MACCHINE ELETTRICHE

– Campo rotante –

Stefano Pastore

Dipartimento di Ingegneria e Architettura

Corso di Elettrotecnica (IN 043)

a.a. 2012-13

Introduzione

- campo magnetico con intensità costante che ruota attorno ad un asse con velocità angolare costante ω

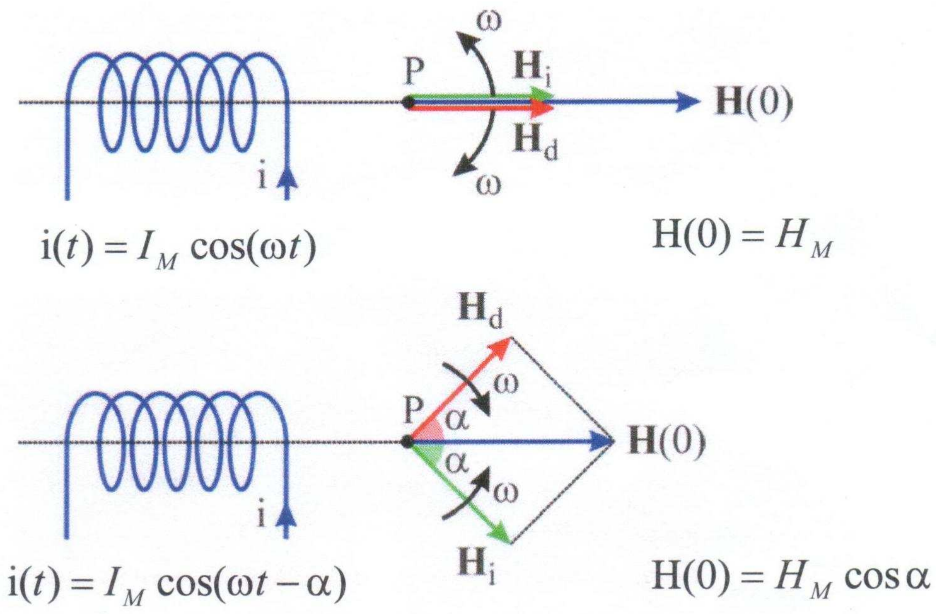
- Un campo magnetico rotante può essere prodotto facendo ruotare a velocità angolare costante un magnete permanente oppure un solenoide percorso da corrente costante

- Un campo magnetico rotante può essere anche generato da un insieme di avvolgimenti fissi opportunamente disposti e percorsi da correnti sinusoidali opportunamente sfasate tra loro

Campi controrotanti

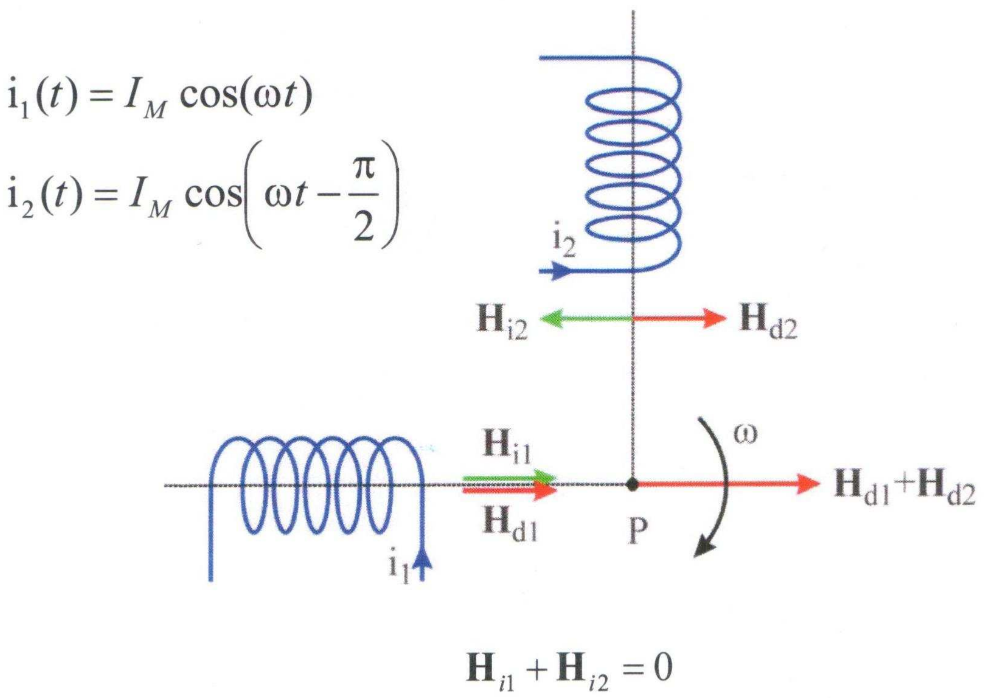
- Solenoide percorso da corrente sinusoidale: $i(t) = I_M \cos(\omega t)$
- Il campo magnetico ha direzione assiale:

