591AA 21/22 – ELENCO DEI PROBLEMI 10

Problema 1. Determina se i seguenti insiemi di vettori sono linearmente indipendenti

(a) $\{(1,2,3),(2,3,5),(3,5,6)\}$
(b) $\{(1,1,0),(1,3,2),(4,9,5)\}$

Problema 2. Determina se i seguenti insiemi di vettori generano (span) $\mathbb{R}^3$

(a) $\{(1,1,0),(1,1,1)\}$
(b) $\{(1,1,0),(1,2,0),(1,2,1)\}$

Problema 3. Sia A una matrice di scalini. Spiegare perché le colonne di A sono linearmente indipendenti se e solo se il numero di pivots di A uguale al numero di colonne di A.

Nota: L'algoritmo per determinare se le colonne di una matrice M sono linearmente indipendenti quello di applicare l'eliminazione gaussiana a M per produrre una matrice di scalini A, e poi verificare che le colonne di A siano linearmente indipendenti.

Problema 4. Sia A una matrice di scalini con n righe. Spiega perch'e le colonne di A generano $\mathbb{R}^n$ se e solo se A ha n pivots.

Nota: Sia M una matrice con n righe. L'algoritmo per determinare se le colonne di M generano (span) $\mathbb{R}^n$ è quello di applicare l'eliminazione gaussiana a M per produrre una matrice di scalini A, e poi verificare che le colonne di A generano $\mathbb{R}^n$.

Problema 5. Trova una base per il sottospazio

$$U = \{\, p(x) \in P_3[x] \mid p(1) = p(-1) \,\}$$

dove $P_3[x]$ è lo spazio dei polinomi di grado minore o uguale a 3 (incluso lo zero)

Problema 6. Trova una base per il sottospazio

$$W = \{\, p(x) \in \mathbb{R}[x] \mid p(1) = p(-1) \,\}$$