Esercizio # 1 compitino 24/05/2004

Il segnale all'ingresso del sistema in Fig. 1 è

$$x(t) = \sum_i a_i \, g_T(t-iT) + w(t)$$

$$G_T(f) = \sqrt{T} \cos\left(\frac{\pi f T}{2}\right) \mathrm{rect}\left(\frac{fT}{2}\right)$$

$a_i \in A = [-1, 1]$ indipendenti ed equiprobabili.

$w(t)$ processo di rumore gaussiano con

$$S_w(f) = \frac{N_0}{2} \mathrm{rect}\left(\frac{fT}{8}\right)$$

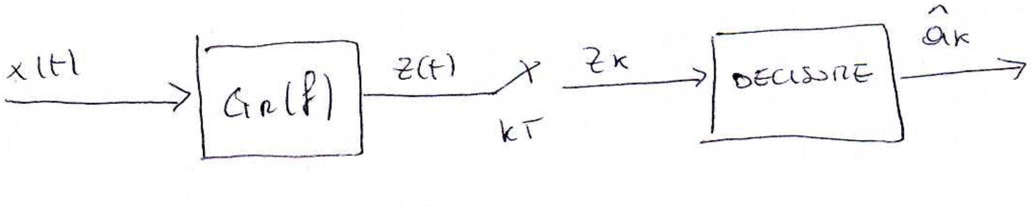
Si determini:

1) l'espressione in frequenza del filtro in ricezione $G_R(f)$ in modo che

   a) Non vi sia ISI (Interferenza Inter Simbolica)

   b) Si abbia il massimo SNR in uscita al filtro

2) Si calcoli la Probabilità di errore se $\lambda = -1$



24-05-2004

$$x(t) = \sum_i a_i g_T(t-iT) + w(t)$$

$$G_T(f) = \sqrt{T}\cos\left(\frac{\pi f T}{2}\right)\operatorname{rect}\left(\frac{fT}{2}\right)$$

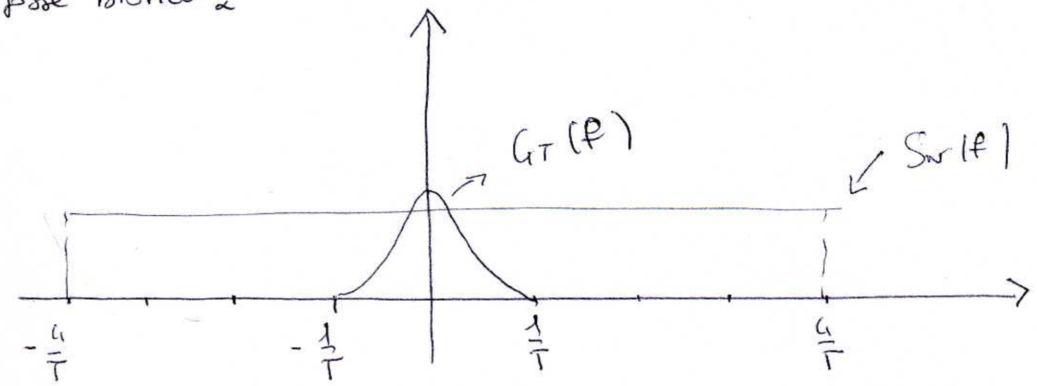
$a_i = \pm 1$ equipr. indipendenti

$w(t)$ Gaussiano con $S_w(f) = \frac{N_0}{2}\operatorname{rect}\left(\frac{fT}{8}\right) = \frac{N_0}{2}\operatorname{rect}\left(\frac{f}{8/T}\right)$

→ Si determini $G_R(f)$ in modo che non vi sia ISI e max SNR in uscita al filtro.

→ $P(e)$ se $\lambda = -1$

Il rumore è bianco nella banda del segnale quindi è come se fosse bianco!



come se fosse bianco! quindi il filtro ottimo è anche il filtro adattato e allora poiché $G_T(f)$ è reale e pari anche $g_T(t)$ è reale e pari e quindi

$$g_R(t) = g_T(-t) = g_T(t)$$

$$z(t) = \sum_i a_i \, g(t - iT) + n(t)$$

$$g(t) = g_T(t) \otimes g_T(t)$$

$$n(t) = w(t) \otimes g_T(t)$$

$$G(f) = \frac{T}{2}\left(1 + \cos(\pi f T)\right) \quad \text{rect}\left(\frac{fT}{1}\right)$$ coseno rialzato

$$g(kT) = \begin{cases} g(0) = 1 & \text{per } k=0 \\ 0 & \text{per } k \neq 0 \end{cases}$$

$$S_n(f) = S_w(f) \, |G_T(f)|^2 = \frac{N_0}{2} |G_T(f)|^2$$

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} |G_T(f)|^2 \, df = \frac{N_0}{2} g(0) = \frac{N_0}{2}$$

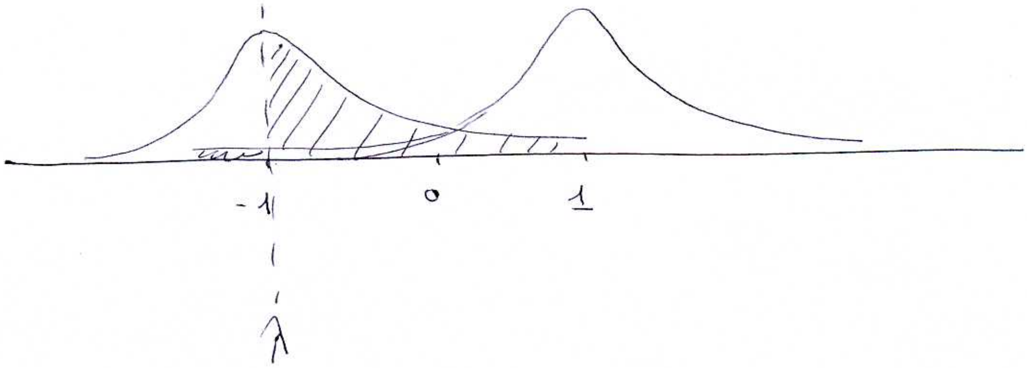
All'uscita del campionatore

$$z_k = a_k + n_k$$

$$z_k|_{a_k=1} \in \mathcal{N}(1, \sigma_n^2)$$

$$z_k|_{a_k=-1} \in \mathcal{N}(-1, \sigma_n^2)$$

$$Pr(e) = \frac{1}{2} Pr\{1 + n_k < \lambda \,|\, a_k = 1\} + \frac{1}{2} Pr\{-1 + n_k > \lambda \,|\, a_k = -1\}$$



$$Pr\{-1+n_k > \lambda \mid a_k=-1\} = Q(0)$$

$$Pr\{1+n_k < \lambda \mid a_k=1\} = Q\left(\frac{1-\lambda}{\sigma_n}\right) = Q\left(\frac{2}{\sigma_n}\right)$$