  $H(t) = H_M \cos(\omega t)$
- può essere scomposto nella somma di due vettori rotanti con velocità angolare e modulo $H_M/2$:
  - $\mathbf{H}_d$ campo diretto
  - $\mathbf{H}_i$ campo inverso



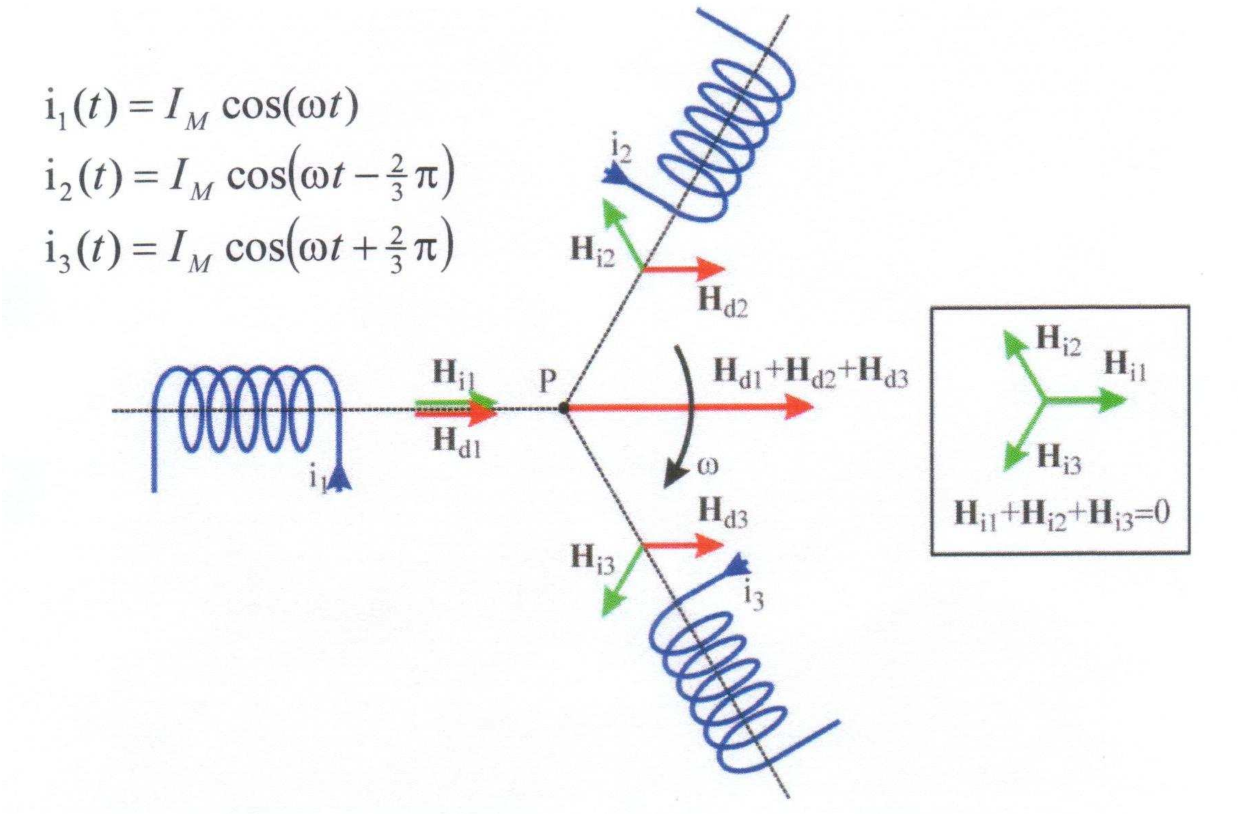
Campo magnetico rotante prodotto da due correnti in quadratura

