Ricerca Operativa 26/6/24

Cognome	Nome

Esercizio 1. Un'azienda produce due tipi di cappotti A e B che vende rispettivamente a 500 e 600 euro l'uno. Per la produzione di ognuno di essi servono lana (in chili), tempo macchina (in ore) e tempo umano (in ore) secondo la seguente tabella che fornisce anche la disponibilità giornaliera dell'azienda:

	Disponibilitá	A	B
Lana	2000	50	30
Ore uomo	300	6	5
Ore macchina	210	3	5

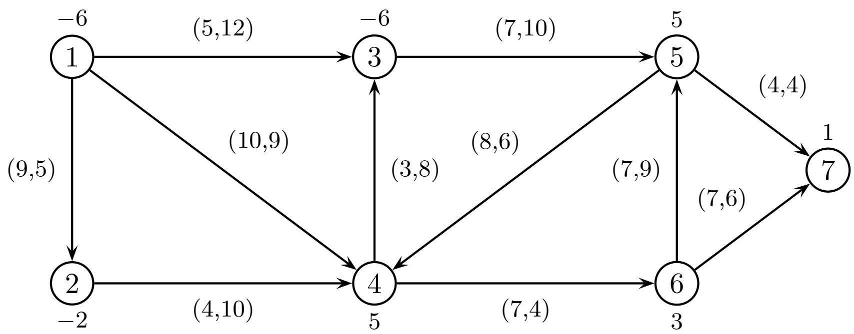
Si vuole massimizzare il guadagno. Effettuare un passo del simplesso, per risolvere il rilassato continuo, partendo da una soluzione che prevede solo produzione di cappotto A. Calcolare il primo taglio di Gomory. Utilizzando tale taglio siamo arrivati all'ottimo?

Esercizio 2. Si deve caricare un container di 17 metri cubi massimizzando il valore dei beni inseriti.

Beni	1	2	3	4
Valori	28	31	35	24
Volumi	12	9	7	6

Applicare gli algoritmi dei rendimenti per trovare le valutazioni superiori ed inferiori sia nel caso intero che nel caso binario. Risolvere il problema binario con il Branch & Bound, istanziando, ad ogni nodo dell'albero, la variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo.
In un problema di zaino intero come si potrebbe imporre che la soluzione ottima abbia un numero non dispari di oggetti di ogni tipo?

Esercizio 3. Data la seguente rete dove su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacitá.



Se T è formato da (1,4), (2,4), (3,5), (5,4), (5,7) e (6,5) e U da (1,2) e (4,6), flusso e potenziali sono degeneri? Fare un passo dell'algoritmo del simplesso. Determinare l'albero dei cammini minimi di radice 1 e la soluzione ottima come flusso su reti. Trovare, tramite l'algoritmo FFEK, il taglio tra 1 e 7 di capacitá minima e la soluzione ottima del problema del flusso massimo.

Esercizio 4. Sia $f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10\,x_1 - 6\,x_2$ su P, definito da

$$-x_1 + x_2 \leq 1 \qquad x_1 - x_2 \leq 3 \qquad -x_1 - x_2 \leq -1 \qquad x_1 + x_2 \leq 5$$

Fare un passo di Frank-Wolfe ed uno del gradiente proiettato partendo da $(1,0)$ per la minimizzazione. Trovare il massimo globale su P ed i relativi moltiplicatori. Quale è il minimo globale su $\mathbb{R}^2$?

SOLUZIONI

Esercizio 1.

