

### **Compitino di recupero del corso “Analisi II”**

Voto per ogni parte = 0 se il punteggio totale e' minore di 5 o 18 altrimenti.

#### **Parte I – Calcolo differenziale**

1. La curva piatta  $\gamma$  è data dalla parametrizzazione in coordinate cartesiane

$$\begin{aligned}x(t) &= a(t - \sin t), \\y(t) &= a(1 - \cos t), \quad t \in [0, 2\pi]\end{aligned}$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

- (i) [2] Disegnare approssimativamente il grafico della curva in coordinate cartesiane.
  - (ii) [2] Vista la curva come una legge di movimento di un oggetto puntiforme, calcolare la sua velocità corrispondente all'istante  $t = \pi/2$ ,
  - (iii) [2] Trovare la lunghezza d'arco di questa curva.
2. [4] Con il metodo di moltiplicatori di Lagrange trovare un parallelogramma di area massima tra quelli che hanno un dato perimetro (somma di lunghezze dei lati)  $P > 0$ .

## Parte II – Calcolo integrale

1. Trovare l'integrale

$$\int_C x \, dx + y \, dy + z \, dz$$

- (1) [2] se  $C$  e' un segmento rettilineo che connette l'origine con il punto  $(1, -1, 1)$ ,
- (ii) [2] se  $C$  e' la curva con parametrizzazione  $(\sin t, -1 + \cos^2 t, t^3)$ ,  $t \in [0, \pi/2]$ ,
- (iii) [2] se la curva  $C$  è data da equazioni

$$x(t) = a \cos t,$$

$$y(t) = a \sin t,$$

$$z(t) = a(2 \cos t + 3 \sin t), \quad t \in [0, 2\pi]$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

2. [2] Trovare l'area dell'insieme delimitato dalla parabola di equazione  $y = x^2 - 4x + 3$  e la retta  $y = -4x + 4$ .

3. [2]  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  è il cilindro  $(x - 1)^2 + y^2 < 1$ ,  $0 < z < 1$ . Trovare il flusso attraverso il bordo di  $\Omega$  uscente da  $\Omega$  del campo

$$F(x, y, z) := (x + y^2 + z^2, 2y + x^2 + z^2, x^2 + y^2).$$