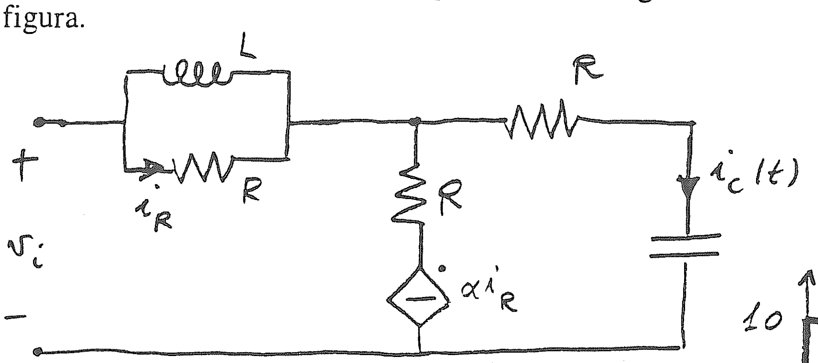
VERS. PROVA

PROVA SCRITTA DI ELETTROTECNICA

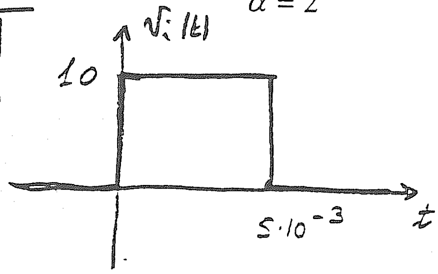
Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Pisa, 23 giugno 2000 Allievo: ....

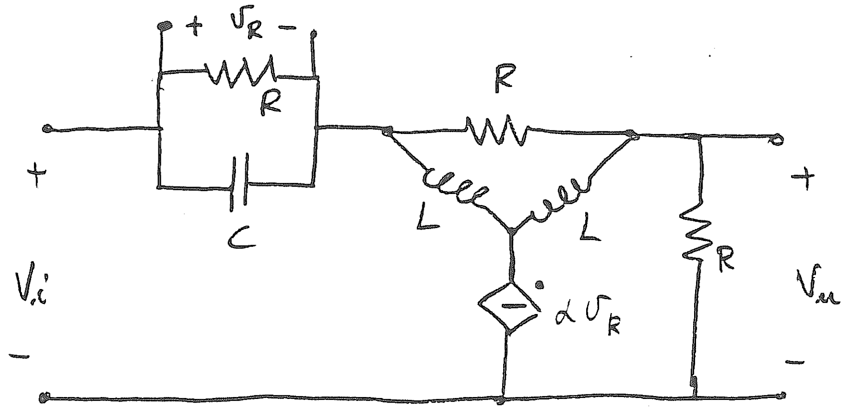
1) Per il circuito di figura determinare l'espressione temporale della corrente sul condensatore C a seguito dell'applicazione in ingresso dell'impulso rettangolre di figura.



$L = 10\,mH$
$C = 200\,\mu F$
$R = 5\,\Omega$
$\alpha = 2$



2) Per il circuito di figura determinare R ed α affinchè la funzione di trasferimento $W(s) = V_u(s)/V_i(s)$ abbia uno zero reale in 1000 rad/sec ed il circuito risulti marginalnente stabile (1 polo nell'origine). Tracciare quindi i diagrammi di Bode del modulo e della fase.

