Esercizio 2

Al ricevitore di Fig. 1 viene applicato il segnale $r(t)=\sum_i a_i\, g_T(t-iT)\; p(t)+w(t)$, con $p(t)$ riportato in Fig.2 dove $T_0=1/f_0$ e $f_0 >> 1/T$. Simboli a_i, indipendenti ed equiprobabili, appartenenti all'alfabeto $A\equiv[-1,1]$. Il rumore w(t) introdotto dal canale è Gaussiano, a media nulla, con densità spettrale di potenza $S_W(f)=\frac{N_0}{2}$. Lo spettro dell'impulso di trasmissione è $G_T(f)=tri(fT/2)$. Nell'ipotesi che la risposta in frequenza del filtro in ricezione sia $G_R(f)=rect(fT/2)$ si calcoli:

1) L'energia trasmessa media per simbolo
2) La potenza media della componente di rumore all'uscita del filtro in ricezione $g_R(t)$
3) La Probabilità di Errore su bit.

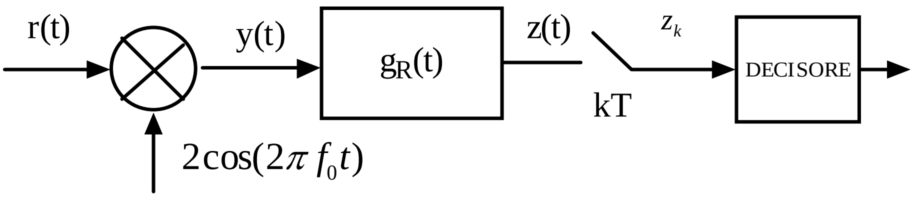


Fig.1

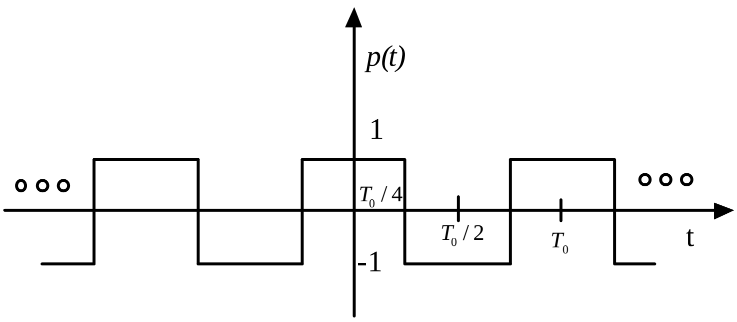


Fig.2

BOZZA SOLUZIONE COMPITO 16/6/09 ES 2

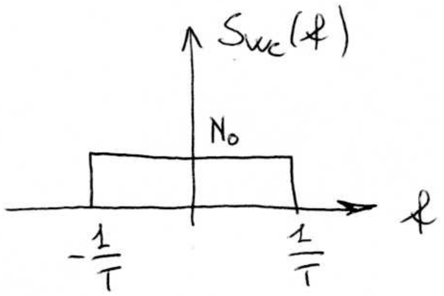
1. Energia trasmessa media per simbolo

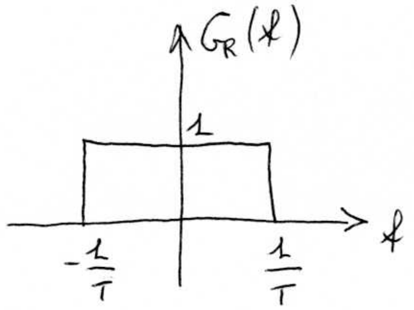
$$E_{g_T} = \int_{-\infty}^{+\infty} g_T^2(t)\underbrace{c^2(t)}_{=1}dt = \int_{-\infty}^{+\infty} g_T^2(t)\,dt = \int_{-\infty}^{+\infty} G_T^2(f)\,df =$$

$$= 2\int_0^{1/T}(1-fT)^2\,df = 2\left(f - f^2T + \frac{f^3}{3}T^2\right)\Big|_0^{1/T} =$$

$$= 2\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T} + \frac{1}{3T}\right) = \frac{2}{3T}$$

2. Potenza media componente di rumore all'uscita di $g_R(t)$





$$\sigma_{n_c}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{wc}(f)\,|G_R(f)|^2\,df = \frac{2N_0}{T}$$

3. $p(t)$ può essere espresso tramite Trasformata Serie di Fourier

$$p(t) = \sum_k p_k\, e^{j2\pi \frac{k}{T_0}t} = 2\sum_{k=1}^{+\infty} p_k \cos\left(2\pi\frac{k}{T_0}t\right)$$

Se $y(t) = s(t) + n_c(t)$

$$\Rightarrow s(t) = 2\sum_i a_i\, g_T(t-iT)\sum_k p_k\cos(2\pi f_0 k t)\cdot 2\cos(2\pi f_0 t)$$

$$\Rightarrow s^{(BB)}(t) = 2\sum_i a_i\, g_T(t-iT)\, p_1$$

Solo la componente con $k=1$ passa dal filtro $g_R(t)$

$$\Rightarrow z(k) = 2a_i\, g(0)\, p_1 + n_c(k)$$