

UNIVERSITÀ DI PISA  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

INGEGNERIA INFORMATICA

# Algoritmi & Strutture dati

Raccolta delle diapositive del prof. Virdis

A.A 2019-2020 - Secondo semestre

File realizzato da Gabriele Frassi, disponibile presso la copisteria *OneCent*



# Indice

1	Prima lezione	2
2	Seconda lezione	12
3	Terza lezione	23
4	Quarta lezione	29
5	Quinta lezione	37

# Algoritmi e Strutture Dati

## Lezione 1

[www.iet.unipi.it/a.virdis](http://www.iet.unipi.it/a.virdis)

Antonio Virdis

[antonio.virdis@unipi.it](mailto:antonio.virdis@unipi.it)



## Informazioni

- Lezioni teorico-pratiche
- Esercizi assegnati per casa
- Esercitazioni tramite portale online
- Esame in laboratorio

## Pre Requisiti

- Fondamenti I
- Utilizzo compilatore
- Comandi base unix



## esperimenti

- Implementare **InsertionSort**
- Chiedere a **InsertionSort** come funziona
- Analizzare casi limite
- Prestazioni



“Ma io so già programmare!”

### Fondamenti I

Sia dato un array contenente delle **frasi**.

Scrivere un programma che prenda in input una **stringa** e restituisca tutte le frasi che la contengono.

### Fondamenti II

Realizzare un motore di ricerca che abbia complessità  $O(\log n)$  sulle operazioni di lettura.

## Algoritmi e Strutture Dati



## Sommario

- Ordinamento: Insertion Sort
- Standard Template Library
- Debug



## Ordinamento



## Stampa

```
// stampa i "len" valori contenuti in arr,  
// separati da tabulazioni  
    stampaArray( int arr[] , int len );  
  
/*Scrivere un programma che:  
- possa memorizzare 10 interi  
- memorizzi 10 interi  
- usi una funzione per stampare i 10 interi */  
int main()  
{  
    const int sSize = 10;  
    int sArray[sSize] = { 9,5,1,14,0,9,5,1,14,0 };  
}
```



Antonio Virdis - 2019

7

## Stampa

```
1 #include <iostream>  
2 Using namespace std;  
3  
4 void stampaArray( int arr[] , int len )  
5 {  
6     for( int i=0 ; i < len ; ++i )  
7         cout << arr[i] << "\t" ;  
8         cout << endl;  
9     }  
10  
11  
12 int main( )  
13 {  
14     const int sSize = 10;  
15     int sArray[sSize] = { 9,5,1,14,0,9,5,1,14,0 };  
16     stampaArray(sArray,sSize);  
17     return 1;  
18 }
```



Antonio Virdis - 2019

8

## Nomi delle Variabili



Antonio Virdis - 2019

9

## prova pippo

```
1  
2  
3  
4  
5  
6  
7 int main( ){const int a = 10;  
8 int pippo[a] = { 9,5,1,14,0,9,5,1,14,0 };  
9 prova(pippo,a);  
10 return 1;  
11  
12  
13  
14  
15  
16  
17  
18
```

?



Antonio Virdis - 2019

10

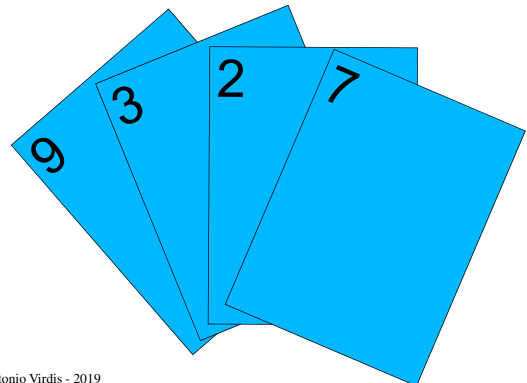
## Insertion Sort: rappresentazione



Antonio Virdis - 2019

11

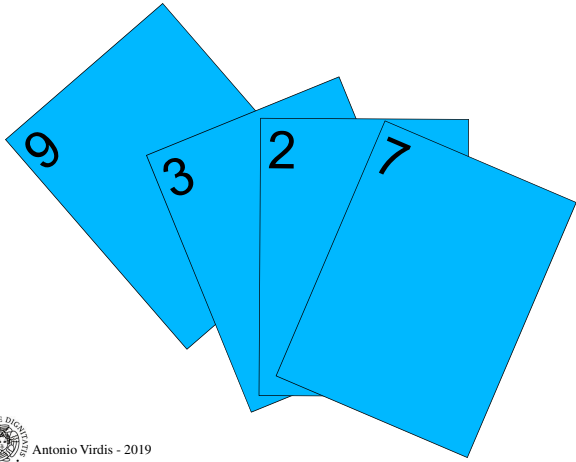
## Ordinare Carte da Gioco



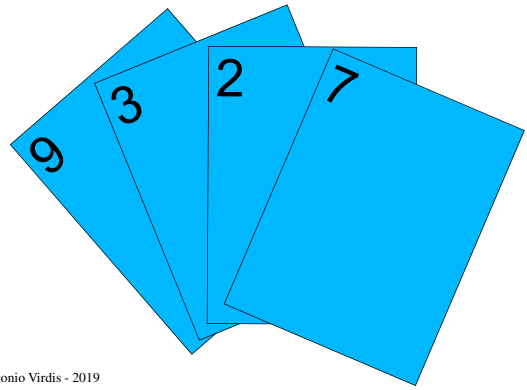
Antonio Virdis - 2019

12

## Ordinare Carte da Gioco



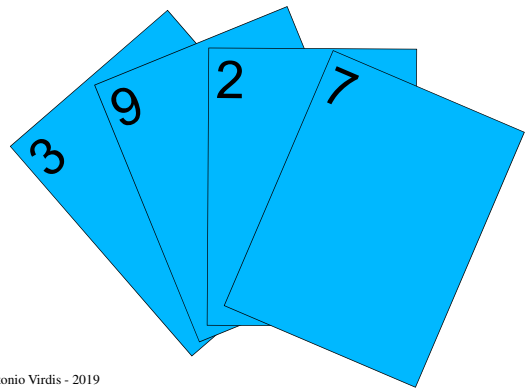
## Ordinare Carte da Gioco



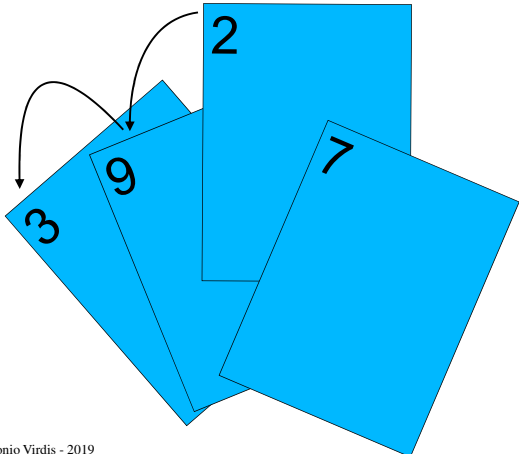
## Ordinare Carte da Gioco



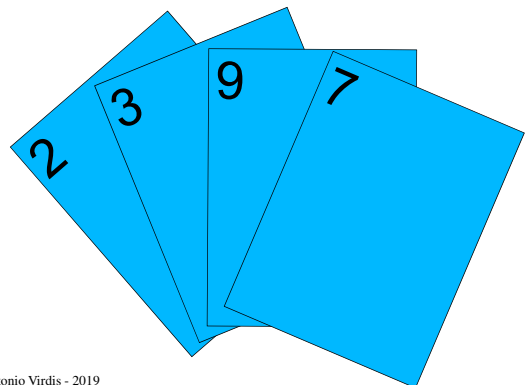
## Ordinare Carte da Gioco



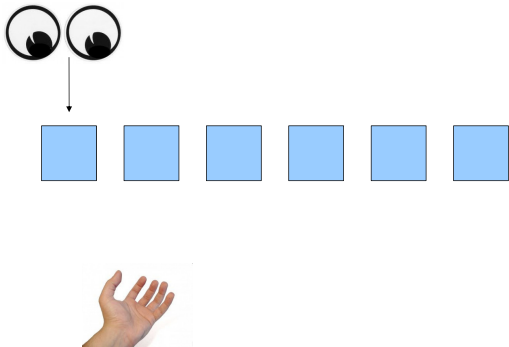
## Ordinare Carte da Gioco



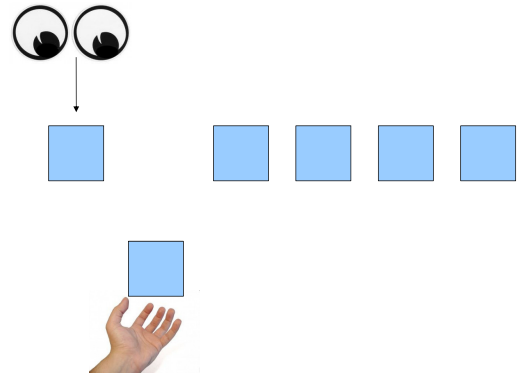
## Ordinare Carte da Gioco



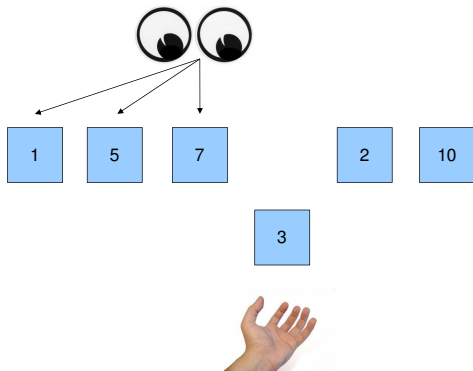
## Insertion Sort: rappresentazione



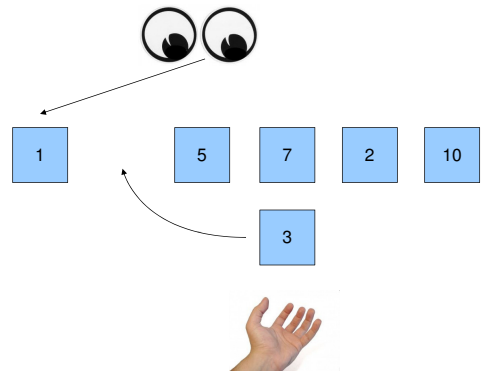
## Insertion Sort: rappresentazione



## Insertion Sort: rappresentazione



## Insertion Sort: rappresentazione



## Sorting

```

1 void sortArray( int arr[] , int len )
2 {
3
4     for( PER OGNI ELEMENTO DELLA FILA )
5     {
6         // INIZIALIZZO MANO E OCCHIO
7
8
9
10        while( TROVO POSIZIONE CORRETTA )
11        {
12            // SPOSTO OGGETTO
13            // SPOSTO OCCHIO
14        }
15
16        // LIBERO MANO
17    }
18 }
    
```

## Sorting

```

1 void sortArray( int arr[] , int len )
2 {
3     int mano = 0;
4     int occhio = 0;
5     for(
6     {
7
8
9
10        while(
11        {
12
13
14        }
15
16
17    }
18 }
    
```

## Sorting

```

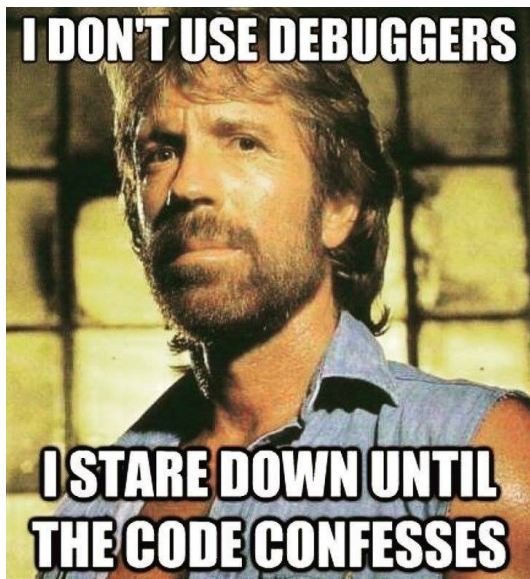
1 void sortArray( int arr[] , int len )
2 {
3     int mano = 0;
4     int occhio = 0;
5     for( int iter = 1 ; iter < len ; ++iter )
6     {
7         mano = arr[iter];
8         occhio = iter-1;
9
10        while( occhio >= 0 && arr[occhio] > mano )
11        {
12            arr[occhio+1] = arr[occhio];
13            --occhio;
14        }
15
16        arr[occhio+1] = mano;
17    }
18 }

```

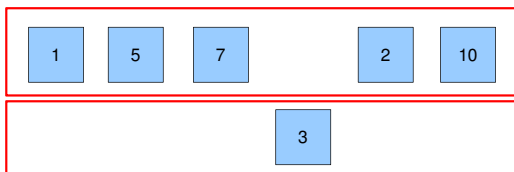


Antonio Virdis - 2019

25



## Debug Visuale



Antonio Virdis - 2019

29

## Debugging

“ If **debugging** is the process of **removing** software bugs, then **programming** must be the process of **putting** them in ”

E. Dijkstra

Antonio Virdis - 2019

## Tecniche

- Testo ☹️💀🌟🔍🔗
- Visuale
- “Debugger” (es GDB)
- Compilatore
- Analisi Memoria (Valgrind)



Antonio Virdis - 2019

28

## Debug Visuale

```

1 // stampa con buco
2 void stampaArray( int arr[] , int len , int buco )
3
4
5     1     5     7           2     10
6     [ ] [ ] [ ] [ ] [ ] [ ]
7
8
9
10
11
12
13
14 // stampa "segno" in "posizione"
15 void stampaSegno( int posizione , int segno )
16
17
18
19
20

```



Antonio Virdis - 2019

30



# Debug Visuale

```
1 // stampa con buco
2 void stampaArray( int arr[] , int len , int buco)
3
4     // PER OGNI ELEMENTO
5
6     // SE SONO IN POSIZIONE buco, SALTO
7
8     // ALTRIMENTI STAMPO ELEMENTO
9
10
11
12
13
14 // stampa "segno" in "posizione"
15 void stampaSegno( int posizione , int segno )
16
17     // SALTO TUTTI GLI ELEMENTI FINO A posizione
18
19     // STAMPO IL SEGNO
```

## Esempio Worst Case

- Input di worst case?

