macchina disponibile per 500 ore e per la produzione di ogni comodino sono necessarie 4, 5 e 3 ore rispettivamente. Effettuare un passo del simplesso, per risolvere il rilassato continuo, partendo da una soluzione che prevede la produzione di soli comodini di tipo A. Calcolare il primo taglio di Gomory. Utilizzando tale taglio siamo arrivati all'ottimo?

**Esercizio 2.** Trovare il ciclo di costo minimo sulla rete:

| **città** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| **1** | 10 | 92 | 64 | 44 |
| **2** | | 26 | 55 | 58 |
| **3** | | | 12 | 9 |
| **4** | | | | 14 |

Trovare una valutazione con l'algoritmo delle toppe. Applicare il *Branch and Bound* utilizzando il 4–albero e l'algoritmo del nodo più vicino a partire da 4 ed istanziando, nell'ordine, le variabili $x_{35}$, $x_{34}$, $x_{13}$. Quale è la soluzione ottima? Stabilire una condizione necessaria ed una sufficiente affinchè il valore ottimo sia un numero dispari su una rete con numero dispari di nodi.

**Esercizio 3.** Su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacitá.




Considerando l'albero di copertura formato dagli archi (1,4) (3,2) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7) e l'arco (2,5) come arco saturo, il flusso ottenuto é degenere? Il potenziale complementare é degenere? Fare un passo dell'algoritmo del simplesso. Determinare l'albero dei cammini minimi di radice 1 e la soluzione ottima in termini di flusso su reti. Trovare, tramite l'algoritmo FFEK, il taglio da 1 a 7 di capacitá minima e la soluzione ottima del problema del flusso massimo.

**Esercizio 4.** Sia $f(x) = 4\,x_1^2 - 4\,x_1\,x_2 - 7\,x_1 - x_2$ su $P$, poliedro di vertici $(0,0)$, $(-1,3)$, $(2,5)$ e $(4,0)$. Fare un passo del metodo di Frank-Wolfe ed uno del gradiente proiettato a partire da $x^0 = \left(\frac{4}{3}, 0\right)$ per la minimizzazione di $f$. Il punto $(0,0)$ è il minimo globale su P? Quali sono il minimo ed il massiimo globale su tutto $\mathbb{R}^2$?