- Con due solenoidi posti a novanta gradi e percorsi da due correnti alternate in quadratura si ottengono due campi magnetici diretti che si sommano e due inversi che si elidono. Si produce quindi un campo magnetico rotante



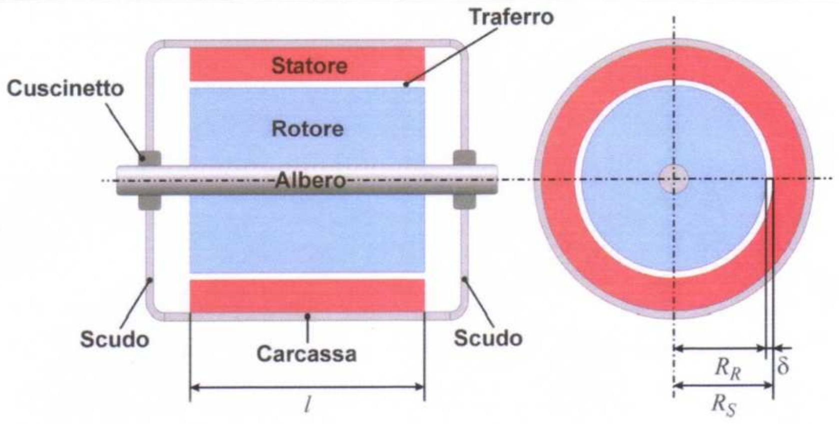
Campo magnetico rotante

- un campo rotante può essere ottenuto mediante tre solenoidi identici ruotati di 120^0 e alimentati da una terna diretta di correnti trifase equilibrate



Struttura di una macchina

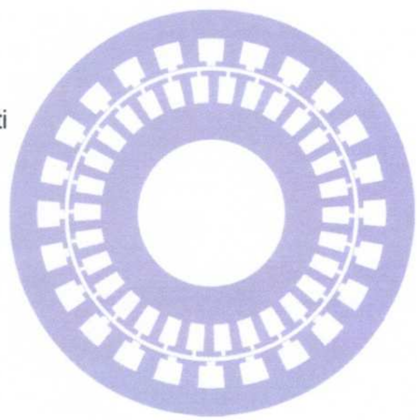
Struttura di una macchina rotante



$$R_S >> \delta \qquad R_R >> \delta \quad \Rightarrow \quad R_S \cong R_R \cong R = \frac{R_S + R_R}{2}$$

Struttura di una macchina rotante

- Lo statore e il rotore sono costituiti da lamierini di materiale ferromagnetico sovrapposti
- I lamierini hanno forma di corona circolare e recano una serie di cave nelle quali hanno sede gli avvolgimenti