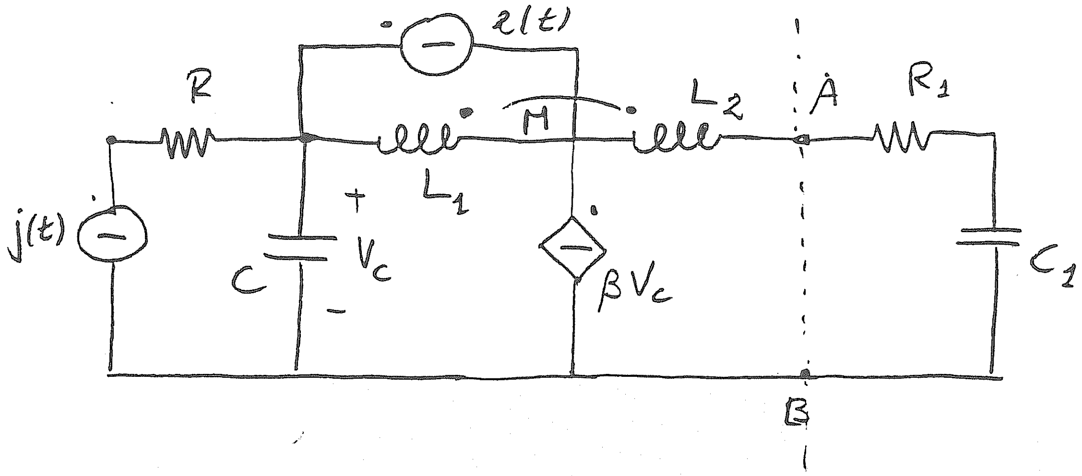


$L = 20\ mH$
$C = 200\,\mu F$

23/6/00

VERS. PROV.

3) Il circuito rappresentato in figura è in condizione di regime stazionario per effetto dei generatori applicati. Determinare l'equivalente Thevenin del bipolo a monte della sezione A-B e le potenze attiva e reattiva sul bipolo serie R_1 e C_1.

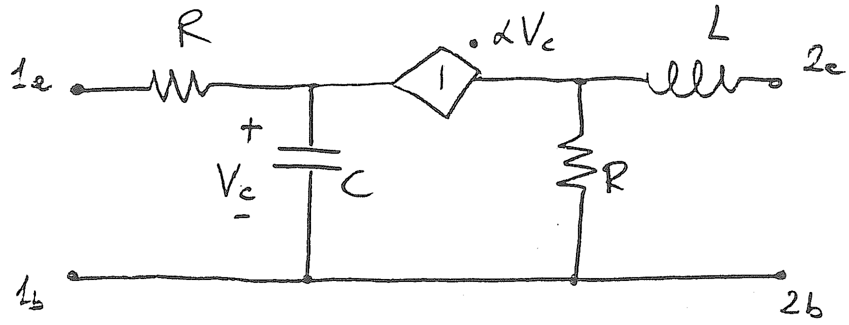


$e(t) = 50\cos(314t + \pi/3)$ V;

$j(t) = 3\sin(314t + \pi/4)$ A $M = 10\,mH$ $C = C_1$

$R = 10\,\Omega$; $L_1 = 15mH$; $L_2 = 20mH$ [redacted] $C_1 = 100\,\mu F$ $R_1 = 5\Omega$, $\beta = 10$;

4) Dato il sistema di figura determinare i parametri h del doppio bipolo in corrispondenza della pulsazione 1000 rad/sec assumendo $\alpha = 10$.
Determinare inoltre nella condizioni di porta 2 corto circuitata il valore di α ~~che~~ tale che l'impedenza di ingresso risulti una pura reattanza.



$L = 10\ mH$; $C = 50\,\mu F$; $R = 2\Omega$;

Prova scritta di elettrotecnica
del 23/06/00

①

Esercizio n° 1

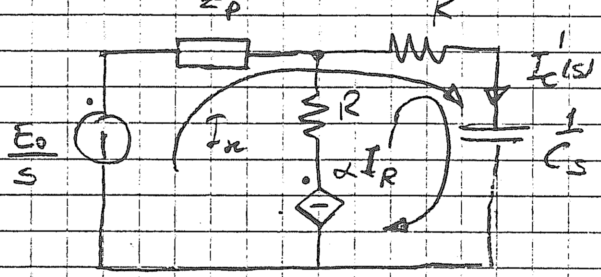
La forma d'onda della tensione in ingresso può essere scritta come

$$v_i(t) = E_0\, u(t) - E_0\, u(t-T)$$

$$\text{con} \quad E_0 = 10\,V$$
$$T = 5 \cdot 10^{-3}\,s$$

Essendo il circuito lineare e tempo invariante è sufficiente calcolare la risposta al gradino applicato nell'origine dei tempi.

