Fisica Generale Modulo I

Docente: Paolo Giannozzi
Stanza L1-1-BE ai Rizzi, Tel.: 0432-558216
e-mail: paolo.giannozzi@uniud.it
Ricevimento “ufficiale” Venerdì 10:30-12:30

Orario: Lunedì e Venerdì 8:30-10:30 Aula 44 (A027)

Pagina web del corso:
www.fisica.uniud.it/~giannozz/Didattica/FisGen/fisgen.html

Disponibile su Elearning, per favore iscrivetevi

Introduzione al corso

- **Programma**. *Unità di misura. Vettori. Cinematica. Dinamica del punto materiale. Lavoro, energia cinetica, energia potenziale. Statica e dinamica di sistemi di particelle e del corpo rigido. Gravitazione. Elementi di statica e dinamica dei fluidi.*
  Termodinamica: temperatura, calore, trasformazioni termodinamiche, macchine termiche, entropia, prima e seconda legge della termodinamica. Teoria cinetica dei gas.

  Nella pagina web del corso sarà pubblicata una versione continuamente aggiornata della struttura dettagliata delle lezioni.

- **Testo**: va bene qualunque libro che copra il programma in modo sufficientemente approfondito ("per Scienze e Ingegneria", o "calculus-based" in inglese). Per esempio:
  Mazzoldi Nigro Voci, *Elementi di Fisica. Meccanica, termodinamica*
  Halliday Resnick Walker, *Fondamenti di Fisica*

Introduzione al corso (2)

- **Esami**. Scritto e orale “tradizionali”.
  La prova scritta è composta esercizi non difficili ma nemmeno banali, che coprono buona parte del programma. Le prova orale verte principalmente sulla teoria. Sono previsti due appelli in gennaio-febbraio, due in giugno-luglio, uno a settembre.
  La valutazione finale è congiunta (un solo voto) con il modulo II.

- **Consigli**:
  - Procurarsi il libro di testo quanto prima
  - Studiare regolarmente quanto visto in classe, svolgere gli esercizi relativi
  - Dare un'occhiata agli argomenti della lezione successiva
  * Cercare di *capire i concetti*, non di *imparare a memoria le formule*!
  * Non presentarsi per *provare l'esame*, ma per *passare l'esame*!!

A cosa serve la Fisica?

La fisica studia i fenomeni che avvengono nel nostro mondo e ne fornisce una comprensione *quantitativa*

- La fisica si basa su *misure ed osservazioni sperimentali* e sulla loro *modellizzazione* e *analisi matematica*.

- La misura in fisica ha un ruolo centrale. Richiede una definizione precisa di
  - *Cosa* si misura
  - *Come* lo si misura
  - In che *unità* lo si misura

- La fisica sviluppa *teorie* che spiegano i fenomeni sotto studio, permettono di predirne altri non ancora osservati

Teoria ed Esperimento

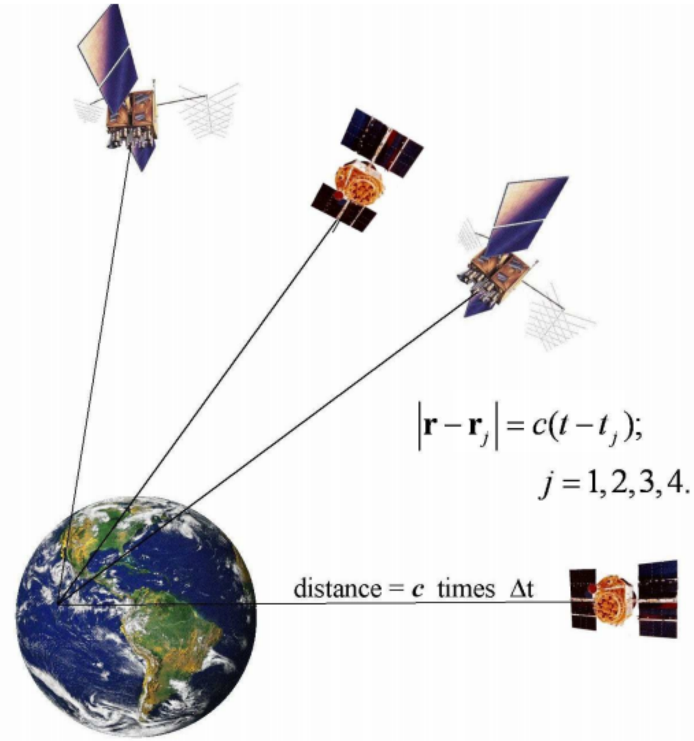
- Sono complementari: il fisico è soddisfatto quando la teoria spiega (meglio ancora, *predice*) l'esperimento e l'esperimento conferma la teoria