10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

## Debug Visuale

```

1 // stampa con buco
2 void stampaArray( int arr[] , int len , int buco)
3 {
4     for( int i=0 ; i < len ; ++i )
5     {
6         if(i==buco)
7             cout << "\t";
8         else
9             cout << arr[i] << "\t" ;
10    }
11    cout << endl;
12 }
13
14 // stampa "segno" in "posizione"
15 void stampaSegno( int posizione , int segno )
16 {
17     for( int i = 0 ; i < posizione ; ++i )
18         cout << "\t";
19     cout << segno << "\n";
20 }

```

## Analisi InsertionSort

```

1 void sortArray( int arr[] , int len )
2 {
3
4
5     for( int iter = 1 ; iter < len ; ++iter )
6     {
7
8
9
10
11         while( occhio >= 0 && arr[occhio] > mano )
12         {
13
14             1
15             2
16
17         }
18     }

```

1                  2

$\dots$

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

$\Theta(n^2)$

```

1 void sortArray( int arr[] , int l )
2 {
3     // init total e counter
4
5     for( int iter = 1 ; iter < len ; ++iter )
6     {
7
8         counter = 0;
9
10        while( occhio >= 0 && arr[occhio] > mano )
11        {
12            counter++;
13
14        }
15
16        total += counter;
17    }
18 }

```

start									
10	9								
	10	8	7	6	5	4	3	2	1
9		10	8	7	6	5	4	3	2
===== 1 =====									
9	10	8	7	6	5	4	3	2	1
9		10	7	6	5	4	3	2	1
8	9	10	7	6	5	4	3	2	1
8	9	10	7	6	5	4	3	2	1
===== 2 =====									
8	9	10	7	6	5	4	3	2	1
8	9		10	6	5	4	3	2	1
8	9	9	10	6	5	4	3	2	1
7	8	9	10	6	5	4	3	2	1
===== 3 =====									
7	8	9	10	6	5	4	3	2	1
7	8	9		10	5	4	3	2	1
7	8	9	9	10	5	4	3	2	1
7	8	9	10	5	4	3	2	2	1
6	7	8	9	10	5	4	3	2	1
6	7	8	9	10	5	4	3	2	1
===== 4 =====									
6	7	8	9	10	5	4	3	2	1
6	7	8	9		10	4	3	2	1
6	7	8	9	10	4	3	2	2	1
6	7	8	9	10	4	3	2	2	1
6	7	8	9	10	4	3	2	2	1
5	6	7	8	9	10	4	3	2	1
===== 5 =====									

45

## Memoria dinamica



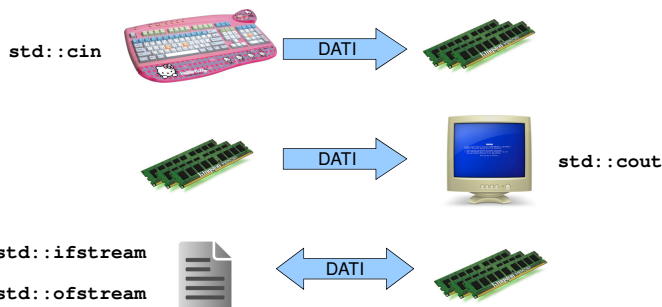
- Quantità di dati **NON** nota a tempo di compilazione
- Quantità di dati **VARIABILE** durante l'esecuzione



Antonio Viridis - 2019

38

## Lettura Input



Antonio Viridis - 2019

39

## Redirezione DA File



<



./stlSort < reqFile



Antonio Viridis - 2019

40

## Lettura Input

```

1
2
3  leggiInput( )
4
5
6  // 1) LEGGO PRIMO VALORE (numero elementi)
7
8
9  // 2) ALLOCAZIONE MEMORIA
10
11
12 // 3) LETTURA CARATTERE PER CARATTERE
13
14
15
16
17
18

```



Antonio Viridis - 2019

41

## Lettura Input

```

1
2 int * leggiInput( )
3 {
4
5     cin >> len;
6
7     int * arr = new int[len];
8
9
10    for( int i = 0 ; i < len ; ++i )
11        cin >> arr[i];
12
13
14    return arr;
15 }
16
17
18

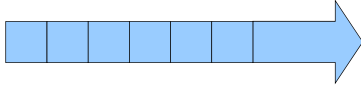
```



Antonio Viridis - 2019

42

## Vettore



- Struttura dati di dimensione estendibile
- Accesso efficiente
- Algoritmi
- Magari già pronta?!?

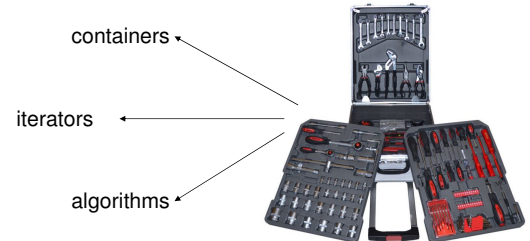


Antonio Virdis - 2019

43



## Standard Template Library (STL)

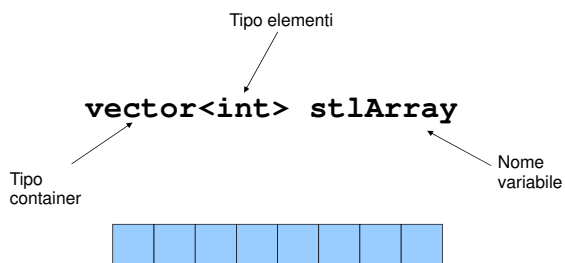


Antonio Virdis - 2019

Documentazione:  
[www.cplusplus.com/reference/stl/](http://www.cplusplus.com/reference/stl/)

44

## Uso Vector



Antonio Virdis - 2019

45

## Uso Vector

```
vector<int> stlArray
```



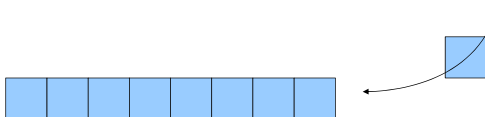
Antonio Virdis - 2019

46

## Uso Vector

```
vector<int> stlArray
```

```
stlArray.push_back(val)
```



Antonio Virdis - 2019

47

## Uso Vector

```
vector<int> stlArray
```



```
stlArray[i]
```

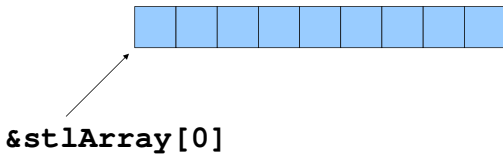


Antonio Virdis - 2019

48

## Uso Vector

`vector<int> stlArray`

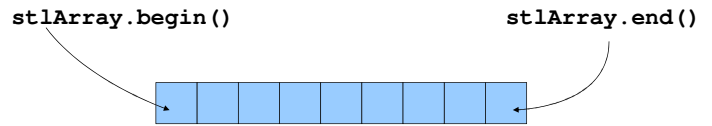


Antonio Virdis - 2019

49

## Uso Vector

`vector<int> stlArray`

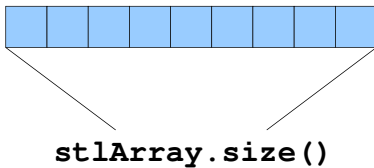


Antonio Virdis - 2019

50

## Uso Vector

`vector<int> stlArray`

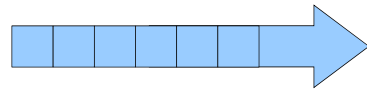


Antonio Virdis - 2019

51

## Uso Vector

- Dinamico
  - Allocazione dinamica dimensione
- Contiguo
  - Accesso Random con costo costante
  - Gestione array-like (con prudenza)



Antonio Virdis - 2019

52

## File → Vector

```

1  #include <vector>
2
3  void leggiInput( std::vector<int> & arr )
4  {
5
6      cin >> len;
7
8      int val;
9      for( int i = 0 ; i < len ; ++i )
10     {
11         cin >> val;
12         arr.push_back( val );
13     }
14
15     return;
16 }
17
18 
```



Antonio Virdis - 2019

53

## Sort STL

`sort( stlArray.begin(), stlArray.end() );`

restituisce un iteratore

$\Theta(n \log n)$



Antonio Virdis - 2019

54

## Qualche Test

Insertion  
Sort

vs

STL  
Sort

$$\Theta(n^2)$$

$$\Theta(n \log n)$$

```
time ./stlSort
```



Antonio Viridis - 2019

55

## Qualche Test

- Casi limite
  - Tutti uguali
  - Già ordinato
  - Ordine inverso
- Valori random
  - srand(seed)      rand()%maxVal
- Comando time
  - time nomeEseguibile



Antonio Viridis - 2019

56

## Come Esercitarsi

- Input: input.txt      Output: output.txt

```
LETTURA
cin >> valore;

INPUT
./esequibile < input.txt

GENEZIONE OUTPUT
cout << uscita;

VERIFICA
./esequibile < input.txt | diff - output.txt
```



Antonio Viridis - 2019

57

## Esercizio

Input: input.txt

```
3
1
9
15
```

Input

- Il primo carattere indica il numero di valori da leggere
- Un valore per riga

Output: output.txt

```
25
135
yes
```

Output

- Somma dei valori
- Prodotto dei valori
- I valori sono positivi? Rispondere yes o no



Antonio Viridis - 2019

58

# Algoritmi e Strutture Dati

## Lezione 2

[www.iet.unipi.it/a.virdis](http://www.iet.unipi.it/a.virdis)

Antonio Virdis

[antonio.virdis@unipi.it](mailto:antonio.virdis@unipi.it)



1

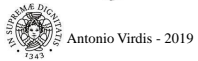
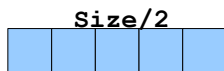
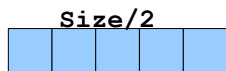
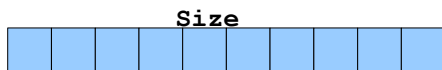


2

## Sommario

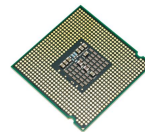
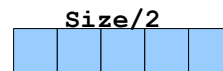
- Merge Sort
- Ordinamento STL
- Gestione Liste
- Esercizi

## A metà



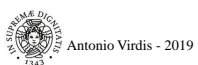
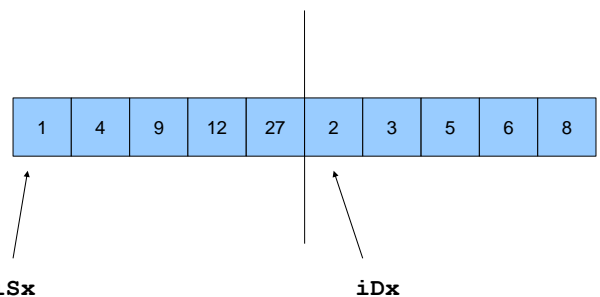
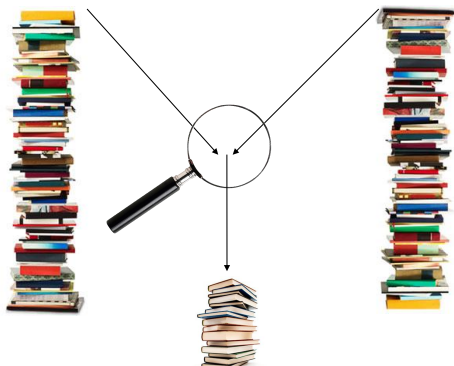
3

