esercizio

Un'auto, partendo da ferma al tempo $t = 0$, accelera in linea retta per 100 m con un'accelerazione costante sconosciuta. Raggiunge una velocità di $20\,\mathrm{m/s}$ e poi prosegue a tale velocità per ulteriori $10\,\mathrm{s}$.

(a) Scrivere le equazioni per la posizione e la velocità dell'auto in funzione del tempo.

(b) Per quanto tempo l'auto ha accelerato?

(c) Qual è il valore assoluto dell'accelerazione?

(d) Tracciare i grafici della velocità in funzione del tempo, dell'accelerazione in funzione del tempo e della posizione in funzione del tempo per l'intero moto.

(e) Qual è stata la velocità media per l'intero tragitto?

$$\begin{cases} x(t) = x_0 + v_0(t-t_0) + \frac{1}{2}a(t-t_0)^2 \\ v(t) = v_0 + a(t-t_0) \end{cases}$$

MOTO UNIF. ACC.

$t_0 = 0$ $\qquad x_0 = 0$ $\qquad v_0 = 0$

$$\begin{cases} x(t) = \frac{1}{2}at^2 \\ v(t) = at \end{cases}$$

$0 < t \le t_1$

$$a = \frac{v(t)}{t}$$

$$x(t) = \frac{1}{2} v(t) \frac{t^{\cancel{2}}}{\cancel{t}}$$

$$t = \frac{2x(t)}{v(t)}$$

PER $t = t_g$

$x(t_g) = 100\ m$

$v(t_g) = 20\ \frac{m}{s}$

$$t_g = \frac{2 \times 100\ m}{20\ \frac{m}{s}} = 10s$$

$$a = \frac{v(t_g)}{t_g} = \frac{20}{10s}\ \frac{m}{s} = 2\ m s^{-2}$$

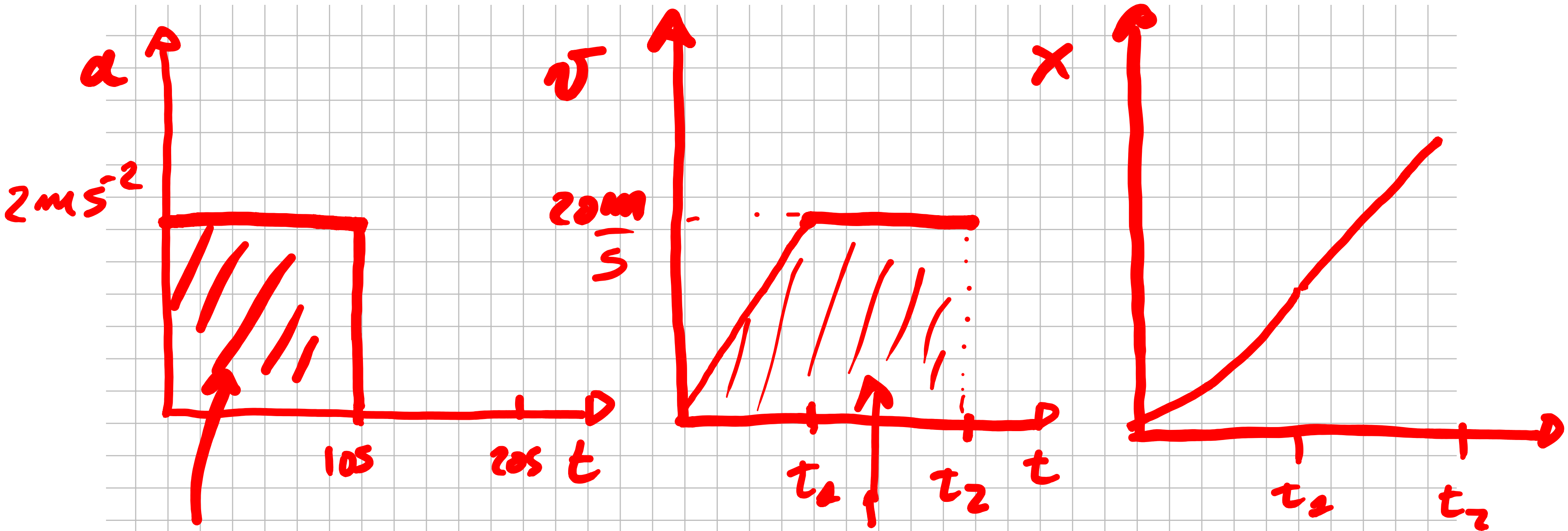
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$a = \frac{1}{2}\ \frac{v^2(t_g)}{x(t_g)} = 2 m s^{-2}$$

