

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 15/02/2011

---



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA... 

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 15/02/2011

---



- 1) Calcolare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{x - y}.$$

- 2) È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 6 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

- a) Sono verificate le ipotesi di convergenza del metodo delle potenze?  
b) Sono verificate le ipotesi di convergenza del metodo  $QR$ ?

- 3) È data la matrice

$$B = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- a)  $\lambda = 2i$  è autovalore della matrice  $B$ ?  
b) Sono verificate le ipotesi di convergenza del metodo di Jacobi per il calcolo degli autovalori di  $B$ ?  
c) Il metodo di Gauss-Seidel risulta convergente?

- 4) L'equazione

$$x(x - 3)^2(x - 1)^2 = 0$$

ha soluzioni  $\alpha_1 = 0$ ,  $\alpha_2 = 1$  e  $\alpha_3 = 3$ .

Se si applica il metodo di Newton per approssimare tali soluzioni, quali ordini di convergenza si hanno?

- 5) Il polinomio  $P(x) = x^2 - x + 3$  è di interpolazione per le tabelle di valori

$$\begin{array}{c|cccc} x & 0 & 1 & 2 & -1 \\ \hline f(x) & 3 & 3 & 4 & 5 \end{array}, \quad \begin{array}{c|cc} x & -2 & 1 \\ \hline f(x) & 9 & 3 \end{array}?$$

# SOLUZIONE

- 1) Seguendo l'algoritmo  $r_1 = x - y$ ,  $r_2 = x/r_1$ , indicando con  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$  gli errori relativi algoritmici e con  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$  gli errori relativi introdotti sui dati, si ha

$$\epsilon_f = \epsilon_2 - \epsilon_1 - \frac{y}{x-y}\epsilon_x + \frac{y}{x-y}\epsilon_y.$$

- 2) Gli autovalori della matrice  $A$  sono

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 = 6, \quad \lambda_3 = 5, \quad \lambda_4 = -1$$

Le ipotesi di convergenza del metodo delle potenze sono verificate (matrice diagonalizzabile e l'autovalore  $\lambda_2$  dominante in modulo).

Le ipotesi di convergenza del metodo QR non sono verificate perché gli autovalori non hanno moduli due a due distinti.

- 3) La matrice è reale e simmetrica per cui non ha autovalori complessi.  
Il metodo di Jacobi per il calcolo degli autovalori converge (matrice reale e simmetrica).  
Il metodo di Gauss-Seidel converge poiché la matrice  $B$  risulta a predominanza diagonale forte.
- 4) Il metodo di Newton converge ad  $\alpha_1$  con ordine  $p = 2$  ( $f''(\alpha_1) \neq 0$ ). La convergenza ad  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  si ha con ordine  $p = 1$  poiché si tratta di radici con molteplicità maggiore di 1.
- 5) Il polinomio dato non interpola la prima tabella di valori ( $P(2) = 5$ ).  
 $P(x)$  non è il polinomio di interpolazione della seconda tabella di valori (ha grado 2 mentre dovremmo avere un polinomio di grado al più 1).