# Il magnetismo nel mondo tecnologico

Nella vita quotidiana siamo circondati da **fenomeni magnetici di ogni tipo**, che utilizziamo per le più svariate applicazioni tecnologiche:

Scorie di ferro raccolte da un magnete in acciaieria

- ✓ **motori elettrici** di qualsiasi genere, dalle macchine per applicazioni industriali ai motorini del trapano e del rasoio elettrico
- ✓ gli **hard disk** nei computer, le RAM magnetiche
- ✓ **microfoni** di cuffie, TV, computer, telefoni.
- ✓ nelle **automobili**: iniettori benzina, finestrini e tettucci automatici
- ✓ **allarmi di sicurezza**, citofoni, chiusura e apertura automatica delle porte
- ✓ **metal detector** per il controllo degli accessi
- ✓ **trasformatori** di energia
- ✓ Per gli 'anziani': le vecchie cassette musicali e video

# Elettricità e magnetismo

- ✓ **Elettricità e magnetismo sono fenomeni intimamente connessi, alla cui radice vi è la stessa entità fisica: la carica elettrica**; possiamo quindi considerarli due facce dello stesso fenomeno: l'**ELETTROMAGNETISMO**

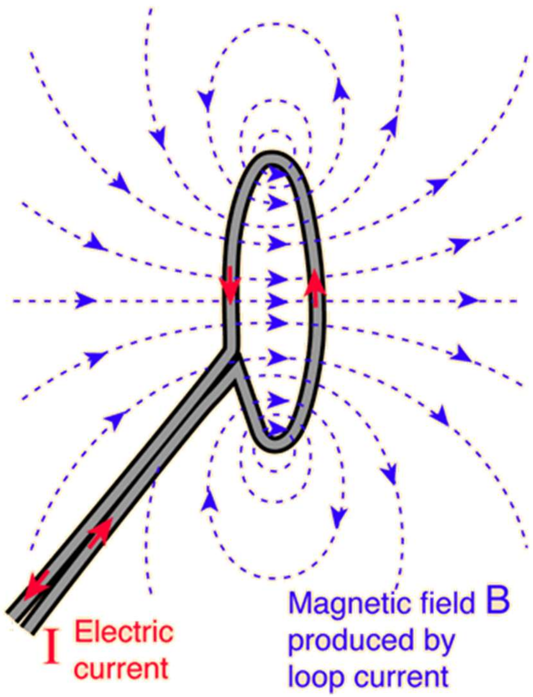
- ✓ Soltanto in **condizioni statiche** i due campi si manifestano separatamente come campo **elettrostatico** e **magnetostatico**; in **situazioni dinamiche (cariche in moto) essi sono sempre accoppiati**

- ✓ Cariche elettriche in moto generano nello spazio un campo **elettrico ed un campo magnetico accoppiati**; si parla in questo caso di **campo ELETTROMAGNETICO**

- ✓ Così come il **campo elettrico esercita forza sulla carica elettrica (forza di Coulomb)**, il **campo magnetico esercita forza sulla carica elettrica in moto (forza di Lorentz)**

# Magnetismo generato dalle correnti nei circuiti

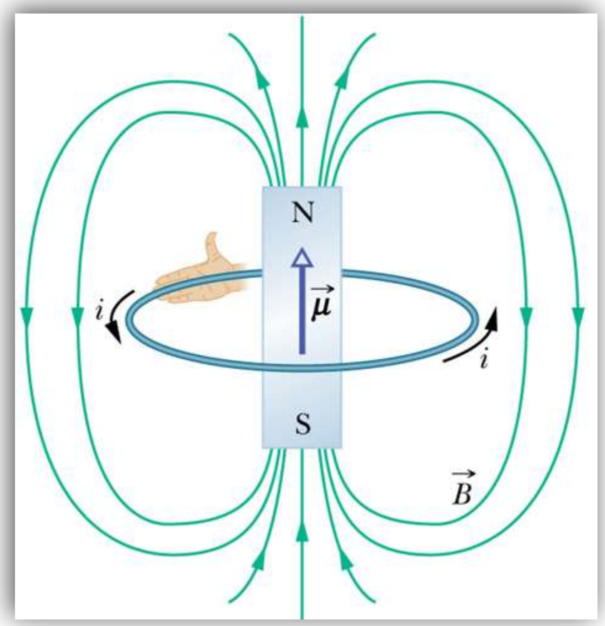
Il **campo magnetico è generato dal moto delle cariche elettriche**; il modo più semplice per generarlo è far circolare la **corrente in un circuito**




- ✓ Il fisico danese Hans Christian Oersted si accorse casualmente, durante alcuni esperimenti all'Università di Copenhagen nel 1820, che *l'ago di un compasso magnetico veniva deflesso se avvicinato ad un circuito elettrico percorso da corrente*; dunque il ***circuito elettrico era in grado di generare un campo magnetico*** !!

- ✓ Fu una scoperta clamorosamente sorprendente, poiché fino ad allora ***elettricità e magnetismo erano considerati fenomeni totalmente distinti*****:** il campo elettrico generato da cariche elettriche, il campo magnetico generato da alcuni misteriosi materiali detti **magneti**

# Magnetismo generato dal moto degli elettroni negli atomi

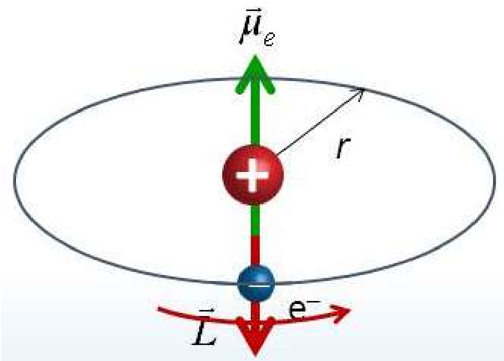


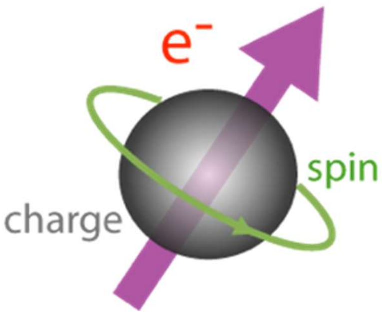

- ✓ Prima della scoperta di Oersted era noto che alcuni materiali particolari detti **MAGNETI** (**calamite**), generavano un **campo magnetico**
- ✓ Una barretta magnetica è caratterizzato da linee di flusso del tutto simili a quelle del campo di dipolo elettrico, per cui diciamo che essa genera un **campo di dipolo magnetico**
- ✓ Le due estremità del magnete (o dipolo magnetico) si dicono **POLO NORD e POLO SUD**, in analogia con le cariche positiva e negativa del dipolo elettrico

Al tempo di Oersted poco o nulla si conosceva della struttura dei materiali e degli atomi; oggi sappiamo che **negli atomi ci sono gli elettroni,** e che il **campo di dipolo magnetico è anch'esso generato dal moto degli elettroni nel materiale**

# Magnetismo generato dal moto degli elettroni negli atomi

Due moti elettronici negli atomi posso generare un campo magnetico nella materia:



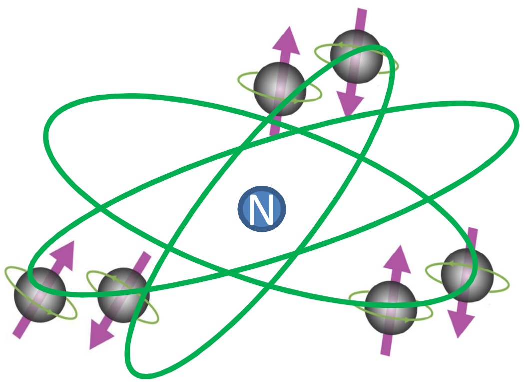



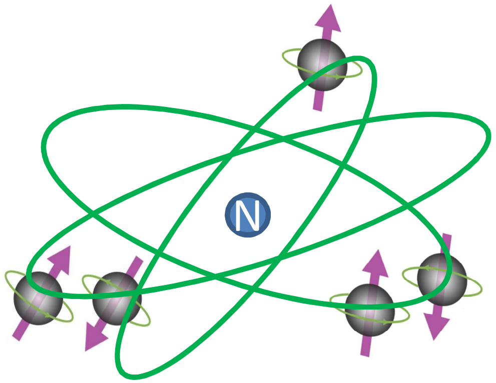

- ✓ **la rotazione degli elettroni attorno al nucleo**: nel modello planetario gli elettroni ruotano attorno al nucleo; proprio come la corrente in un circuito, il moto determina un **momento di dipolo magnetico orbitale** $\mu_L$ perpendicolare al piano di rotazione; invertendo il verso di rotazione, si inverte il verso del momento magnetico
- ✓ **lo spin degli elettroni**: oltre a ruotare attorno al nucleo, l'elettrone ruota su sé stesso; questo moto, detto **SPIN** dell'elettrone, determina un **momento di dipolo magnetico di spin** $\mu_S$ diretto lungo l'asse di rotazione; ruotando in senso orario o antiorario, lo spin può essere orientato 'up' oppure 'down'

- ✓ Il **momento di dipolo magnetico** di ciascun elettrone all'interno dell'atomo è dato dalla somma di questi due contributi: $\mu = \mu_L + \mu_S$
- ✓ $\mu$ genera un **campo magnetico nello spazio circostante,** dunque è **l'equivalente per il campo magnetico della carica elettrica elementare** per il campo elettrico

# Magnetismo generato dal moto degli elettroni negli atomi

**Normalmente la materia NON è magnetica**: così come le cariche di segno opposto all'interno di un materiale neutro si compensano, anche i **momenti magnetici dovuti al moto orbitale e di spin degli elettroni si compensano**, per cui **il campo magnetico da essi generato è nullo**



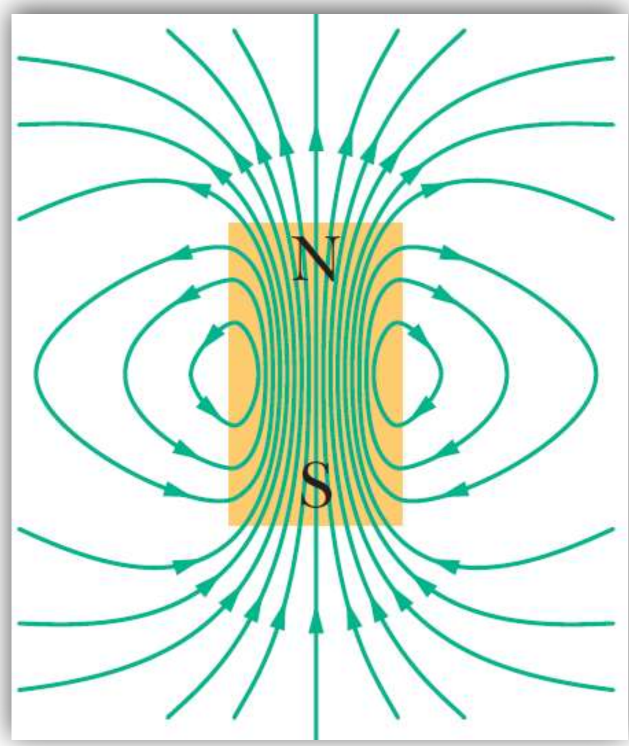

✓ normalmente gli elettroni negli orbitali atomici si **accoppiano a due a due con momenti magnetici opposti**, ed il campo magnetico da essi generato si cancella; il materiale si dice **DIAMAGNETICO**

✓ In alcuni atomi **gli elettroni più esterni sono spaiati,** per cui si genera un **momento magnetico su ciascun atomo**; se gli spin sui diversi atomi sono orientati casualmente, il **momento magnetico risultante nel materiale è nullo**; in tal caso il materiale si dice **PARAMAGNETICO**

✓ In alcuni casi gli spin spaiati sui diversi atomi si allineano tutti concordemente, dando vita ad un **campo magnetico macroscopico**; il materiale si dice **FERROMAGNETICO** o magnete; dunque un magnete è un materiale con **momenti magnetici degli atomi tutti concordemente allineati**

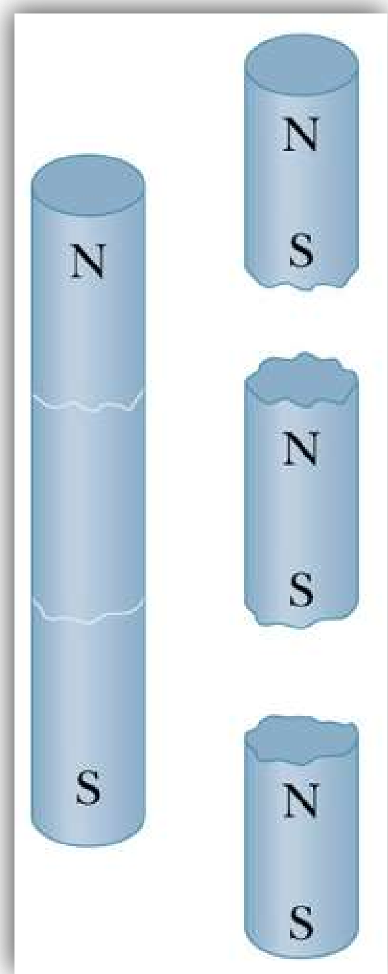
# Linee del campo di dipolo magnetico

- ✓ Similarmente al caso del campo elettrico, rappresentiamo il campo magnetico mediante **linee di campo o di flusso**
- ✓ in figura vediamo il **campo di un dipolo magnetico** qualsiasi (ad esempio un ago magnetico, o una qualsiasi calamita) con due poli convenzionalmente detti **NORD** e **SUD**
- ✓ esattamente come per il campo elettrico, si ha che:




- ✓ In ogni punto della linea di campo, la **direzione della tangente in quel punto determina la direzione del campo magnetico**
- ✓ Le linee **ESCONO dal polo NORD, ed ENTRANO nel polo SUD**
- ✓ La **spaziatura delle linee indica l'intensità del campo**: più le linee sono vicine più il campo è forte
- ✓ dalla densità delle linee si vede che il campo di dipolo magnetico è più intenso vicino ai poli che nella regione intermedia vicino la superficie della barretta

# Linee del campo di dipolo magnetico




✓ vi è un cruciale differenza tra campo elettrico e magnetico: mentre il campo elettrico è prodotta da due entità distinte e separabili (carica positiva e negativa), **il campo magnetico è prodotto da un'entità unica e indivisibile: il dipolo magnetico**

✓ In altre parole, **non esiste la CARICA MAGNETICA (o monopolo magnetico)**, o quantomeno non è mai stato trovato ! questa asimmetria tra campo elettrico e magnetico è uno dei grandi misteri della fisica

✓ **se si spezza il dipolo, non si ottengono cariche magnetiche, ma semplicemente dipoli più piccoli**; si può separare il cilindro magnetico all'infinito fino ad arrivare ad un singolo atomo, il quale sarà ancora caratterizzato da un **dipolo magnetico atomico**

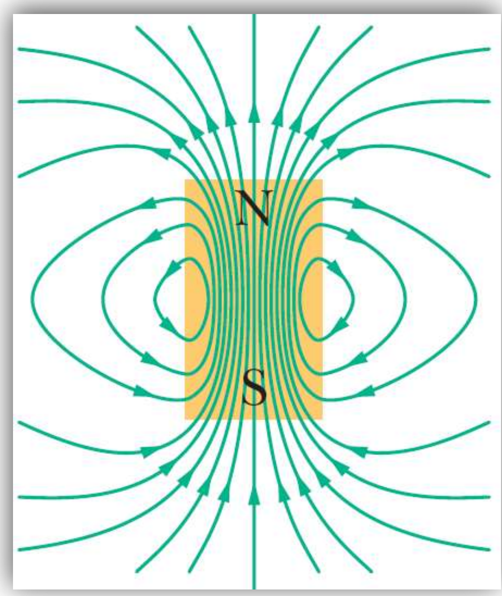
✓ dunque il **dipolo magnetico è l'entità generatrice di campo magnetico più elementare:** qualsiasi campo magnetico è generato da una distribuzione di dipoli magnetici

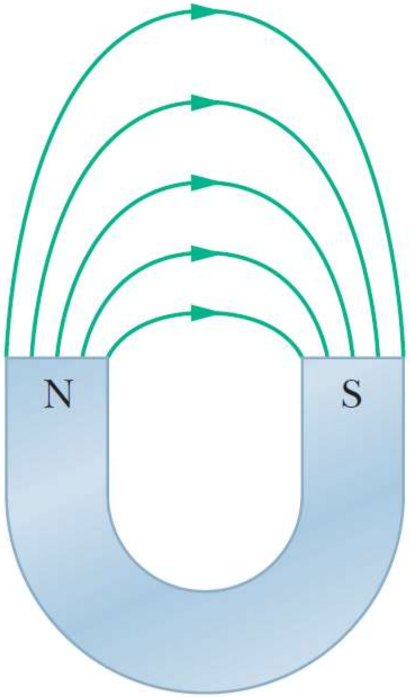
# Esempi di magneti

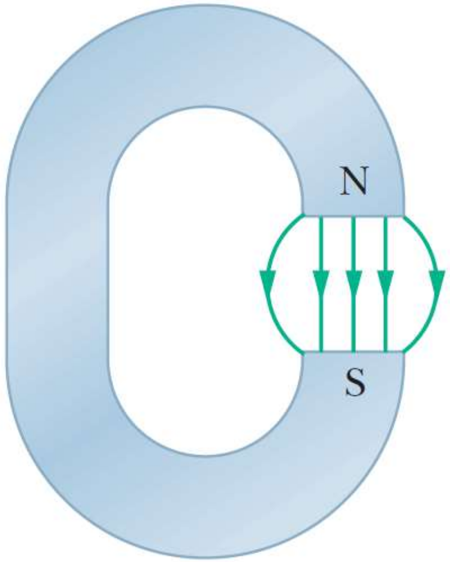
In figura vediamo alcuni esempi di comuni oggetti magnetici:

- ✓ **La barretta magnetica** (ad es. l'ago della bussola): il campo magnetico generato è quello di un dipolo magnetico macroscopico
- ✓ Il **ferro di cavallo**: le linee di campo sono approssimativamente circolari
- ✓ Il **magnete a forma di C**: il campo tra i poli è uniforme

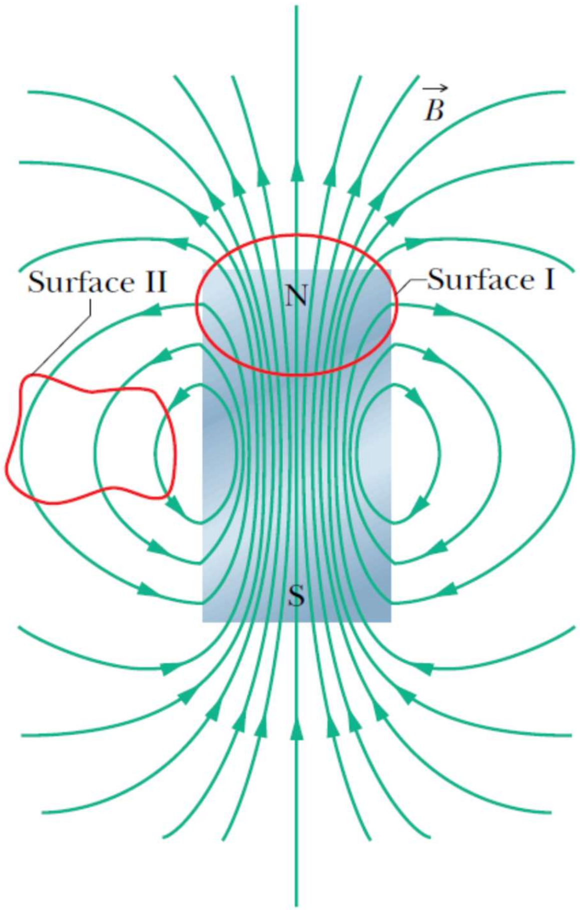
Notiamo che non essendoci monopoli, **tutte le linee di flusso devono formare percorsi chiusi**, uscendo dal **polo nord** ed entrando nel **polo sud,** indipendentemente dalla forma specifica del magnete



# Legge di Gauss per il campo magnetico




Dal fatto che non esista un monopolo magnetico segue immediatamente la legge di Gauss per il campo magnetico:

Il **flusso magnetico attraverso una qualsiasi superficie chiusa** (o gaussiana) è **sempre NULLO**, poiché tutte le linee del campo devono necessariamente entrare ed uscire dalla superficie

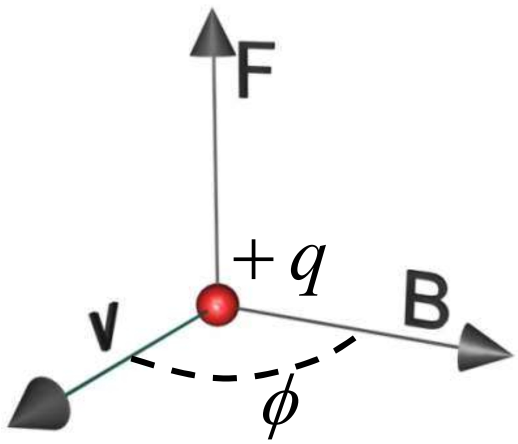
$$\Phi_B = \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}$$

# La forza di Lorentz

- ✓ **Hendrik Antoon Lorentz** (Arnhem, 18 luglio 1853 – Haarlem, 4 febbraio 1928), fisico olandese, ha contribuito in modo fondamentale allo sviluppo di elettromagnetismo elettrodinamica, relatività ristretta
- ✓ Ricevette nel 1902 il Premio Nobel per la fisica assieme a Pieter Zeeman per la scoperta e la spiegazione teorica dell'effetto Zeeman.
- ✓ Gli è stato dedicato un cratere lunare di 312 km di diametro

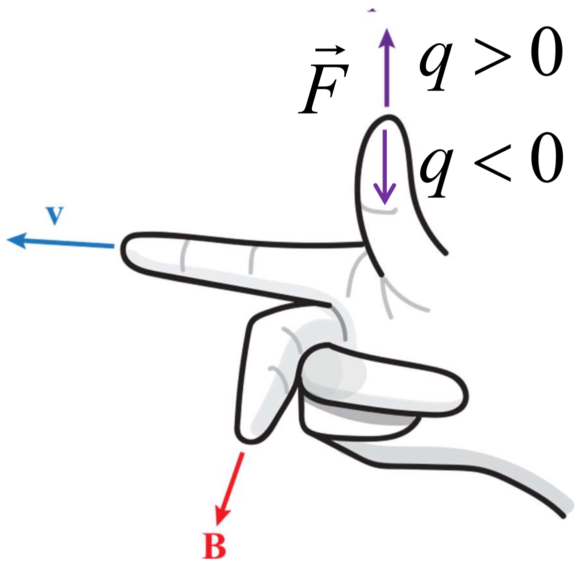
# Forza del campo magnetico (forza di Lorentz)




Il campo magnetico (**B**) esercita una forza (detta **forza di Lorentz**) su una particella di carica *q* che si muove con velocità ***v*** data da:

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

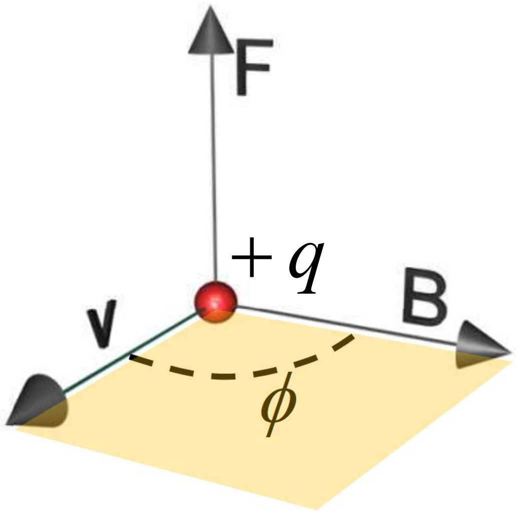
$\vec{v} \times \vec{B}$ si dice **prodotto vettore**




**DIREZIONE**: Il prodotto vettore è orientato perpendicolarmente ad entrambi i vettori velocità e campo magnetico. Dunque la **direzione della forza esercitata da un campo magnetico su una particella carica è sempre perpendicolare sia al campo magnetico che alla velocità della particella**

**VERSO**: Il verso di ***F*** è dato dalla ***regola della mano destra*****:** se ***v*** è diretta lungo l'indice e ***B*** lungo il medio, ***F*** sarà orientata verso il pollice se $q > 0$, in verso opposto al pollice se $q < 0$

# Forza del campo magnetico

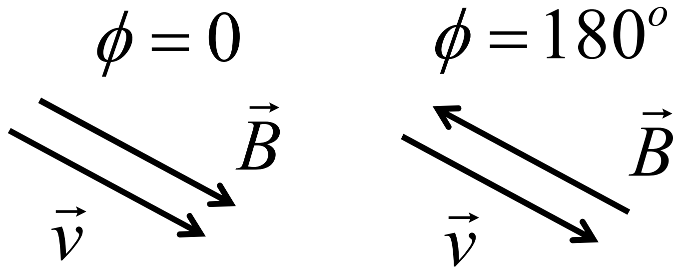



$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

**MODULO**: Il modulo (intensità) della forza è dato dal prodotto dei moduli di carica, velocità, e campo, moltiplicato per il seno dell'angolo formato dai vettori ***v*** e ***B***:

$$F = |q|\,v\,B \sin\phi = |q|\,A$$

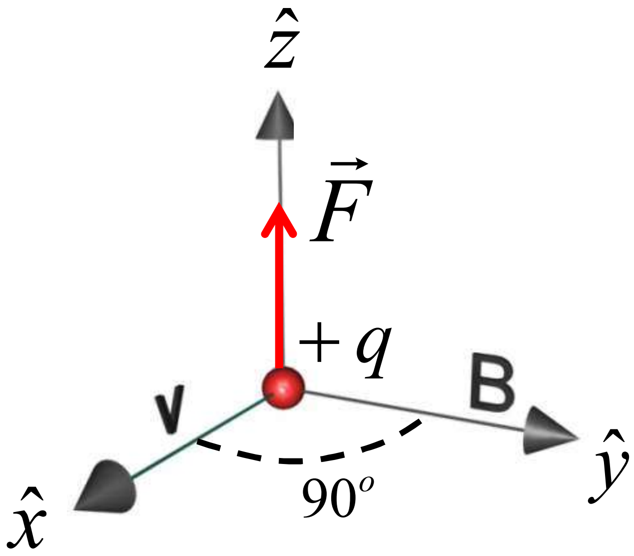
A: area del parallelogramma formato dai vettori ***v*** e ***B***




Dunque se ***v*** e ***B*** sono paralleli, concordi o discordi, la forza di Lorentz è nulla; dati ***v*** e ***B***, la **forza massima si ha quando questi sono perpendicolari**; in tal caso:

$$F = |q|\,v\,B$$

# Forza nel riferimento cartesiano

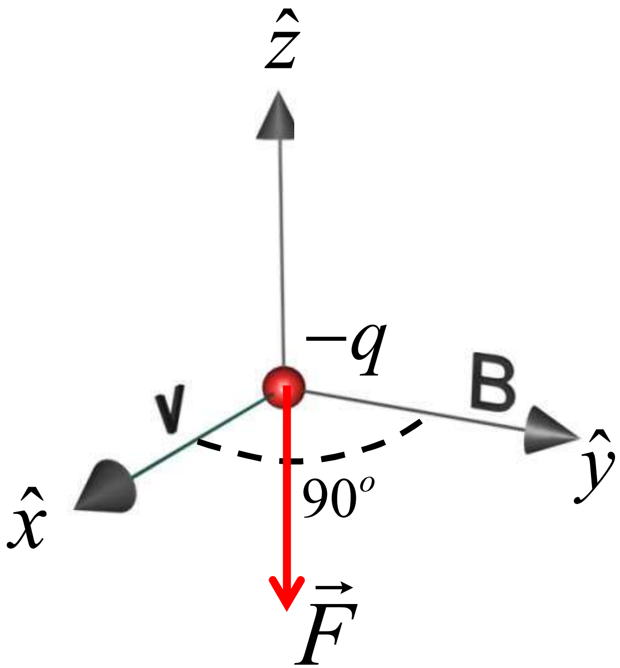



$$\vec{F} = q\,\vec{v}\times\vec{B}$$

**Formula generale del PRODOTTO VETTORE:**

$$\vec{v}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} =$$

$$= \left(v_y B_z - v_z B_y\right)\hat{x} - \left(v_x B_z - v_z B_x\right)\hat{y} + \left(v_x B_y - v_y B_x\right)\hat{z}$$

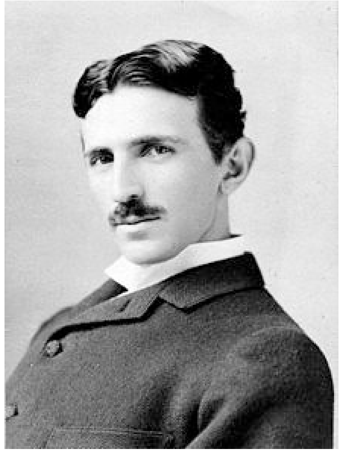



Consideriamo il caso semplice in figura, con ***v*** e ***B*** perpendicolari; orientiamo ***v*** lungo *x* e ***B*** lungo *y*:

$$\vec{v}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & 0 & 0 \\ 0 & B_y & 0 \end{vmatrix} = v_x B_y\,\hat{z}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = q\,v_x B_y\,\hat{z}$$

# Unità di misura del campo magnetico



Nikola Tesla
(1856 –1943)

Nel Sistema Internazionale l'unità di misura del campo magnetico è il Tesla (T), in onore del grande scienziato e inventore serbo. Dalla formula di Lorentz segue che un Tesla è uguale a Newton per secondo su Coulomb per metro:

$$[B] = \frac{[F]}{[qv]} \Rightarrow T = \frac{N}{C\frac{m}{s}} = \frac{N}{Am}$$

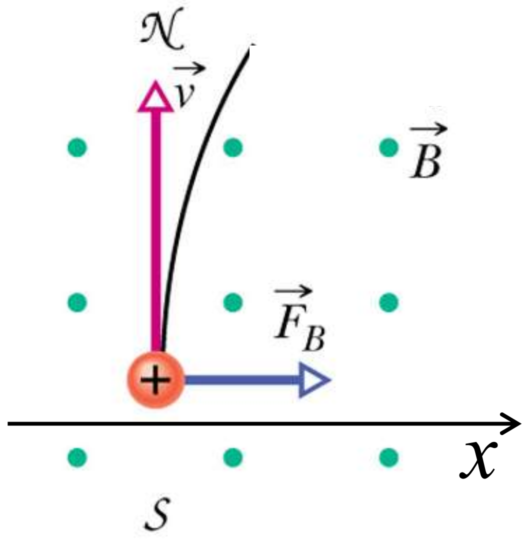
Un'altra unità molto utilizzata per il campo magnetico è il Gauss:

$$1T = 10^4 Gauss$$

TABELLA 28.1 Alcuni valori approssimati di campo magnetico

| | |
|---|---|
| Sulla superficie di una stella di neutroni | $10^8$ T |
| In prossimità di un grande elettromagnete | 1,5 T |
| Vicino a una barretta magnetica | $10^{-2}$ T |
| Sulla superficie della Terra | $10^{-4}$ T |
| Nello spazio interstellare | $10^{-10}$ T |
| Il più piccolo valore in una camera magneticamente schermata | $10^{-14}$ T |

# Problema 28




$$\vec{F} = e\vec{v}\times\vec{B} = e\,v\,B\,\hat{x}$$

Un protone che viaggia con velocità uniforme ***v*** ed energia cinetica 8.5×10$^{-13}$ J entra in un campo magnetico uniforme B=1.2×10$^{-3}$ T, perpendicolare alla pagina con verso uscente
Calcolare la forza ***F$_B$*** esercitata dal campo magnetico sul protone, ricordando che la massa del protone è 1.67×10$^{-27}$ Kg (si trascuri il campo magnetico terrestre)

Ricordiamo che: il campo magnetico cambia la direzione della particella, ma NON può mai cambiare il modulo della velocità; dunque, anche all’interno del campo l’energia cinetica del protone si mantiene costante:

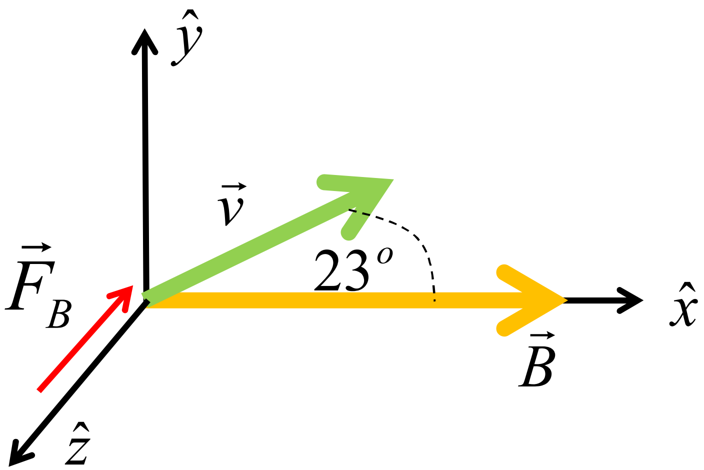
$$E_k = \frac{1}{2}m_P v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_P}} = \sqrt{\frac{17\times10^{-13}\,J}{1.67\times10^{-27}\,Kg}} = 3.2\times10^{7}\,\frac{m}{s}$$

$$F = 1.6\times10^{-19}\,C\times3.2\times10^{7}\,\frac{m}{s}\times1.2\times10^{-3}\,T = 6.14\times10^{-15}\,N$$

# Problema 28.1

Un protone ($m$ = 1.67 $\times$ 10$^{-27}$ Kg) entra in un campo magnetico d'intensità ***B*** =2.6 mT con velocità ***v*** orientata con angolo di 23° rispetto al campo magnetico; il protone subisce una forza F = 6.5$\times$10$^{-17}$ N.