$$a(t): \begin{cases} 2\,\mathrm{m\,s^{-2}} & 0 < t \le 10\,\mathrm{s} \\ 0 & 10\,\mathrm{s} \le t \le 20\,\mathrm{s} \end{cases}$$

$$v(t): \begin{cases} (2\,\mathrm{m\,s^{-1}})\,t & 0 < t \le 10\,\mathrm{s} \\ 20\,\mathrm{m\,s^{-1}} & 10\,\mathrm{s} \le t \le 20\,\mathrm{s} \end{cases}$$

$$x(t): \begin{cases} \left(\frac{1}{2} \times 2\,\mathrm{m\,s^{-2}}\right) t^2 & 0 \le t \le 10\,\mathrm{s} \\ 100\,\mathrm{m} + (20\,\mathrm{m\,s^{-1}})(t - 10\,\mathrm{s}) & 10\,\mathrm{s} \le t \le 20\,\mathrm{s} \end{cases}$$



AREA = VARIAZIONE DI VELOCITÀ

AREA = DISTANZA TOTALE PERCORSA

$$\text{VELOCITÀ MEDIA} = \frac{\text{DISTANZA TOTALE}}{\text{TEMPO TOTALE}}$$

$$x(t = 20\,s) = 100\,m + 20\,\frac{m}{s} \times 10\,s = 300\,m$$

$$v_m = 15\,\frac{m}{s}$$

esercizio

Nel momento in cui un semaforo diventa verde, un'auto parte da ferma con un'accelerazione costante di

$$3.0\,\mathrm{m/s^2}.$$

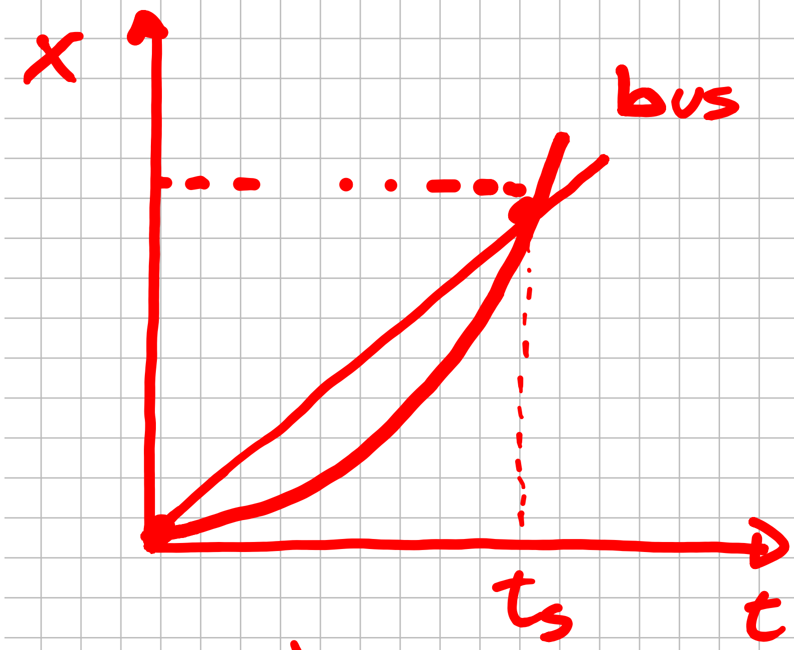
Allo stesso istante, un autobus, che viaggia a velocità costante di

$$1.6 \times 10^1\,\mathrm{m/s},$$

supera l'auto. L'auto accelera e, dopo un certo intervallo di tempo, supera l'autobus.

Quanta strada ha percorso l'auto nel momento in cui sorpassa l'autobus?