- Quando c'è una discrepanza fra teoria ed esperimento, è necessario modificare la teoria (o capire cosa non va nell'esperimento!)
  La teoria potrebbe essere applicabile solo sotto determinate condizioni, o entro certi limiti. Esempio: la Meccanica Newtoniana funziona solo per oggetti che viaggiano a velocità piccole rispetto alla velocità della luce

- Si può allora usare la discrepanza per sviluppare una teoria più generale
  Esempio: la Meccanica Relativistica funziona anche per oggetti che viaggiano a velocità comparabili con quella della luce

Dell'importanza di piccole discrepanze

I navigatori satellitari basati sul GPS, Global Positioning System, determinano la posizione usando la costanza della velocità della luce e i tempi forniti da orologi atomici montati su satelliti. E' necessaria un'accuratezza di 20-30 ns sui tempi per localizzare la posizione entro qualche metro. Gli effetti relativistici ammontano circa 38 μs al giorno di differenza fra un orologio a terra e uno in orbita: se non se ne tiene conto *il GPS non funziona* (e nemmeno il vostro navigatore satellitare).



Vedere per esempio:

`www.astronomy.ohio-state.edu/~pogge/Ast162/Unit5/gps.html`

`www.aapt.org/doorway/TGRU/articles/Ashbyarticle.pdf`

Modelli in Fisica

- Un modello è un "sostituto" semplificato del problema reale che ci consente di risolvere il problema in un modo relativamente semplice
- Un buon modello permette di fare predizioni sul comportamento del sistema
- Un modello è valido finché le predizioni del modello sono in accordo con il comportamento reale del sistema

In questo corso si introdurranno molti modelli:
punto materiale, *corpo rigido*, *gas perfetto*, *macchina di Carnot*,...

Il modello della Particella (o Punto Materiale)

- Il modello della particella permette di sostituire un oggetto esteso (di dimensioni non nulle) con una particella che ha massa, ma ha dimensione nulla

- Le due condizioni che permettono di usare il modello della particella sono:
  - La dimensione effettiva dell'oggetto non ha importanza ai fini dell'analisi del suo moto
  - Qualunque processo avvenga all'interno dell'oggetto non ha importanza ai fini dell'analisi del suo moto

Grandezze Fisiche Standard: SI - Système International

- E' il sistema (quasi) universalmente usato nella scienza e nell'industria
- Consiste in un sistema di definizioni e di standard che descrivono le quantità fisiche fondamentali

Noto anche come MKSA, dalle unità di misura delle grandezze fondamentali:

Lunghezza misurata in *Metri* (m)
Massa misurata in *Kilogrammi* (kg)
Tempo misurato in *Secondi* (s)
Corrente elettrica misurata in *Ampère* (A)
Temperatura assoluta misurata in *Kelvin* (K)
Quantità di sostanza misurata in *mole* (mol)
Intensità luminosa misurata in *candela* (cd)

Dell'importanza di usare unità di misura corrette, o perlomeno, consistenti fra di loro ...

Metric mishap caused loss of NASA orbiter

September 30, 1999

CNN NASA lost a 125 million Mars orbiter because a Lockheed Martin engineering team used English units of measurement while the agencys team used the more conventional metric system for a key spacecraft operation, according to a review finding released Thursday.