## A metà



4

## Unire gli array



5



6

## combina

```

1 void combina( int arr[] , int start , int mid , int end )
2 {
3     // init Variabili di stato + buffer appoggio
4
5     while(1)
6     {
7         // se arr[iSx] più piccolo
8         {
9             // Inserisco arr[iSx]
10
11         }
12         // se arr[iDx] più piccolo
13         {
14             // Inserisco arr[iDx]
15
16         }
17     }
18 }
19
20

```



Antonio Virdis - 2019

7

## combina

```

1 void combina( int arr[] , int start , int mid , int end )
2 {
3     int iSx = start , iDx = mid; // stato
4     std::vector<int> tempResult; // buffer
5     while(1)
6     {
7         if(arr[iSx] < arr[iDx])
8         {
9             tempResult.push_back(arr[iSx++]);
10            // CONDIZIONE USCITA
11        }
12        else
13        {
14            tempResult.push_back(arr[iDx++]);
15            // CONDIZIONE USCITA
16        }
17    }
18    // GESTISCO ULTIMI
19    // RICOPPIO da buffer a arr
20 }

```



Antonio Virdis - 2019

8

```

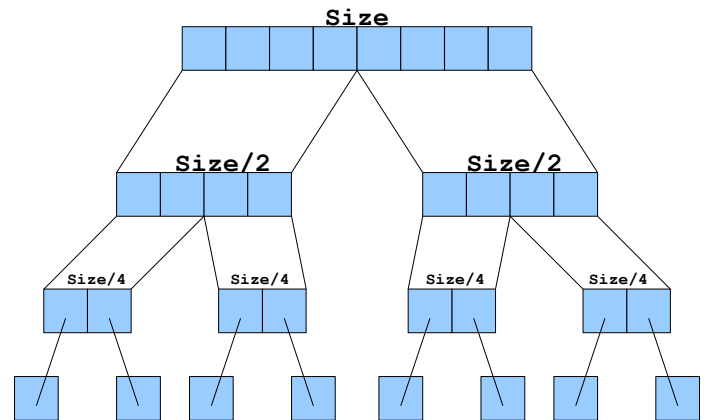
1      2      5      6      8      12     18     26     78
3      6      9      99     100     120     150     168     300

sx 1
sx 2
dx 3
sx 5
dx 6
sx 6
sx 8
dx 9
sx 12
sx 18
sx 26
sx 78

1      2      3      5      6      6      8      9      _ 12
18     26     78     99     100     120     150     168     300

```

## divide



Antonio Virdis - 2019

10

## Lista ordinata Triviale



Antonio Virdis - 2019

11

## Divide , Conquer , Combine

```

1     conquer ( int * arr , int start , int end )
2     {
3         int mid;
4         if( start < end )
5         {
6             mid = (start+end)/2; // DIVIDE
7             conquer( arr , start , mid ); // CONQUER
8             conquer( arr , mid+1 , end ); // CONQUER
9             combina( arr , start , mid+1 , end );
10        }
11    }
12

```



Antonio Virdis - 2019

12

# Divide , Conquer , Combine

```

1 void mergeSort( int * arr , int start , int end )
2 {
3     int mid;
4     if( start<end )
5     {
6         mid = (start+end)/2; // DIVIDE
7         mergeSort( arr , start , mid ); // CONQUER
8         mergeSort( arr , mid+1 , end ); // CONQUER
9         combina( arr , start , mid+1 , end );
10    }
11 }

```

# Complessità mergesort

• elementi

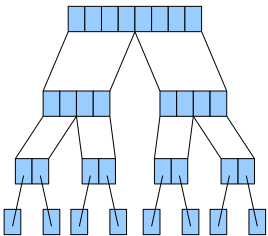
$n$

• Livelli

$\log ( n ) + 1$

• Costo livello

$n$



$$n \left( \log ( n ) + 1 \right) \longrightarrow n \log ( n ) + n$$

# Complessità mergesort

$$\Theta \left( n \log ( n ) \right)$$



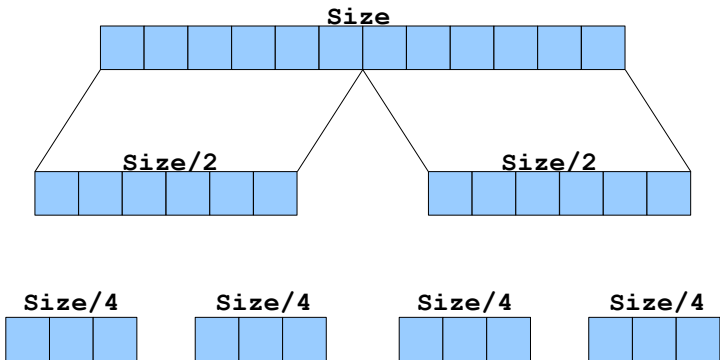
BEST CASE



WORST CASE

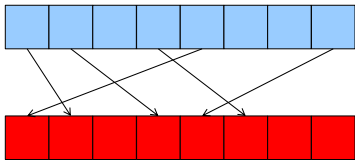
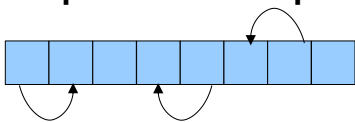
	Worst Case	Best Case	Average Case
Merge Sort	$\Theta \left( n \log n \right)$	$\Theta \left( n \log n \right)$	$\Theta \left( n \log n \right)$
Insertion Sort	$\Theta \left( n^2 \right)$	$\Theta \left( n \right)$	$\Theta \left( n^2 \right)$

# Ibrido



# Complessità?

- Tempo di esecuzione: **worst** vs **best** vs **avg**
- Memoria: **in-place** or **not in-place**?





# Test

- Insertionsort
- Mergesort
- Casi
  - Random
  - Ordinata
  - Inversa
- Variare quantità linearmente (10 , 40 , 80...)

# Where is Wally?



## Find Bug-Wally

```
1  [...]
2      int iSx = start , iDx = mid;
3      int stop , iRim;
4      std::vector<int> tempResult;
5      while(1)
6      {if(arr[iSx] < arr[iDx]);
7          {tempResult.push_back(arr[iSx++]);
8              if(iSx == mid)
9              { iRim = iDx;
10                 stop = end;
11                 break;}
12                 continue;
13             }if(arr[iSx] >= arr[iDx])
14             {tempResult.push_back(arr[iDx++]);
15                 if(iDx == end+1)
16                 { iRim = iSx;
17                     stop = mid;
18                     break;
19                 }
20             }
21         }
```

## Compiler Flags

- g++ **-W** -o test test.cpp
- g++ **-Wall** -W -o test test.cpp

```
start
merge sort
33 36 27 15 43 35 36 42 49 21 12 27 40 9 13
6 11 18 17 29 32 30 12 23 17 35 29 2 22 8
1 42 29 23 21 19 34 37 48 24 15 20 13 26 41
0 46 31 5 25 34 27 36 5 46 29 13 7 24 45
4 14 43 0 37 8 26 28 38 34 3 1 4 49 32
2 26 36 44 39

kruviser@MioComputer:~/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2$ g++ -W -o testMergeSortBug testMergeSortBug.cpp
testMergeSortBug.cpp: In function 'void combina(int*, int, int, int)':
testMergeSortBug.cpp:135:32: warning: suggest braces around empty body in an 'if' statement [-Wempty-body]
```

Warning: suggest braces around empty body in an 'if' statement

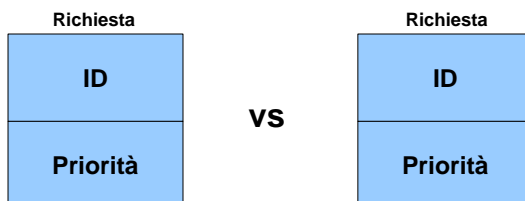
## Find Bug-Wally

```
1 [...]
2     int iSx = start , iDx = mid;
3     int stop , iRim;
4     std::vector<int> tempResult;
5     while(1)
6     {if(arr[iSx] < arr[iDx]);
7         {tempResult.push_back(arr[iSx++]);
8             if(iSx == mid)
9             { iRim = iDx;
10                stop = end;
11                break;}
12            continue;
13        }if(arr[iSx] >= arr[iDx])
14        {tempResult.push_back(arr[iDx++]);
15            if(iDx == end+1)
16            { iRim = iSx;
17                stop = mid;
18                break;
19            }
20        }
```

## Find Bug-Wally

```
1 [...]
2     int iSx = start , iDx = mid;
3     int stop , iRim;
4     std::vector<int> tempResult;
5     while(1)
6     {if(arr[iSx] < arr[iDx]);
7         {tempResult.push_back(arr[iSx++]);
8             if(iSx == mid)
9             { iRim = iDx;
10                stop = end;
11                break;}
12            continue;
13        }if(arr[iSx] >= arr[iDx])
14        {tempResult.push_back(arr[iDx++]);
15            if(iDx == end+1)
16            { iRim = iSx;
17                stop = mid;
18                break;
19            }
20        }
```

## Ordinamenti multi-valore



- Richieste servite in ordine di ID crescente
- A parità di ID, si serve in ordine di priorità decrescente

## Richiesta

```
1 struct Richiesta
2 {
3     int id_;
4     int prio_;
5
6     // costruttore con lista init
7     Richiesta(int id, int prio):
8         id_(id) , prio_(prio){}
9 };
10
11
```

## STL: sort()

`sort ( first, last, comparatore );`

Estremi del vettore da ordinare

Funzione di confronto

- True
- False

## Richiesta

```

1 bool confrontaRichieste( Richiesta r1 , Richiesta r2)
2 {
3     // SE ID1 < ID2
4     // VINCE 1
5
6     // SE ID1 == ID2
7     {
8         // SE PRIO1 > PRIO2
9         // VINCE 1
10
11
12     }
13     // TUTTI GLI ALTRI CASI
14     // VINCE 2
15 }
```



Antonio Virdis - 2019

31



Antonio Virdis - 2019

32

## Richiesta

```

1 bool confrontaRichieste( Richiesta r1 , Richiesta r2)
2 {
3     if( r1.id_ < r2.id_ )
4         return true;
5
6     else if( r1.id_ == r2.id_ )
7     {
8         if( r1.prio_ > r2.prio_ )
9             return true;
10
11         ?
12     }
13     else
14         return false;
15 }
```

## Richiesta

```

1 bool confrontaRichieste( Richiesta r1 , Richiesta r2)
2 {
3     if( r1.id_ < r2.id_ )
4         return true;
5
6     else if( r1.id_ == r2.id_ )
7     {
8         if( r1.prio_ > r2.prio_ )
9             return true;
10         else
11             return false;
12     }
13     else
14         return false;
15 }
```



Antonio Virdis - 2019

33



Antonio Virdis - 2019

34

## Tipo Accessi



VS



## Tipo Accessi



VS



Antonio Virdis - 2019

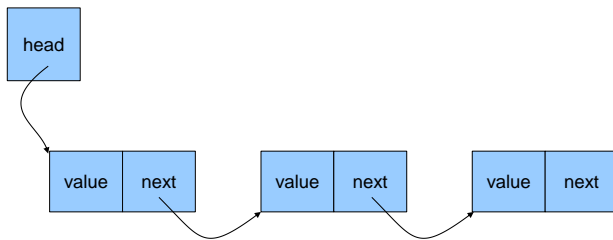
35



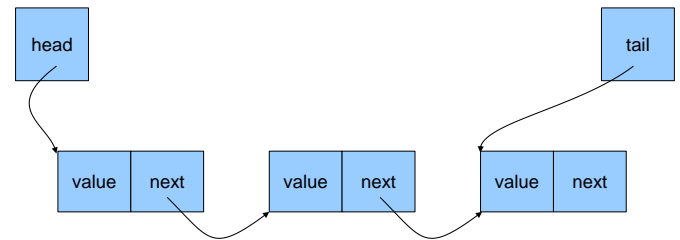
Antonio Virdis - 2019

36

## liste



## liste



Solo inserimento in coda

## Lettura su Lista

```

1 Obj * leggiInput()
2 {
3     // LEGGO LUNGHEZZA
4
5     // VARIABILI DI APPOGGIO
6
7     // PER TUTTA LA LUNGHEZZA
8     {
9         // LEGGO VALORE
10
11         // CREO E INIZIALIZZO OGGETTO
12
13
14         // AGGIORNO TESTA
15     }
16     // RITORNO TESTA
17 }