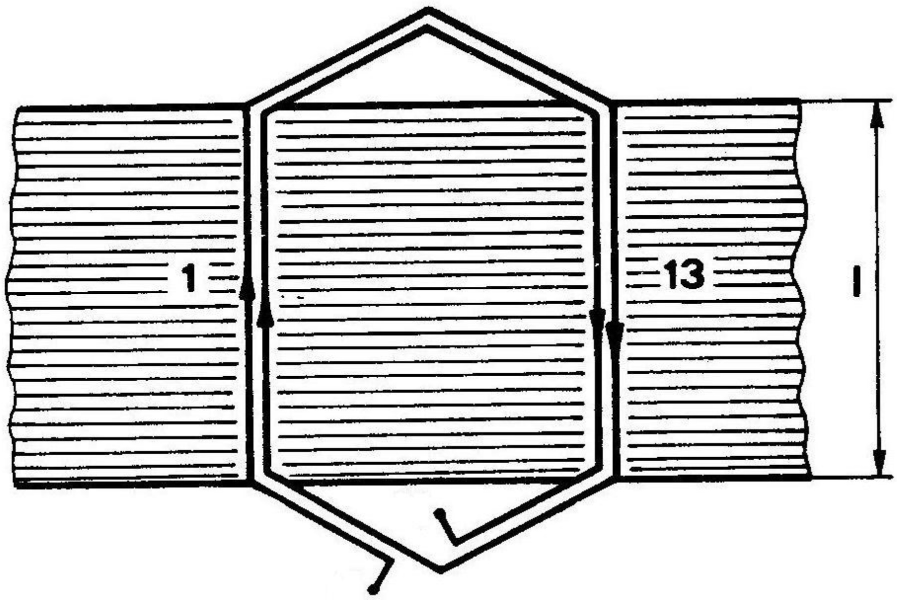


Avvolgimenti di statore

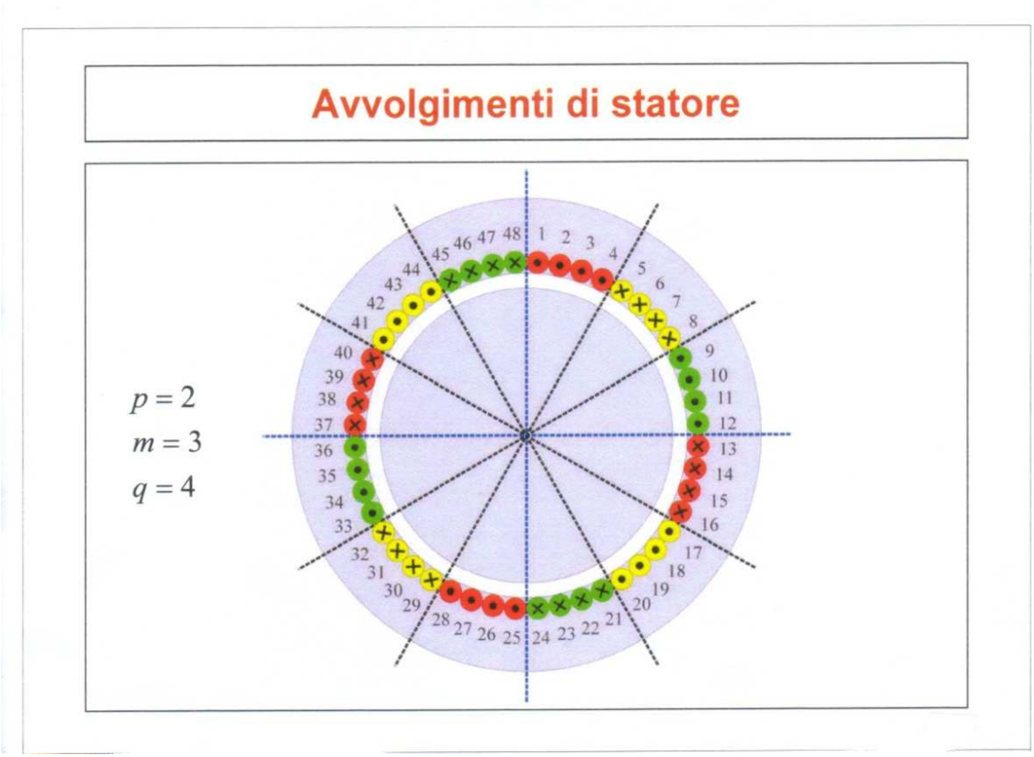
- p: numero di coppie polari
  - 2p settori
- τ: passo polare $\left(\tau = \dfrac{2\pi R}{2p}\right)$
- $m=3$: numero di fasi
  - Ciascun settore è diviso in m parti
- q: numero di cave per polo e per fase
- L'avvolgimento è formato da spire aventi due lati rettilinei (attivi) paralleli all'asse della macchina. I lati attivi passano attraverso due cave poste alla distanza di un passo polare.
- n: numero di conduttori per cava
- L'avvolgimento è formato da matasse di n spire, collegate in serie, con i lati attivi che occupano due cave nella stessa posizione in due poli adiacenti
- $N_c = 2\,p\,q\,m$ (numero totale di cave)
- $N = 2\,p\,q\,n$ (numero tot. di cond. per fase)
- $N_s = ½\,N$ (numero totale di spire per fase)

