Esercizio 1

Il segnale $x(t) = A\cos(2\pi f_0 t + \vartheta)$, con $f_0 = \dfrac{21}{4T}$ viene applicato al sistema lineare e stazionario di Fig. 1.

Si determini:

1) La risposta in frequenza del sistema e si rappresenti graficamente la risposta in ampiezza;
2) L'espressione temporale del segnale di uscita y(t).

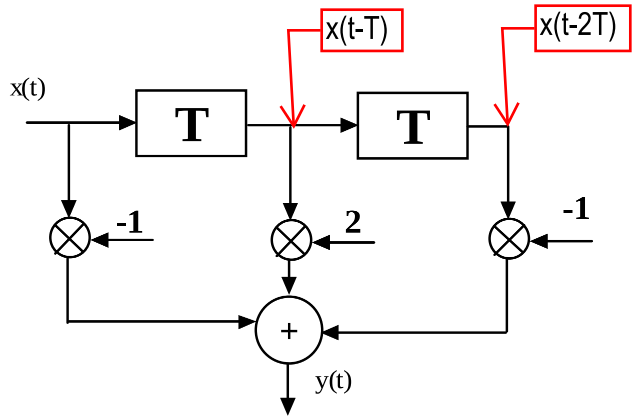


Fig. 1

Esercizio 2

Al ricevitore di Fig. 2 viene applicato il segnale $r(t) = \sum_n p(t - nT)\cos(2\pi f_0 t + \vartheta_k) + w(t)$, $\vartheta_k \in \Omega \equiv \left[\dfrac{\pi}{4}, -\dfrac{3\pi}{4}\right]$ e $p(t) = rect\left(\dfrac{t}{T/4}\right)$. Il rumore $w(t)$ introdotto dal canale ha una funzione di autocorrelazione $R_W(\tau) = m(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$, $f_0 >> 1/T$ e $m(\tau) = 2N_0 B\,\mathrm{sinc}(2\tau B)$ (dove B è la banda dell'impulso trasmesso $p(t)$).

Si calcoli:

1) La d.s.p. del rumore all'uscita del filtro $p(t)$
2) Verificare la condizione di Nyquist
3) Determinare la probabilità d'errore P(e)

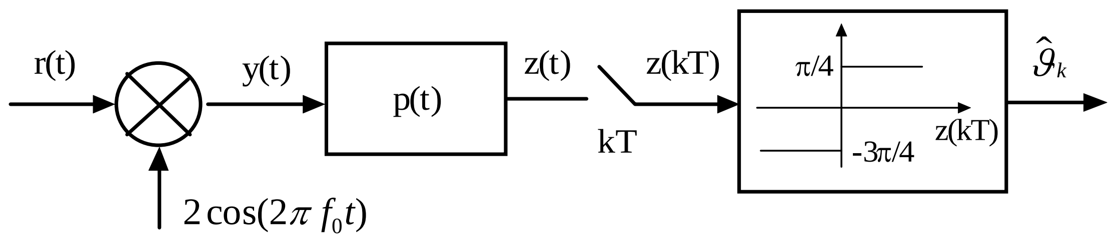
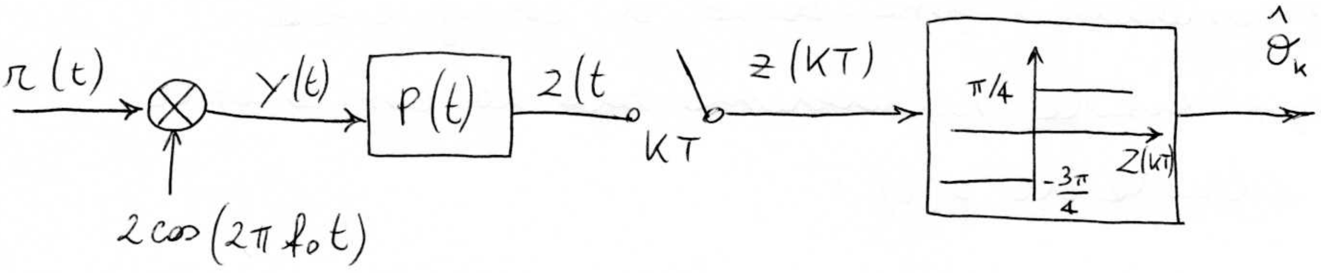