1) Indicare direzione e verso della forza
2) Calcolare il modulo della velocità
3) Calcolare l'energia cinetica




Assumiamo un riferimento cartesiano, con ***B*** diretto lungo l'asse *x* e ***v*** nel piano (*x*,*y*). La forza è:

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = -qvB\sin\left(23^o\right)\hat{z}$$

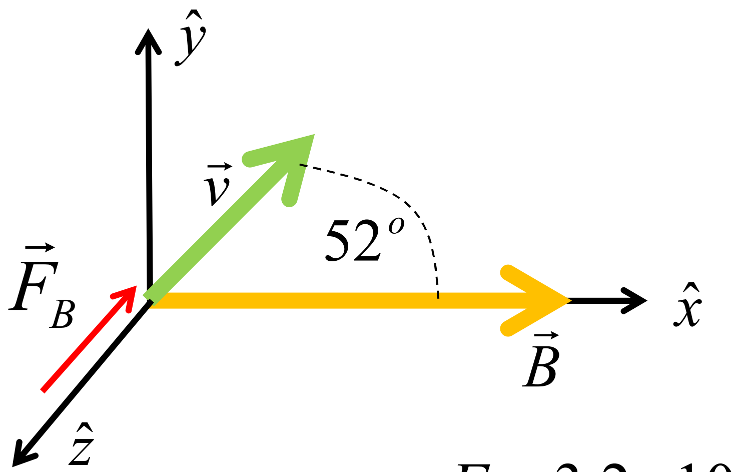
$$v = \frac{F}{qB\sin\left(23^o\right)} = \frac{6.5\times10^{-17}\,N}{1.6\times10^{-19}\,C\times2.6mT\times\sin\left(23^o\right)} = 4\times10^5\,\frac{m}{s}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(1.67\times10^{-27}\,Kg\right)\left(4\times10^5\,\frac{m}{s}\right)^2 = 13.36\times10^{-17}\,J = 8.3\times10^2\,eV$$

# Problema 28.2

Una particella $\alpha$ (carica q=2e, massa m=6.67 $\times 10^{-27}$ Kg) attraversa con velocità di modulo $v$ = 550 m/s un campo magnetico d'intensità $B$ =0.045 T; velocità e campo magnetico formano un angolo di 52°. Calcolare:

1) Modulo, direzione e verso della forza di Lorentz
2) l'accelerazione dovuta alla forza




Assumiamo un riferimento cartesiano, con ***B*** diretto lungo l'asse $x$ e ***v*** nel piano ($x$,$y$). La forza è:

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} = -qvB\sin\left(52^o\right)\hat{z}$$

$$F = 3.2\times 10^{-19}\,C \times 550\,\frac{m}{s} \times 0.045\,T \times \sin\left(52^o\right) = 0.62\times 10^{-17}\,N$$

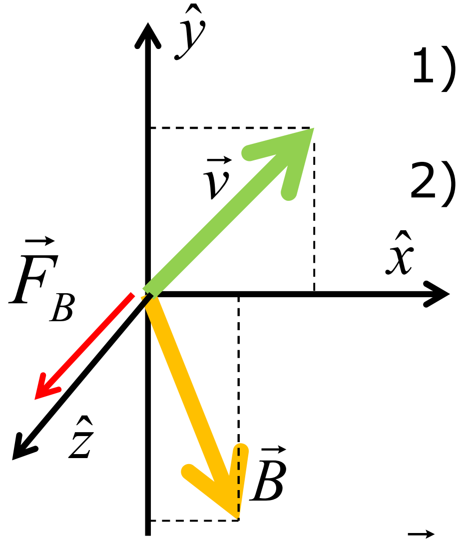
$$a = \frac{F}{m} = \frac{0.62\times 10^{-17}\,N}{6.67\times 10^{-27}\,Kg} = 9.3\times 10^{8}\,\frac{m}{s^2}$$

Il modulo della velocità non varia a causa della forza di Lorentz; dunque anche forza e accelerazione sono in modulo costanti nel tempo

# Problema 28.3

Un elettrone entra in un campo magnetico con velocità iniziale:

$$\vec{v} = 2\times10^{6}\frac{m}{s}\hat{x} + 3\times10^{6}\frac{m}{s}\hat{y} \qquad \vec{B} = 0.03\,T\hat{x} - 0.15\,T\hat{y}$$




1) Calcolare modulo, direzione e verso della forza di Lorentz all'ingresso nel campo
2) Ricalcolare la forza in caso di un protone

Essendo date le componenti, conviene calcolare la forza dalla formula generale del prodotto vettore:

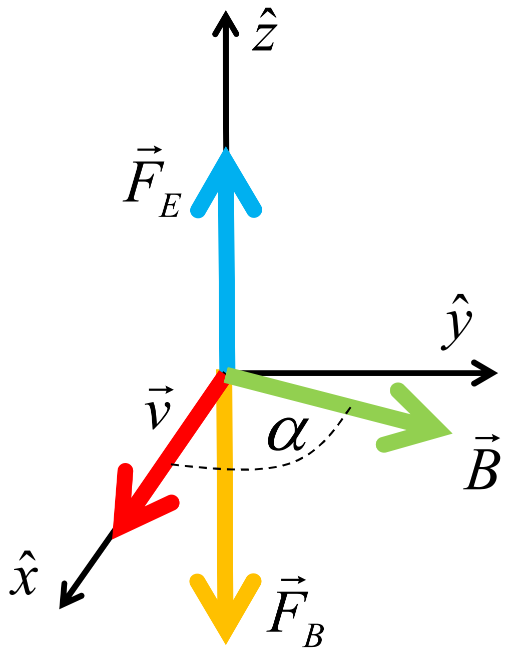
$$\vec{v}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ v_x & v_y & 0 \\ B_x & B_y & 0 \end{vmatrix} = \left(v_x B_y - v_y B_x\right)\hat{z} = -0.39\times10^{6}\frac{m}{s}T\,\hat{z}$$

$$\vec{F} = -e\left(v_x B_y - v_y B_x\right)\hat{z} = 1.6\times10^{-19}C\times0.39\times10^{6}\frac{m}{s}T\hat{z} = 0.624\times10^{-13}N\hat{z}$$

La forza è perpendicolare alla pagina con verso entrante. Nel caso di un protone, cambia il segno della carica, per cui la forza è uguale in modulo e direzione ma il verso è entrante nella pagina

# Problema 28.4

Un campo elettrico ed un campo magnetico agiscono su un elettrone in moto; le due forze si annullano reciprocamente. Calcolare la *velocità minima dell'elettrone* compatibile con la condizione di forza totale nulla. I moduli dei campi sono $E$=1.5 kV/m, $B$=0.4 T




Notiamo che il problema assegna il modulo di ***B***, ma non la sua direzione; sia (*x,y)* il piano in cui giacciono ***v*** e ***B***, e assumiamo ***v*** lungo l'asse *x*; per Lorentz la forza magnetica $\boldsymbol{F}_{\mathrm{B}}$ sarà diretta lungo l'asse *z* negativo, per cui, al fine di annullare la forza totale, la forza elettrica $\boldsymbol{F}_{\mathrm{E}}$ deve essere nel verso di *z* positivo; la condizione di forza totale nulla è:

$$-e\vec{E} = -e\vec{v}\times\vec{B} = -evB\sin\left(\alpha\right)\hat{z}$$

da cui: $$E = vB\sin\left(\alpha\right) \Rightarrow v = \frac{E}{B\sin\left(\alpha\right)}$$

La forze elettrica è fissata, mentre la forza di Lorentz ha 2 incognite: la velocità e l'angolo $\alpha$; chiaramente la velocità minima che soddisfa l'annullamento della forza si ha per sin($\alpha$)=1, per cui:

$$v = \frac{E}{B} = \frac{1.5kV}{0.4Tm} = 3.75\times10^{3}\,\frac{m}{s}$$

# Moto della carica nel campo magnetico

- ✓ La formula di Lorentz ci dice che in qualsiasi istante durante il moto, **la forza magnetica è sempre perpendicolare alla velocità della carica**
- ✓ da ciò deriva che il **modulo della velocità della particella in campo magnetico resta costante;** il **campo magnetico modifica soltanto la direzione, non il valore assoluto della velocità**
- ✓ se il modulo della velocità non cambia, anche **l'energia cinetica della carica nel campo magnetico resta costante**

**DIMOSTRAZIONE**: se forza e velocità sono sempre perpendicolari, per la legge di Newton anche accelerazione e velocità lo sono: $\vec{v} \cdot \vec{a} = 0$

In coordinate cartesiane:

$$v_x a_x + v_y a_y + v_z a_z = 0 \quad \Rightarrow v_x \frac{dv_x}{dt} + v_y \frac{dv_y}{dt} + v_z \frac{dv_z}{dt} = 0$$

Da questo risultato discende che la derivata rispetto al tempo della velocità al quadrato è anche nulla:

$$\frac{d}{dt} v^2 = \frac{d}{dt}\left(v_x{}^2 + v_y{}^2 + v_z{}^2\right) = 2\left( v_x \frac{dv_x}{dt} + v_y \frac{dv_y}{dt} + v_z \frac{dv_z}{dt} \right) = 0$$

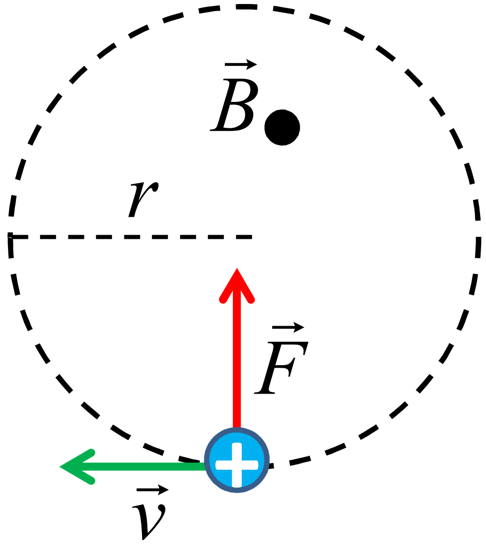
Dunque, la velocità al quadrato è costante nel tempo; ne deriva ovviamente che deve esserlo anche il modulo

# Moto della carica nel campo magnetico uniforme

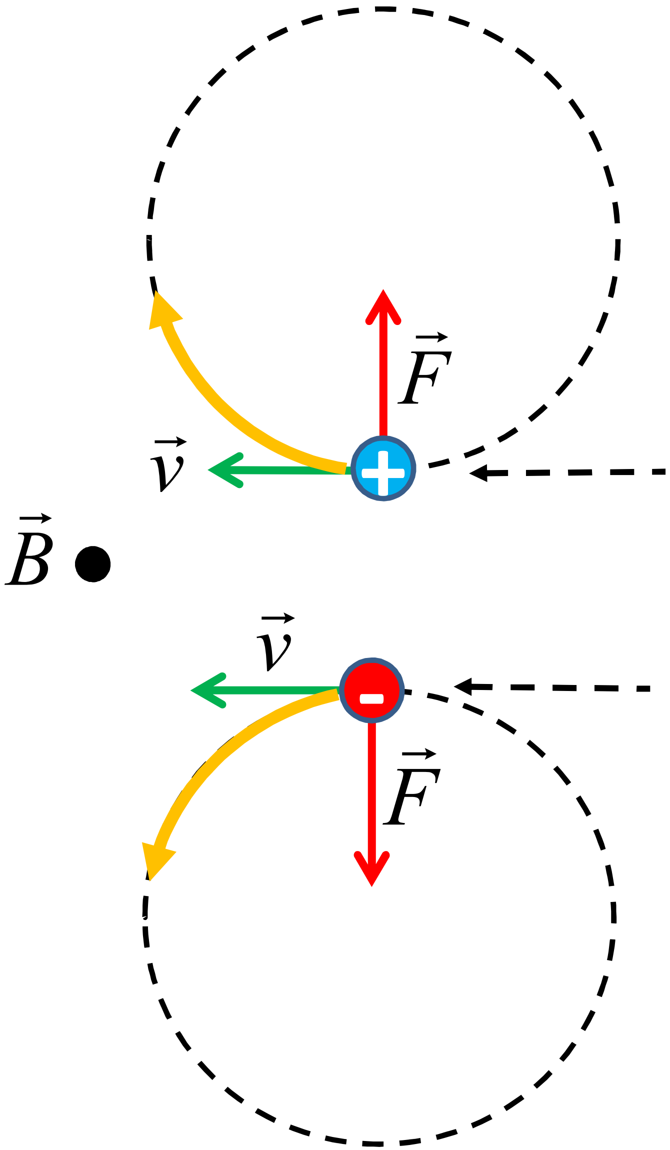
- ✓ Consideriamo il caso di **campo magnetico uniforme**; supponiamo ***B*** perpendicolare al foglio, di verso uscente dal foglio
- ✓ Una carica positiva entra nella regione del campo magnetico con velocità iniziale ***v***, perpendicolare alla direzione del campo
- ✓ È facile vedere che se ***B*** è uniforme, **forza di Lorentz e accelerazione della particella sono entrambe costanti in modulo**:

$$F = |q| vB \qquad a = \frac{|q| vB}{m}$$

- ✓ Accelerazione e velocità costanti in modulo e perpendicolari tra loro in ogni istante sono condizioni proprie del **moto circolare uniforme**
- ✓ Dunque, in caso di campo uniforme, **la forza magnetica è una forza centripeta**; se velocità della carica e campo magnetico sono perpendicolari, **la carica esegue una traiettoria puramente circolare** attorno ad un centro di curvatura **nel piano perpendicolare alla direzione del campo**



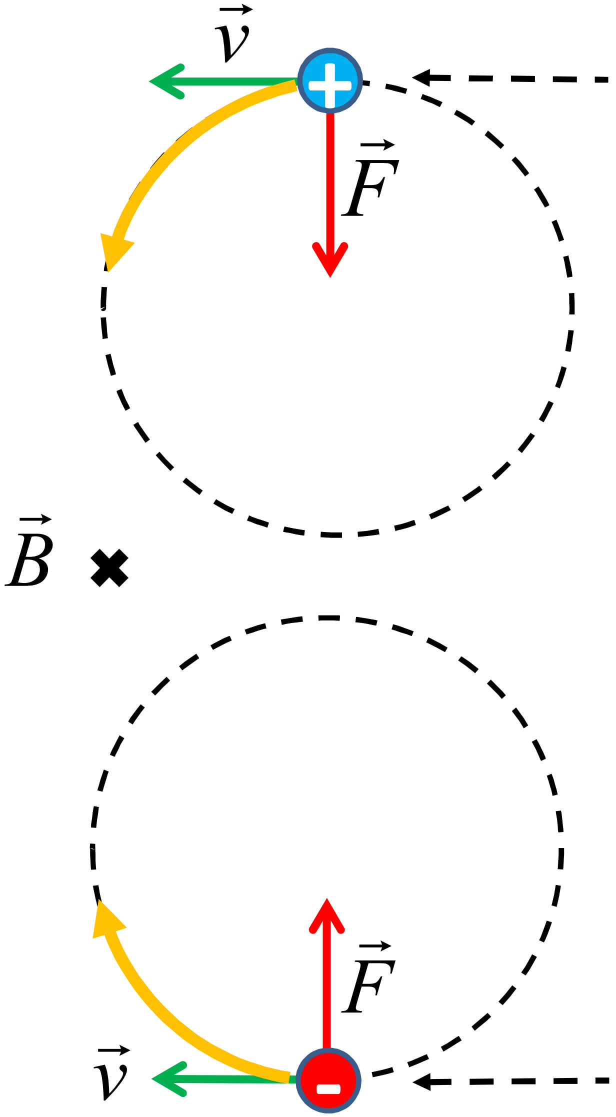
# Moto della carica nel campo magnetico uniforme




Campo **uscente dalla pagina**: la **carica positiva** circola in verso **ORARIO**

Campo **uscente dalla pagina**: la **carica negativa** circola in verso **ANTIORARIO**

# Moto della carica nel campo magnetico uniforme




**Se invertiamo il verso del campo, anche il verso di rotazione della carica cambia**: se il campo è **entrante nella pagina,** la **carica positiva** circola in verso **ANTIORARIO**

Campo **entrante nella pagina**: la **carica negativa** circola in verso **ORARIO**

# Cinematica del moto circolare uniforme

si dimostra che nel moto circolare uniforme, **velocità**, **raggio**, e **accelerazione** sono legati dalla relazione:

$$a = \frac{v^2}{r}$$

l'**accelerazione** dovuta alla forza di Lorentz, nel caso di velocità e campo magnetico perpendicolari, è:

$$a = \frac{|q| vB}{m}$$

Combinando le precedenti relazioni, otteniamo per il **raggio**:

$$r = \frac{mv}{|q| B}$$

Dunque, il raggio *r* dell'orbita è proporzionale alla velocità e inversamente proporzionale al campo magnetico