```

## Lettura su Lista

```

1 Obj * leggiInput()
2 {
3     int value , l;
4     cin >> l;
5
6     Obj * head , * newObj;
7
8     for( int i = 0 ; i < l ; ++i )
9     {
10         cin >> value;
11         newObj = new Obj();
12         newObj->next_ = head;
13         newObj->value_ = value;
14
15         head = newObj;
16     }
17     return head;
18 }

```

## Stampa Lista

```

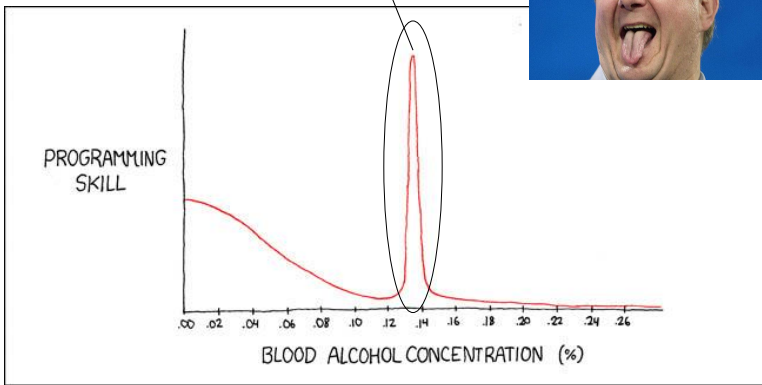
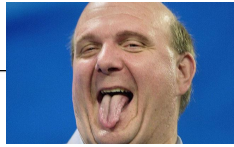
1 void stampaLista( Obj * head )
2 {
3     Obj * pointer = head;
4     while( pointer != NULL )
5     {
6         cout << pointer->value_ << endl ;
7         pointer = pointer->next_;
8     }
9     cout << endl;
10 }
11
12

```

**Birra!**



Ballmer's Peak



Fonte: <https://xkcd.com/323/>



Antonio Virdis - 2019

43

Hello world

Segmentation fault

## Valgrind

- Babysitter Memoria

- Controlla accessi

- Conta accessi

```
kruviser@MioComputer:~/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2$ ./testList < listFile
letto 10
5      1      26      8      12      78      6      2      18      3
3
18
2
6
78
12
8
26
1
5
Segmentation fault (core dumped)
```

valgrind ./eseguibile

```
12
8
26
1
5
==3307== Conditional jump or move depends on uninitialised value(s)
==3307== at 0x8048719: stampaLista(Obj*) (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307== by 0x804883D: main (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307==
==3307== Use of uninitialised value of size 4
==3307== at 0x80486E5: stampaLista(Obj*) (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307== by 0x804883D: main (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307==
==3307== Invalid read of size 4
==3307== at 0x80486E5: stampaLista(Obj*) (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307== by 0x804883D: main (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307== Address 0xffff is not stack'd, malloc'd or (recently) free'd
==3307==
==3307== Process terminating with default action of signal 11 (SIGSEGV)
==3307== Access not within mapped region at address 0xffff
==3307== at 0x80486E5: stampaLista(Obj*) (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307== by 0x804883D: main (in /home/kruviser/Dropbox/lezioni algoritmi/lezione 2/testList)
==3307== If you believe this happened as a result of a stack
==3307== overflow in your program's main thread (unlikely but
==3307== possible), you can try to increase the size of the
==3307== main thread stack using the --main-stacksize= flag.
==3307== The main thread stack size used in this run was 8388608.
==3307==
==3307== HEAP SUMMARY:
==3307== in use at exit: 80 bytes in 10 blocks
==3307== total heap usage: 10 allocs, 0 frees, 80 bytes allocated
==3307==
==3307== LEAK SUMMARY:
==3307== definitely lost: 0 bytes in 0 blocks
==3307== indirectly lost: 0 bytes in 0 blocks
==3307== possibly lost: 0 bytes in 0 blocks
==3307== still reachable: 80 bytes in 10 blocks
```



Antonio Virdis - 2019

46

g++ -g -o eseguibile eseguibile.cpp

valgrind ./eseguibile

```
12
8
26
1
5
==3288== Conditional jump or move depends on uninitialised value(s)
==3288== at 0x8048719: stampaLista(Obj*) (testList.cpp:21)
==3288== by 0x804883D: main (testList.cpp:58)
==3288==
==3288== Use of uninitialised value of size 4
==3288== at 0x80486E5: stampaLista(Obj*) (testList.cpp:23)
==3288== by 0x804883D: main (testList.cpp:58)
==3288==
==3288== Invalid read of size 4
==3288== at 0x80486E5: stampaLista(Obj*) (testList.cpp:23)
==3288== by 0x804883D: main (testList.cpp:58)
==3288== Address 0xffff is not stack'd, malloc'd or (recently) free'd
==3288==
==3288== Process terminating with default action of signal 11 (SIGSEGV)
==3288== Access not within mapped region at address 0xffff
==3288== at 0x80486E5: stampaLista(Obj*) (testList.cpp:23)
==3288== by 0x804883D: main (testList.cpp:58)
==3288== If you believe this happened as a result of a stack
==3288== overflow in your program's main thread (unlikely but
==3288== possible), you can try to increase the size of the
==3288== main thread stack using the --main-stacksize= flag.
==3288== The main thread stack size used in this run was 8388608.
==3288==
==3288== HEAP SUMMARY:
==3288== in use at exit: 80 bytes in 10 blocks
==3288== total heap usage: 10 allocs, 0 frees, 80 bytes allocated
==3288==
==3288== LEAK SUMMARY:
==3288== definitely lost: 0 bytes in 0 blocks
==3288== indirectly lost: 0 bytes in 0 blocks
==3288== possibly lost: 0 bytes in 0 blocks
==3288== still reachable: 80 bytes in 10 blocks
```

## Stampa Lista

File testList.cpp

```
18 void stampaLista( Obj * head )
19 {
20     Obj * pointer = head;
21     while( pointer != NULL )
22     {
23         cout << pointer->value_ << endl ;
24         pointer = pointer->next_;
25     }
26     cout << endl;
27 }
28
29
```

Antonio Virdis - 2019

## Lettura su Lista

```
1  Obj * leggiInput()
2  {
3      int value , 1;
4      cin >> 1;
5
6      Obj * head , * newObj;
7
8      for( int i = 0 ; i < 1 ; ++i )
9      {
10         cin >> value;
11         newObj = new Obj();
12         newObj->next_ = head;
13         newObj->value_ = value;
14
15         head = newObj;
16     }
17     return head;
18 }
```

Antonio Virdis - 2019

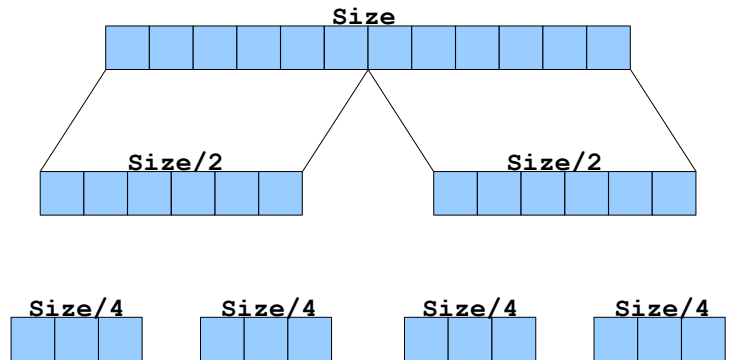
## Operazioni su Lista

- Ricerca un elemento e lo sposto in testa
  - Scorrere
  - Estrazione
  - Inserzione testa
- Ricerca un elemento e lo sposto in coda
  - Scorrere
  - Estrazione
  - Inserimento in coda...



Antonio Virdis - 2019

## Merge Sort Ibrido



51



Antonio Virdis - 2019

52

## Distinti in Array

1	7	9	1	1	9
---	---	---	---	---	---

- Input: elementi array
- Output: array senza duplicati

## ESERCIZI:



Antonio Virdis - 2019

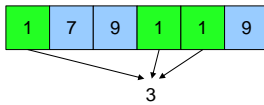
53



Antonio Virdis - 2019

54

## K interi più frequenti



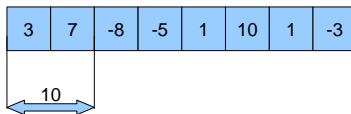
- Input: elementi array , intero k
- Output: primi k valori più frequenti

## K interi più grandi

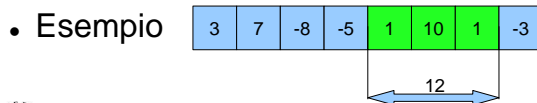


- Input: elementi array , intero k
- Output: primi k valori ordinati in maniera decrescente

## Somma Massima



- Input: array
- Output: somma massima



## Soluzione 1

```

1  int sommel(int a[] , int size )
2  {
3
4
5
6      for(i=0; i<size; i++)                // n
7      {
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17     }
18     return max;

```

## Soluzione 1

```

1  int sommel(int a[] , int size )
2  {
3
4
5
6      for(i=0; i<size; i++)                // n
7      {
8          for(j=i; j<size; j++)            // n
9          {
10
11
12
13
14
15
16         }
17     }
18     return max;

```

## Soluzione 1

```

1  int sommel(int a[] , int size )
2  {
3      int somma;
4      int i,j,k;
5      int max=a[0];
6      for(i=0; i<size; i++)                // n
7      {
8          for(j=i; j<size; j++)            // n
9          {
10             somma=0;
11             for(k=i; k<=j; k++)           // n
12             {
13                 somma+=a[k];
14             }
15             if(somma > max) max=somma;
16         }
17     }
18     return max;

```

## Soluzione 1

```
1 int sommel(int a[] , int size )
2 {
3     int somma;
4     int i,j,k;
5     int max=a[0];
6     for(i=0; i<size; i++)                // n
7     {
8         for(j=i; j<size; j++)            // n
9         {
10            somma=0;
11            for(k=i; k<=j; k++)           // n
12            {
13                somma+=a[k];
14            }
15            if(somma > max) max=somma;
16        }
17    }
18    return max;
19 }
```

$\Theta(n^3)$



Antonio Virdis - 2019

61

## Soluzione 2

```
1 int somme2(int a[] , int size )
2 {
3     int somma;
4     int i,j;
5     int max=a[0];
6     for(i=0; i<size; i++)
7     {
8         somma=0;
9         for(j=i; j<size; j++)
10        {
11            somma+=a[j];
12            if(somma > max) max=somma;
13        }
14    }
15    return max;
16 }
17
18
```



Antonio Virdis - 2019

62

## Soluzione 2

```
1 int somme2(int a[] , int size )
2 {
3     int somma;
4     int i,j;
5     int max=a[0];
6     for(i=0; i<size; i++)                // n
7     {
8         somma=0;
9         for(j=i; j<size; j++)            // n
10        {
11            somma+=a[j];
12            if(somma > max) max=somma;
13        }
14    }
15    return max;
16 }
17
18
```

$\Theta(n^2)$



Antonio Virdis - 2019

63

## Esercizi

- Esperimenti
  - Merge vs Insertion sort vs Ibrido
  - Soluzioni array somma massima
  - Input critici (array inverso, array ordinato)
- Esercizi
  - Inserimenti testa/coda liste
  - Distinti
  - Più frequenti
  - Più grandi



Antonio Virdis - 2019

64



# Algoritmi e Strutture Dati

## Lezione 3

[www.iet.unipi.it/a.virdis](http://www.iet.unipi.it/a.virdis)

Antonio Virdis

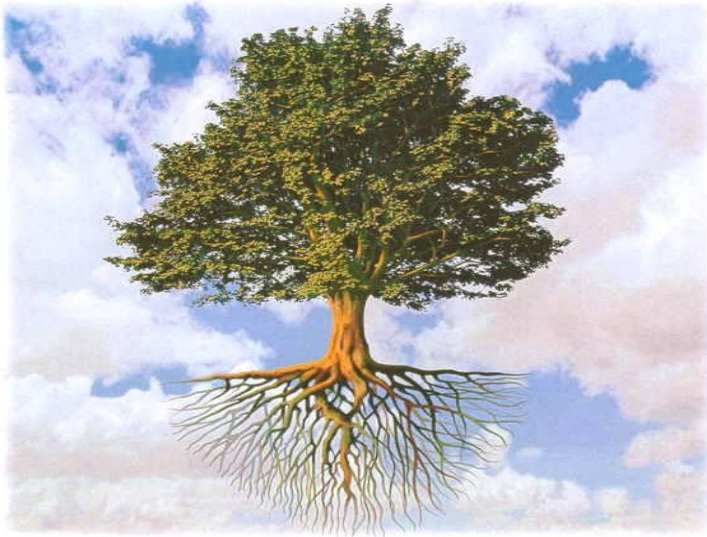
[antonio.virdis@unipi.it](mailto:antonio.virdis@unipi.it)

