

DOMANDE ORALE

Si ringrazia la componente studentesca per la collaborazione alla realizzazione di questo documento

PRIMO APPELLO INVERNALE

1. Primo teorema di gershgorin e conseguente/corollario
2. Se si sa che la matrice è a predominanza diagonale forte quali metodi iterativi convergono (jacobi e gauss-seidel, newton non è un metodo per approssimare le soluzioni di un sistema lineare lmao)
3. Polinomio di interpolazione di hermite: Cosa bisogna conoscere per applicarlo e polinomi di prima e seconda specie
4. Metodo delle potenze
5. Cosa vuol dire che una matrice è diagonalizzabile
6. Cos'è e come costruire una formula di tipo interpolatorio per: $\int_a^b p(x) f(x) dx$
7. Se ho un polinomio di interpolazione di grado n quanti punti iniziali devo avere? n+1
8. Teorema di convergenza locale
9. Struttura generale schema iterativo per approssimare la soluzione:
$$x^{(k+1)} = Hx^{(k)} + c$$
10. Velocità asintotica di convergenza:
11. Fattorizzazione QR: A=QR
12. Se ho il sistema Ax=b e conosco una fattorizzazione QR (nota non è unica) come risolvo il sistema velocemente? Avendo Q matrice ortogonale e R matrice triangolare la risoluzione è immediata.
$$QRx = b \quad Q^T QRx = Q^T b \quad Rx = Q^T b$$
13. Metodo di newton e il suo ordine di convergenza
14. Dato Ax=b costruire un generico schema iterativo per approssimare la soluzione
15. Raggio spettrale
16. Teorema di hirsh $\|A\| \geq \rho(A)$
17. Polinomio di interpolazione di newton
18. Matrice riducibile, grafo fortemente connesso
19. Se ho una matrice nxn quante matrici di permutazione posso avere: n!
20. Dato una matrice nella forma ridotta come calcolo gli autovalori della matrice nella forma non ridotta
21. Dato uno schema iterativo $x_{n+1} = \phi(x_n)$ convergente al punto fisso $\alpha = \phi(\alpha)$.
Come si misura l'ordine di convergenza (Teorema ordine di convergenza: dimostrazione)
22. Matrice di rotazione: struttura e proprietà
23. Cosa è una matrice ortogonale
24. Cosa è una matrice unitaria
25. In cosa si utilizzano le matrici di rotazione
26. Metodo di Jacobi per matrici reali e simmetriche (si usano le matrici di rotazione)
27. Grado di precisione. $I(\rho f) = \int_a^b \rho(x) f(x) dx \quad Jn = \sum_{i=0}^n a_i f(x_i)$

28. Ho una formula con grado di precisione m , integro un polinomio di grado $m-2$. Quale errore commetto nel sostituire la formula approssimata all'integrale esatto? 0, avendo grado di precisione m posso integrare (teoricamente) tutti i polinomi di grado al più m .
29. Data l'equazione $x^3 - 2x^2 - x - 1 = 0$ trovare la matrice di Frobenius:
- $$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$
30. (riferimento alla matrice sopra) Che legame c'è tra la matrice e l'equazione: l'equazione è l'equazione caratteristica della matrice di Frobenius. Sempre considerando la stessa equazione: si hanno soluzioni reali? Sì, il grado è 3 e la matrice è a elementi tutti reali. Si ha quindi almeno una soluzione reale perché le soluzioni complesse sono presenti a coppie di complessi coniugati e quindi si dovrebbero avere 4 soluzioni per avere solo soluzioni complesse. Intervalli a cui appartengono le soluzioni? Cerchi di Gershgorin e in più posso ridurre l'intervallo sapendo che la Trasposta ha gli stessi autovalori, ma in cerchi diversi. Si fa l'intersezione di tutti i cerchi e si ottiene un intervallo più piccolo
31. Polinomio di interpolazione di Lagrange: dati necessari a costruirlo
32. Errore nell'interpolazione con Lagrange/newton. Tanto l'espressione dell'errore è la stessa cambia solo il modo di ricavarla (essendo il polinomio di interpolazione unico)
33. Matrice hermitiana A . Proprietà degli autovalori? Sono reali
34. Avendo una equazione non lineare $f(x)$ supposta 'a' la soluzione di $f(x)=0$: Metodo di bisezione, quando si può applicare, come si può applicare, in che ipotesi converge e quale è il suo ordine di convergenza. Aspetto positivo del metodo: con una certa formula si sa subito prima di partire quante iterazioni sono necessarie. Costo di ogni iterazione del metodo ed efficienza
35. Efficienza metodo di Newton
36. Algoritmo metodo QR per il calcolo degli autovalori
37. Fattorizzazione LR: cos'è e come si può ottenere (tutto il procedimento)
38. Come trovo la soluzione di $Ax=b$ avendo la fattorizzazione LR
39. Avendo I e $J_n(f)$ come si devono scegliere i nodi e i pesi per avere le formule di
- $$\text{newton-cotes: } I = \int_a^b f(x)dx \quad J_n(f) = \sum_{i=0}^n a_i f(x_i) \quad a_i = \int_a^b l_i(x)dx$$
40. Come si ricavano i polinomi fondamentali dell'interpolazione di Lagrange
41. Raggio spettrale
42. Approssimazione di una funzione nel senso dei minimi quadrati: tutto il procedimento
43. Ordine di convergenza del metodo di Newton
44. Come si costruiscono le formule di quadratura di tipo interpolatorio di: 0
- $$I(\rho f) = \int_a^b \rho(x) f(x) dx$$
45. Grado di precisione di una formula di quadratura
46. Teorema di convergenza locale: contesto, scopo, enunciato e dimostrazione
47. Metodo delle potenze
48. Polinomio di interpolazione nella forma di Newton: quali dati devo conoscere e come si scrive
49. Differenze divise