***periodo T*** (tempo di percorrenza di un giro):

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{|q| B}$$

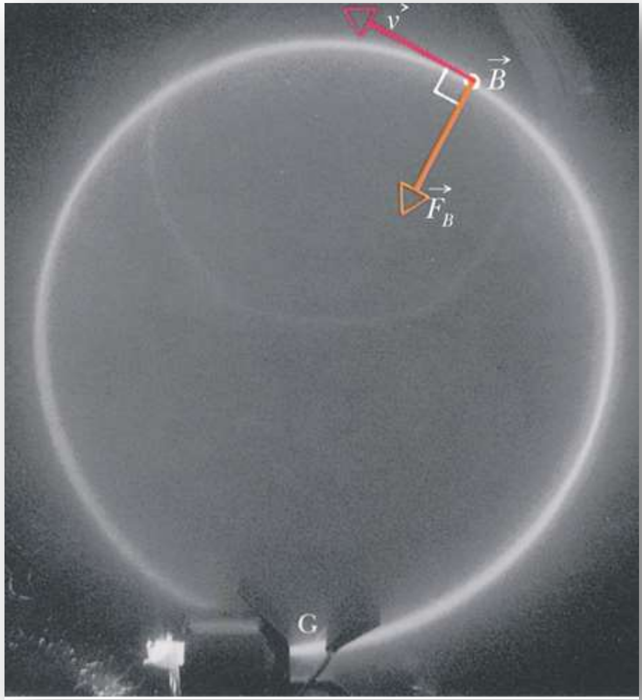
***frequenza*** $\nu$ (numero di giri compiuti nell'unità di tempo):

$$\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{|q| B}{2\pi m}$$

***frequenza angolare***:

$$\omega = 2\pi\upsilon = \frac{|q| B}{m}$$

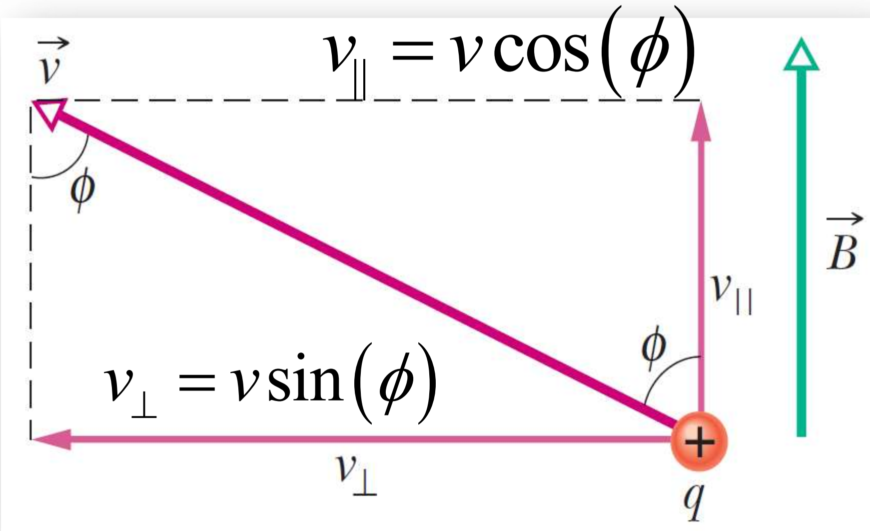
# Rivelazione della traiettoria dell’elettrone in campo magnetico




- ✓ In Figura si vede un **raggio di elettroni** iniettato da un cannone elettronico (G) in una camera chiusa
- ✓ gli elettroni entrano con velocità parallela al piano del foglio, e sono soggetti al campo ***B*** uniforme perpendicolare al foglio, di verso uscente dal foglio
- ✓ la traiettoria è visibile in foto poiché gli atomi del gas presenti nella camera emettono luce quando collidono con gli elettroni in moto

# Moto elicoidale

- ✓ abbiamo visto che nel caso in cui ***v*** e ***B*** sono ortogonali, la carica si muove di **moto puramente circolare uniforme** nel piano perpendicolare a ***B***
- ✓ cosa succede se la velocità d'ingresso nel campo magnetico ha una componente parallela al campo ? Scomponiamo la velocità in due componenti, perpendicolare e parallela a ***B***:




$$\vec{v} = \vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}$$

Sostituiamo questa relazione nella formula di Lorentz:

$$\vec{F} = q\left(\vec{v}_{\perp} + \vec{v}_{\parallel}\right) \times \vec{B} = q\,\vec{v}_{\perp} \times \vec{B}$$

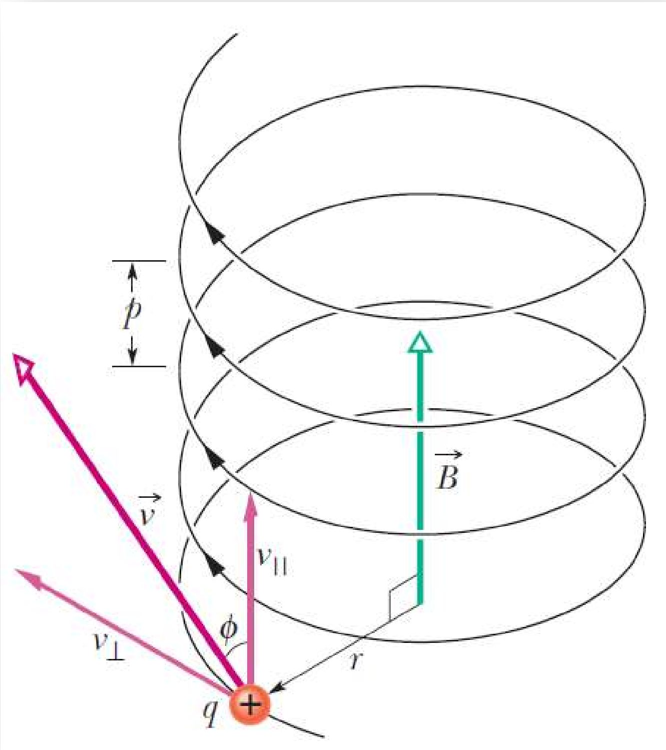
**la forza di Lorentz non ha alcun effetto sulla componente parallela al campo**; dunque:

✓ Nel piano perpendicolare a ***B*** la carica procederà di **moto circolare uniforme** con velocità $v_{\perp}$

✓ In direzione parallela al campo la particella continuerà a muoversi di **moto rettilineo uniforme** con velocità $v_{||}$

# Moto elicoidale

✓ La combinazione di **moto circolare uniforme** e **moto rettilineo uniforme** in direzione perpendicolare al piano è un **moto elicoidale**
✓ $v_{||}$ determina il **passo dell'elica** $p$, ovvero la distanza tra due spire adiacenti



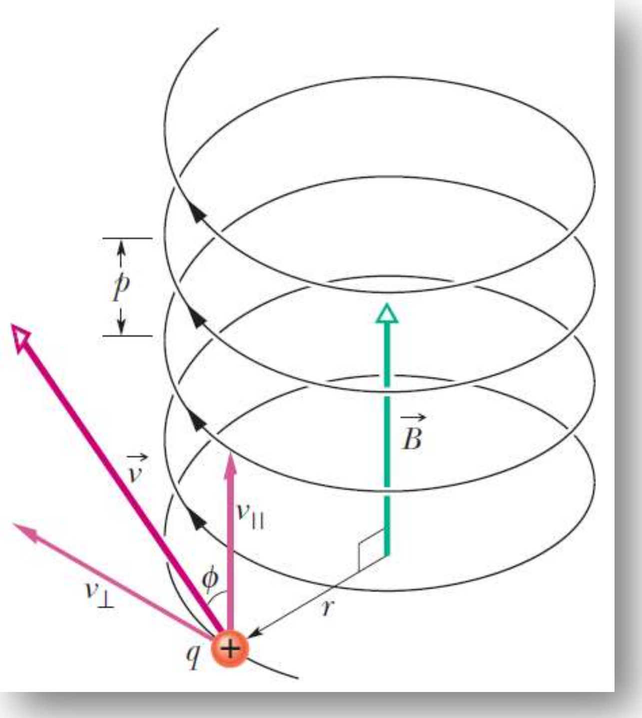

$p$ non è altro che lo spostamento verticale compiuto nel tempo di un periodo $T$ del moto circolare; essendo il moto verticale rettilineo uniforme, si ha:

$$p = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi r}{v_{\perp}}$$

abbiamo visto che: $$\frac{r}{v_{\perp}} = \frac{m}{|q|B}$$

dunque: $$p = v_{\parallel} \frac{2\pi m}{|q|B}$$

# Problema 28.4




- ✓ Un elettrone (m=9.11 × $10^{-31}$ Kg) con energia cinetica $E_k$ = 22.5 eV si muove in un campo magnetico uniforme B=4.55 × $10^{-4}$ T; l'angolo tra campo magnetico e velocità è $\phi$ = 65.5°
- ✓ calcolare il **periodo** T ed il **passo** *p* della traiettoria ad elica compiuta dall'elettrone

Dall'energia cinetica ricaviamo il modulo della velocità:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

La componente parallela al campo è:

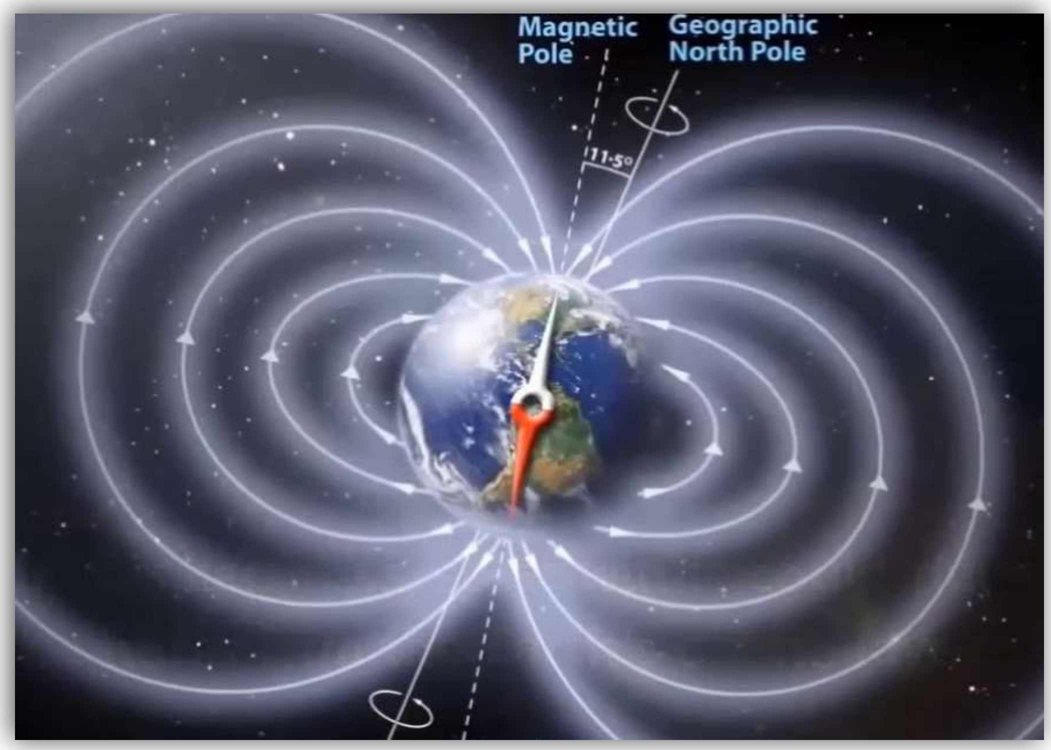
$$v_{||} = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}\cos(\varphi) = \sqrt{\frac{45\times 1.6\times 10^{-19}\,J}{9.11\times 10^{-31}\,Kg}}\cos\left(65.5^0\right) = 2.8\times 10^6\times 0.4\frac{m}{s} = 1.16\times 10^6\frac{m}{s}$$

periodo: $$T = \frac{2\pi\, m}{e\, B} = \frac{2\pi\times 9.11\times 10^{-31}\,Kg}{1.6\times 10^{-19}\,C\times 4.55\times 10^{-4}\,T} = 7.86\times 10^{-8}\,s$$

passo dell'elica: $$p = v_{||}T = 1.16\times 10^6\frac{m}{s}\times 7.86\times 10^{-8}\,s = 9.12\,cm$$

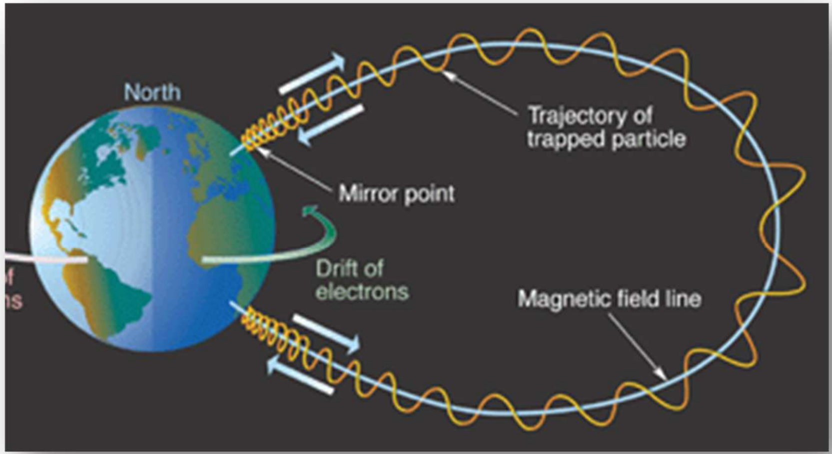
# Il campo magnetico terrestre

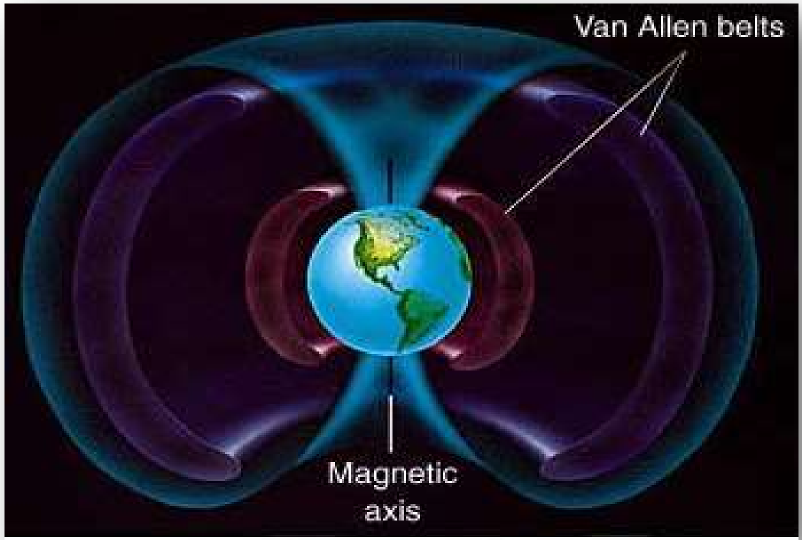
- ✓ La terra ha un proprio campo magnetico d'intensità (sulla superficie terrestre) ~ $10^{-4}$ T = 1 Gauss
- ✓ il campo è generato dal **nucleo terrestre, costituito da ferro liquido ad altissima temperatura** per ragioni ancora ignote
- ✓ La presenza del campo magnetico è facilmente verificabile mediante la bussola, essenzialmente un aghetto magnetico libero di ruotare attorno ad un perno: **l'ago si allinea parallelamente al campo**, e così ci indica la direzione NORD-SUD del campo magnetico




✓ Le linee di campo entrano nel nord geografico ed escono dal sud geografico: dunque quello che chiamiamo 'polo nord' è il polo sud magnetico, e viceversa
✓ L'asse magnetico non è esattamente allineato all'asse polare geografico: c'è un angolo di 11.5° di differenza.

