



ALGORITMO JPEG e CAMBI DI BASE

<https://en.wikipedia.org/wiki/JPEG>

Immagine: matrice $m \times n$
pixel in orizz. e verticale

Questo vale se è B/N: ogni elemento della matrice è $[0, 1]$
 $B \uparrow \quad \uparrow N$

Immagine a colori: sovrapposizione di 3 immagini monocromatiche rispetto a 3 colori fondamentali

Morale: possiamo supporre che la immagine sia B/N.

Discretizzazione: l'intervallo $[0, 1]$ di numeri reali diventa l'intervallo $[0, 255]$ di numeri interi
 $256 \text{ possibilità} = 8 \text{ bit}$

$$\text{Full HD} = 1920 \times 1080 \sim 2.000.000 \times 3 = 6 \text{ MB}$$

Riduzione a blocchi: la matrice viene ridotta i sottoblocchi 8×8

Come posso risparmiare sulle dimensioni?

1° modo Riduco la risoluzione

2° modo Riduco il campionamento: invece di usare 256 possibili valori, uso solo 16 possibili valori

Idea vincente: fare un cambio di base nello spazio delle matrici 8×8 (spazio di dim. 64)

Base canonica: 64 matrici con un 1 e 63 zeri

Base strana: usare base di autovettori rispetto ad una applicazione simmetrica

Prima avviene una traslazione: invece di usare valori in $[0, 255]$ si usano valori in $[-127, 127]$

Come è fatta la trasformazione simmetrica?

Scendiamo di una dimensione: invece di matrici 8×8 , considero vettori lunghi 8

(a, b, c, d, e, f, g, R)

$L(a, b, c, d, e, f, g, R) =$ sostituisco ogni elemento con la somma dei 2 vicini
Per decidere i vicini del 1° e ultimo prolungo a dx e sx per riflessione

$$= (a+b, a+c, b+d, c+e, d+f, e+g, f+R, g+R)$$

... $b \ a$; $a \ b \ c \ d \ e \ f \ g \ R$; $R \ g \ \dots$

Questa trasformazione è simmetrica (la matrice associata ha 1 sopra e sotto la diagonale)

Nel caso di vettori lunghi 4 sarebbe

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (a, b, c, d) \rightarrow (a+b, a+c, b+d, c+d)$$

Siano $\{v_1, \dots, v_8\}$ una base ortonormale di autovettori

e nel caso delle matrici $\{M_1, M_2, \dots, M_{64}\}$

Ogni matrice 8×8 M è comb. lineare di queste, quindi si scrive come

$$M = c_1 M_1 + c_2 M_2 + \dots + c_{64} M_{64}$$

Morale: alcune componenti, quelle rispetto alle matrici "in alto a sx nella base" sono più importanti di altre, quindi le altre sono "sacrificabili"

Si trasmettono "bene" le componenti + importanti (8 bit) e in maniera sempre più approx quelle meno importanti.

Quali sono + importanti: quelle + uniformi.

1 1 1 ...
1 1 1
1 1 1
⋮

Matrice con tutti 1 \rightarrow componente è il colore medio di quel blocco.

1
0

\rightarrow componente: media della parte alta