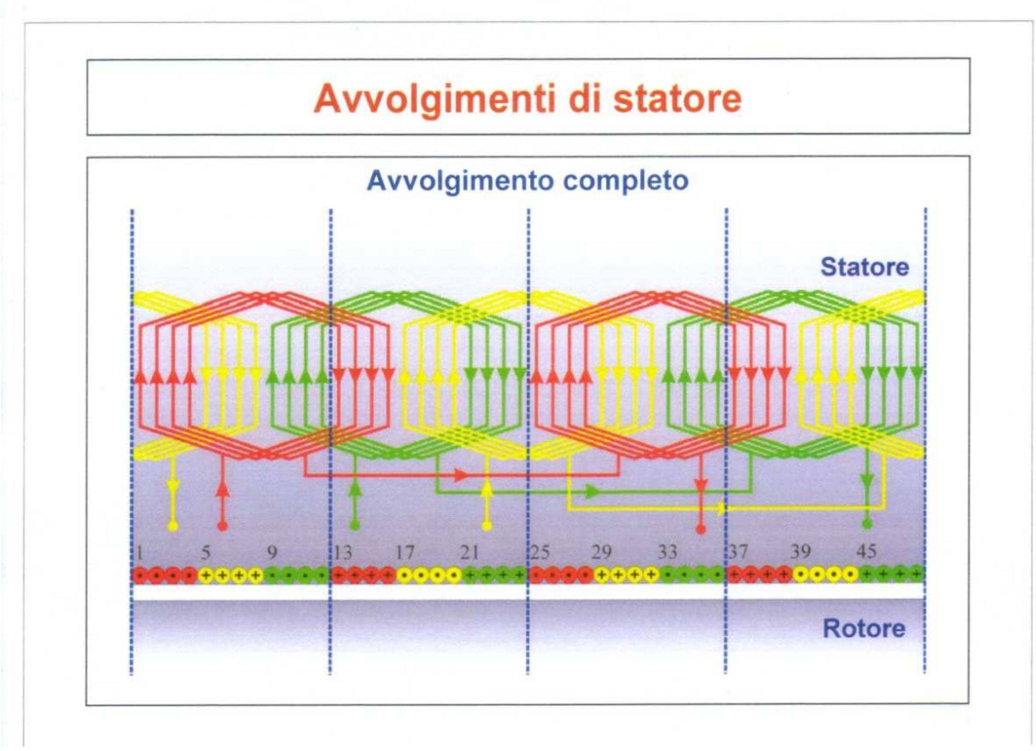
Definizione di matassa

- matassa: formata da *n* spire in serie che attraversano due determinate cave (1 e 13 nell'esempio); ogni spira ha due lati rettilinei nelle cave (lati attivi) e due tratti esterni alle cave (testate)



Avvolgimenti di statore (2)