## Sommario

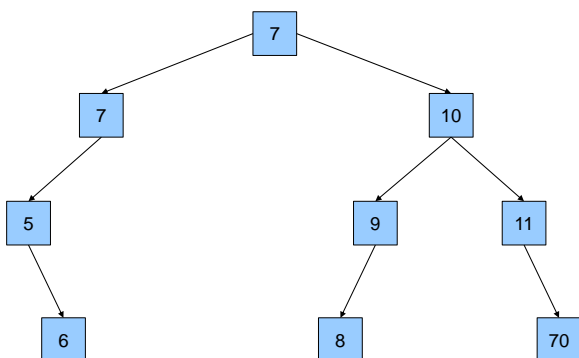
- Alberi Binari di Ricerca
- Gestione Stringhe
- Progettazione
- Esercizi

1

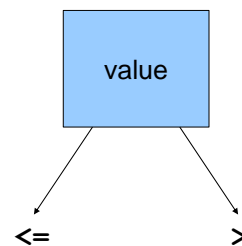
2



## Alberi Binari



## Alberi Binari di Ricerca



5

6

## binTree

```

1 struct Node
2 {
3     int value;
4     Node * left;
5     Node * right;
6
7     Node(int val):
8         value(val) , left(NULL) , right(NULL) {}
9 };
10
11 class BinTree
12 {
13     Node * root_;
14
15 public:
16
17     BinTree() { root_ = NULL; }
18
19     Node * getRoot() { return root_; }
20 }

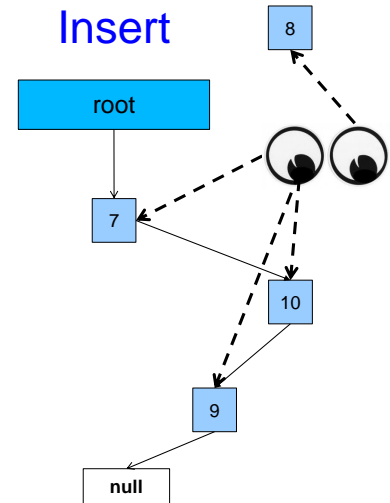
```



Antonio Virdis - 2019

7

## Insert



Antonio Virdis - 2019

8

## Insert

```

1 void insert( int val )
2 {
3     // inizializzo nuovo elemento    INIZIALIZZAZIONE
4     // inizializzo variabili appoggio
5
6
7     // finchè non arrivo ad una foglia
8     {
9         // aggiorno variabili
10        // se <=
11        // vado a sinistra
12        // altrimenti
13        // vado a destra
14    }
15
16    // se albero vuoto
17    // aggiorno radice
18
19    // decido se diventare figlio left o right
20
21 }

```



Antonio Virdis - 2019

9

## Insert

```

1 void insert( int val )
2 {
3     Node * node = new Node(val);    INIZIALIZZAZIONE
4     Node * pre = NULL;
5     Node * post = root_;
6
7     while( post != NULL )
8     {
9         pre = post;
10        if( val <= post->value )
11            post = post->left;
12        else
13            post = post->right;
14    }
15
16    if( pre == NULL )
17        root_ = node;
18    else if( val <= pre->value )
19        pre->left = node;
20    else
21        pre->right = node;
22 }

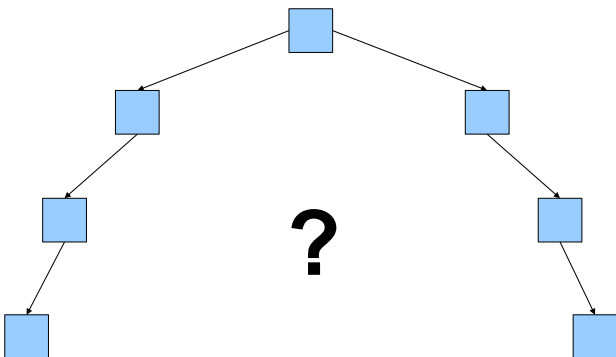
```



Antonio Virdis - 2019

10

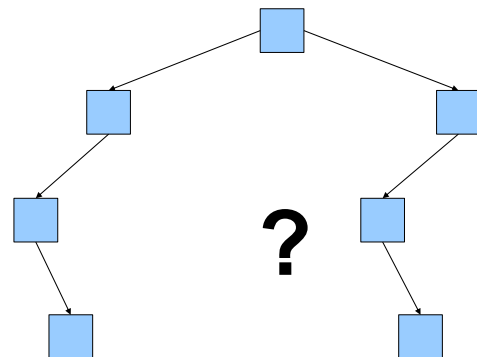
## min & MAX



Antonio Virdis - 2019

11

## min & MAX



Antonio Virdis - 2019

12

## Min/Max

```

1 Node * min()
2 {
3     Node * temp = root_;
4     while( temp->left != NULL )
5         temp = temp->left;
6     return temp;
7 }
8
9
10
11 Node * max()
12 {
13     Node * temp = root_;
14     while( temp->right != NULL )
15         temp = temp->right;
16     return temp;
17 }
18
19
20

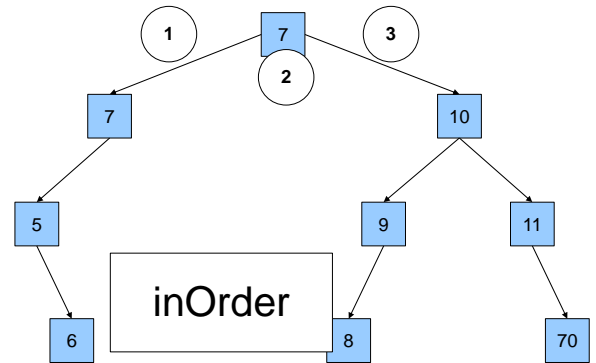
```



Antonio Virdis - 2019

13

## visite



Antonio Virdis - 2019

14

## In-Order

```

1
2
3
4 void inOrder( Node * tree )
5 {
6     // se non sono in una foglia
7     {
8
9         // visito verso left
10
11        // stampo questo valore
12
13        // visito verso right
14
15    }
16 }
17
18
19
20

```



Antonio Virdis - 2019

15

## In-Order

```

1
2
3
4 void inOrder( Node * tree )
5 {
6     if (tree!=NULL)
7     {
8
9         visitaNodo (tree->left);
10
11        cout << tree->value << "\t";
12
13        visitaNodo (tree->right);
14
15    }
16 }
17
18
19
20

```



Antonio Virdis - 2019

16

## In-Order

```

1
2
3
4 void inOrder( Node * tree )
5 {
6     if (tree!=NULL)
7     {
8
9         inOrder (tree->left);
10
11        cout << tree->value << "\t";
12
13        inOrder (tree->right);
14
15    }
16 }
17
18
19
20

```



Antonio Virdis - 2019

17

## Sort vs BinTree

- Albero alto:  $\log(n)$
  - Inserimento:  $n * \log(n)$
  - Sort/visita:  $n$
- $n + n \cdot \log n$   
 $\Theta (n \cdot \log n)$

giusto?

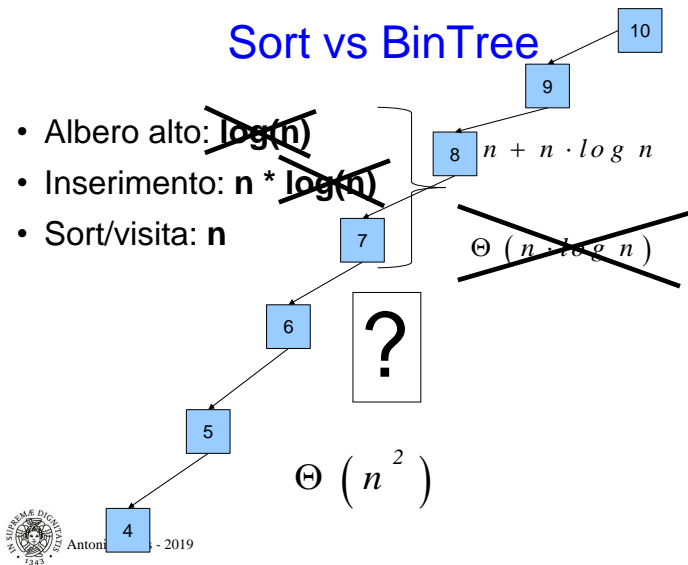


Antonio Virdis - 2019

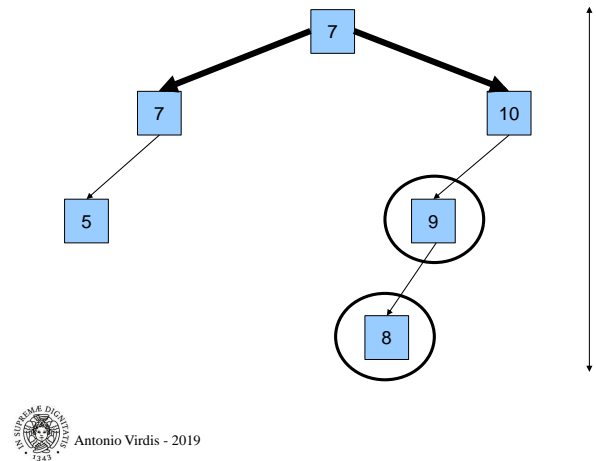
18

## Sort vs BinTree

- Albero alto:  ~~$\log(n)$~~
- Inserimento:  ~~$n \cdot \log(n)$~~
- Sort/visita:  $n$



## Height



## Altezza albero

```

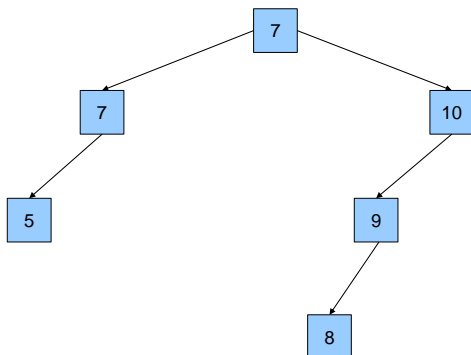
1 int height( Node * tree )
2 {
3     int hLeft;
4     int hRight;
5
6     if( tree == NULL )
7         return 0;
8
9     hLeft = height(tree->left);
10    hRight = height(tree->right);
11
12    return 1 + max(hLeft, hRight);
13 }
14
15
16
17
18
19
20

```

## Trova chiave

- Dato
  - Un albero binario con valori distinti
  - Un valore K
- Trovare
  - Se il valore esiste

## Search K=9



## Search

```

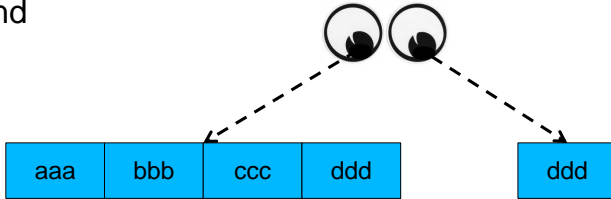
1 bool search( Node * tree , int val )
2 {
3     if( tree == NULL )
4         return false;
5
6     bool found;
7
8     if( tree->value == val )
9         return true;
10
11     else if( val <= tree->value )
12         found = search( tree->left , val );
13     else
14         found = search( tree->right , val );
15
16     return found;
17 }
18
19
20

```

**INDIVIDUO DIREZIONE**

## stringhe

- Creazione
- Concatenazione
- Compare
- Find



## Stringhe

```

1  #include <string>
2
3  String parola = "liste";
4
5  String frase = "mi piacciono le liste";
6
7  String parola2 = "non ";
8
9  String frase2 = parola2 + frase;
10
11 frase.find(parola);
12 // se fallisce -> string::npos
13
14 parola.compare(parola2);

```

<http://www.cplusplus.com/reference/string/string/>

## Esercizio Stringhe

- Input
  - Una testo T formato da più parole
  - Un insieme S di N parole
- Output:
  1. Le parole di S *contenute* in T, ordinate per posizione in T (insieme R1)
  2. Le parole di S *non contenute* in T, in ordine lessicografico (insieme R2)

## Analisi

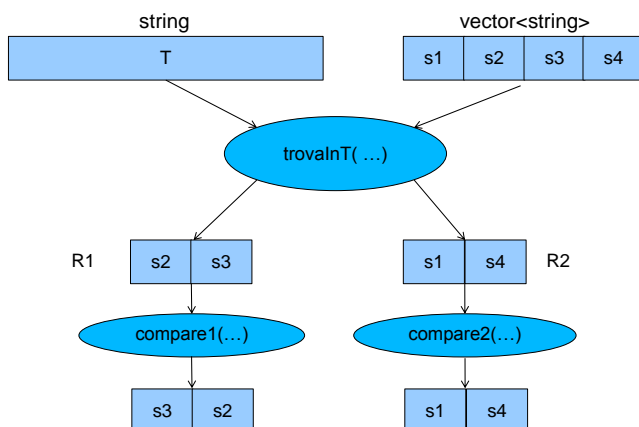
### Strutture Dati:

- Dove salvo T?
- Dove salvo S?

