Esercizio 3

Enunciato del Problema

Una ruota di raggio $r = 50$ cm gira con moto uniforme in senso orario attorno a un'asse passante per il suo centro O ed ortogonale al piano della ruota con velocità angolare

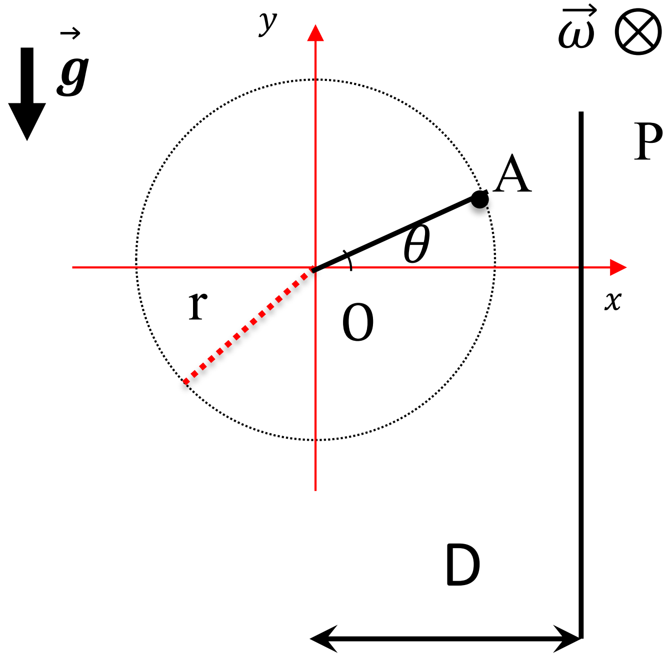
$$\omega = 4 \text{ rad/s}.$$

Nell'istante in cui il raggio OA forma un angolo $\theta = 30°$ con l'asse x, si stacca da A un punto materiale che si muove di moto parabolico e, dopo un certo tempo, colpisce una parete P distante

$$D = 1 \text{ m}$$

dall'origine O lungo l'asse x. Il moto iniziale del punto è circolare con centro in O.
Si richiede di determinare:

1. Il tempo di volo t_v del punto da A al punto B in cui avviene l'impatto con la parete.
2. La sua velocità subito prima dell'impatto.
3. Le coordinate del punto di impatto B.



$\vec{g}$
y
$\vec{\omega}$ ⊗
P
A
θ
x
r
O
D

Soluzione

Velocità Iniziale del Punto Materiale

La velocità tangenziale del punto A al momento del distacco è data da:

$$V_0 = \omega r = (4 \text{ rad/s}) \cdot (0.50 \text{ m}) = 2 \text{ m/s}.$$

Essendo il moto circolare uniforme orario, la velocità del punto A ha componenti:

$$\begin{aligned} V_{0x} &= V_0 \sin\theta = 2 \sin 30^\circ = 2 \cdot (1/2) = 1 \text{ m/s}, \\ V_{0y} &= -V_0 \cos\theta = -2 \cos 30^\circ = -2 \cdot (\sqrt{3}/2) = -\sqrt{3} \text{ m/s} \approx -1.73 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Determinazione del Tempo di Volo

Il punto materiale segue un moto parabolico con accelerazione gravitazionale $g = 9.81 \text{ m/s}^2$. L'equazione del moto lungo x è:

$$x(t) = x_0 + V_{0x} t.$$

Poiché il punto A si trova inizialmente a $x_A = r\cos\theta = 0.50 \cos 30^\circ = 0.50 \cdot (\sqrt{3}/2) \approx 0.43$ m, abbiamo:

$$D = x(t_v) = x_A + V_{0x} t_v.$$

Determiniamo il tempo di volo:

$$t_v = \frac{D - x_A}{V_{0x}} \quad \Rightarrow \quad t_v \approx 0.57 \text{ s}.$$

Determinazione della Velocità Subito Prima dell'Impatto

La componente orizzontale della velocità resta invariata:

$$V_x(t) = V_{0x} = 1 \text{ m/s}.$$

La componente verticale della velocità segue l'equazione:

$$V_y(t) = V_{0y} - gt.$$

Subito prima dell'impatto:

$$V_y(t_v) = V_{0y} - g t_v.$$

Sostituendo i valori:

$$V_y(t_v) \approx -7.29 \text{ m/s}.$$

Il modulo della velocità, subito prima dell'impatto, è:

$$V(t_v) = \sqrt{V_x^2(t_v) + V_y^2(t_v)} \approx 7.36 \text{ m/s}.$$

Determinazione delle Coordinate del Punto di Impatto B

Le coordinate del punto di impatto B sono date da:

$$x_B = D = 1.00 \text{ m},$$
$$y_B = y_A + V_{0y}t_v - \frac{1}{2}g{t_v}^2.$$

Sostituendo i valori numerici, calcoliamo y_B:

$$y_B \approx -3.53 \text{ m}.$$

Quindi, il punto di impatto ha coordinate:

$$B = (1.00 \text{ m}, -3.53 \text{ m}).$$