$$Z_p = \frac{RLs}{R+Ls}$$



$$I_R = I_x \frac{Ls}{R+Ls}$$

$$\frac{E_0}{s} = \left(Z_p + R + \frac{1}{Cs}\right) I_x + \left(R + \frac{1}{Cs}\right) \alpha I_R$$

$$\frac{E_0}{s} = \left(\frac{RLs}{R+Ls} + R + \frac{1}{Cs}\right) I_x + \left(R + \frac{1}{Cs}\right) \alpha \frac{Ls}{R+Ls} I_x$$

$$\frac{E_0}{s} = \frac{RLCs^2 + RCs(R+Ls) + R + Ls + \alpha RLCs^2 + \alpha Ls}{(R+Ls)Cs} I_x$$

$$I_x = \frac{E_0}{s} \frac{(R+Ls)Cs}{(\alpha+2)RLCs^2 + [R^2C + (\alpha+1)L]s + R}$$

$$I_C'(s) = I_x + \alpha I_R = I_x\left(1 + \alpha\frac{Ls}{R+Ls}\right) = I_x\left(\frac{R+(\alpha+1)Ls}{R+Ls}\right)$$

23/6/00 2

VERS. PROV.

$$I'_c(s) = \frac{E_0}{s} \frac{(R + (\alpha+1)Ls)Cs}{(\alpha+2)RCLs^2 + [R^2C + (\alpha+1)L]s + R}$$

$$= \frac{E_0(\alpha+1)L\cancel{C}}{(\alpha+2)R L \cancel{C}} \frac{s + \frac{R}{(\alpha+1)L}}{s^2 + \left[\frac{R}{(\alpha+2)L} + \frac{(\alpha+1)}{(\alpha+2)RC}\right]s + \frac{1}{(\alpha+2)LC}}$$

$$= 7.5 \frac{s + 166.67}{s^2 + 875s + 1.25 \cdot 10^5} =$$

$$= 7.5 \frac{s + 166.67}{(s+180)(s+695)} =$$

$$= 7.5 \left[-\frac{0.026}{s+180} + \frac{1.026}{s+695} \right]$$

$$i'_c(t) = \left[7.7 \cdot e^{-695t} - 0.195\, e^{-180t} \right] u(t)$$

La corrente richiesta è quindi

$$i_c(t) = \left[7.7\, e^{-695t} - 0.195\, e^{-180t} \right] u(t) +$$
$$\left[7.7\, e^{-695(t-5\cdot 10^{-3})} - 0.195\, e^{-180(t-5\cdot 10^{-3})} \right] u(t - 5\cdot 10^{-3})$$

Prova scritta del 23/06/00 (3)

Esercizio n° 2

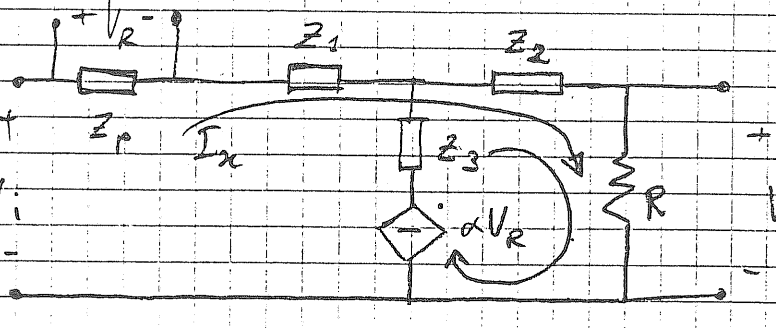
Si calcola inizialmente la funzione di trasferimento

