Oppure si considera che l'altezza massima è raggiunta nell'istante in cui si annulla la velocità lungo l'asse y:

$$\frac{dy}{dt} = \upsilon_0 \operatorname{sen}\alpha - gt = 0 \, , \; t = \frac{\upsilon_0 \operatorname{sen}\alpha}{g}$$

$$\Rightarrow x_{\text{MAX}} = \frac{\upsilon_0^2 \operatorname{sen}\alpha \cos a}{g} = \frac{\upsilon_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{2g} \; , \; y_{\text{MAX}} = \frac{\upsilon_0^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{2g} \, .$$

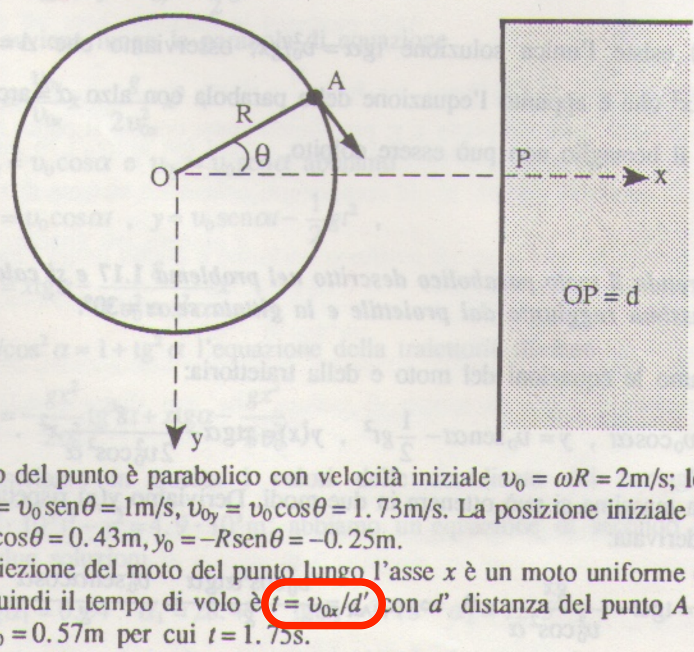
Nel caso proposto $\operatorname{sen}^2 \alpha = \frac{1}{4}$ e $y_{\text{MAX}} = 1148\text{m}$.

La gittata si ottiene imponento $y(x) = 0$ che ha la soluzione $x = 0$, infatti la parabola passa per l'origine, e

$$x_g = \frac{2\upsilon_0^2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha}{g} = \frac{\upsilon_0^2 \operatorname{sen} 2\alpha}{g} = 2x_{\text{MAX}} = 7944\text{m} \, .$$

Si verifichi che la massima gittata si ha per $\alpha = 45°$; in tal caso $y_{\text{MAX}} = \frac{\upsilon_0^2}{4g}$.

1.19. *Una ruota di raggio $R = 50\text{cm}$ gira con moto uniforme in verso orario attorno ad un asse orizzontale passante per il suo centro O; la velocità angolare vale $\omega = 4\text{rad/s}$. Nell'istante in cui il raggio OA forma l'angolo $\theta = 30°$ con l'asse x, si stacca da A un punto materiale che dopo un certo tempo colpisce una parete distante $d = 1\text{m}$ da O. Calcolare il tempo di volo del punto e la sua velocità nell'istante dell'urto.*



Il moto del punto è parabolico con velocità iniziale $\upsilon_0 = \omega R = 2\text{m/s}$; le componenti sono $\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \operatorname{sen}\theta = 1\text{m/s}$, $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \cos\theta = 1.73\text{m/s}$. La posizione iniziale ha le coordinate $x_0 = R\cos\theta = 0.43\text{m}$, $y_0 = -R\operatorname{sen}\theta = -0.25\text{m}$.

La proiezione del moto del punto lungo l'asse x è un moto uniforme di equazione $x = \upsilon_{0x} t$ e quindi il tempo di volo è $t = \upsilon_{0x}/d'$ con d' distanza del punto A dalla parete, pari a $d - x_0 = 0.57\text{m}$ per cui $t = 1.75\text{s}$.

Al tempo t la componente y della velocità del punto è data da

$$v_y = v_{0y} + gt = 18.92\text{m/s}$$

e quindi la velocità finale è $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 18.95\text{m/s}.$