### Operazioni:

- Come ottengo gli elementi di 1?
- Come ottengo gli elementi di 2?
- Come ordino 1?
- Come ordino 2?

## Analisi (2)



## Implementazione

```

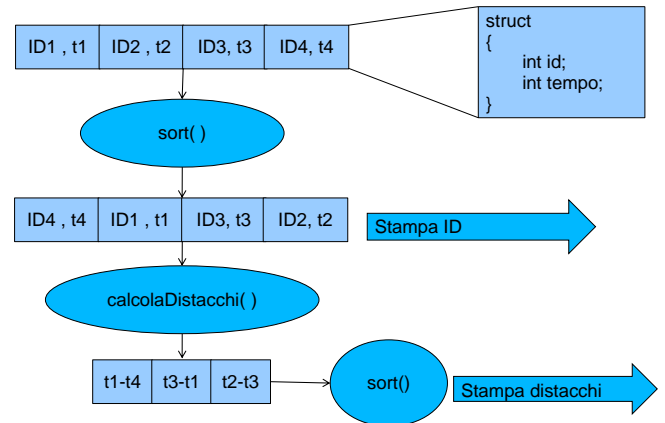
1  // cerca stringhe di S dentro T
2  void trovaInT( ... ){ }
3
4  // implementa confronto per posizione
5  bool compare1(string a, string b){ }
6
7  // implementa confronto lessicografico
8  bool compare2(string a, string b){ }
9
10 int main()
11 {
12     string T;
13     vector <string> S, R1, R2;
14
15     // lettura T ed S
16
17     trovaInT( ... );
18     sort( R1.begin(), R1.end(), compare1 )
19     sort( R2.begin(), R2.end(), compare2 )
20     print();
21 }

```

## Gara

- Ad una gara partecipano N concorrenti
- Ogni concorrente e' caratterizzato da:
  - Un ID intero
  - Un tempo di arrivo espresso in secondi
- Calcolare:
  - Classifica
  - K distacchi più ampi di utenti **consecutivi**

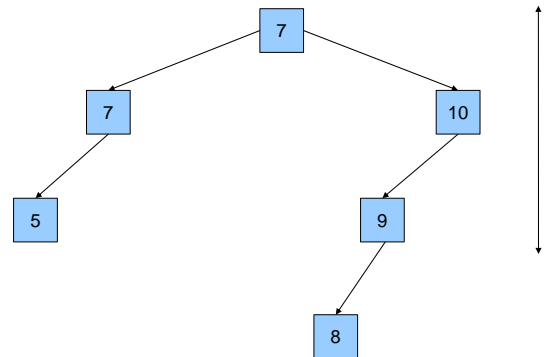
## Analisi



## Trovare altezza chiave K

- Input
  - Una sequenza di N interi positivi
  - Chiave K
- Output
  - L'altezza della chiave K dentro l'albero (se esiste)

## Search K=9



## Altezza

```

1 int search( Node * tree , int val )
2 {
3     if( tree == NULL )
4         return 0;
5
6     int cont = 0;
7     if( tree->value == val )
8         return 1;
9
10    else if( val <= tree->value )
11        cont = search( tree->left , val );
12    else
13        cont = search( tree->right , val );
14
15    if( cont != 0 )
16        return cont+1;
17
18    else return 0;
19 }
20
```

**SEARCH**

**HEIGHT**

## Esercizi

- Esperimenti
  - Sort vs Binary Tree
  - Sort vs Min/Max
- Esercizi
  - Visite pre- e post-order
  - Esercizi di progettazione

# Algoritmi e Strutture Dati

## Lezione 4

[www.iet.unipi.it/a.virdis](http://www.iet.unipi.it/a.virdis)

Antonio Virdis

[a.virdis@iet.unipi.it](mailto:a.virdis@iet.unipi.it)



Antonio Virdis - 2019

1



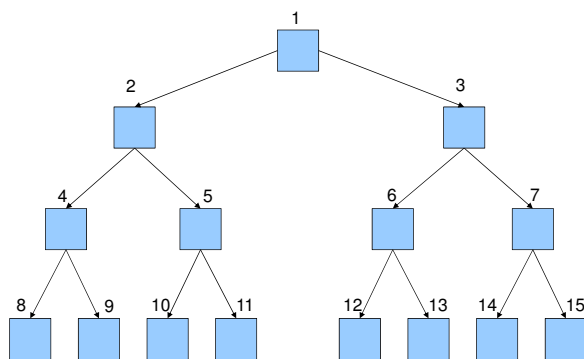
Antonio Virdis - 2019

2

## Sommario

- Heap
- Ordinamento tramite Heap
- Soluzioni
- Esercizi

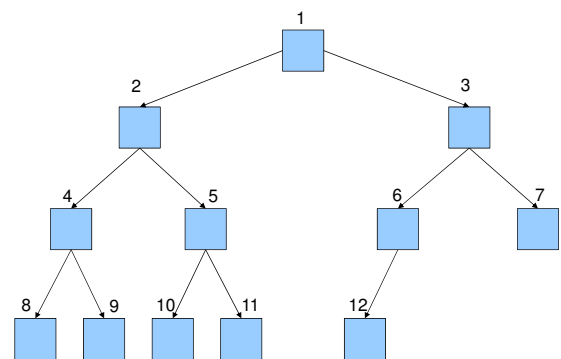
### heap



Antonio Virdis - 2019

3

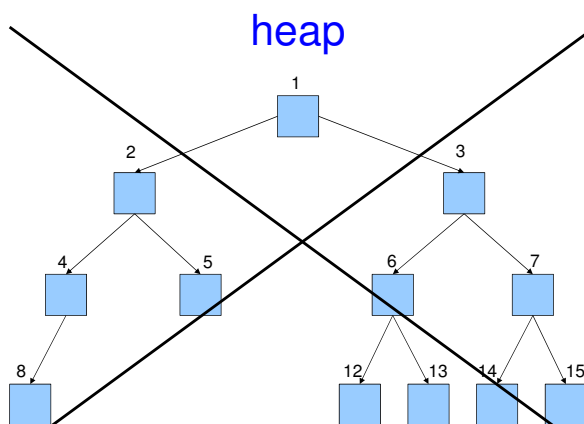
### heap



Antonio Virdis - 2019

4

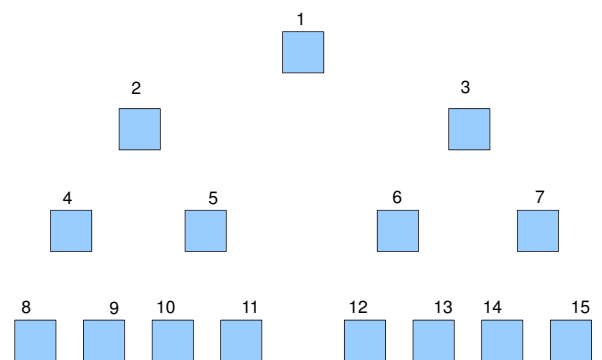
### heap



Antonio Virdis - 2019

5

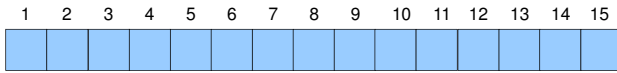
### heap



Antonio Virdis - 2019

6

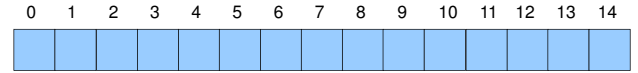
## heap



Antonio Virdis - 2019

7

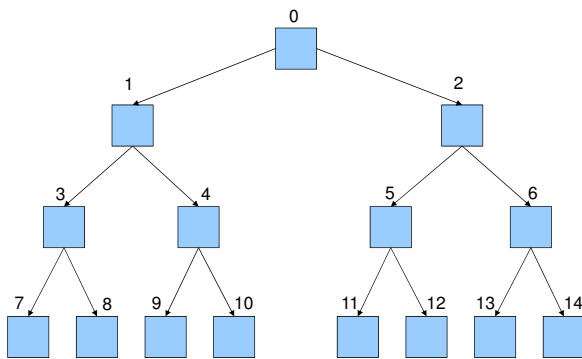
## heap



Antonio Virdis - 2019

8

## heap



Antonio Virdis - 2019

9

## heap

```

1 class Heap
2 {
3     std::vector<int> data_;
4
5     int length_;    // lunghezza array
6     int size_;      // dimensione Heap
7
8 public:
9     Heap() {};
10
11     void fill( int l );
12     void printVector();
13
14     ...
15 }

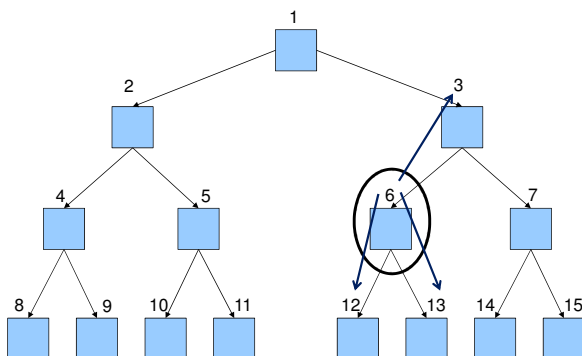
```



Antonio Virdis - 2019

10

## heap



Antonio Virdis - 2019

11

## heap

```

1 int parent(int i)
2 {
3     return floor((i-1)/2);    // floor(i/2)
4 }
5
6 int getLeft(int i)
7 {
8     return (i*2) + 1;        // i*2
9 }
10
11 int getRight(int i)
12 {
13     return (i*2)+2;          // (i*2)+1
14 }
15
16
17
18

```

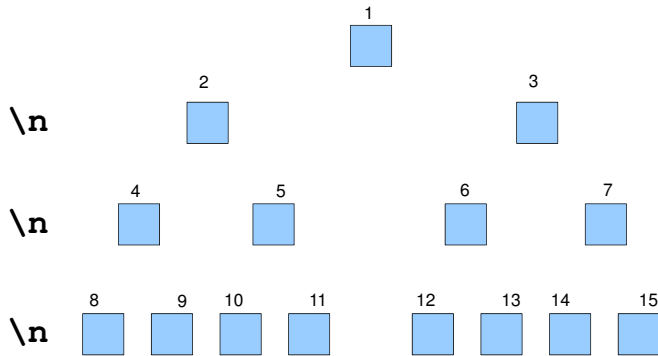


Antonio Virdis - 2019

12



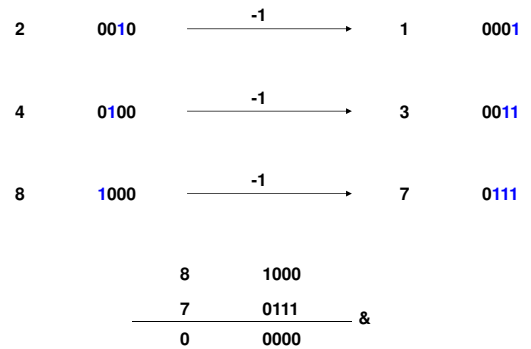
## stampa



Antonio Virdis - 2019

13

## stampa



Antonio Virdis - 2019

14

## Print

```
1 bool isFirstChild( int i )
2 {
3     if( ( i!=0 ) && ( (i&(i-1)) == 0 ) )
4         return true;
5     else
6         return false;
7 }
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
```



Antonio Virdis - 2019

15

## Print

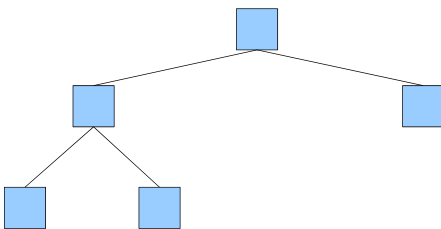
```
1 bool isFirstChild( int i )
2 {
3     if( ( i!=0 ) && ( (i&(i-1)) == 0 ) )
4         return true;
5     else
6         return false;
7 }
8
9 void print()
10 {
11     for( int i=0 ; i < length_ ; ++i )
12     {
13         if( isFirstChild(i+1) )
14             cout << endl;
15         cout << data_[i] << "\t";
16     }
17     cout << endl;
18 }
```