Conviene effettuare una trasformazione triangolo-stella ottenendo:

$$Z_1 = Z_2 = \frac{RLs}{2Ls+R} \qquad Z_3 = \frac{L^2s^2}{2Ls+R}$$

$$Z_p = \frac{R}{RCs+1}$$

Il circuito diventa:



$$V_R = Z_p I_x$$

$$V_i = \left(\frac{R}{RCs+1} + \frac{2RLs}{2Ls+R} + R\right) I_x + \left(R + \frac{RLs}{2Ls+R}\right)\alpha \frac{R}{RCs+1} I_x$$

$$V_i = \frac{2RLs + R^2 + 2R^2CLs^2 + 2RLs + 2R^2CLs^2 + R^3Cs + 2RLs + R^2}{(RCs+1)(2Ls+R)} I_x$$

$$+ \frac{2\alpha R^2Ls + \alpha R^3 + \alpha R^2Ls}{(2Ls+R)(RCs+1)} I_x$$

$$V_i = R\,\frac{4RLCs^2 + 6Ls + R^2Cs + 2R + 3\alpha RLs + \alpha R^2}{(2Ls+R)(RCs+1)} I_x$$

VERS. PROVA

$$V_u = R(I_x + \alpha V_R) = R I_x\left(1+\alpha \frac{R}{RCs+1}\right) = $$

$$= R I_x \frac{RCs+1+\alpha R}{RCs+1}$$

$$V_u = \frac{V_i}{\cancel{R}} \frac{\cancel{(RCs+1)}(2Ls+R)}{4RLCs^2+[R^2C+L(6+3\alpha R)]s+R(2+\alpha R)} \cancel{R}\,\frac{RCs+1+\alpha R}{\cancel{RCs+1}}$$

$$W(s) = \frac{V_u}{V_i} = \frac{(2Ls+R)(RCs+1+\alpha R)}{4RLCs^2+[R^2C+L(6+3\alpha R)]s+R(2+\alpha R)}$$

Il valore di R tale che la W(s) abbia uno zero in 1000 rad/sec è dato da

$$\frac{R}{2L} = 1000 \quad \Rightarrow \quad R = 40\ \Omega$$

Affinché la rete sia marginalmente stabile (con un polo nell'origine) basta che risulti:

$$R(2+\alpha R) = 0$$

$$\alpha = -\frac{2}{R} =$$

$$W(s) = \frac{2L\cancel{RC}\left(s+\frac{R}{2L}\right)\left(s+\frac{1+\alpha R}{RC}\right)}{\underset{2}{\cancel{4RLC}}\left[s^2+\left(\frac{R}{4L}+\frac{6+3\alpha R}{4RC}\right)s+\frac{2+\alpha R}{4LC}\right]} =$$

$$= \frac{1}{2}\,\frac{\left(s+\frac{R}{2L}\right)\left(s+\frac{1+\alpha R}{RC}\right)}{s^2+\left(\frac{R}{4L}+\frac{6+3\alpha R}{4RC}\right)s+\frac{2+\alpha R}{4LC}}$$