# Le fasce di van Allen




- ✓ Il campo magnetico terrestre è importantissimo per la salute del pianeta poiché ***intrappola elettroni e protoni di altissima energia emessi dal sole*** che altrimenti raggiungerebbero la terra
- ✓ Quando queste particelle entrano nel campo magnetico terrestre, esse **spiraleggiano lungo le linee di flusso**, rimbalzando da un polo all'altro in pochi secondi

- ✓ Le particelle cariche intrappolate si accumulandosi nella regione mediana del campo magnetico terrestre, formando le ***fasce di Van Allen,*** regioni dense di particelle cariche che si estendono da 1000 a 6000 Km di altitudine
- ✓ ***I satelliti*** in orbita possono rimanere danneggiati dallo scontro con queste particelle, per cui vengono posizionati in modo da evitare le fasce di Van Allen

# L’aurora (boreale o australe)

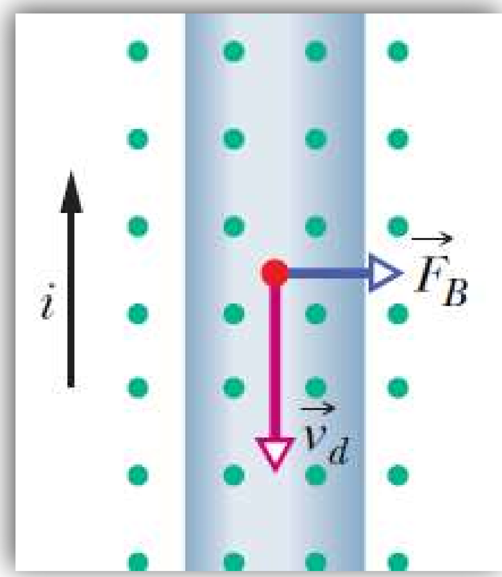
- ✓ La comparsa di macchie sulla superficie del Sole (**macchie solari**) segnala l’espulsione dal Sole di grandi quantità di particelle cariche che viaggiano nello spazio (***vento solare***). Queste raggiungono la Terra in ~50 ore a velocità 400-800 km/s
- ✓ Generalmente il campo terrestre funziona da scudo, proteggendo la Terra, ma talvolta il vento solare è così forte che penetra la magnetosfera nella regione dei poli e raggiunge la ionosfera (100 – 500 km dal suolo)
- ✓ Il vento solare colpisce gli atomi della ionosfera che a causa degli urti emettono luce, producendo il fenomeno dell’***aurora***

*Aurora australe nello stato Victoria, Australia*

L’aurora è caratterizzata da **bande luminose di forma e colore rapidamente mutevoli nel tempo e nello spazio**, tipicamente rosso (emesso da molecole di azoto) e verde (emesso da atomi di ossigeno)

# Forza magnetica su un filo percorso da corrente

- ✓ Se un filo conduttore percorso da corrente elettrica è immerso in un campo magnetico, gli elettroni in moto sono soggetti alla forza di Lorentz
- ✓ non potendo gli elettroni essere espulsi dal filo, questa **forza viene trasmessa alla massa del conduttore**
- ✓ se il conduttore è mobile o flessibile, può essere **spostato o deflesso dalla forza di Lorentz**
- ✓ In figura vediamo un tratto di filo conduttore che attraversa un campo magnetico perpendicolare al foglio, di verso uscente (indicato dai puntini verdi)
- ✓ la forza di Lorentz è:




$$\vec{F} = q\,\vec{v}_d \times \vec{B}$$

- ✓ $\boldsymbol{v_d}$ è la velocità di deriva (*drift*) con cui il flusso di elettroni di conduzione si muove nel conduttore; per convenzione, il verso della corrente positiva $i$ è opposto a $\boldsymbol{v_d}$, ma $q=-e$, per cui $\boldsymbol{F}$ è diretta verso destra
- ✓ se la corrente fosse dovuta a cariche positive $\boldsymbol{v_d}$ sarebbe concorde con $i$, ma essendo $q=+e$ la forza è comunque orientata verso destra; dunque, **invertendo simultaneamente segno della carica e verso della velocità, la forza di Lorentz rimane invariata**

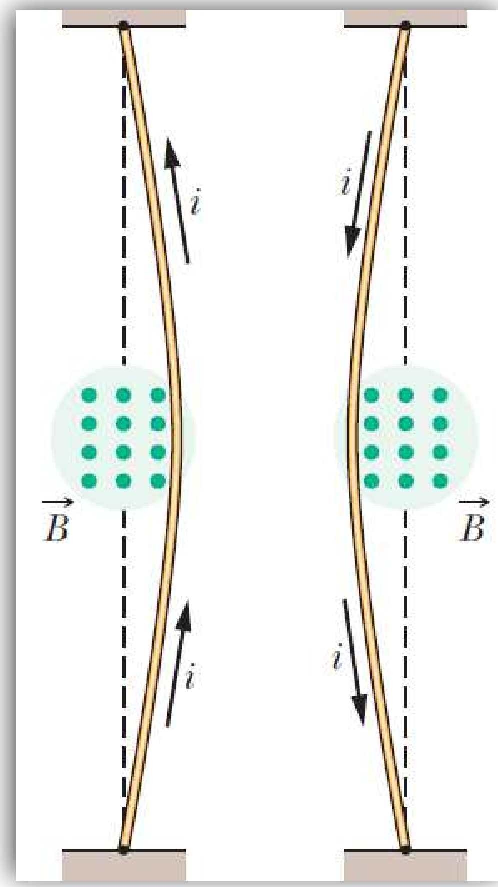
# Forza magnetica su un filo percorso da corrente

- ✓ Possiamo quindi sempre assumere $q$ positiva e $\boldsymbol{v_d}$ concorde con la corrente positiva; il fatto che le **cariche effettivamente in moto siano positive o negative non influisce sul valore della forza**
- ✓ Se **invertiamo il verso della corrente** oppure il verso del **campo magnetico,** è facile verificare che anche **la forza di Lorentz cambia verso**
- ✓ Riscriviamo $v_d$ come rapporto tra la lunghezza $L$ del segmento di filo percorso nel tempo $t$, e tempo $t$ impiegato:

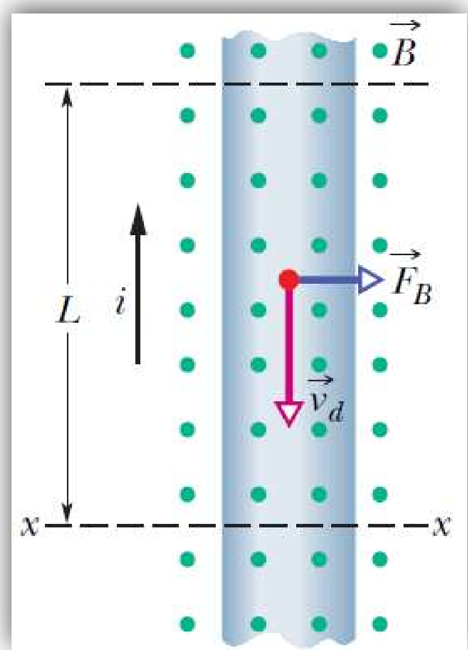
$$v_d = \frac{L}{t}$$

- ✓ se $q$ è la carica che attraversa il filo nel tempo $t$, si ottiene:

$$q\,v_d = i\,t\frac{L}{t} = i\,L$$



# Forza magnetica su un filo percorso da corrente

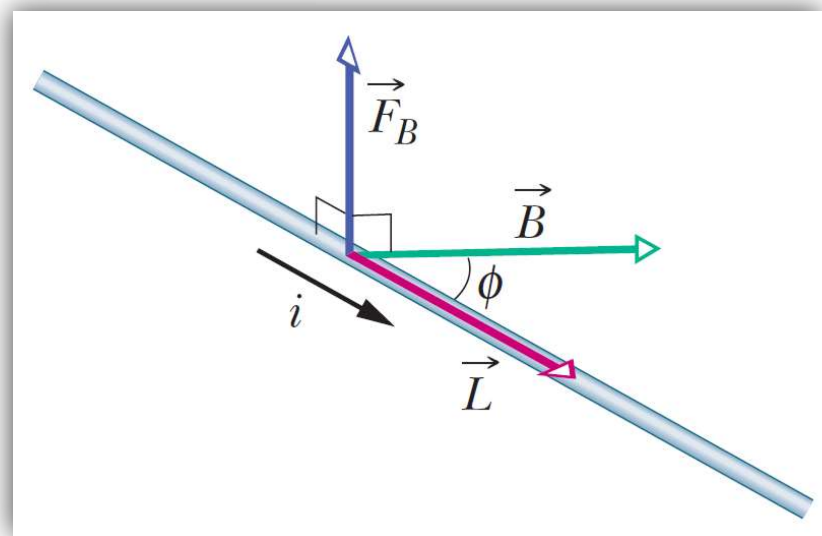



- ✓ Possiamo quindi riscrivere la forza di Lorentz sul filo percorso da corrente in forma macroscopica in termini di corrente:

$$\vec{F} = i\,\vec{L} \times \vec{B}$$

- ✓ Ove abbiamo definito un vettore ***L*** il cui modulo è la sezione di filo immerso nel campo magnetico, di direzione e verso uguale alla direzione e verso della corrente positiva

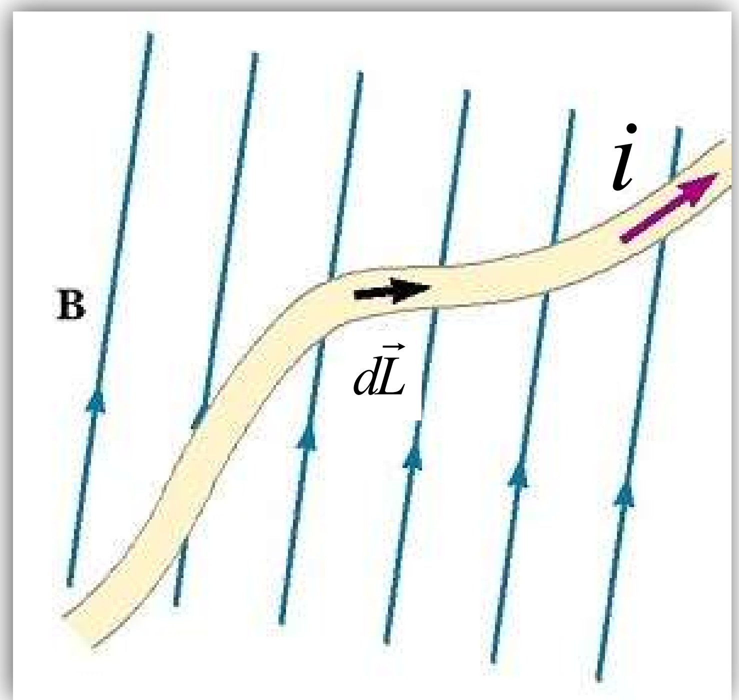
- ✓ Questa formulazione della forza di Lorentz è **valida in generale per un qualsiasi conduttore rettilineo**, anche non perpendicolare alla direzione del campo



# Forza magnetica su un filo percorso da corrente

- ✓ Nel caso di un **filo non rettilineo** di forma qualsiasi, si ricorre come al solito al calcolo infinitesimale
- ✓ la forza di Lorentz che agisce su un tratto di filo conduttore di lunghezza infinitesimale *dL* è:

$$d\vec{F} = i\, d\vec{L} \times \vec{B}$$

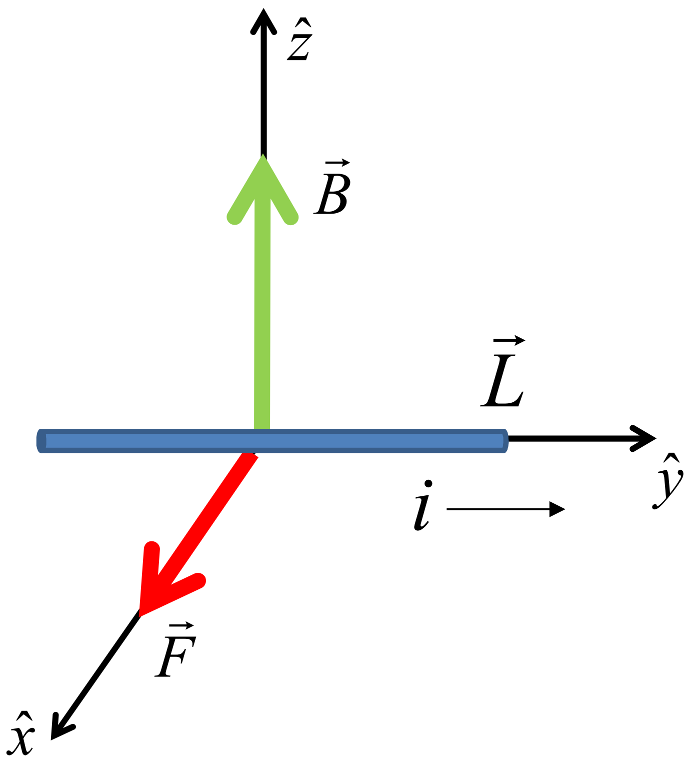



- ✓ La forza su un tratto di filo di lunghezza finita *L* è data dall'integrale lungo il percorso del filo:

$$\vec{F}_B = i \int_0^L d\vec{L} \times \vec{B}$$

- ✓ Ove abbiamo supposto come al solito che la corrente sia uniforme in ciascun punto del filo

# Problema




- ✓ Un segmento di filo rettilineo conduttore di lunghezza $L$= 10 cm percorso da corrente $i$ = 10 A, è immerso in un campo magnetico uniforme $B$ = 1 T perpendicolare al filo
- ✓ ponendo $L$ lungo $x$, e $B$ lungo $z$, calcolare la forza di Lorentz che agisce sul filo in coordinate cartesiane

La forza di Lorentz è diretta lungo l'asse $x$, ed orientata nel verso delle $x$ positive; in modulo:

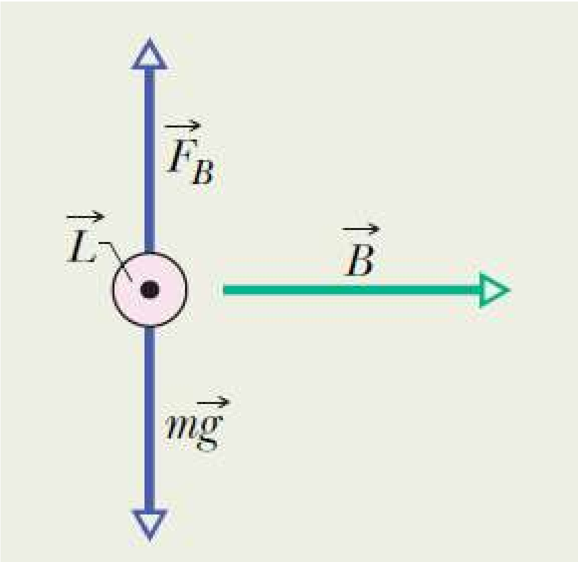
$$F = i\,L\,B = 10A \times 0.1m \times 1T = 1\,N$$

Ricordiamo che 1 N equivale alla forza peso di 100 grammi; dunque il campo di 1 T esercita su un filo lungo 10 cm percorso da 10 A di corrente una forza equivalente alla forza peso di una massa di 100 grammi

filmato

# Problema 28.6

- ✓ Un filo orizzontale di rame, libero di muoversi in verticale, è percorso da corrente *i* = 20 A, diretta perpendicolarmente alla pagina, in verso uscente
- ✓ Calcolare l'intensità e la direzione del campo magnetico necessario a mantenere il filo 'in sospensione', ovvero a bilanciare la forza di gravità; la densità lineare di massa (massa per unità di lunghezza) del filo è $\lambda$=0.05 Kg/m




In sospensione (ovvero all'equilibrio) la forza di Lorentz diretta verso l'alto:

$$F_B = i\,L\,B$$

E la forza di gravità diretta verso il basso:

$$F_g = Mg$$

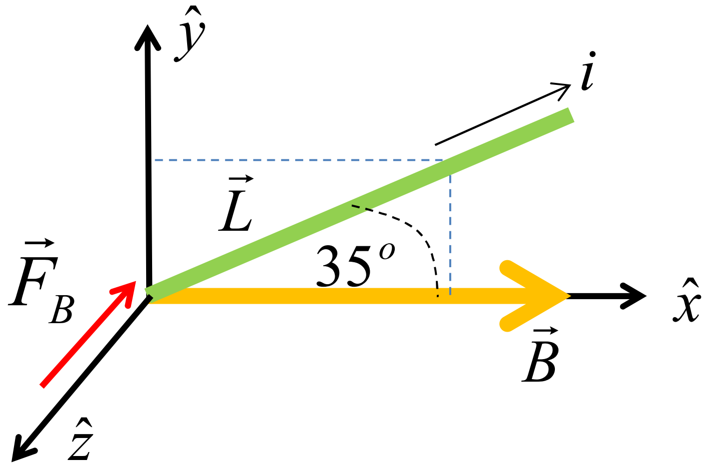
devono bilanciarsi, per cui:

$$i\,L\,B = Mg \Rightarrow B = \frac{M}{L}\frac{g}{i} = \lambda\frac{g}{i}$$

$$B = \frac{(0.05\ \mathrm{Kg/m})(9.8\ \mathrm{m/s^2})}{20\mathrm{A}} = 25\times10^{-3}T$$

# Problema 28.20

Un filo rettilineo lungo *L* =1.8 m conduce una corrente i = 13 A, e forma un angolo di *35°* con la direzione di un campo magnetico uniforme d'intensità *B* = 1.5 T; disponiamo ***L*** e ***B*** nel piano (*x*,*y*), allineando il campo magnetico lungo *x*; calcolare in coordinate cartesiane la forza magnetica agente sul filo




Dalla regola della mano destra si vede che la forza di Lorentz è diretta lungo *z*, nel verso negativo. In modulo:

$$F_B = i\,L\,B\sin(35^o)$$

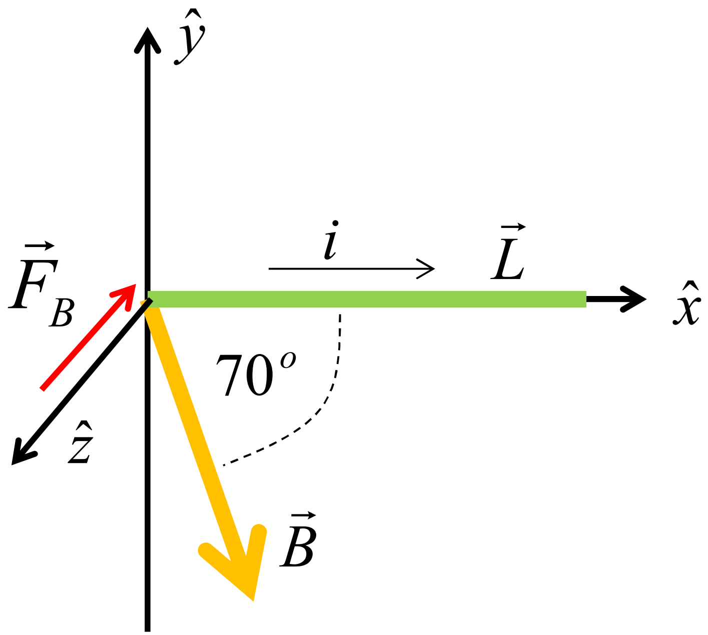
$$= 13\,A \times 1.8\,m \times 1.5\,T \times 0.57 = 20\,N$$

