

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 15/09/2011

---



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA... 

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 15/09/2011

---



- 1) Determinare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = x - \frac{y}{x}.$$

- 2) La matrice

$$A = \frac{1}{10} \begin{pmatrix} -1 & i & 2 \\ 6 & -2i & 1 \\ 2+i & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

è convergente?

- 3) Determinare il numero di radici reali dell'equazione

$$e^{-x} - x^2 + 4x - 3 = 0$$

indicando, per ciascuna di esse, un intervallo di separazione.

- 4) Il polinomio  $P(x) = -x^2 + x - 2$  è di interpolazione per i valori

$x$	0	-1	-2	1	2
$y$	-2	-4	-8	-2	-4

?

- 5) La formula di quadratura

$$J_1(f) = \left(1 - \frac{2}{e}\right) f(1) + \frac{1}{e} f(0)$$

che approssima l'integrale  $\int_0^1 e^{-x} f(x) dx$  ha grado di precisione uguale a 1. Supposto che l'errore sia esprimibile nella forma  $E_1(f) = K f^{(m)}(\xi)$ , determinare  $K$  ed  $m$ .

# SOLUZIONE

- 1) Per il calcolo di  $f(x, y)$  seguiamo l'algoritmo

$$r_1 = y/x, \quad r_2 = x - r_1.$$

L'errore relativo nel calcolo della funzione è

$$\epsilon_f = \epsilon_2 - \frac{y}{x^2 - y} \epsilon_1 + \frac{x^2 + y}{x^2 - y} \epsilon_x + \frac{y}{x^2 - y} \epsilon_y.$$

- 2) La matrice risulta convergente essendo  $\|A\|_\infty = \frac{9}{10}$ .
- 3) Da una semplice separazione grafica si ricava che l'equazione proposta ha tre radici reali  $\alpha_1 \in ]-4, -3[$ ,  $\alpha_2 \in ]0, 1[$  e  $\alpha_3 \in ]3, 4[$ .
- 4) Il polinomio dato è di interpolazione verificando le relazioni  $P(x_i) = y_i$ ,  $i = 0, 1, 2, 3, 4$ .
- 5) La formula proposta ha grado di precisione 1 per cui si ha  $m = 2$ . Essendo  $E_1(x^2) = 1 - \frac{3}{e}$ , si ricava  $K = \frac{e-3}{2e}$ .