

Problema 1. Sia Π il piano $x + y + z = 1$ in \mathbb{R}^3 . Considera le seguenti rette:

$$\alpha: \{ (x, y, z) \mid x + 2y = 0, y - z = -1 \}.$$

$$\beta: \{ (x, y, z) \mid 2x + 2y + z = 2, x + y = 0 \}.$$

$$\gamma: \{ (x, y, z) \mid x - z = 0, y - z = 0 \}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera:

- ☒ (a) La retta α è parallela a Π . La retta γ interseca Π esattamente in un punto. La retta β è contenuta in Π .
- ☐ (b) La retta β è parallela a Π . La retta α interseca Π esattamente in un punto. La retta γ è contenuta in Π .
- ☒ (c) La retta β è parallela a Π . La retta γ interseca Π esattamente in un punto. La linea α è contenuta in Π .
- ☐ (d) La retta γ è parallela a Π . La retta α interseca Π esattamente in un punto. La retta β è contenuta in Π .
- ☐ (e) Le affermazioni (a), (b), (c), (d) sono false.

Devi annotare la tua risposta sia qui che sulla copertina.

Problema 2. Siano,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 9 \\ 1 & 4 & 16 \end{pmatrix}$$

Sia U lo spazio delle righe di A e W sia lo spazio delle righe di B . Sia I l'immagine di A . Quale delle seguenti affermazioni è vera:

- ☒ (a) $\dim I = 1, \dim U \cap W = 2, \dim(U + W) = 3$.
- ☐ (b) $\dim I = 2, \dim U \cap W = 1, \dim(U + W) = 3$.
- ☐ (c) $\dim I = 2, \dim U \cap W = 1, \dim(U + W) = 2$.
- ☐ (d) $\dim I = 1, \dim U \cap W = 1, \dim(U + W) = 2$.
- ☐ (e) Le affermazioni (a), (b), (c), (d) sono false.

Devi annotare la tua risposta sia qui che sulla copertina.

Problema 3. Sia $P_2(x)$ lo spazio dei polinomi di grado minore o uguale a 2. Sia

$$\langle f, g \rangle = \int_0^3 f(x)g(x) dx$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera:

- (a) L'angolo tra $(x-2)$ e $(x-1)$ è $\frac{\pi}{3}$. L'angolo tra $(x-1)$ e $(-x)$ è $\frac{\pi}{6}$. Il polinomio $2x^2 + 6x + 3$ è ortogonale a $\text{span}(x-1, x-2)$.
- (b) L'angolo tra $(x-2)$ e x è $\frac{\pi}{3}$. L'angolo tra $(x-1)$ e $(x-2)$ è $\frac{\pi}{6}$. Il polinomio $2x^2 - 6x - 3$ è ortogonale a $\text{span}(x-1, x-2)$.
- (c) L'angolo tra $(x-2)$ e $(-x)$ è $\frac{\pi}{3}$. L'angolo tra $(x-1)$ e $(x-2)$ è $\frac{\pi}{6}$. Il polinomio $2x^2 - 6x + 3$ è ortogonale a $\text{span}(x-1, x-2)$.
- ✓ (d) L'angolo tra $(x-2)$ e $(x-1)$ è $\frac{\pi}{3}$. L'angolo tra $(x-1)$ e x è $\frac{\pi}{6}$. Il polinomio $2x^2 - 6x + 3$ è ortogonale a $\text{span}(x-1, x-2)$.
- ~~(e)~~ Le affermazioni (a), (b), (c), (d) sono false.

Devi annotare la tua risposta sia qui che sulla copertina.

Problema 4. Siano

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- ✓ (a) La matrice A è definita positiva. La matrice C ha autovalori immaginari. La matrice D non è diagonalizzabile. La matrice B non è invertibile.
- (b) La matrice B è definita positiva. La matrice C ha autovalori immaginari. La matrice D non è diagonalizzabile. La matrice A non è invertibile.
- (c) La matrice B è definita positiva. La matrice D ha autovalori immaginari. La matrice C non è diagonalizzabile. La matrice A non è invertibile.
- (d) La matrice C è definita positiva. La matrice B ha autovalori immaginari. La matrice A non è diagonalizzabile. La matrice D non è invertibile.
- ~~(e)~~ Le affermazioni (a), (b), (c), (d) sono false.

Devi annotare la tua risposta sia qui che sulla copertina.