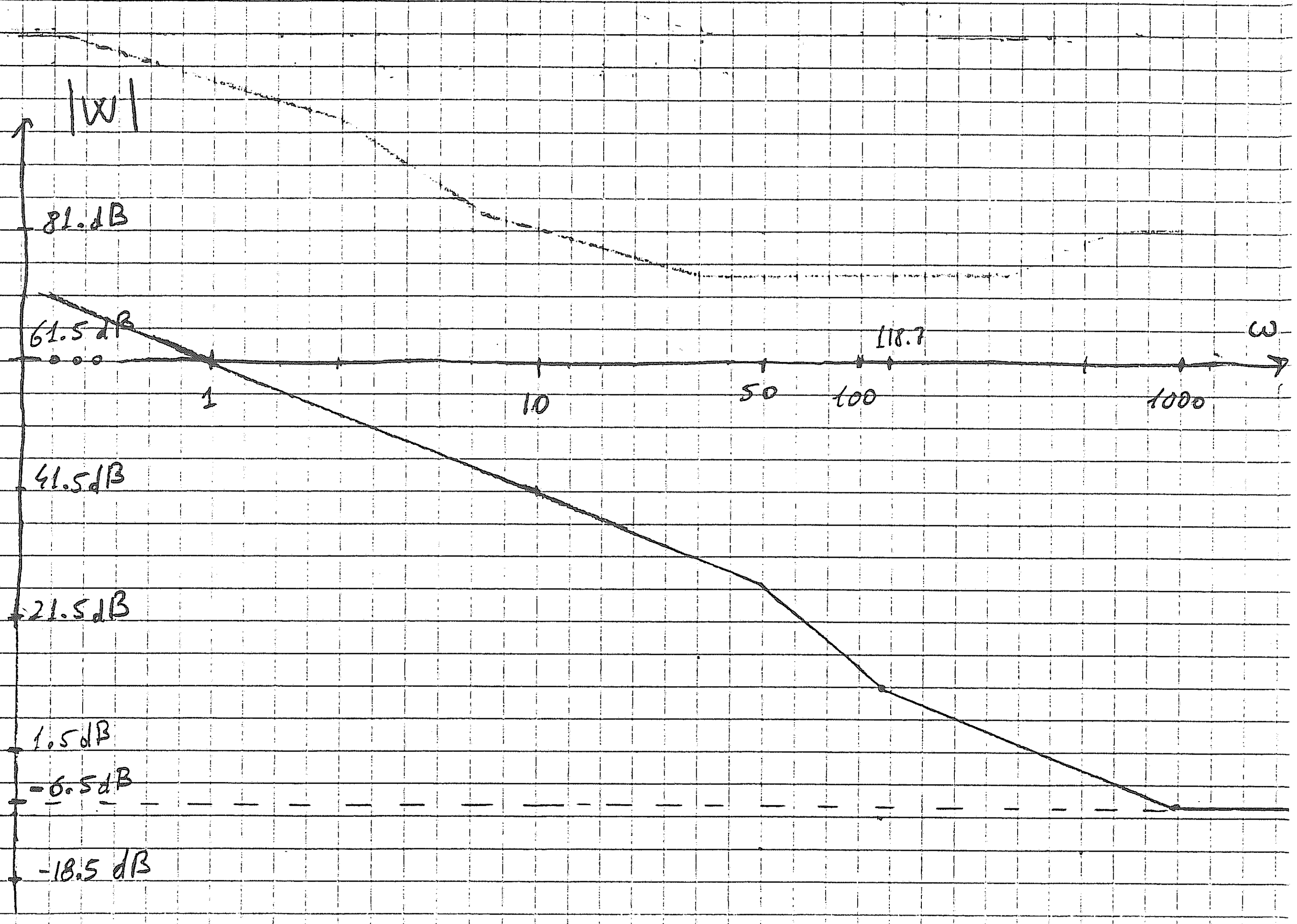
Sostituendo i dati numerici si ottiene:

$$W(s) = \frac{1}{2}\,\frac{(s+1000)(s+118.7)}{s^2+50s}$$

VERS. PROV.