Antonio Virdis - 2019

16

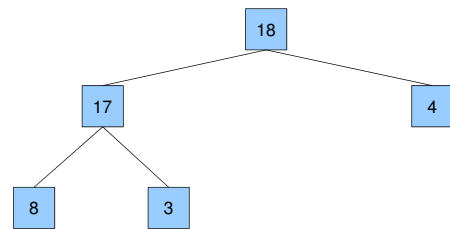
## Heap Property



Antonio Virdis - 2019

17

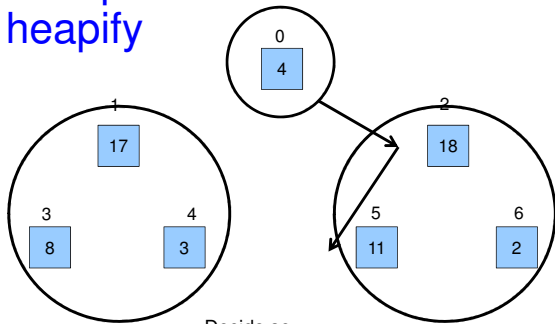
## Heap Property



Antonio Virdis - 2019

18

## Esempio heapify



- Decido se
  - già ok?
  - andare a destra
  - andare a sinistra



Antonio Virdis - 2019

19

## heapify

```

1 void maxHeapify(int i)
2 {
3     // ottengo left e right
4
5
6
7     // (se ho figlio left) AND (left > i)
8     // left è più grande
9     // altrimenti
10    // i è più grande
11
12    // (se ho figlio right) AND (right > largest)
13    // right è più grande
14
15    // se i viola la proprietà di max-heap
16    {
17        // scambio i e il più grande
18        // controllo se l'albero che ho cambiato va bene
19    }
20 }
    
```



Antonio Virdis - 2019

20

## heapify

```

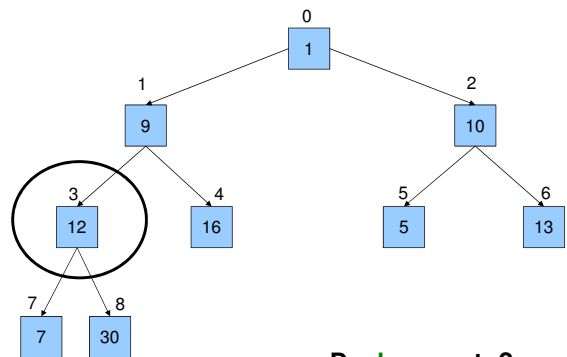
1 void maxHeapify(int i)
2 {
3     int left = getLeft(i);
4     int right = getRight(i);
5     int largest;
6
7     // inizializzazione
8     if((left < size_) && (data_[left] > data_[i]))
9         largest = left;
10    else
11        largest = i;
12    // Identifico + grande
13    if((right < size_) && (data_[right] > data_[largest]))
14        largest = right;
15
16    // Aggiorno albero
17    if( largest != i )
18    {
19        scambia(i, largest);
20        maxHeapify(largest);
21    }
22 }
    
```



Antonio Virdis - 2019

21

## Build Heap



Da dove parto?



Antonio Virdis - 2019

22

## Build Heap

```

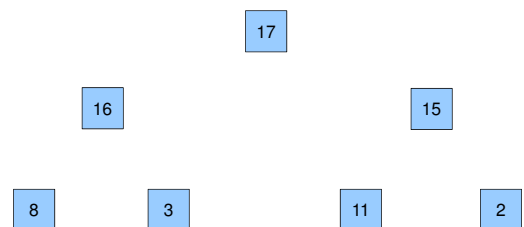
1 void buildMaxHeap()
2 {
3     size_ = length_;
4
5     int i = floor(length_/2)-1
6
7     for( ; i>=0 ; --i )
8     {
9         maxHeapify(i);
10        print();
11    }
12 }
13
14
15
16
17
18
19
20
    
```



Antonio Virdis - 2019

23

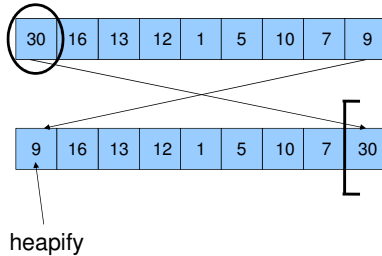
## Utilizzo



Antonio Virdis - 2019

24

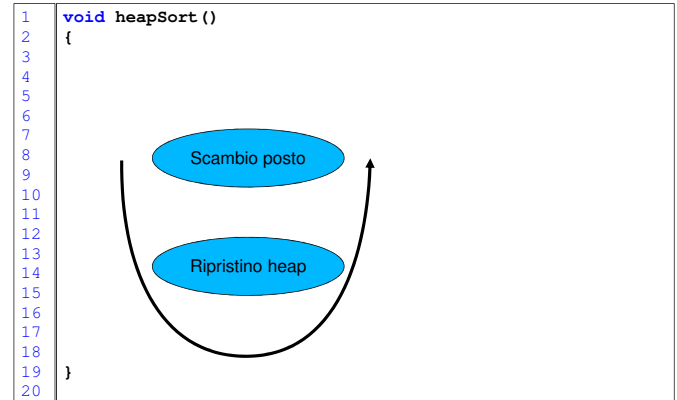
## Esempio heapsort



Antonio Virdis - 2019

25

## heapsort



Antonio Virdis - 2019

26

## heapsort

```

1 void heapSort ()
2 {
3
4     int i = length_-1
5
6     for( ; i>0 ; --i)
7     {
8
9
10        scambia(0,i);
11
12
13
14        --size_;
15        maxHeapify(0);
16    }
17 }
18
19
20
    
```



Antonio Virdis - 2019

27

## Programma completo

```

1 int main()
2 {
3     Heap hp;
4
5     hp.fill();
6     hp.print();
7
8
9     hp.buildMaxHeap();
10    hp.print();
11
12    hp.heapSort();
13    hp.printArray();
14
15    return 0;
16 }
17
18
    
```



Antonio Virdis - 2019

28

## Esercizi (per casa)

- Aggiunta nodo
- Eliminazione nodo
- Aumento Valore



Antonio Virdis - 2019

29

## Heap STL

```

#include <algorithm>
make_heap( inizio , fine )
pop_heap( inizio , fine )

#include <queue>
priority_queue<int> prioQ
prioQ.push(val)
prioQ.top()
prioQ.pop()
    
```



Antonio Virdis - 2019

30

## Algorithms

```

1 #include <vector>
2 #include <algorithm>
3
4 vector<int> vect;
5
6 for( int i = 0 ; i<quanti ; ++i )
7 {
8     cin >> val;
9     vect.push_back(val);
10 }
11
12 make_heap(vect.begin(), vect.end());
13
14 while(!vect.empty())
15 {
16     cout << "top " << *vect.begin() << endl;
17     pop_heap(vect.begin(), vect.end());
18     vect.pop_back();
19 }
20

```



Antonio Virdis - 2019

31

## priority\_queue

```

1 #include <queue> // std::priority_queue
2
3 priority_queue<int> prioQ;
4
5 for( int i = 0 ; i<quanti ; ++i )
6 {
7     cin >> val;
8     prioQ.push(val);
9 }
10
11 while(!prioQ.empty())
12 {
13     cout << "top " << prioQ.top() << endl;
14     prioQ.pop();
15 }
16
17
18
19
20

```



Antonio Virdis - 2019

32

## Esercizi

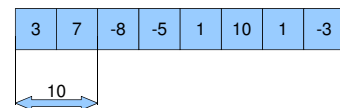
- Esperimenti
  - Utilizzo Heap fatto a mano
  - Heapsort VS MergeSort
  - Priority\_queue



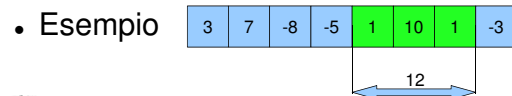
Antonio Virdis - 2019

33

## Somma Massima



- Input: array
- Output: somma massima

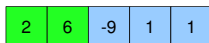


Antonio Virdis - 2019

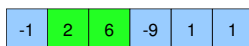
34

## proprietà

la somma degli elementi del sotto array di somma massima è sempre positiva



Il valore precedente al primo valore del sotto array di somma massima è negativo



Antonio Virdis - 2019

35

## Soluzione 3

```

1 int somme3(int a[] , int size )
2 {
3     int somma;
4     int i;
5     int max=a[0];
6     somma = 0;
7     for(i=0; i<size; i++)
8     {
9         if(somma > 0) somma+=a[i];
10        else somma=a[i];
11
12        if(somma > max) max=somma;
13    }
14    return max;
15 }

```

$\Theta(n)$



Antonio Virdis - 2019

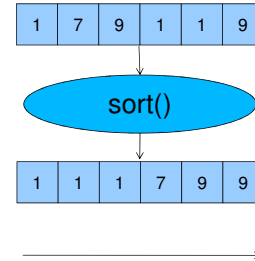
36

## Distinti in Array

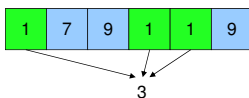


- Input: elementi array
- Output: array senza duplicati

## Distinti in Array (2)

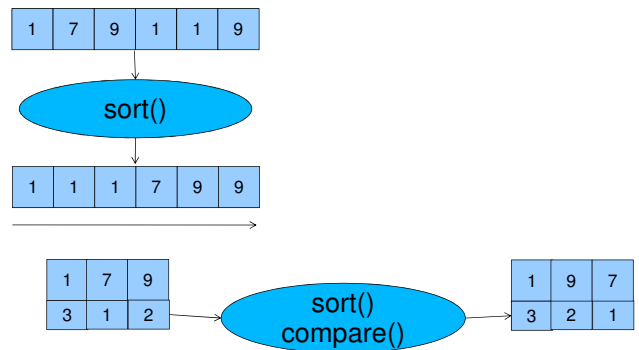


## K interi più frequenti



- Input: elementi array , intero k
- Output: primi k valori più frequenti

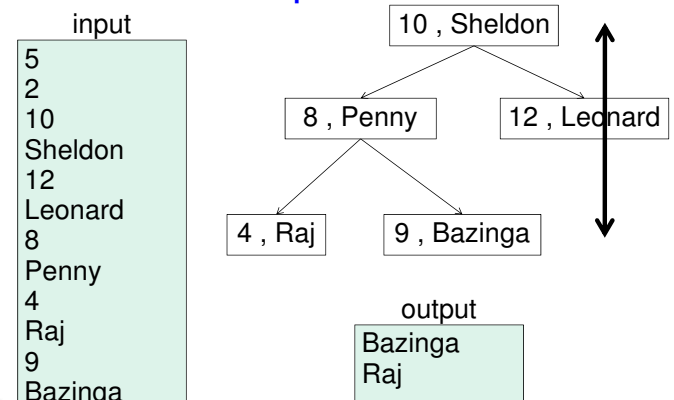
## K interi più frequenti



## Albero Binario a etichette complesse

- Input:
  - Un intero **N**
  - Un intero **H**
  - N coppie [intero,stringa]
- Operazioni:
  - Inserire le N coppie in un albero binario di ricerca (usando il valore intero come chiave)
- Output:
  - stringhe che si trovano in nodi ad altezza H, stampate in ordine lessicografico

## Albero Binario a etichette complesse



## Analisi

- Input:
  - Un intero N
  - Un intero H
  - N coppie [intero,stringa]
- Operazioni:
  - Inserire le N coppie in un albero binario di ricerca
- Output:
  - stringhe che si trovano in nodi ad altezza H, stampate in ordine lessicografico

## Analisi

- Implementare struttura dati che supporti
- Albero binario
  - Etichette multi valore

```
struct node
{
    int key;
    string str;
    struct node* right;
    struct node* left;
} Node;
```

### Funzioni

- Insert su albero binario → insert()
- Trovare nodi ad altezza H → visita+altezza
- Sort su string → sort+compare

## Trova nodi ad altezza H

```
1 void getStringList ( Node* node,
2                     int curr_h ,
3                     int H,
4                     vector<string> & strList )
5 {
6     if (node==NULL) return;
7
8     if (curr_h==H)
9     {
10        strList.push_back (node->str);
11        return;
12    }
13
14    getStringList (node->left, curr_h+1, H, strList);
15    getStringList (node->right, curr_h+1, H, strList);
16
17    return;
18 }
19
20
```

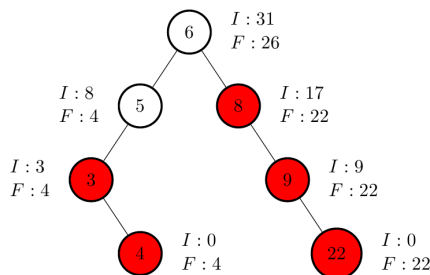
## Somma Nodi

- Input:
  - Un intero N
  - N interi
- Operazioni:
  - Inserire gli N interi in un albero binario di ricerca
  - Per ogni nodo  $u$ , calcolare  $I(u)$  e  $F(u)$
- Output:
  - Stampare le etichette dei nodi tali che  $I(u) \leq F(u)$