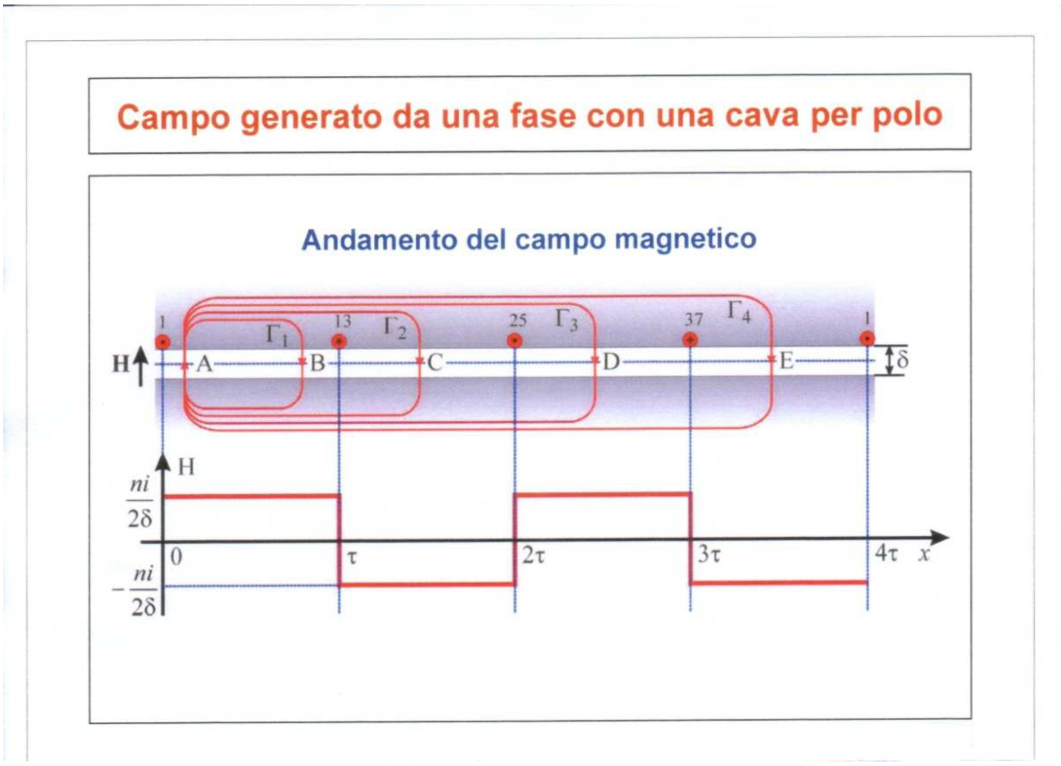
Ipotesi sul campo magnetico

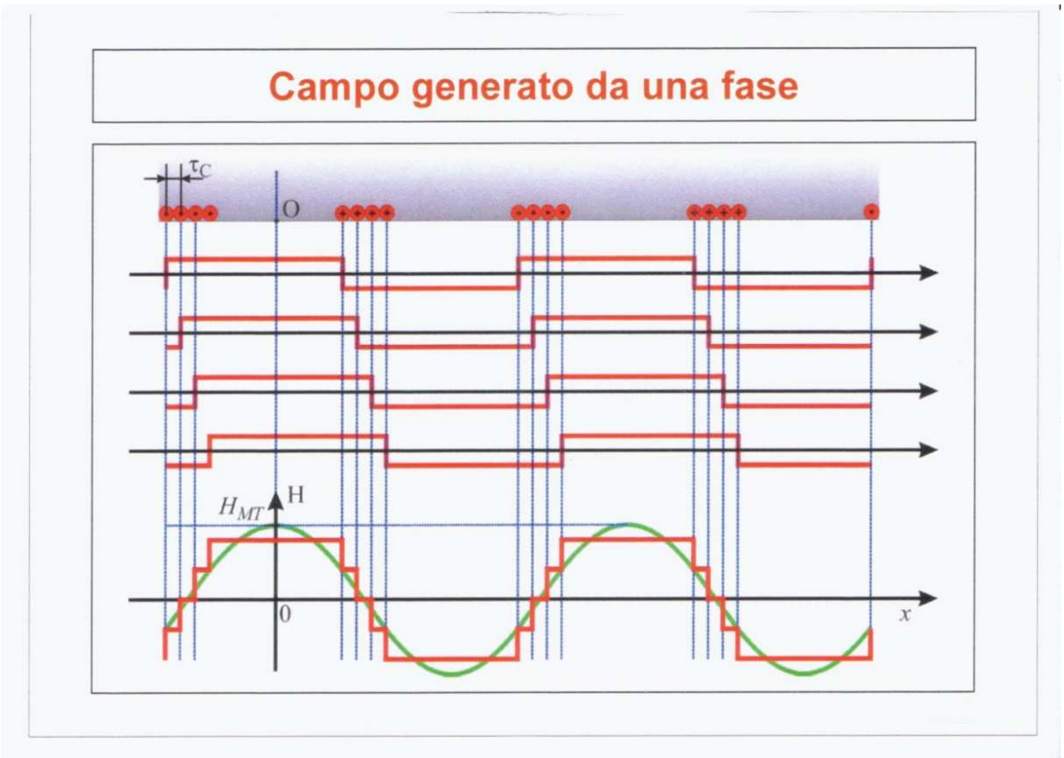
- La permeabilità del ferro è infinita (H = 0 all'interno del ferro, la tangente di H sulle superfici delimitanti il traferro è nulla)

