

Domande orale Calcolo Numerico

Resoconto delle domande poste durante gli orali di calcolo numerico svolti nella sessione straordinaria di aprile 2020 e invernale 2021.

- *Cosa è la forma ridotta di una matrice*
 - > Ricordare che i blocchi diagonali sono quadrati
- *Definizione di matrice riducibile*
 - > cosa è una matrice di permutazione? A che insieme di matrici appartengono?
- *Matrice irriducibile*
 - > Cosa è un grafo fortemente connesso?
- *Primo teorema di Gershgorin*
 - > Faccia un esempio di una matrice che abbia gli stessi autovalori. (la trasposta)
- *Metodo di Bisezione*
 - > Quali condizioni devono essere verificate per avere la convergenza? (La funzione deve essere continua ed $f(a)f(b) < 0$)
 - > Come funziona?
 - > Errore? Mi ricavi n (il numero si prenderà intero arrotondando per eccesso)
 - > Quale è l'ordine di convergenza? (ordine 1, convergenza lineare)
- *Come si passa da $Ax = b$ ad $x = Hx + c$?*
 - > quando è convergente? Condizione di che tipo?
 - > Quali sono le altre condizioni e di che tipo?
 - > Che rapporto c'è tra gli autovalori e il determinante? ($\det =$ prodotto degli autovalori) c
- *Mi parli del Metodo di newton*
 - > Lo schema iterativo me lo sa scrivere?
 - > Come possiamo avvicinarci al trovare un buon x_0 ?
 - > Convergenza?
- *Mi parli del metodo delle potenze*
 - > Per cosa viene usato
 - > Le condizioni (ipotesi)
 - > Quali algoritmo segue
 - > Mi faccia un accenno della dimostrazione (fare attenzione agli indici)
 - > Come sono legati Y e $Y(h)$? (hermitiana, definizione)
 - > Quali sono le condizioni?
 - > Che vettore è z_0 ? È arbitrario? E basta? (arbitrario non nullo)
- *Parliamo di metodi iterativi stazionari a un punto*
 - > Quale è lo schema iterativo classico?
 - > Cosa è necessario conoscere?
 - > Mi parli dell'ordine di convergenza

- *Le matrici di rotazione come sono fatte?*
 - > Mi scriva come è strutturata la matrice di rotazione
 - > Ha qualche proprietà particolare? Fa parte di qualche insieme di matrici? Ortogonale
 - > Se le do una matrice come fa a dirmi che è ortogonale?
 - > In quale contesto abbiamo usato le matrici di rotazione? Per quale fattorizzazione? (QR)
 - > ci sono degli uno tra r e t? sì!
 - > Ha qualche proprietà particolare?
 - > Abbiamo visto qualche utilizzo? Sì, jacobi

- *Mi parli del teorema di convergenza locale*
 - > in quale contesto siamo? Sistemi lineari e non
 - > f chi è?
 - > Stabilisca lo schema (iterativo)
 - > Mi dica le tesi
 - > Nell'intervallo l cosa bisogna trovare?
 - > Come deve essere k?
 - > alfa fa parte di l?
 - > grado di precisione? 1

- *$A = LR$*
 - > cosa si intende? Di cosa stiamo parlando?
 - > È una fattorizzazione, non coincide per forza con quella di gauss

- *Cosa è il raggio spettrale di una matrice?*
 - > C'è qualcosa che si può dire tra raggio spettrale e norma? Me lo sa dimostrare? (Hirsh)

- *Definizione di ordine di convergenza*

- *Dato l'integrale compreso tra a e b di "ro di x" per f(x), mi sa dire come si costruiscono formule di quadratura di tipo interpolatorio?*
 - > Questo valore della formula coincide con cosa? (min 36)

- *Polinomi di interpolazione (parabolica)*
 - > Cosa è necessario conoscere?
 - > Pk, quel k cosa indica? (Il grado di P, che è al più k)
 - > E' unico? Perché?

- *Mi parli del polinomio di interpolazione di Lagrange*
 - > a cosa serve?
 - > Cosa abbiamo?
 - > lx cosa è?
 - > dipende da quali valori?

- - > Quanti polinomi esistono? E' unico? (si)
 - > Quale grado? E' esattamente k? l di grado esattamente k, mentre L di grado al più k
 - > Errore?