## Somma Nodi (2)

$I(u)$ : somma delle chiavi dei nodi interni del sottoalbero radicato in  $u$

$F(u)$ : somma delle chiavi delle foglie del sottoalbero radicato in  $u$



## Calcolo $I(u)$ e $F(u)$

- Devo visitare tutto l'albero.
- I valori di  $I(u)$  e  $F(u)$  di un nodo padre, dipendono dagli stessi valori calcolati per i nodi figli.
- Di quali nodi posso calcolare  $I(u)$  e  $F(u)$  "al volo"?
- Suggerimento:** come facevamo a calcolare l'altezza di un nodo? (relazione padre/figli)

# Algoritmi e Strutture Dati

## Lezione 5

[www.iet.unipi.it/a.virdis](http://www.iet.unipi.it/a.virdis)

Antonio Virdis

[antonio.virdis@unipi.it](mailto:antonio.virdis@unipi.it)

## Array ++

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

## Indirizzamento Diretto

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14



## Sommario

- Hashing
- Hashing e tipi di input
- Esercizi

1

2

## Indirizzamento diretto



3

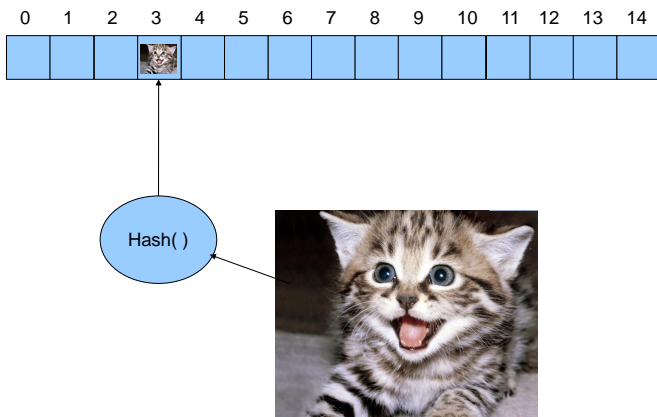
4



5

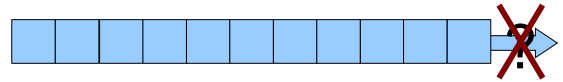
37

## Hashing



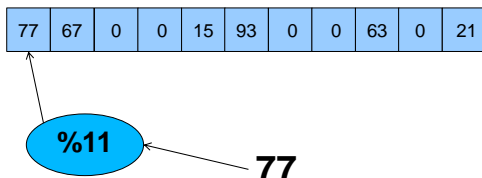
## Strutture Dati

- Array
- Vector
- ...



## Simple Hash Table

- Trattiamo interi >0
- Chiave coincide con valore
- La funzione HASH e' la funzione modulo
- Convenzione 0 per vuoto



## Class

```

1 class HashTable
2 {
3     int * table_;
4     int size_;
5
6
7 public:
8     HashTable( int size );
9
10
11     bool insert( int key );
12
13     void print();
14
15     int hash( int key );
16
17 };
18
    
```

## Costruttore

```

1 HashTable::HashTable( int size )
2 {
3     table_ = new int[size];
4
5     size_ = size;
6
7
8
9
10 }
11
12     memset( address , value , size );
13
14
15
16
17
18
    
```

## Hashing

```

1 int HashTable::hash( int key )
2 {
3
4     return key % size_;
5
6
7 }
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
    
```



## Insert

```

1 bool HashTable::insert( int key )
2 {
3     // trova indice tramite hashing
4
5     // se posizione già occupata
6     {
7         // non posso inserire
8
9     }
10
11     // inserisco
12
13 }
14
15
16
17
18

```



Antonio Virdis - 2019

13

## Insert

```

1 bool HashTable::insert( int key )
2 {
3     int index = hash(key);
4
5
6
7
8
9
10    table_[index] = key;
11
12    cout << "key stored" << endl;
13    return true;
14 }
15

```



Antonio Virdis - 2019

14

## Insert

```

1 bool HashTable::insert( int key )
2 {
3     int index = hash(key);
4
5     if( table_[index] != 0 )
6     {
7         cout << "already occupied" << endl;
8         return false;
9     }
10    table_[index] = key;
11
12    cout << "key stored" << endl;
13    return true;
14 }
15

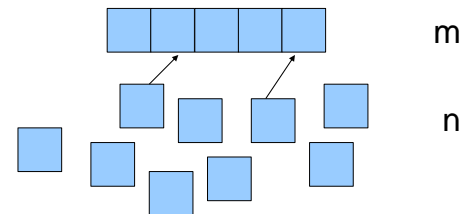
```



Antonio Virdis - 2019

15

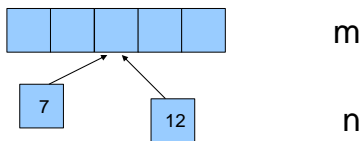
## Collisioni



Antonio Virdis - 2019

16

## Collisioni



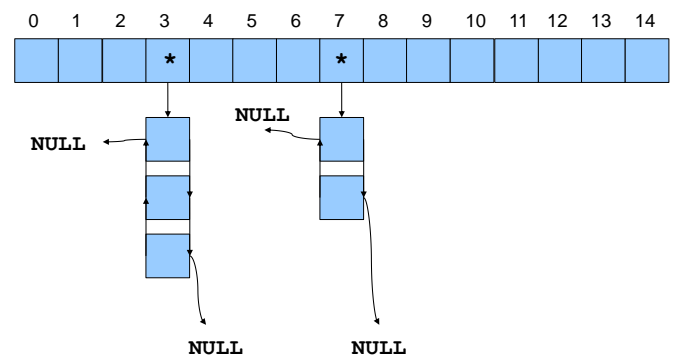
- Liste di trabocco
- Indirizzamento aperto



Antonio Virdis - 2019

17

## Array di puntatori



Antonio Virdis - 2019

18

## Elem

```

1 struct Elem
2 {
3     int key;
4     Elem * next;
5     Elem * prev;
6
7     Elem(): next(NULL) , prev(NULL) {}
8 };
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18

```

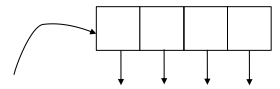


## Hash con trabocco

```

1 class HashTable
2 {
3     Elem** table_;
4     int size_;
5
6 public:
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17 };
18

```

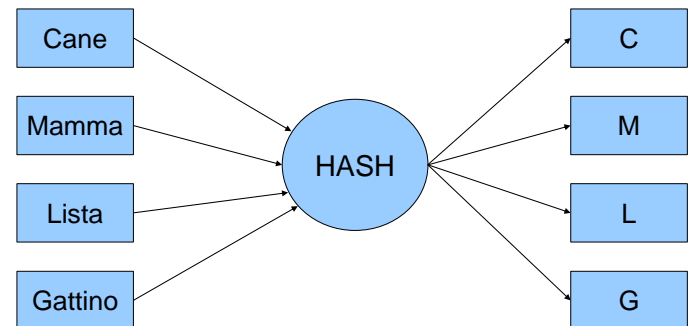


## Implementazione

- Insert / Print / Find
- Stiamo trattando liste
- Facciamo inserimento in testa



## Hashing Stringhe



## Prima lettera

```

int hash(string key)
{
    int index = key[0] % size_;
}

```

?



```

29)
30)
31) .
32)
33)
34)
35)
36)
37)
38)
39)
40) .....
41) .....
42) .....
43) .....
44) .....
45) .....
46) .....
47) .....
48) .....
49) .

```

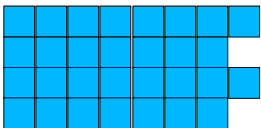
## Somma caratteri

```
for( int i = 0 ; i < key.length() ; ++i )
{
    index = ( index + key[i] )% size_;
}
```

?

## Good HASH

- Dipende fortemente dal tipo di applicazione
- Per applicazioni di indexing e' fondamentale l'**uniformità**



- Lavorano sulla **rappresentazione binaria**
- E.g. MurmurHash, CityHash, FarmHash ...



## Open Addressing



```
29) .....
30) .....
31) .....
32) .....
33) ....
34) .....
35) .....
36) ...
37) .....
38) .....
39) .....
40) .....
41) .....
42) .....
43) .....
44) .....
45) .....
46) .....
47) .....
48) .....
49) .....
```

## std::map

```
std::map < key_T , obj_t > table;
```

Tipo chiave

Tipo dati

```
table[ 'uno' ]="valore uno";
```

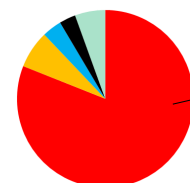
```
table.find( 'uno' );
```

## Quiz: trova la cretinata

- Software di emulazione



valgrind



pow(x,y)

## Trova la cretinata

value =  
v1\*pow(x,6) + v2\*pow(x,5) + v3\*pow(x,4) ...;

$$v_1 \cdot x^6 + v_2 \cdot x^5 + v_3 \cdot x^4 + v_4 \cdot x^3 + v_5 \cdot x^2$$

## Esercizio 1

- Sorting e tabelle hash
- Classifica videogame online
  - Salvo coppie <nome , punteggio>
- Interrogazioni
  - Sapere i primi K
  - Sapere posizione di Pippo

## Esercizio 2

- Motore di ricerca tematico:
  - Ogni sito ha un
    - Tipo ( sport , news , musica ...)
    - Nome ( gazzetta.it , lercio.it , amicidimaria.it )
    - Dati accessori (#pagine, statistiche...)
    - Numero di accessi
- Operazioni
  - Accesso ad un sito
  - Dato un tipo, ottenere il nome e i dati del sito con più accessi

## Altezza Figli

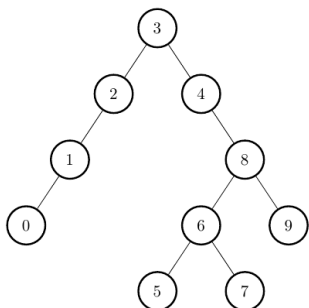
### Input:

- N interi da inserire in un albero binario di ricerca

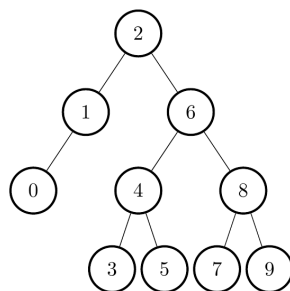
### Verificare che :

- Per ciascun nodo, l'altezza dei suoi sottoalberi sinistro e destro deve differire al massimo di uno

## Esempi



no



si

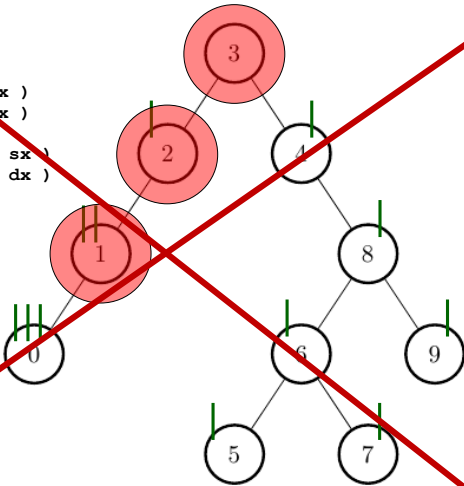
```
1 bool wrongSol( Node * tree )
2 {
3     int hl,hr;
4
5     // Controllo altezza dei figli sx e dx
6     hl = height(tree->left);
7     hr = height(tree->right);
8
9
10    // se la proprietà e' verificata da:
11    // nodo corrente, nodo sx, nodo dx
12    return true;
13    else
14        return false;
15
16 }
17
18
```

```

proprietà( nodo )
• altezza( nodo sx )
• altezza( nodo dx )

• proprietà( nodo sx )
• proprietà( nodo dx )

```



Antonio Virdis - 2019

37

```

1 bool isOk( Node * tree, int & maxH )
2 {
3     // Controllo se ho raggiunto una foglia
4     return true;
5
6     // Controllo i figli sinistro e destro
7     bool propL = isOk(tree->left,h1);
8     bool propR = isOk(tree->right,hr);
9
10    // ottengo l'altezza del nodo corrente
11    // .. il massimo tra quella sx e dx
12
13    // se la proprietà e' verificata da:
14    // nodo corrente, nodo sx, nodo dx
15    return true;
16    else
17        return false;
18 }

```



Antonio Virdis - 2019

38

## Esercizi

- Esperimenti
  - Test dimensione table
  - Test tipi di hash
  - Confronto map vs hash
- Esercizi
  - Implementare open addressing
  - Classifica videogame online
  - Motore di ricerca tematico



Antonio Virdis - 2019

39