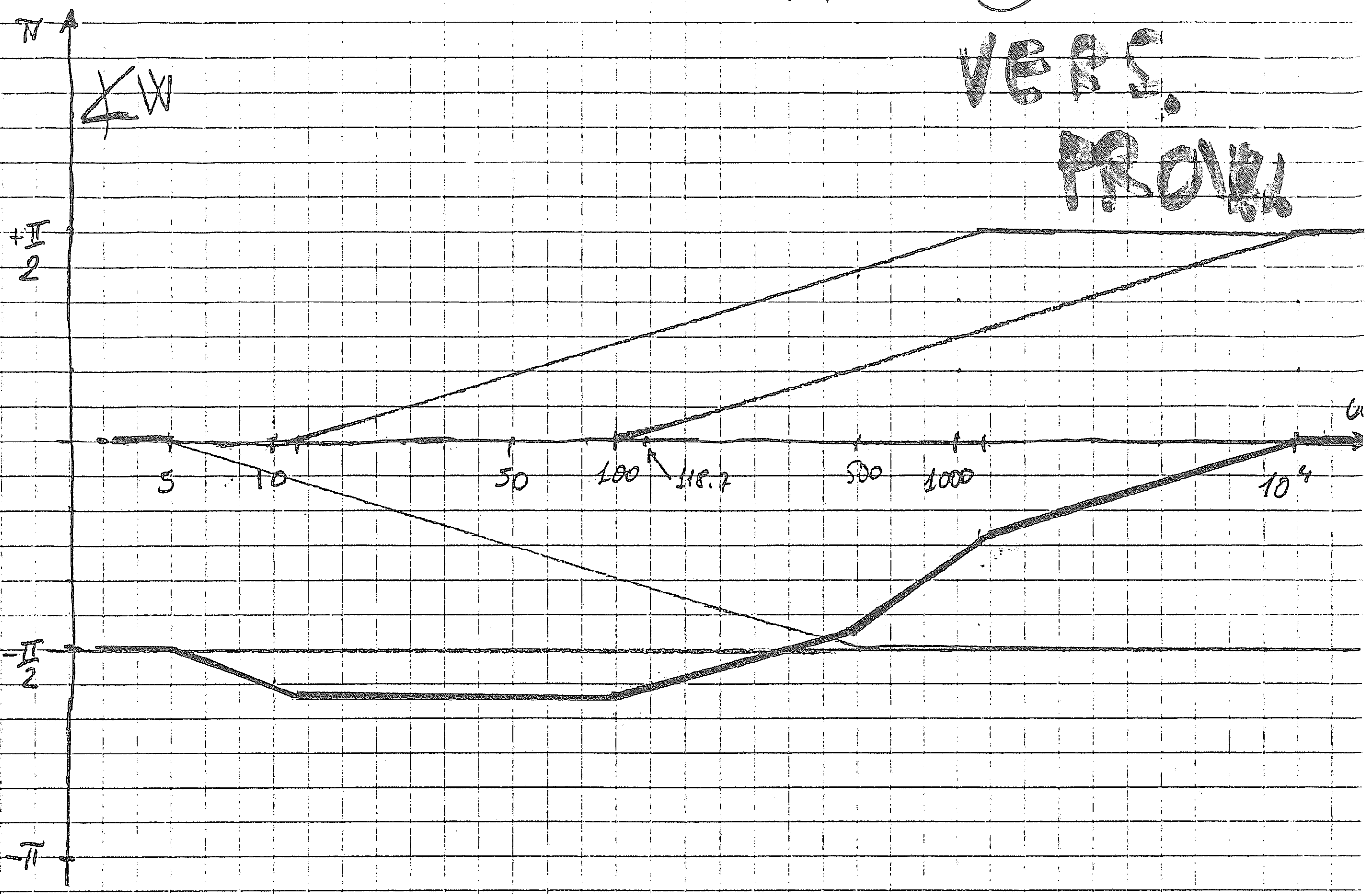
$$W(s) = \frac{1}{2}\,\frac{1000 \cdot 118.7}{50}\,\frac{\left(\frac{s}{1000}+1\right)\left(\frac{s}{118.7}+1\right)}{s\left(\frac{s}{50}+1\right)}$$

$$= 1187\,\frac{\left(\frac{s}{1000}+1\right)\left(\frac{s}{118.7}+1\right)}{s\left(\frac{s}{50}+1\right)}$$



23/6/00 (6)

VERS. PROVA

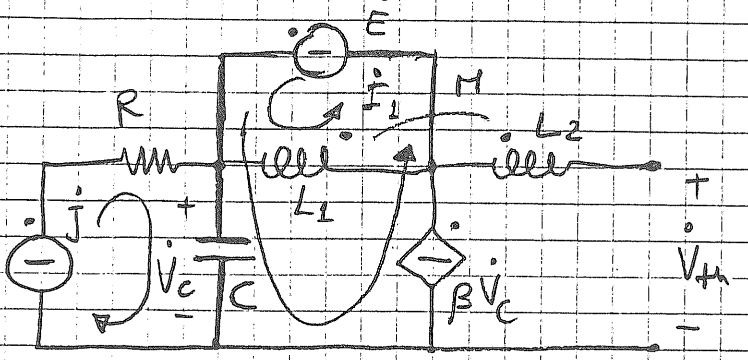


Prova scritta del 23/06/00

7

Esercizio n° 3

Determinazione della $\dot{V}_{th}$



$$\dot{E} = 50\, e^{j\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}\right)}$$

