Esercizio 2

Al ricevitore di Fig. 2 viene applicato il segnale $r(t) = \sum_n g_T(t - nT)\cos(2\pi f_0 t + \vartheta_n) + w(t)$, $\vartheta_n \in \Omega \equiv \left[\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}\right]$ con $g_T(t) = \left(1 - \frac{2|t|}{T}\right) rect(t/T)$ e $g_R(t) = A\, rect\left(\frac{t}{T}\right)$. Il rumore $w(t)$ introdotto dal canale ha una funzione di autocorrelazione $R_W(\tau) = m(\tau)\cos(2\pi f_0 \tau)$, $f_0 >> 1/T$ e $m(\tau) = 2N_0 B\,\mathrm{sinc}(2\tau B)$ (dove B è la banda dell'impulso trasmesso $g_T(t)$).

1) Si determini l'equivalente in banda base del ricevitore
2) Si calcoli la d.s.p. del rumore all'uscita del filtro $g_R(t)$
3) Si verifichi la condizione di Nyquist
4) Si determini la probabilità d'errore P(e) dove la soglia di decisone è $\lambda = 0$

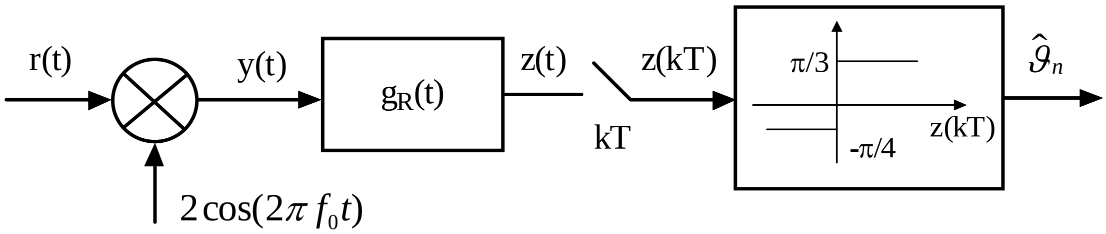
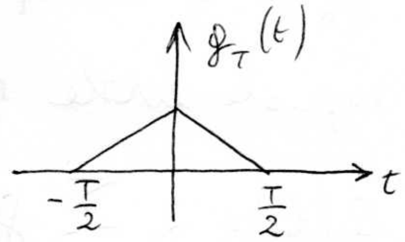


Fig. 2

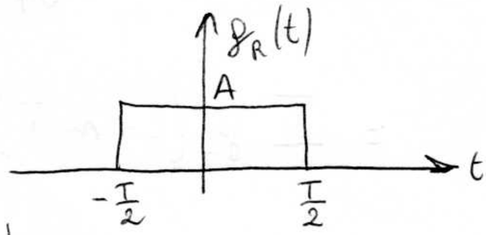
SOLUZIONE ES. 2 02/07/03

$$r(t) = \sum_n g_T(t - nT)\cos(2\pi f_0 t + \theta_n) + w(t)$$

$$\theta_n \in \left[\frac{\pi}{4}, -\frac{3\pi}{4}\right]$$



$$g_T(t) = \left(1 - \frac{2|t|}{T}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$



$$g_R(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$$

2. d.s.p. di rumore all'uscita di $g_R(t)$

$$S_w(f) = \frac{N_0}{2}\left[\mathrm{rect}\left(\frac{f - f_0}{2B}\right) + \mathrm{rect}\left(\frac{f + f_0}{2B}\right)\right]$$

$$g_R(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \rightleftharpoons G_R(f) = A\,T\,\mathrm{sinc}(fT)$$

$$S_{we}(f) = N_0\,\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$$

$$n(t) = w_e(t) \otimes g_R(t)$$

$$S_n(f) = N_0\,|G_R(f)|^2 = N_0 A^2 T^2\,\mathrm{sinc}^2(fT)\,\mathrm{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$$

3. Verificare le cond. di Nyquist

$$g(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_T(t)\,g_R(t)\,dt = A \cdot \frac{T}{2} = \frac{AT}{2}$$

$$g(T) = g(-T) = 0$$

4. P(e)

$g_R(t)$ è un filtro passa basso, le componente di segnale utile prima di $g_R(t)$ sono:

$$s(t) = 2\sum_n g_T(t-nT)\cos(2\pi f_0 t+\theta_n)\cos(2\pi f_0 t) =$$

$$= \sum_n g_T(t-nT)\cos(4\pi f_0 t+\theta_n) + \sum_n g_T(t-nT)\cos(\theta_n)$$

$$\Rightarrow s_{BB}(t) = \sum_n g_T(t-nT)\cos(\theta_n)$$

Le variabile di decisione sono quindi:

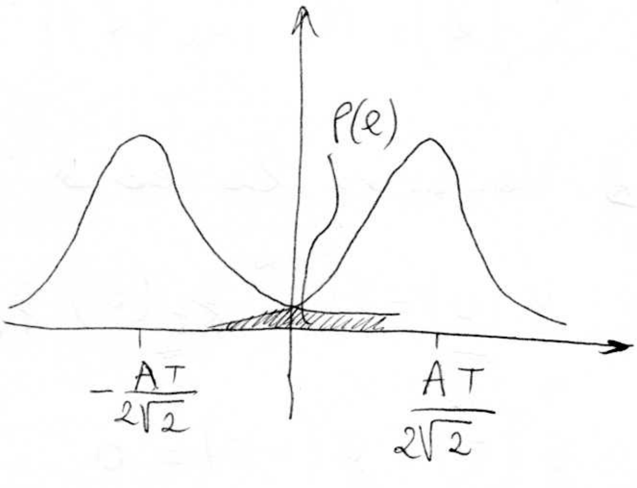
$$z_k = g(0)\cos\theta_k + n_k = \frac{AT}{2}\cos\theta_k + n_k$$

$$\sigma_n^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} S_n(f)\,df = A^2 N_0 \int_{-\infty}^{+\infty}\left[T \,\mathrm{sinc}(fT)\right]^2 df =$$

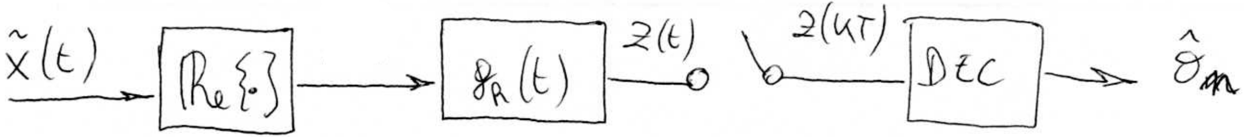
$$= N_0 A^2 \int_{-\infty}^{+\infty}\left[\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right)\right]^2 dt = N_0 A^2 T$$

$$P(e) = Q\left(\frac{AT/2\sqrt{2}}{A\sqrt{N_0 T}}\right) =$$

$$= Q\left(\frac{\sqrt{T}}{2\sqrt{2N_0}}\right)$$



1. Eq. in BB del ricevitore



$$\tilde{x}(t) = \sum_m e^{j\theta_m} g_T(t-mT) + \tilde{w}(t)$$

con $\tilde{w}(t) = w_c(t) + j\,w_s(t)$