In alternativa, utilizziamo la formula generale del prodotto vettore:

$$\vec{F} = i\,\vec{L} \times \vec{B} = i \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ L_x & L_y & 0 \\ B_x & 0 & 0 \end{vmatrix} = -i\left(L_y B_x\right)\hat{z} = -i\,L\,B\sin(35^o)\,\hat{z}$$

# Problema 28.21

Un cavo conduttore orizzontale di una linea elettrica è percorso da una corrente $i$ = 5000 A; il campo magnetico terrestre nelle vicinanze della linea vale B = 60 μT, ed è inclinato di 70° verso il basso rispetto al filo. Orientiamo il cavo lungo l'asse $x$, ed il campo magnetico nel piano ($x$,$y$); si determini direzione, verso, ed intensità della forza magnetica che agisce su 100 m di cavo




la forza è orientata verso l'asse z negativo; in modulo:

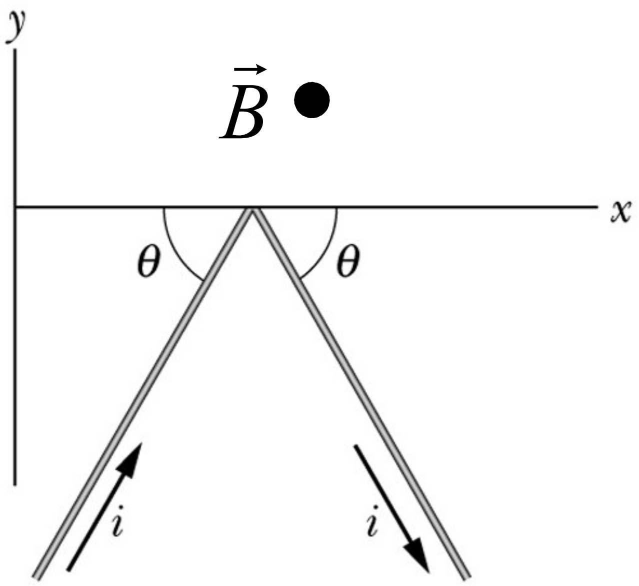
$$F_B = i\,LB\sin(70^o)$$

$$= 5000\,A \times 100\,m \times 60\,\mu T \times 0.94 = 28.2\,N$$

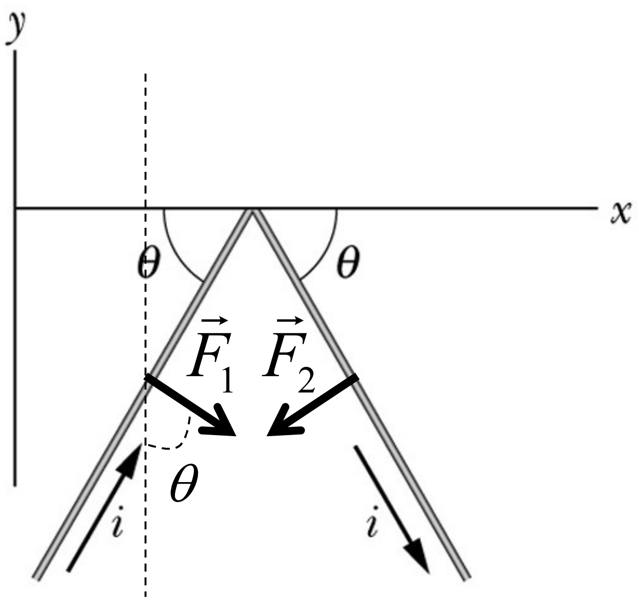
In alternativa si calcolo il prodotto vettore:

$$\vec{L} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ L_x & 0 & 0 \\ B_x & B_y & 0 \end{vmatrix} = \left(L_x B_y\right)\hat{z} = -LB\sin(70^o)\,\hat{z}$$

# Problema 28.22




Il filo in figura è percorso da una corrente di 2 A, e giace in un campo magnetico uniforme B = 4 T, orientato perpendicolarmente alla pagina in verso uscente. Ciascuna sezione retta del filo è lunga *L* =2 m, e forma un angolo di 60° con l'asse x.
Calcolare la forza magnetica agente sul filo in coordinate cartesiane ***F***=($F_x$, $F_y$, $F_z$)



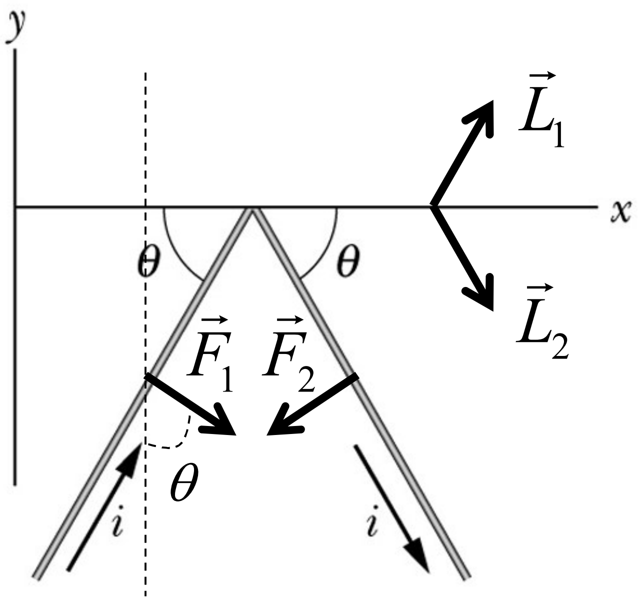

<u>Metodo 1, analisi geometrica</u>: Le forze di Lorentz su ciascun segmento di filo giacciono nel piano (x,y), sono perpendicolari alla direzione del filo ed orientate come in figura. Essendo anche uguali in modulo, è evidente che la loro somma ha solo la componente lungo l'asse y diversa da zero:

Modulo: $F_1 = F_2 = i\,LB$

Componenti lungo y: $F_{1y} = F_{2y} = -iLB\cos(\theta)$

Forza totale: $\vec{F} = -2iLB\cos(\theta)\,\hat{y} = -16N\,\hat{y}$

# Problema 28.22




Metodo 2, prodotto vettore:

$$\vec{F}_1 = i\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ L_{1x} & L_{1y} & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = i\left(L_{1y}B\right)\hat{x} - i\left(L_{1x}B\right)\hat{y}$$

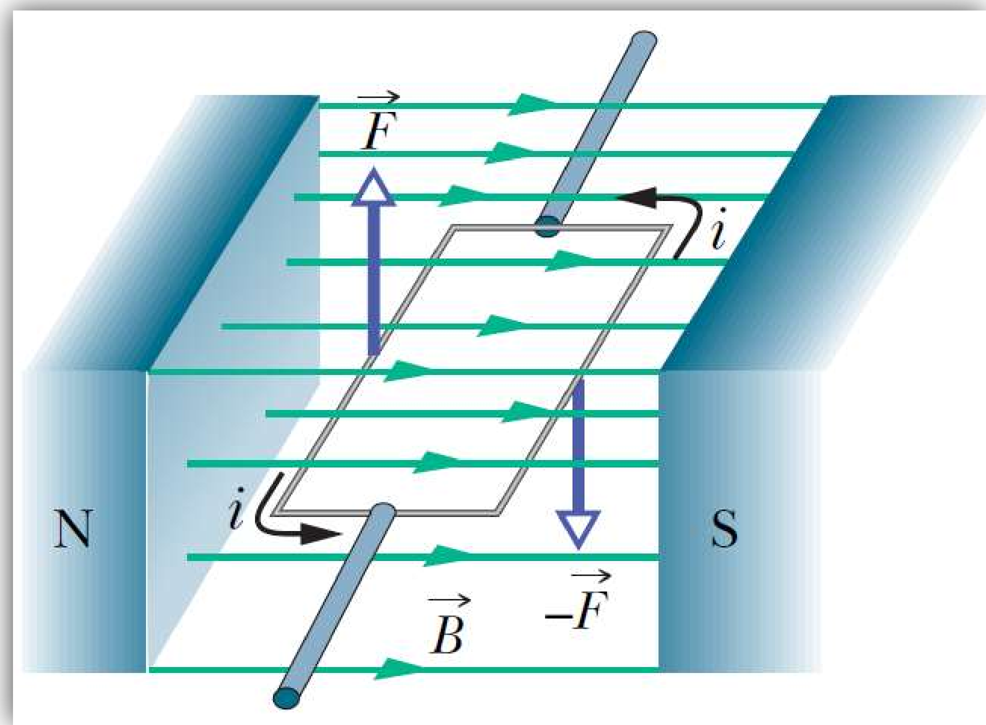
$$\vec{F}_2 = i\begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ L_{2x} & L_{2y} & 0 \\ 0 & 0 & B \end{vmatrix} = i\left(L_{2y}B\right)\hat{x} - i\left(L_{2x}B\right)\hat{y}$$

$$L_{1y} = -L_{2y}; \quad L_{1x} = L_{2x} = L\cos(\theta)$$

$$\Rightarrow \vec{F} = -2iLB\cos(\theta)\hat{y} = -16N\,\hat{y}$$

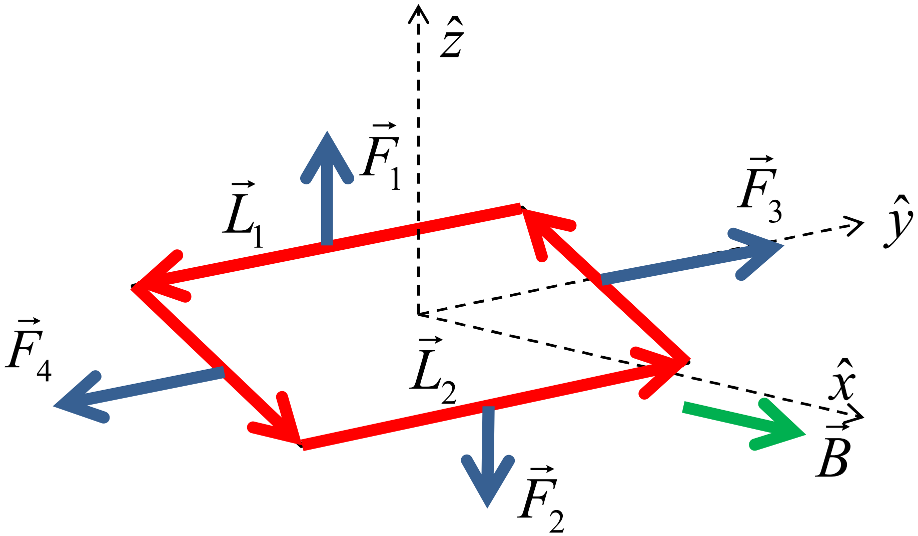
# Torsione della spira percorsa da corrente

- ✓ La **maggior parte del lavoro nel mondo è svolta dai motori elettrici**
- ✓ Alla base del meccanismo che permette al motore elettrico di funzionare vi è **la forza di Lorentz esercitata sulla spira percorsa da corrente**




In Figura è mostrato un semplice motore, consistente in una spira chiusa percorsa da corrente immersa in un campo magnetico. Le due forze magnetiche ***F*** e −***F*** producono una torsione che tende a ruotare la spira attorno al suo asse centrale.

# Torsione della spira

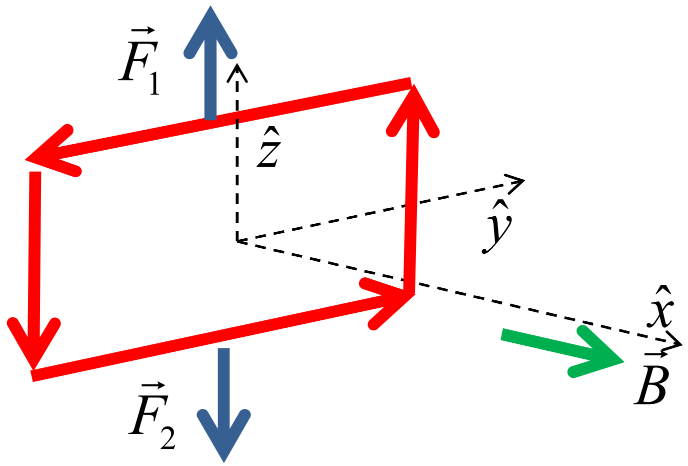



Sia *y* l'asse di rotazione della spira, e ***B*** parallelo all'asse *x*; la direzione della corrente è indicata dalle frecce rosse; le forze di Lorentz sui lati liberi di ruotare sono:

$$\vec{F}_1 = i\vec{L}_1 \times \vec{B} = i\,L\,B\,\hat{z}$$

$$\vec{F}_2 = i\vec{L}_2 \times \vec{B} = -i\,L\,B\,\hat{z}$$

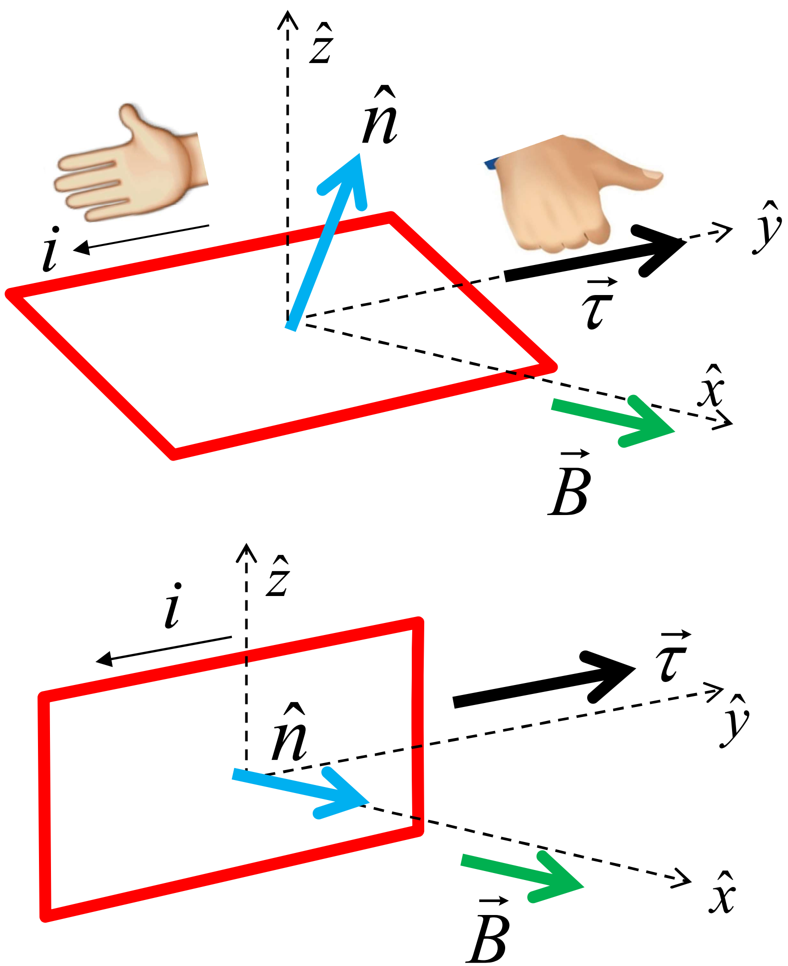
✓ Sui due lati corti le forze $\boldsymbol{F}_3$ ed $\boldsymbol{F}_4$ sono uguali in modulo ed opposte in verso, per cui si compensano; anche sui $\boldsymbol{F}_1$ ed $\boldsymbol{F}_2$ sono uguali in modulo ed opposte in verso, ma non essendo applicate lungo la stessa linea d'azione, **esercitano una TORSIONE sulla spira**




✓ la torsione fa **ruotare la spira in modo che la normale al piano della spira si allinei al campo**

✓ quando il piano della spira diventa perpendicolare a **B**, $\boldsymbol{F}_1$ ed $\boldsymbol{F}_2$ sono lungo la stessa linea d'azione, per cui la torsione si annulla e la rotazione si interrompe