$$\dot{J} = 3\, e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Con riferimento al sistema di correnti di maglia in figura si ha:

$$\dot{E} = j\omega L_1 \dot{I}_1 \quad \Rightarrow \quad \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{j\omega L_1} = 5.3 + j\,9.2 = 10.6\, e^{j1.05} \ \mathrm{A}$$

$$\dot{V}_C = \frac{1}{j\omega C}\left(\dot{J} + \beta \dot{V}_C\right)$$

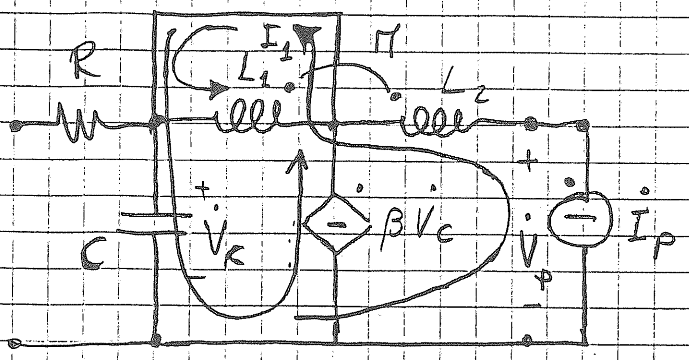
$$j\omega C \dot{V}_C = \dot{J} + \beta \dot{V}_C \Rightarrow \dot{V}_C = \frac{\dot{J}}{j\omega C - \beta} = -0.211 - j0.213 = 0.3\, e^{j2.35} \ \mathrm{V}$$

$$\dot{V}_{th} = j\omega M \dot{I}_1 - \dot{E} + \dot{V}_C = 14.22 - j8.55 = 16.6\, e^{-j0.54}$$

Determinazione dell'impedenza di Thevenin VERS. PROVV.

23/6/00

8



$$\bar Z_{th} = \frac{\dot V_p}{\dot I_p}$$

Con riferimento al sistema di correnti di maglia di figura si ha:

$$0 = j\omega L_1 I_1 + j\omega M \dot I_p \qquad \dot I_1 = -\frac{j\omega M}{j\omega L_1}\dot I_p$$

$$= -0.667\, \dot I_p \quad A$$

$$\dot V_C = \frac{1}{j\omega C}\left(\dot I_p + \beta \dot V_C\right) \Rightarrow \dot V_C = \frac{\dot I_p}{j\omega C - \beta} = 0.1\, e^{-j3.138}\, \dot I_p$$

$$\dot V_p = j\omega L_2 \dot I_p + j\omega M \dot I_1 + \dot V_C =$$

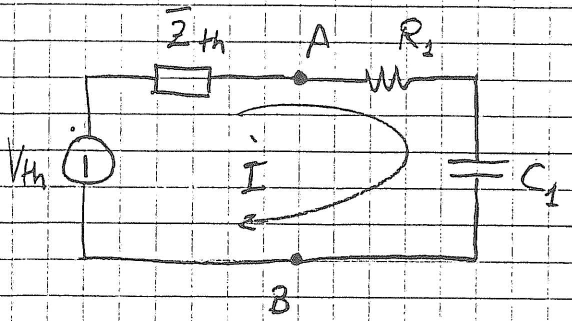
$$= \left(0.0043 + j\,4.186\right)\dot I_p$$

$$\bar Z_p = \frac{\dot V_p}{\dot I_p} = 0.0043 + j\,4.186 = 4.1856\, e^{j1.57} \quad \Omega$$

VERS PROVA

Per la valutazione delle potenze si usa il circuito equivalente ottenuto:

23/6/00 9



$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_{th}}{\bar{Z}_{th} + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} = 0.389 + j0.4437 =$$

$$= 0.59\, e^{j0.85} \quad A$$

$$P = R_1 \frac{I^2}{2} = 0.871 \quad W$$

$$Q = \frac{1}{\omega C} \frac{I^2}{2} = 5.548 \quad VAR$$

Prova scritta del 23/06/00 (10)