$t_0 = 0$ $x_{a,0} = 0$ $x_{b,0} = 0$



$$x_c(t_s) = x_b(t_s)$$

AUTO: $\begin{cases} x_c(t) = \frac{1}{2} a t^2 \\ v_c(t) = a t \end{cases}$

BUS: $\begin{cases} x_b(t) = v_b t \\ v_b = v_{b,0} \end{cases}$

$$x_c(t_s) = \frac{1}{2} a t_s^2 \qquad x_b(t_s) = v_b t_s$$

$$\frac{1}{2} a t_s^2 = v_b t_s \Rightarrow t_s = \frac{2 v_b}{a} \approx 1{,}1 \times 10' s$$

esercizio

Un'auto attraversa un semaforo verde al tempo $t = 0$. La posizione iniziale è $x_0 = 0$, e la velocità iniziale

$$v_{c,0} = 12\,\mathrm{m/s}.$$

Al tempo $t_1 = 1\,\mathrm{s}$, l'auto inizia a frenare fino a fermarsi al tempo t_2. L'accelerazione dell'auto in funzione del tempo è data dalla funzione a tratti:

$$a_c(t) = \begin{cases} 0, & 0 < t < t_1 = 1\,\mathrm{s}, \\ b\,(t - t_1), & t_1 < t < t_2, \end{cases}$$

dove

$$b = -6\,\mathrm{m/s}^3.$$

(a) Trovare la componente della velocità e la posizione dell'auto in funzione del tempo.

(b) Un ciclista procede a velocità costante $v_{b,0}$ e, al tempo $t = 0$, si trova a $17\,\mathrm{m}$ dietro l'auto. Il ciclista raggiunge l'auto proprio quando questa si ferma. Trovare la velocità del ciclista.

$0 < \tau < t_1 = 1\,s \qquad a = 0 \qquad v_c(t) = v_{c0}$

$t_1 < \tau < t_2 \qquad a = b(t - \tau_1)$

$$a = \frac{dv}{dt} \Bigg| \int_{t_1}^{t} dv = v(t) - v(t_1) = \int_{t_1}^{t} a(\tau)\,d\tau =$$

$$= \int_{t_1}^{t} b(\tau - t_1)\,d\tau \qquad \tau - t_1 = t' \qquad dt' = d\tau$$

ESTREMI : $0 \qquad t - t_2$

$$= \int_{0}^{t-\tau_1} b\,t'\,dt' = \frac{1}{2} b\,(t - \tau_1)^2$$

$$v(t) = v(\tau_1) + \frac{1}{2} b\,(t - t_1)^2$$

POSIZIONE

$0 < t < t_1$

$$x(t) = v_{c0}\, t \qquad x(t_1) = v_{c0}\, t_1$$

$t_1 < t < t_2$

$$x(t) - x(t_1) = \int_{t_1}^{t} v(\tau)\, d\tau = \int_{t_1}^{t} v_{c0}\, d\tau + \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t} b\left[\tau - t_1\right]^2 d\tau$$

$$= v_{c0}\,(t - t_1) + \frac{1}{6}\, b\,(t - t_1)^3$$

$$t = t_2 \qquad v_c(t_2) = 0$$

$$v_c(t_2) = v_{c0} + \frac{1}{2}\, b\,(t_2 - t_1)^2 = 0$$

$$(t_2 - t_1)^2 = \frac{-2\,v_{c0}}{b}$$

$$t_2 = t_1 + \sqrt{\frac{-2\,v_{c0}}{b}} = t_1 + \sqrt{\frac{-2 \times 12}{6}}\ s = 1s + \sqrt{4}\ s$$

$$= 3s$$

$$X(t_2) = 28\ m$$

esercizio

Sia dato il moto in linea retta $x(t) = L(1 - \exp(-t/\tau))$ con $L = 10 \text{ m}$ e $\tau = 2 \text{ s}$.

- Trovare velocità ed accelerazione.
- Dimostrare che l'accelerazione è proporzionale alla velocità e ricavare la costante di proporzionalità.

$$x(t) = L\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$L = 10 \text{ m}$

$\tau = 2 \text{ s}$

$$x(t=0) = L(1-1) = 0$$

POSIZIONE INIZIALE

- CALCOLO DELLA VELOCITÀ:

$$v(t) = \frac{d\,x(t)}{dt} = \frac{L}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

DIMINUISCE ESPONENZIALMENTE

$$v(t=0) = \frac{L}{\tau} = 5 \ ms^{-1}$$

VELOCITÀ INIZIALE

- CALCOLO DELL'ACCELERAZIONE:

$$a(t) = \frac{d}{dt} v(t) = -\frac{L}{\tau^2} e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{1}{\tau}\left[\frac{L}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}\right] =$$

$$= -\frac{1}{\tau} v(t)$$

L'ACCELERAZIONE È PROPORZIONALE ALLA VELOCITÀ. COSTANTE DI PROPORZIONALITÀ $-\frac{1}{\tau} = -0.5\, s^{1}$