Fig. 2

COMPITO 13/11/08

ESERCIZIO 2



$$r(t)=\sum_n p(t-nT)\cos(2\pi f_0 t+\vartheta_k)+w(t)$$

dove $\vartheta_k \in \Omega = \left[\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}\right]$

$$p(t)=\text{rect}\left(\frac{t}{T/4}\right)$$

$R_W(\tau)=m(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$ con $m(\tau)=2N_0 B\,\text{sinc}(2\tau B)$

con $f_0 \gg \frac{1}{T}$ e B è la banda dell'impulso trasmesso $p(t)$

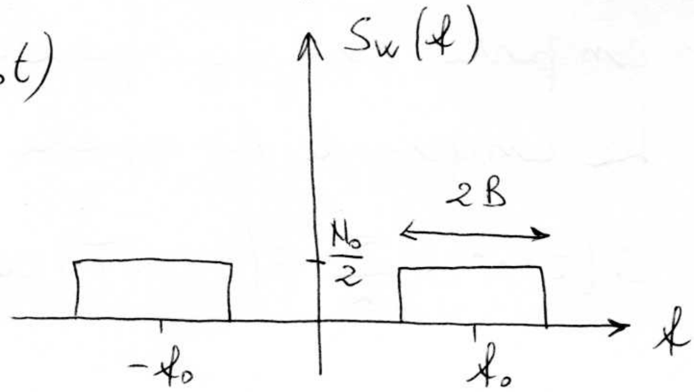
1. Calcolare la d.s.p. del rumore all'uscita del filtro $p(t)$

$$S_W(f)=\frac{N_0}{2}\left[\text{rect}\left(\frac{f-f_0}{2B}\right)+\text{rect}\left(\frac{f+f_0}{2B}\right)\right]$$

$$p(t)=\text{rect}\left(\frac{t}{T/4}\right) \rightleftharpoons P(f)=\frac{T}{4}\,\text{sinc}\left(\frac{Tf}{4}\right)$$

$$w(t)=w_c(t)\cos(2\pi f_0 t)-w_s(t)\,\text{sen}(2\pi f_0 t)$$

$$S_{w_c}(f)=S_{w_s}(f)=N_0\,\text{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$$



Il filtro $p(t)$ usato in ricezione ha un comportamento passa-basso, di conseguenza alla sua uscita ritroveremo solo le componente $w_c(t)$ filtrate da $p(t)$:

$$n(t) = w_c(t) \otimes p(t)$$

$$\Rightarrow S_n(f) = S_{w_c}(f) |P(f)|^2 = \frac{N_0 T^2}{16} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{Tf}{4}\right)$$

2. Verificare la prima condizione di progetto (condizione di Nyquist)

$$g(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_T(t) \otimes g_R(t)\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} p^2(t)\, dt = \frac{T}{4}$$

$$g(T) = g(-T) = 0$$

$\Rightarrow g(t)$ soddisfa la condizione di Nyquist

3. Determinare la probabilità d'errore $P(e)$

Come precedentemente detto, il filtro in ricezione $p(t)$, nell'ipotesi che abbia banda limitata, si comporta come un passa-basso.

La componente di segnale utile alla sua uscita sarà:

$$s(t) = 2\left[\sum_n p(t-nT) \cos\vartheta_k\right] \otimes p(t)$$

$$\Rightarrow s(K) = 2\, g(0) \cos\vartheta_k = \frac{T}{4} \cos\vartheta_k$$

La componente di rumore all'uscita di $p(t)$: ③

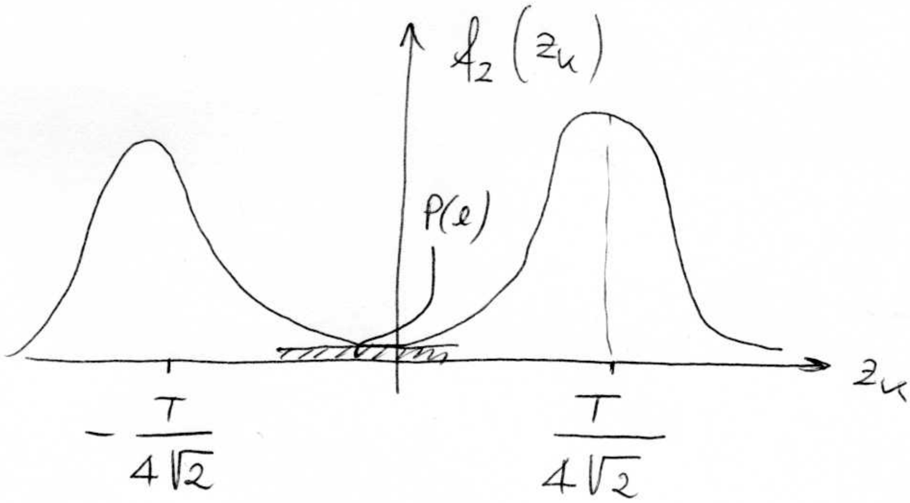
$n(t) = w_e(t) \otimes p(t)$

$$\sigma_n^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_n(f)\, df = N_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{T}{4} \operatorname{sinc}\left(\frac{fT}{4}\right)\right]^2 df =$$

$$= N_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\operatorname{rect}\left(\frac{t}{T/4}\right)\right]^2 dt = \frac{N_0 T}{4}$$

La variabile di decisione che risulta:

$z_k = \frac{T}{4} \cos \theta_k + n_k$ con $n_k \in \mathcal{N}\left(0, \frac{N_0 T}{4}\right)$



$$\Rightarrow P(e) = Q\left(\frac{T/4\sqrt{2}}{\sqrt{N_0 T/2}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{T}{8 N_0}}\right)$$