50. Data una successione x_n con limite per n che tende all'infinito uguale ad α : definizione ordine di convergenza e le sue limitazioni ($p \geq 1$)
51. Costruzione degli schemi iterativi per il metodo di Jacobi e per il metodo di Gauss-Seidel
52. Condizioni sufficienti per la convergenza del metodo di Jacobi/Gauss-Seidel
53. Malcondizionamento nella risoluzione di un sistema lineare
54. Struttura metodo di Newton per approssimare le soluzioni e ordine di convergenza
55. Primo teorema di Gershgorin
56. Teorema di convergenza locale: contesto
57. Metodo delle potenze
58. Unicità del polinomio di interpolazione
59. Struttura matrici di rotazioni e proprietà
60. Matrici irriducibili applicata alla matrice di rotazione per il calcolo degli autovalori
61. Polinomio di interpolazione di Lagrange ed espressione dell'errore tra la funzione ed il polinomio che approssima

SECONDO APPELLO INVERNALE

1. Approssimazione di una funzione nel senso dei minimi quadrati: tutto il procedimento
2. Struttura generale schema iterativo per approssimare la soluzione:

$$x^{(k+1)} = Hx^{(k)} + c$$
3. Dimostrazione metodo iterativo convergente
4. Hirsch
5. Metodo delle potenze
6. Come si costruiscono le formule di quadratura di tipo interpolatorio di:

$$I(\rho f) = \int_a^b \rho(x) f(x) dx$$
7. da $Ax=b$, parliamo del malcondizionamento
8. polinomio di interpolazione di Newton
9. errore nell'interpolazione di Newton
10. primo teorema di Gershgorin
11. $f(x)=0$ non lineare, parliamo del metodo di Newton
12. ordine di convergenza di Newton (mostra il procedimento)

TERZO APPELLO INVERNALE

1. matrice riducibile e metodo del grafo
2. proprietà matrice di permutazione (ortogonale e hermitiana reale)
3. Teorema Convergenza locale
4. def. malcondizionamento e dim. disequazione (con $\Delta A=0$)
5. dim. perché fattore di malcondizionamento è ≥ 1
6. come si costruiscono le formule di quadratura interpolatorie e quale polinomio di interpolazione si usa (si possono usare entrambi ma nella dim si usa Lagrange)
7. metodo delle potenze
8. metodo minimi quadrati
9. interpolazione Hermite
10. metodo bisezione e n iterazioni
11. cos'è LR, risoluzione sistema LR (senza gauss)
12. cosa è QR, (risoluzione sistema QR, non l'ha chiesto ma l'avrebbe chiesto secondo me)
13. teorema Greshgoring 1
14. generica equazione sistema lineare
15. polinomio di interpolazione generico e unicità del polinomio
16. matrice di rotazione
17. metodo Jacobi per matrici simmetriche
18. dim. Metodo hirsh