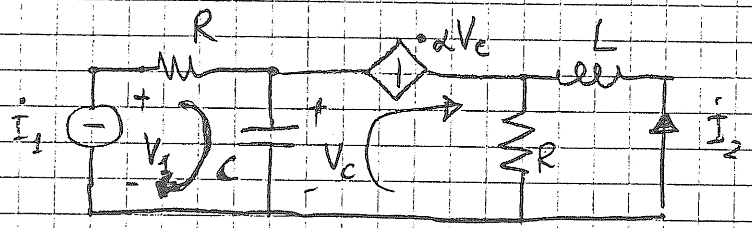
Esercizio 4

Valutazione parametri h

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$$

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \qquad h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$$



$$\dot V_c = \frac{1}{j\omega C}\left(\dot I_1 - \alpha \dot V_c\right)$$

$$(j\omega C + \alpha)\dot V_c = \dot I_1 \qquad \dot V_c = \frac{\dot I_1}{j\omega C + \alpha}$$

$$\dot V_1 = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot I_1 - \frac{1}{j\omega C}\alpha \dot V_c =$$

$$= \left(R + \frac{1}{j\omega C} - \frac{1}{j\omega C}\frac{\alpha}{j\omega C + \alpha}\right)\dot I_1 =$$

$$= \left[R + \frac{1}{j\omega C}\left(1 - \frac{\alpha}{j\omega C + \alpha}\right)\right]\dot I_1 =$$

$$= \left[R + \frac{1}{\cancel{j\omega C}}\left(\frac{\cancel{j\omega C} + \cancel{\alpha} - \cancel{\alpha}}{j\omega C + \alpha}\right)\right]\dot I_1 =$$

$$= R + \frac{1}{j\omega C + \alpha}$$

$$\dot{I}_2 = -\alpha \dot{V}_c \frac{R}{R+j\omega L} =$$

$$= -\frac{\alpha}{\alpha + j\omega C} \frac{R}{R+j\omega L} \dot{I}_1$$

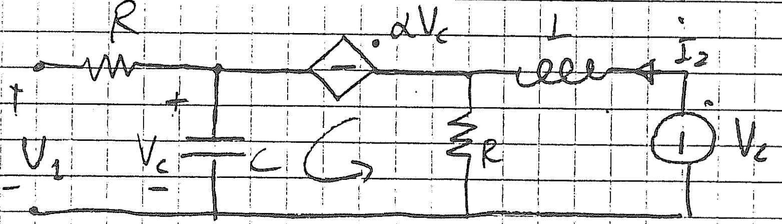
23/6/00

11

$$h_{11} = R + \frac{1}{j\omega C + \alpha}$$

$$h_{21} = -\frac{\alpha R}{(\alpha + j\omega C)(R + j\omega L)}$$

$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} \qquad h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0}$$



$$\dot{V}_c = -\alpha V_c \frac{1}{j\omega C} \Rightarrow \dot{V}_c = 0$$

$$h_{12} = 0$$

$$h_{22} = \frac{1}{R + j\omega L}$$

La matrice richiesta è

$$\begin{bmatrix} R + \frac{1}{\alpha + j\omega C} & 0 \\ -\frac{\alpha R}{(\alpha + j\omega C)(R + j\omega L)} & \frac{1}{R + j\omega L} \end{bmatrix}$$

h_{11} è l'impedenza di ingresso con la porta 2 cortocircuitata.

$$h_{11} = R + \frac{1}{\alpha + j\omega C} = R + \frac{\alpha - j\omega C}{\alpha^2 + \omega^2 C^2} =$$

$$= \frac{R\alpha^2 + R\omega^2 C^2 + \alpha}{\alpha^2 + \omega^2 C^2} - \frac{\omega C}{\alpha^2 + \omega^2 C^2}$$

Il valore richiesto di α è quello per il quale risulta

$$R\alpha^2 + \alpha + R\omega^2 C^2 = 0$$

quindi
$$\alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4R^2\omega^2 C^2}}{2R}$$