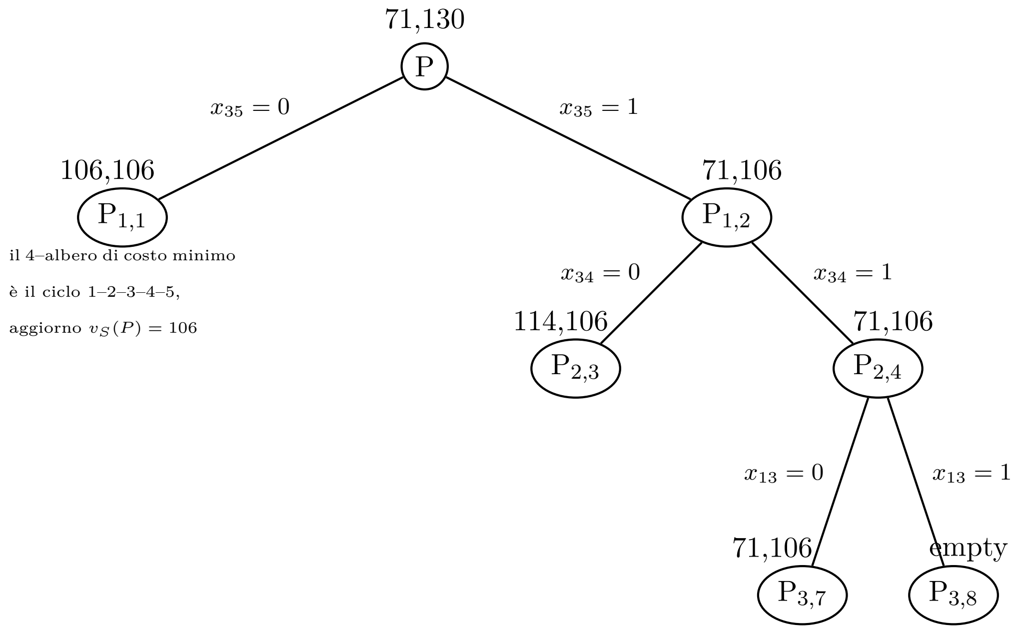
## SOLUZIONI

**Esercizio 1.**

$$\begin{cases} \max\ 95\ x_1 + 80\ x_2 + 75\ x_3 \\ 6\ x_1 + 5\ x_2 + 4\ x_3 \leq 1000 \\ 4\ x_1 + 2\ x_2 + 10\ x_3 \leq 800 \\ 4\ x_1 + 5\ x_2 + 3\ x_3 \leq 620 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0,\ x_3 \geq 0 \\ x_i \in Z \end{cases}$$

La soluzione ottima è (95,0,40).
Vertice di partenza: $(125, 0, 0)$ con base $B = \{3, 5, 6\}$, $y = (0, 0, 95/4, 155/4, 0, -15/4)$, $h = 6$, e $W^6 = \begin{pmatrix} -3/4, & 0 & 1 \end{pmatrix}^T$, $r = (300/7, 500/3)$, $k = 2$. L'ottimo del rilassato continuo in formato duale standard è $(650/7, 0, 300/7, 1900/7, 0, 0)$; per calcolare il piano di taglio $r = 1$ la prima riga della matrice $\tilde{A}$ è $(11/7, -3/28, 5/14)$ ed il taglio è $16x_2 + 25x_5 + 10x_6 \geq 24$.

**Esercizio 2.**
L'assegnamento di costo minimo dà 55 come valutazione inferiore.
4–albero: ( 1 , 2 ) ( 2 , 3 ) ( 2 , 4 ) ( 3 , 4 ) ( 3 , 5 ); $v_I(P) = 71$
ciclo: $4 - 3 - 5 - 1 - 2$; $v_S(P) = 130$




**Esercizio 3.**

| | iterazione 1 | |
|---|---|---|
| Archi di T | (1,4) (3,2) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7) | |
| Archi di U | (2,5) | |
| $x$ | (0, 0, 6, 8, 2, 2, 0, 0, 4, 3, 0) | |
| $\pi$ | (0, 18, 8, 5, 15, 15, 21) | |
| Arco entrante | (1,2) | |
| $\vartheta^+$, $\vartheta^-$ | 8 , 0 | |
| Arco uscente | (4,3) | |

L'albero dei cammini minimi come flusso è $x = (1, 3, 2, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$.
I cammini aumentanti sono 1-3-7; 1-2-5-7; 1-4-6-7 con $\delta = (8, 8, 4)$ con flusso ottimo $x = (8, 8, 4, 8, 0, 0, 8, 0, 4, 8, 4)$, $N_t = \{6, 7\}$.

**Esercizio 4.**

| | |
|---|---|
| sol. ottima del problema linearizzato in $x^0$ | $(2, 5)$ |
| direzione | $\left(\frac{2}{3}, 5\right)$ |
| passo | 1 |
| $x^1$ | $(2, 5)$ |

| | |
|---|---|
| matrice $M$ | $(0, -1)$ |
| matrice $H$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ |
| direzione | $\left(-\frac{11}{3}, 0\right)$ |
| max spostamento possibile lungo la direzione | $\frac{4}{11}$ |
| passo | $\frac{1}{8}$ |
| $x^1$ | $\left(\frac{7}{8}, 0\right)$ |

$(0, 0)$ è stazionario con moltiplicatori $(4/3, -7/3, 0, 0)$ quindi è una sella.

Il minimo ed il massimo globale su tutto $\mathbb{R}^2$ non esistono.