

Soluzione Es. 1 20/02/2017

Indichiamo con A_i ($i=1,2,3$) l'evento "scelta della i -esima scatola". Tale evento avrà probabilità:

$$P(A_i) = \frac{1}{3} \quad \forall i$$

Indichiamo con O l'evento "estrazione di una pallina nera". Dalle informazioni a nostra disposizione sappiamo che:

$$P(O | A_1) = 0$$

$$P(O | A_2) = \frac{1}{2}$$

$$P(O | A_3) = 1$$

1) La probabilità di estrarre una pallina nera si può calcolare tramite il teorema della probabilità totale, ossia:

$$P(O) = P(O | A_1) \cdot P(A_1) + P(O | A_2) \cdot P(A_2) + P(O | A_3) \cdot P(A_3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{1}{2}$$

Il secondo quesito, invece, richiede il calcolo della probabilità a posteriori $P(A_3|O)$, che si ottiene immediatamente dal teorema di Bayes:

$$P(A_3 | O) = \frac{P(O | A_3) \cdot P(A_3)}{P(O)} = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$