# Momento torcente sulla spira




Le forze di torsione sulla spira sono quantificate dal **momento torcente**:

$$\vec{\tau} = i\,\vec{A} \times \vec{B} = i\,A\,\hat{n} \times \vec{B}$$

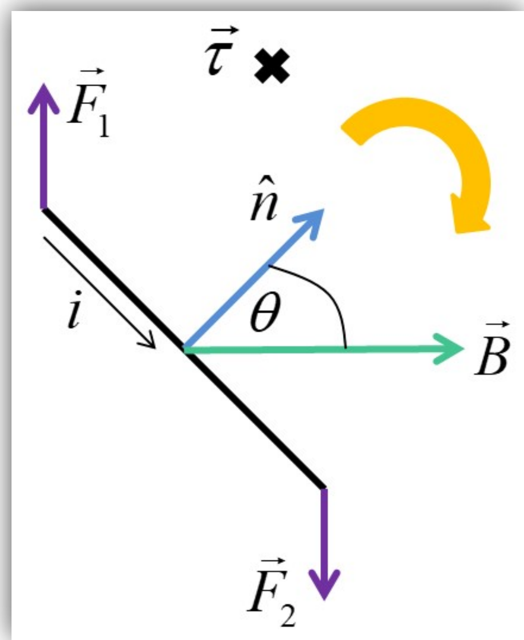
- ✓ ***A*** è il vettore areale della spira, uguale in modulo all'area della spira e perpendicolare al piano
- ✓ Il **verso** di ***A*** (indicato dal versore ***n***) **dipende dalla corrente**, secondo la seguente regola della mano destra: orientando le 4 dita nel verso della corrente, il pollice dà il verso della normale al piano della spira
- ✓ Il **modulo** di $\tau$ ci dice **quanto la torsione è intensa**; $\tau$ ha dimensioni fisiche dell'energia

- ✓ la **direzione** di $\tau$ corrisponde all'**asse di rotazione** della spira
- ✓ il **verso** di $\tau$ dà il **verso della rotazione** della spira: orientando il pollice della mano destra nel verso di $\tau$, le 4 dita danno il verso di rotazione

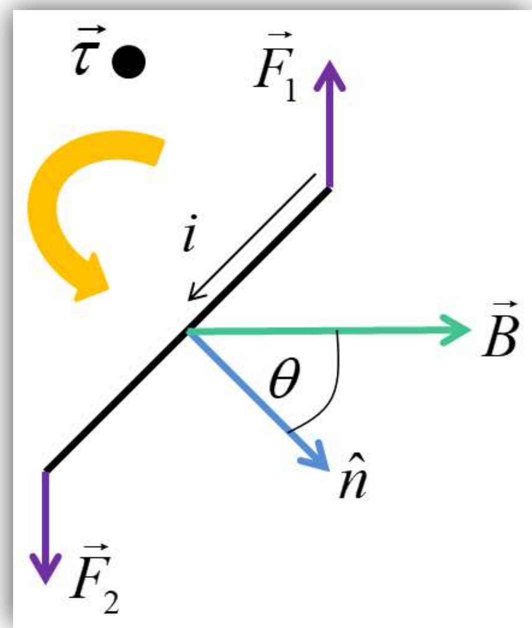
# Stato di equilibrio

- ✓ Consideriamo in figura una veduta laterale della spira, con l'asse di rotazione (e dunque $\tau$) perpendicolare alla pagina
- ✓ Quando ***n*** attraversa la direzione ±***B*** (ovvero ogni rotazione $\theta = \pi$) il verso di $\tau$ cambia e dunque il verso di rotazione si inverte
- ✓ Ciò comporta che la configurazione con ***n*** || ***B*** è uno stato di equilibrio stabile: se la spira possiede un po' d'inerzia, ***n*** oscillerà attorno a ***B*** prima di fermarsi nello stato di equilibrio

τ entrante nel piano:
rotazione in senso orario

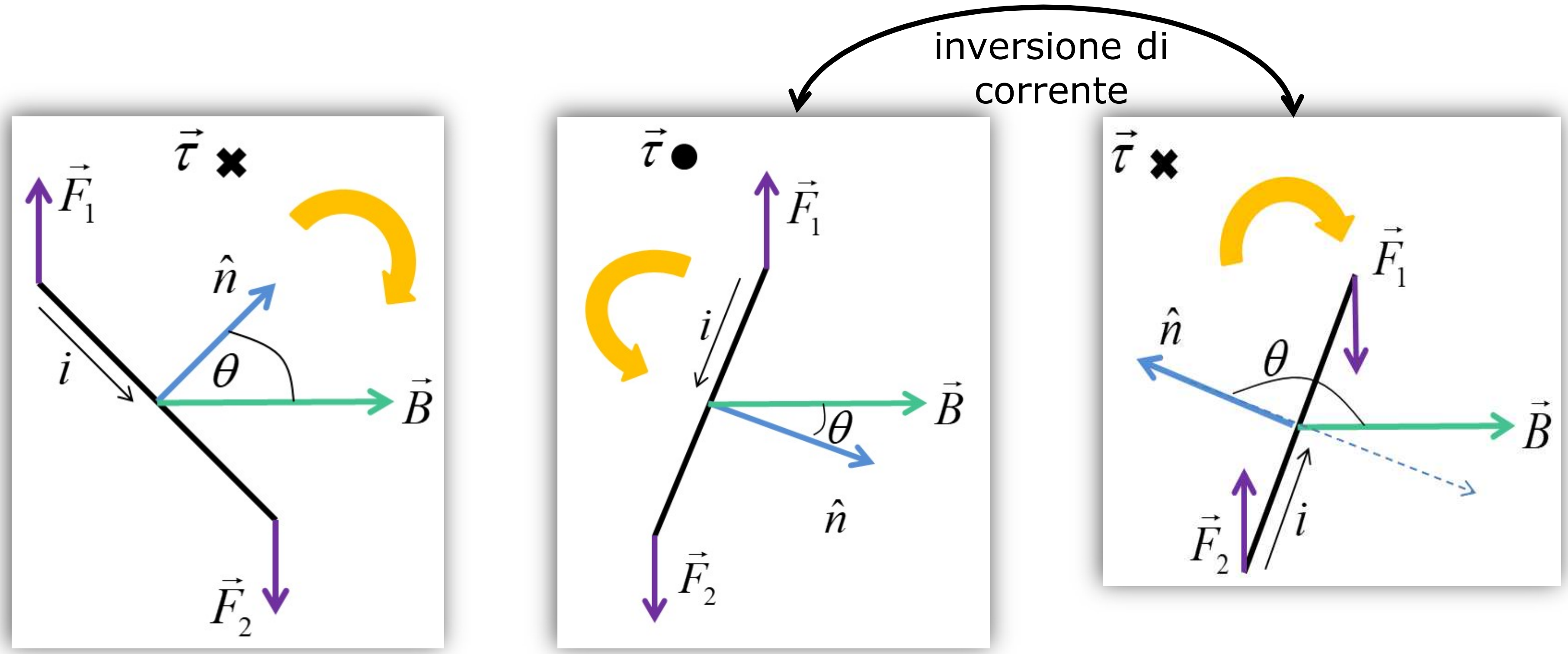



τ uscente dal piano:
rotazione in senso antiorario



# Rotazione continua e inversione di corrente

- ✓ Quando ***n*** è allineata con ***B*** la rotazione s'interrompe; come fare dunque per ottenere un meccanismo di rotazione continua ?
- ✓ Ecco il trucco: se **invertiamo il verso della corrente nella spira**, ***n*** e $\tau$ cambiano verso, e dunque **cambia il verso di rotazione della spira**
- ✓ Invertendo il verso della corrente ad intervalli regolari non appena ***n*** si allinea con ***B***, si fa in modo che $\tau$ , e dunque la rotazione della spira, conservino sempre lo stesso verso



# Dalla spira alla bobina

- Se invece di una spira si ha una serie di spire o avvolgimenti, supponendo che queste siano avvolte così strettamente tra loro da poter considerare identiche la dimensione di ogni spira ed il piano di avvolgimento, si ha quella che si chiama una **bobina piana**
- Per N avvolgimenti, **il momento torcente della bobina è la somma dei momenti di ciascuna spira:**

$$\vec{\tau} = N\,i\,\vec{A} \times \vec{B}$$

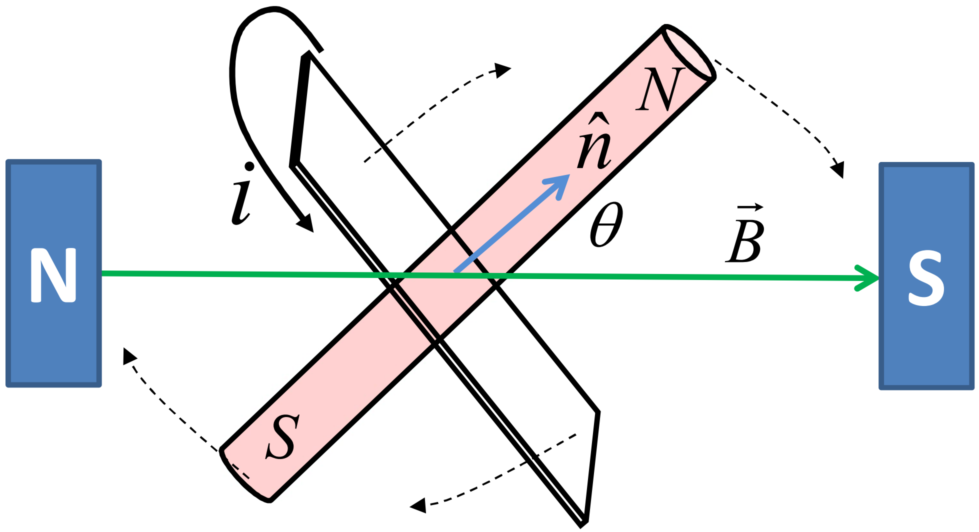
- Questa espressione **vale per qualsiasi bobina piana** di area A, qualunque sia la sua forma, **purché *B* sia uniforme in tutta l'area della bobina**
- Ad esempio, per la bobina cilindrica in figura di raggio r, la torsione è:

$$\vec{\tau} = N\,i\,(\pi r^2)\,\hat{n} \times \vec{B}$$

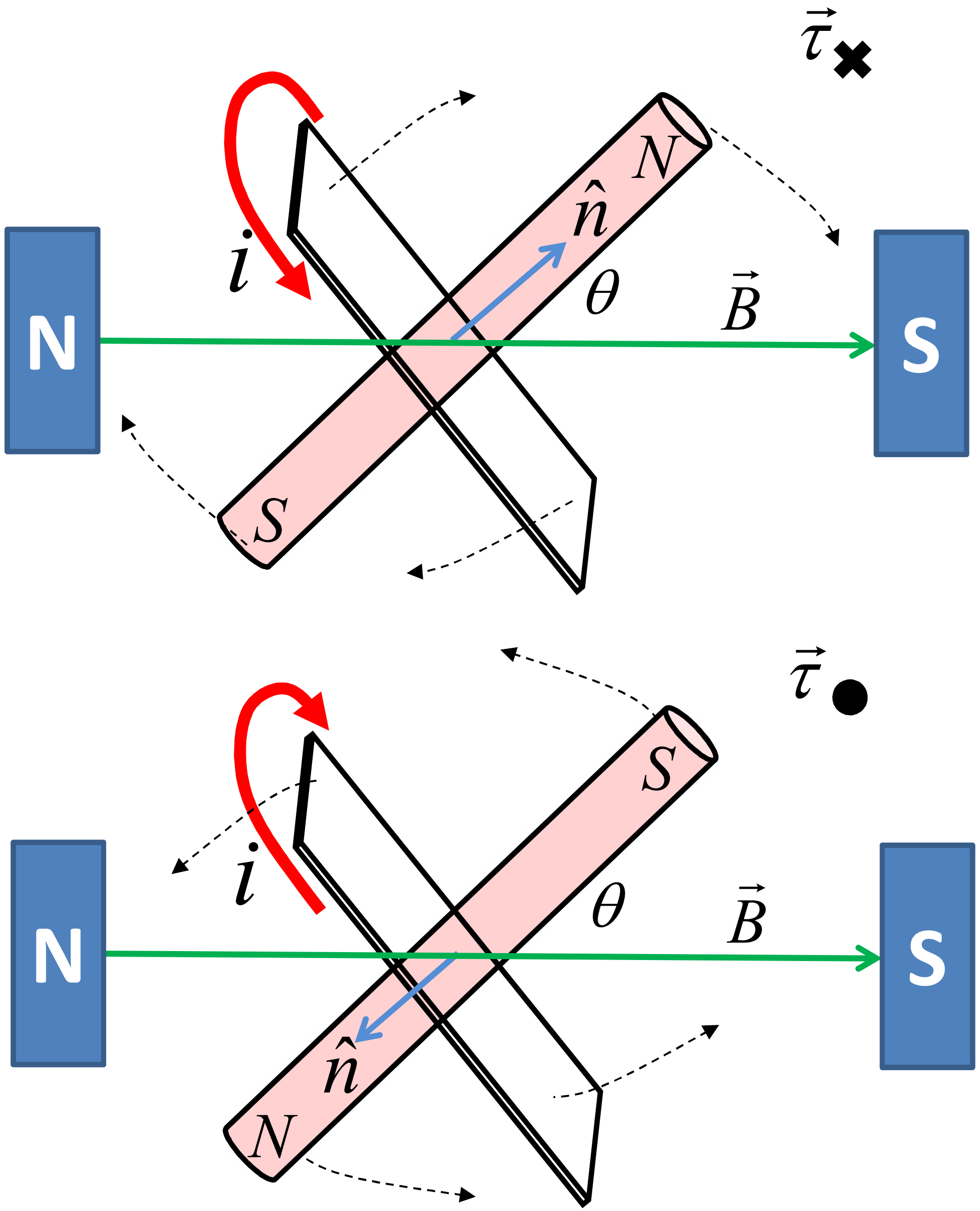
# Momento di dipolo magnetico

- ✓ La bobina immersa in un campo magnetico si comporta essenzialmente come un **momento di dipolo magnetico**, il quale ruota per allineare il proprio asse col campo magnetico, col polo nord del dipolo più vicino al polo sud del campo, e viceversa
- ✓ Definiamo **momento di dipolo magnetico** il vettore: $\vec{\mu} = N\, i\, A\, \hat{n}$
  che chiaramente si misura in Ampere $\times$ m²
- ✓ il **momento torcente** può quindi riscriversi: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
- ✓ $\tau$ ha dimensione fisica dell'energia, per cui si misura in Joule:

$$[\tau] = A\,m^2 T = A\,m^2 \frac{N}{Am} = Nm = J$$



# Momento di dipolo magnetico




$$\vec{\mu} = N\, i\, A\, \hat{n}$$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- ✓ Invertendo il verso della corrente nella bobina si invertono ***n*** e $\tau$, e di conseguenza il verso di rotazione della spira
- ✓ Dunque, **invertire la corrente equivale ad invertire i poli** N e S del momento di dipolo della bobina

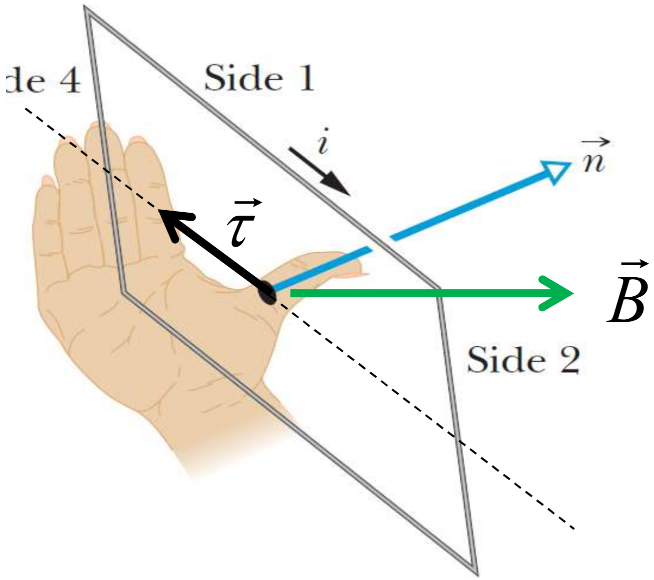
# Momento torcente: riepilogo

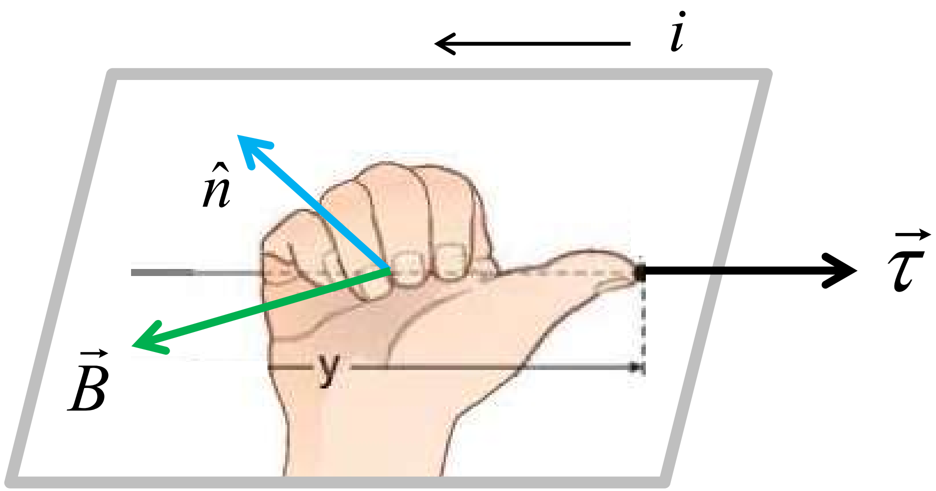
il verso della torsione della spira percorsa da corrente in campo magnetico è descritta dalla ***regola della mano destra***:

- ✓ orientiamo le 4 dita nel verso della corrente: il pollice dà la direzione ed il verso della normale ***n***
- ✓ orientiamo il pollice lungo l'asse di rotazione della spira, ovvero in direzione di $\tau$ : le 4 dita indicano il verso di rotazione della spira

**momento di dipolo magnetico** $\vec{\mu} = N\, i\, A\, \hat{n}$

**momento torcente** $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$



# Lavoro del campo magnetico

Un campo magnetico può compiere lavoro ?

