591AA 21/22 – ELENCO DEI PROBLEMI 7

Problema 1. Trova l'angolo tra i vettori

(a) $(1, 1, 1, -1)$ e $(1, 0, 1, -1)$
(b) $(1, -1, -1, 1)$ e $(1, 0, 0, 1)$

Problema 2.

(a) Scrive la condizione che (x_1, x_2, x_3, x_4) sia perpendicolare a $(1, 1, 1, 1)$ come equazione lineare.
(b) Scrivi la condizione che (x_1, x_2, x_3, x_4) sia perpendicolare sia a (1,1,1,1) che a (1,-1,-,1,1) come sistema di equazione lineare.

Typeset by $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}$-TEX

Problema 3. Usa la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz per verificare che

$$(x + 2y + 2z)^2 \leq 9(x^2 + y^2 + z^2)$$

Suggerimento: Usare la forma quadratica della disuguaglianza di Cauchy-Schwarz.

Problema 4. Sia $[a, b] = [-1, 1]$. Dimostrare che $p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ è ortogonale a $x^3 - x$ se e solo se $a_1 = 0$.

Problema 5. Sia $[a,b] = [0,1]$

(a) Trova la distanza tra 1 e x.
(b) Verificare la disuguaglianza triangolare per 1 e x.

Problema 6.

(a) Verificare che

$$\langle A, B\rangle = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij}b_{ij}, \qquad A = (a_{ij}), \quad B = (b_{ij})$$

è un prodotto scalare sul $M_{n\times m}$ (matrici nxm)

(b) Trova l'angolo tra

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(c) Scrivi un'equazione lineare $L(a, b, c, d)$ che descrive l'insieme delle matrici

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

che sono perpendicolari alla matrice

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

[spazio aggiuntivo per il problema 6]