- La distribuzione del campo magnetico è identica in tutti piani perpendicolari all'asse della macchina (non ci sono effetti di bordo)

- L'andamento del campo è radiale nel traferro (si trascurano le deformazioni del campo in prossimità delle cave)

Campo generato da una fase





Campo generato da una fase (2)

- Il campo magnetico generato da una corrente *i* si può approssimare con una sinusoide con periodo $X = 2\tau$ ($\pi X/\tau = 2\pi \rightarrow X = 2\tau$), avendo posto l'origine in un punto centrale della fase:

$$H(x) = H_{MT} \cos\left(\frac{\pi x}{\tau}\right)$$

$$H_{MT} = k_a q H_{M1},\ H_{M1} = \frac{2}{\pi}\frac{ni}{\delta}$$

- H_{M1}: rappresenta l'ampiezza della prima armonica del campo prodotto da una fase con una cava per polo
- k_a: fattore di avvolgimento (< 1) tiene conto degli sfasamenti dovuti alla posizione delle diverse cave

Campo magnetico pulsante

- Se $i(t) = I_M \cos(\omega t)$
- $$\begin{cases} H(x,t) = H_{MM} \cos(\omega t)\cos\left(\dfrac{\pi x}{\tau}\right) \\ H_{MM} = \dfrac{2}{\pi} k_a \dfrac{nq}{\delta} I_M \end{cases}$$
- In ogni punto del traferro il campo varia con legge sinusoidale
- In ogni istante il campo varia con legge sinusoidale lungo il traferro
- $H(x, t)$ è un campo magnetico stazionario pulsante (notare che ci sono dei punti in cui il campo è sempre nullo, ovvero quando $\cos(\pi x/t)$ è uguale a zero)

Campi controrotanti

- Scomponiamo il campo $H(x,t)$ nella somma di due campi controrotanti, diretto e inverso:

$$H(x,t) = H_{MM} \cos(\omega t) \cos\left(\frac{\pi x}{\tau}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right) + \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left(\omega t + \frac{\pi x}{\tau}\right) =$$

$$= \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)\right] + \frac{1}{2} H_{MM} \cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{v}\right)\right] =$$

$$= H_d(x,t) + H_i(x,t)$$

$$\omega t - \frac{\pi x}{\tau} = K$$

$$\text{se per } t = 0,\ \ x = \mathrm{x}_0 \rightarrow K = -\frac{\pi x_0}{\tau}$$

$$\rightarrow \omega t - \frac{\pi x}{\tau} = -\frac{\pi x_0}{\tau} \rightarrow x = \frac{\omega \tau}{\pi} t + x_0$$

$$\rightarrow v = \frac{\omega \tau}{\pi}$$

Campi controrotanti (2)

- Il campo diretto H_d si muove nel verso delle x crescenti (in senso orario) con velocità v
- La velocità angolare ω_c del campo rotante è legata alla pulsazione ω:

$$\boxed{\omega_c = \frac{v}{R} = \frac{\omega\tau}{\pi R} = \frac{\omega}{p}}$$

- Il numero di giri al minuto è

$$\boxed{n_c = \frac{60}{2\pi}\omega_c = \frac{60}{p} f}$$

- Per f = 50 Hz → $n_c = 3000/p$

Campo generato da un avvolgimento trifase

- Se le correnti formano una terna trifase diretta equilibrata, anche i campi magnetici generati dalle correnti avranno gli stessi sfasamenti
- I campi inversi si annullano, perché formano una terna simmetrica, mentre i diretti si sommano a formare un campo magnetico rotante diretto (*I* valore efficace)