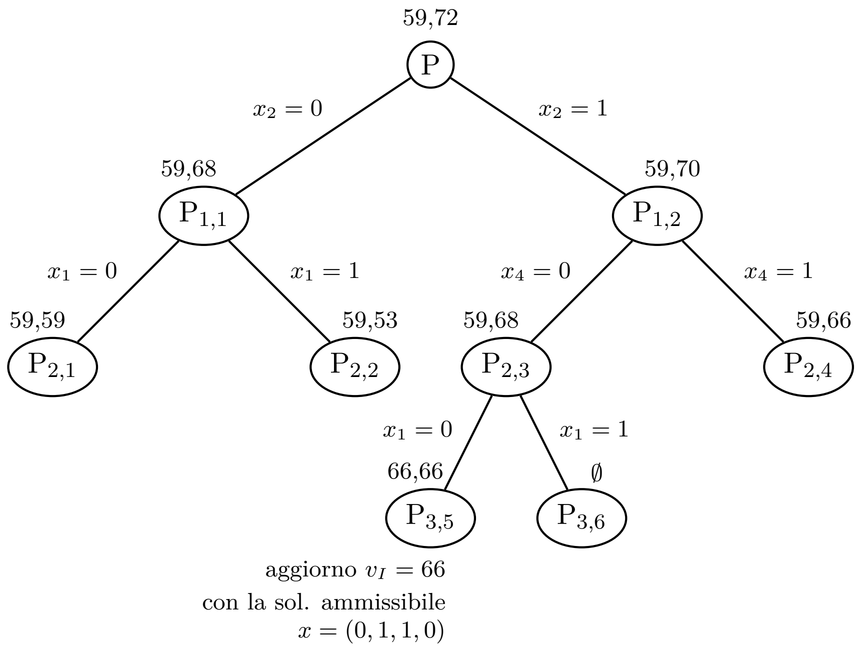
$$\begin{cases} \max 5\,x_A + 6\,x_B \\ 50\,x_A + 30\,x_B \le 2000 \\ 6\,x_A + 5\,x_B \le 300 \\ 3\,x_A + 5\,x_B \le 210 \\ x_A, x_B \ge 0. \end{cases}$$

La soluzione ottima del rilassato continuo é: $(23.125, 28.125)$ e la sua base é $\{1, 3\}$.
La soluzione ottima del problema é $(23, 28)$ ottenuta tramite intlinprog.
Vertice di partenza: $(40, 0)$ con base $B = \{1, 5\}$, $y = (1/10, 0, 0, 0, -3)$, $h = 5$, e $W^5 = \begin{pmatrix} -3/5 & 1 \end{pmatrix}^T$, $r = (300/7, 225/8, 200/3)$, $k = 3$. L'ottimo $(23.125, 28.125)$ è da portare in formato duale standard per calcolare il piano di taglio $r = 2$ e quindi $x = (185/8, 225/8, 0, 165/8, 0)$. La prima riga della matrice $\tilde{A}$ è $(1/32, -3/16)$ ed il taglio è $x_3 + 26x_5 \ge 4$.

Esercizio 2.

$v_I(P) = 70$ e $x = (0, 0, 2, 0)$; $v_S(P) = 85$ e $x = (0, 0, \frac{17}{7}, 0)$

$v_I(P) = 59$ e $x = (0, 0, 1, 1)$; $v_S(P) = 72$ e $x = (0, \frac{4}{9}, 1, 1)$



SOLUZIONE OTTIMA $= (0, 1, 1, 0)$; VALORE OTTIMO $= 66$.

Esercizio 3.

		iterazione
Archi di T		(1,4) (2,4) (3,5) (5,4) (5,7) (6,5)
Archi di U		(1,2) (4,6)
x		(5, 0, 1, 7, 6, 0, 4, 1, 1, 1, 0)
π		(0, 6, −5, 10, 2, −5, 6)
Arco entrante		(1,2)
ϑ^+, ϑ^-		8 , 5
Arco uscente		(1,2)

L'albero dei cammini minimi come flusso è $x = (1, 3, 2, 0, 2, 0, 1, 0, 1, 0, 0)$. I due cammini aumentanti sono 1-3-5-7 con $\delta = 4$ e 1-4-6-7 con $\delta = 4$; il flusso ottimo è $x = (0, 4, 4, 0, 4, 0, 4, 0, 4, 0, 4)$, $N_t = 6, 7$.

Esercizio 4.

sol. ottima del linearizzato	$(4, 1)$
direzione	$(3, 1)$
passo	1
x^1	$(4, 1)$

matrice M	$(-1, -1)$
matrice H	$\begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$
direzione	$(1, -1)$
max spostamento	1
passo	$1/2$
x^1	$(3/2, -1/2)$

Poichè f è convessa il massimo globale su P è $(0, 1$ con moltiplicatori $(-3, 0, -7, 0)$.

Il minimo globale su tutto $\mathbb{R}^2$ è $(5, 3)$ punto che anulla il gradiente di una funzione convessa.