- *Polinomio di interpolazione di Newton*
 - > Di cosa abbiamo bisogno?
 - > Cosa sappiamo? Quali dati dobbiamo avere?
 - > Quali sono i punti?
 - > Per essere di interpolazione cosa deve essere verificato?
 - > Deve essere di grado al massimo? (k dati k+1 punti)
 - > Sa dire l'errore che si commette? Ovvero la differenza
 - > Quale grado di convergenza abbiamo? A quale teorema facciamo riferimento? (≥ 2 , th ordine di convergenza)
- *Polinomio di Interpolazione di Hermite*
 - > h_0 e $01r$ sono delle costanti? No
 - > Come si giunge da $(Ax+B)^2(x)$ alla forma finale
 - > Errore?
 - > Se le scrivo $F(x) - H_{2k+1}(x)$ cosa è? (errore)
- *Mi parli delle spline cubiche*
 - > cosa vuole trovare?
 - > quali condizioni deve porre?
 - > Mi sa dire qualcosa sulla regolarità? È continua
- *Ordine di convergenza di X_n*
 - > p che tipo di numero è? Può essere $\frac{1}{2}$? (no) è positivo ≥ 1
- *Teorema di Hirsh (dimostrazione)*
- *Mi scriva la matrice di Frobenius associata a $x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$*
 - > che legame c'è tra la matrice e l'equazione? La nostra equazione cosa è per la matrice?
 - > Se di grado dispari, abbiamo almeno una soluzione reale.
 - > Mi sa dire un'altra matrice che abbia gli stessi autovalori? La trasposta
 - > Mi faccia il disegno, come calcoliamo raggio e centro? In quale intervallo abbiamo soluzioni reali?
- *Mi parli del metodo di jacobi*
 - > C'è qualcosa che lega A_k e A_{k+1} ? Hanno gli stessi autovalori
- *Se abbiamo il sistema $Ax = b$ avere $A = LR$ è di aiuto in qualche modo?*
 - > il sistema $Rx = y$ e $Ly = b$ può essere risolto in parallelo? No, perché prima va risolto uno e poi l'altro
- *Interpolazione parabolica*
 - > soluzione unica? Perché? Vandermonde con punti due a due distinti
 - > E' un sistema lineare? Sì
- *Numero di mal condizionamento*
 - > Cosa è?
 - > Formula

- *Metodo QR*
 - > schema algoritmo

- *Approssimare una funzione f nel senso dei minimi quadrati*
 - > quale è il sistema lineare?
 - > Come faccio a trovare i punti di minimo? (derivo)
 - > che dimensione ha la matrice A ?
 - > A trasposto per A ha determinante diverso da zero
 - > A trasposto per A ha qualche proprietà particolare? $(A^t * A)^t = A^t * A$ ed è simmetrica
 - > Le f_i che caratteristica hanno? (Sono linearmente indipendenti)

- *Mi parli della formula trapezoidale per approssimare un integrale*
 - > Mi sa fare il ragionamento che si segue per passare dalla forma standard alla forma generalizzata?
 - > quali sono gli estremi?
 - > vantaggio tra forma standard a quella generalizzata?
 - > dal punto di vista del grado di precisione guadagniamo qualcosa? (grado 1, non guadagna niente)
 - > perché lo facciamo? Diminuiamo l'errore in quanto tende a zero, possiamo avere precisione elevata quanto vogliamo
 - > Cosa approssima? A e B cosa rappresentano?
 - > Mi dica la formula
 - > Che punto è x_0 ? Dove lo prendo? (x_0 è l'estremo A , x_1 è l'estremo B)
 - > Mi disegni il trapezio

- *$x^3 - 2x^2 + 2 = 0$*
 - > Ha soluzioni reali? Sì, la potenza è dispari per cui ci sarà almeno una soluzione reale
 - > Se volessi trovare tutti gli intervalli in cui vi sono zeri, cosa faresti?

- *Errore nell'approssimazione di un integrale tra a e b di $f(x)$ tramite una formula di quadratura*
 - > Come si definisce il grado di precisione?

- *Velocità asintotica di convergenza*
 - > Come si calcola