- ✓ **Su una singola carica in moto il campo magnetico NON può compiere lavoro**: la forza di Lorentz è sempre perpendicolare alla velocità della carica, e dunque al suo spostamento: **il lavoro compiuto è sempre nullo** !! Si arriva alla stessa conclusione osservando che il campo magnetico non può cambiare l'energia cinetica della particella, e dunque neppure la sua energia potenziale

- ✓ La forza di Lorentz può spostare un filo carico percorso da corrente (se mobile o flessibile) nella direzione della forza, dunque il **campo magnetico compie lavoro su corpi conduttori percorsi da corrente**

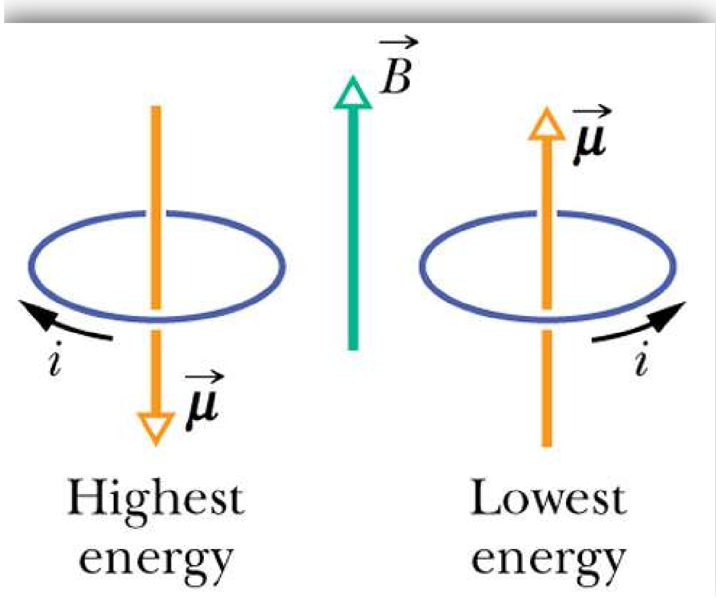
- ✓ Il lavoro del campo magnetico più utile in pratica è quello compiuto su **circuiti chiusi percorsi da correnti (spire, bobine)**; in tal caso **si può anche definire un'energia potenziale** del circuito immerso nel campo magnetico

# Energia potenziale del dipolo in campo magnetico

- ✓ La bobina, come un qualsiasi dipolo magnetico, **possiede un'energia potenziale per il fatto di essere immersa in un campo magnetico**
- ✓ L'energia potenziale del dipolo nel campo magnetico è data da:

$$U(\theta) = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu B \cos(\theta)$$

In analogia con **l'energia potenziale del dipolo elettrico:** $U(\theta) = -\vec{p} \cdot \vec{E}$




- ✓ Lo stato di **energia potenziale minima** ('**zero del potenziale**') si ha quando **momento e campo magnetico** sono **paralleli**:

$$\theta = 0 \Rightarrow U(0) = -\mu B$$

- ✓ Lo stato di **energia potenziale massima** si ha quando **momento e campo magnetico** sono **antiparalleli**:

$$\theta = \pi \Rightarrow U(\pi) = \mu B$$

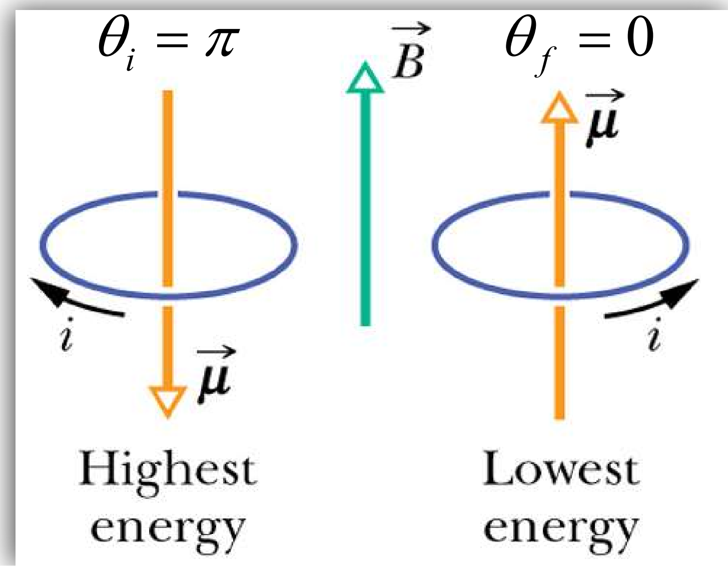
# Lavoro del campo magnetico sul momento di dipolo magnetico

$$L = -(U_f - U_i) = U_i - U_f$$

- ✓ Dati due angoli di rotazione $\theta_i$ e $\theta_f$, consideriamo il **lavoro compiuto dal campo magnetico per ruotare il dipolo** da $\theta_i$ a $\theta_f$
- ✓ Utilizzando l'espressione dell'energia potenziale magnetica si ha:

$$U(\theta_i) = -\vec{\mu}_i \cdot \vec{B} = -\mu B \cos(\theta_i) \qquad U(\theta_f) = -\vec{\mu}_f \cdot \vec{B} = -\mu B \cos(\theta_f)$$

$$L = U(\theta_i) - U(\theta_f) = \mu B \left[\cos(\theta_f) - \cos(\theta_i)\right]$$



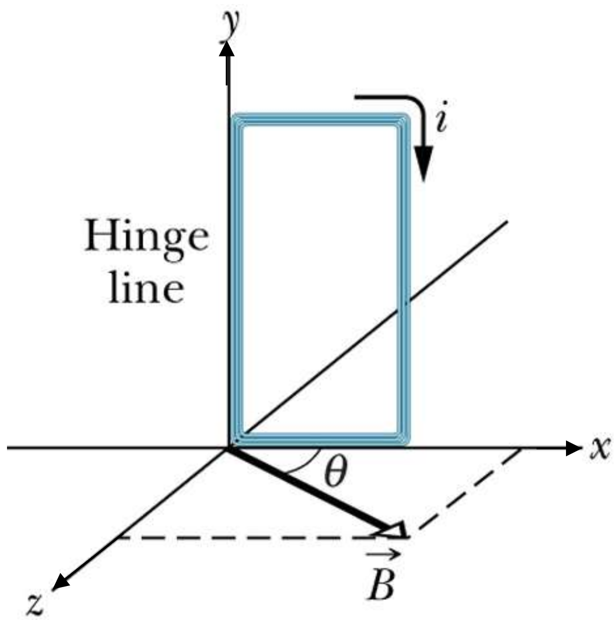

Ad esempio il lavoro fatto dal campo per ruotare il dipolo da $\theta_i = \pi$ (punto di massima energia) a $\theta_f = 0$ (minima energia) è chiaramente:

$$L = U(\pi) - U(0) = 2\mu B$$

# Problema 28.26

Una bobina rettangolare incernierata lungo l'asse *y*, parallela al piano (*x*,*y*), con *N* = 20 spire, lati lunghi 10 cm e 5 cm, è percorsa da corrente *i* =0.1 A il cui verso è indicato in figura; la bobina è immersa in un campo magnetico *B* = 0.5 T parallelo al piano (*x*,*z*), con $\theta$ = 30°. Calcolare:

- ✓ il momento di dipolo della bobina
- ✓ il momento torcente $\tau = (\tau_x, \tau_y, \tau_z)$, esercitato dal campo sulla bobina
- ✓ Il lavoro speso dal campo magnetico per allineare il dipolo della bobina al campo

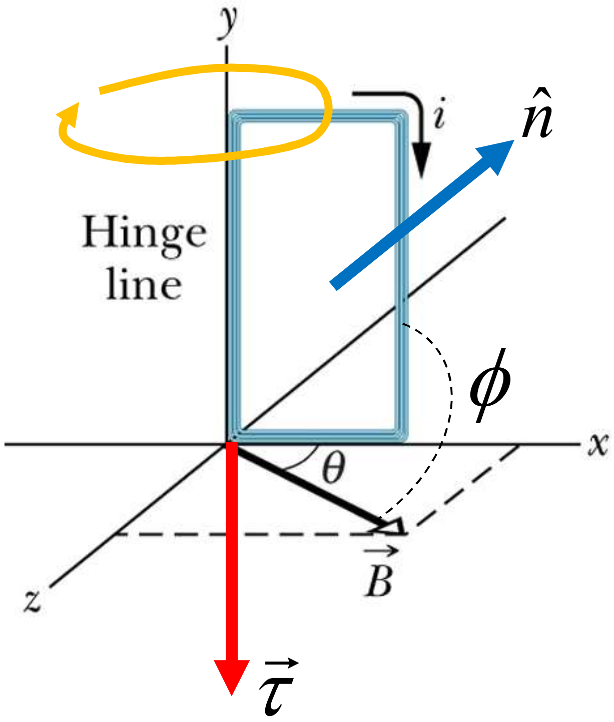



Dalla regola della mano destra, segue che il versore normale al piano della spira è orientato lungo l'asse *z* negativo, per cui il momento di dipolo della bobina è:

$$\vec{\mu} = iNA\hat{n} = -iNA\,\hat{z}$$

$$\mu_z = -0.1A \times 20 \times 50 \times 10^{-4}\,m^2 = -10^{-2}\,A\,m^2$$

# Problema 28.26




$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & \mu_z \\ B_x & 0 & B_z \end{vmatrix} = \mu_z B_x \, \hat{y} = \mu_z B \cos(30^o) \, \hat{y}$$

$$\tau_y = -10^{-2} \, A m^2 \times 0.5 \, T \times 0.866 = -4.33 \times 10^{-3} \, J$$

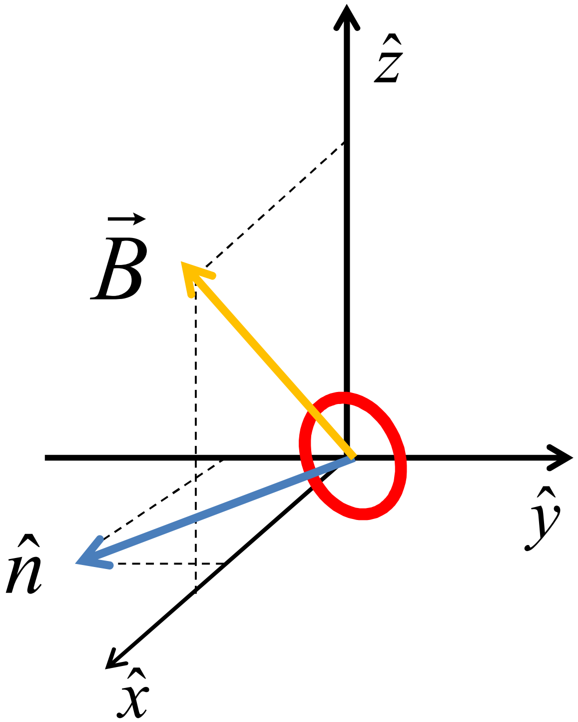
- ✓ Il momento torcente è orientato nel verso delle *y* negative: puntando il pollice della mano destra lungo $\tau$ otteniamo il verso di rotazione della spira indicato dalla linea gialla
- ✓ la spira ruoterà fino ad allineare il versore ***n*** con la direzione del campo, ovvero fino a rendere $\phi$ = 0

ATTENZIONE: l'angolo tra **n** e $\tau$ è $\phi$, non $\theta$

$$L = U(\phi_i) - U(\phi_f) = \mu B\left[\cos(\phi_f) - \cos(\phi_i)\right] = \mu B\left[\cos(0) - \cos(120^o)\right] =$$

$$= 10^{-2} \, A m^2 \times 0.5 \, T \, (1 + 0.5) = 7.5 \times 10^{-3} \, J$$

# Problema 28.35




Una spira circolare di raggio r=8 cm è percorsa da una corrente *i* = 0.2 A, e immersa in un campo magnetico uniforme. Il versore perpendicolare al piano della spira ed il campo magnetico sono:

$$\hat{n} = 0.6\hat{x} - 0.8\hat{y} \qquad \vec{B} = 0.25T\,\hat{x} + 0.3T\,\hat{z}$$

Calcolare:

- ✓ il momento di dipolo della spira in coordinate cartesiane ed in modulo
- ✓ il momento torcente esercitato sulla spira, in coordinate cartesiane
- ✓ Il lavoro speso per allineare la bobina al campo

$$\mu_x = iAn_x = 0.2A \times \pi \times 64 \times 10^{-4}\,m^2 \times 0.6 = 24.13 \times 10^{-4}\,Am^2$$

$$\mu_y = iAn_y = -0.2A \times \pi \times 64 \times 10^{-4}\,m^2 \times 0.8 = -32.17 \times 10^{-4}\,Am^2$$

$$\mu = \sqrt{24.16^2 + 32.17^2} \times 10^{-4}\,Am^2 = 40.23 \times 10^{-4}\,Am^2$$

$$B = \sqrt{0.25^2 + 0.3^2}\,T = 0.39\,T$$

# Problema 28.35

$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \mu_x & \mu_y & 0 \\ B_x & 0 & B_z \end{vmatrix} = \mu_y B_z\,\hat{x} - \mu_x B_z\,\hat{y} - \mu_y B_x\,\hat{z}$$

$$\tau_x = -32.17\times 10^{-4}\,Am^2 \times 0.3\,T = -9.65\times 10^{-4}\,J$$

$$\tau_y = -24.13\times 10^{-4}\,Am^2 \times 0.3\,T = -7.24\times 10^{-4}\,J$$

$$\tau_z = 32.17\times 10^{-4}\,Am^2 \times 0.25T = 8.04\times 10^{-4}\,J$$

All’istante iniziale l’energia potenziale della bobina è

$$U_i = -\vec{\mu}\cdot\vec{B} = -\left(\mu_x B_x + \mu_y B_y + \mu_z B_z\right) = -\mu_x B_x = -24.13\times 10^{-4}\,Am^2 \times 0.25\,T = -6.03\times 10^{-4}\,J$$

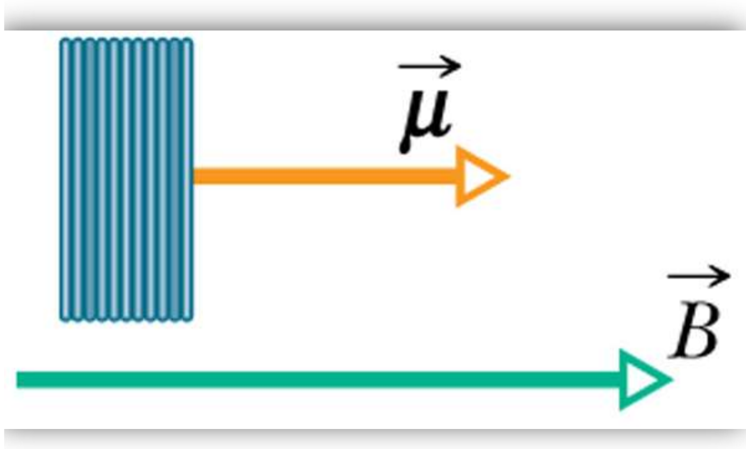
All’istante finale, momento di dipolo e campo sono allineati, per cui:

$$U_f = -\mu\,B = -40.23\times 10^{-4}\,Am^2 \times 0.39\,T = -15.71\times 10^{-4}\,J$$

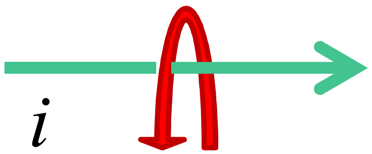
Chiaramente i moduli restano costanti durante la rotazione; il lavoro del campo è quindi:

$$L = U_i - U_f = -6.03\times 10^{-4}\,J + 15.71\times 10^{-4}\,J = 9.68\times 10^{-4}\,J$$

# Problema 28.8




Regola della mano destra:




Consideriamo una bobina circolare con N=200 spire, area A = 2×10$^{-4}$ m$^2$, ed *i* =100 μA. La bobina è ferma in un campo magnetico uniforme *B* = 1 T, col momento magnetico allineato con B.

a) determinare il **verso della corrente** nella bobina

b) Calcolare il **lavoro** che una forza esterna deve compiere **contro il campo magnetico** per ruotare la bobina di un angolo di 90° rispetto al campo

$$L = U(0) - U(\pi/2) = -\mu B \cos(0) + \mu B \cos(\pi/2) = -\mu B = -NiAB$$

$$L = -200 \times 100 \mu A \times 2 \times 10^{-4} m^2 \times 1T = -4 \mu J \qquad T = \frac{N}{Am}$$