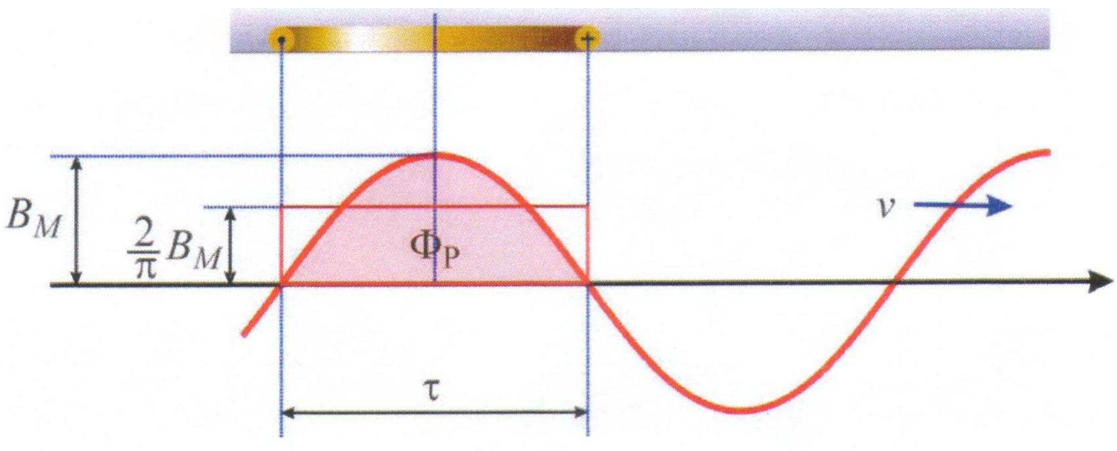
$$H(x,t) = H_{d1}(x,t) + H_{d2}(x,t) + H_{d3}(x,t) =$$
$$= H_M \cos\left(\omega t - \frac{\pi x}{\tau}\right)$$
$$H_M = \frac{3}{2} H_{MM} = \frac{3}{\pi} k_a \frac{nq}{\delta} I_M = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} k_a \frac{nq}{\delta} I$$

- Il valore efficace *H* è:

$$H = \frac{3}{\pi} k_a \frac{nq}{\delta} I$$

Flusso per polo

- Consideriamo una spira di larghezza pari al passo polare sullo statore
- Il flusso dovuto al campo rotante concatenato con la spira varia sinusoidalmente
- Il valore massimo del flusso per polo Φ_P coincide con il massimo flusso del campo magnetico attraverso la superficie di un polo (t = 0)



Flusso per polo (2)

- Il flusso per polo vale (t = 0):

$$\Phi_P = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} B_M \cos\left(\frac{\pi}{\tau}x\right) l\,\mathrm{d}x = l\frac{\tau}{\pi}B_M\left[\sin\left(\frac{\pi}{\tau}x\right)\right]_{-\tau/2}^{\tau/2} =$$

$$= \frac{2}{\pi}B_M\,l\tau = \frac{2}{\pi}\mu_0 H_M\,l\tau$$

- Moltiplicando ambo i termini di Φ_p per δ e utilizzando i valori efficaci Φ e H

$$\delta\,\Phi = \delta\,\frac{2}{\pi}\mu_0 H\,l\tau$$

$$\frac{\pi\delta}{2\mu_0 l\tau}\Phi = \delta\,H\ \left(=\frac{3}{\pi}k_a nqI\right)$$

- Ponendo $\Re_t = \dfrac{\pi\delta}{2\mu_0 l\tau}$ e δH = As si ottiene

$$\Re_t\,\Phi = \mathrm{As}$$

f.e.m. indotta in una fase dal campo rotante

- La f.e.m. indotta in una spira (ideale) avente il centro coincidente con il centro della fase (spira centrale) è (valori efficaci)

  $\mathbf{e} = -j\omega\mathbf{\Phi}$

- In tutte le spire di una fase che occupano le q cave di una coppia di poli adiacenti

  $\mathbf{E}_P = k_a q n \mathbf{e} = -j\omega k_a q n \mathbf{\Phi}$

  dove k_a: fattore di avvolgimento

- In una fase con p poli, la f.e.m. indotta è

$$\mathbf{E} = p\mathbf{E}_p = -j\omega k_a pqn\mathbf{\Phi} = -j\omega k_a \frac{N}{2}\mathbf{\Phi}$$

  dove N: numero totale di conduttori per fase