The units mismatch prevented navigation information from transferring between the Mars Climate Orbiter spacecraft team in at Lockheed Martin in Denver and the flight team at NASAs Jet Propulsion Laboratory in Pasadena, California.

Lockheed Martin helped build, develop and operate the spacecraft for NASA. Its engineers provided navigation commands for Climate Orbiters thrusters in English units although NASA has been using the metric system predominantly since at least 1990.

Tempo: secondo (s)

- Storicamente definito come $1/86400$ del giorno solare medio
- Ora definito come tempo necessario alla luce di una specifica riga di un atomo di Cesio-133 per effettuare 9192631770 oscillazioni
- Qualche intervallo di tempo, approssimativo, in s:

Età dell'Universo	5×10^{17}
Dalla caduta dell'Impero Romano	6×10^{10}
La vostra età	6×10^{8}
Un anno	3×10^{7}
Una lezione	5×10^{3}
Tempo fra due battiti cardiaci	1
Periodo tipico delle onde sonore	1×10^{-3}
Periodo tipico delle onde radio	1×10^{-6}
Periodo delle vibrazioni di un atomo in un solido	1×10^{-13}
Periodo delle onde elettromagnetiche nel visibile	2×10^{-15}

Lunghezza: metro (m)

Storicamente definito come $1/10000000$ (10^{-7}) della distanza fra il Polo Nord e l'Equatore, passando per Parigi. Dal 1983 definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in $1/299792458$ s,

	Length (m)
Distance from the Earth to the most remote quasar known	1.4×10^{26}
Distance from the Earth to the most remote normal galaxies known	4×10^{25}
Distance from the Earth to the nearest large galaxy (M 31, the Andromeda galaxy)	2×10^{22}
Distance from the Sun to the nearest star (Proxima Centauri)	4×10^{16}
One lightyear	9.46×10^{15}
Mean orbit radius of the Earth	1.5×10^{11}
Mean distance from the Earth to the Moon	3.8×10^{8}
Distance from the equator to the North Pole	1×10^{7}
Mean radius of the Earth	6.4×10^{6}
Typical altitude of an orbiting Earth satellite	2×10^{5}
Length of a football field	9.1×10^{1}
Length of this textbook	2.8×10^{-1}
Length of a housefly	5×10^{-3}
Size of smallest visible dust particles	1×10^{-4}
Size of cells of most living organisms	1×10^{-5}
Diameter of a hydrogen atom	1×10^{-10}
Diameter of a uranium nucleus	1.4×10^{-14}
Diameter of a proton	1×10^{-15}

Massa: Kilogrammo (kg)

- Storicamente definito come la massa di un campione in platino e iridio, conservato a Parigi, uguale alla massa di un litro (10^{-3} m^3) di acqua alla temperatura di densità massima (4C) e pressione atmosferica

- Dal 2019, definito tramite la costante di Planck h e la velocità della luce c.

NB: *massa e peso non sono la stessa cosa!!!*

	Mass (kg)
Visible Universe	10^{52}
Milky Way galaxy	10^{42}
Sun	2×10^{30}
Earth	6×10^{24}
Moon	7×10^{22}
Shark	3×10^{2}
Human	7×10^{1}
Frog	1×10^{-1}
Mosquito	1×10^{-5}
Bacterium	1×10^{-15}
Hydrogen atom	1.67×10^{-27}
Electron	9.11×10^{-31}

Unità di massa atomica (amu)

Le masse degli atomi possono essere confrontate tra loro con maggior precisione di quanto si possa fare con il kg campione. Per questa ragione si è definito un secondo campione di massa: all'atomo di carbonio-12 è stata attribuita la massa di 12 unità di massa atomica (amu). Perciò:

$$1 \text{ amu} \equiv 1.6605402 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Il *peso molecolare* è la massa di una molecola, espressa in amu.

La *mole* è storicamente definita come un numero di grammi di una certa sostanza uguale al suo peso molecolare. In seguito è stata definita come la quantità di materia che contiene tante unità elementari (atomi o molecole) quanti atomi di C ci sono in 0.012 kg di Carbonio-12.

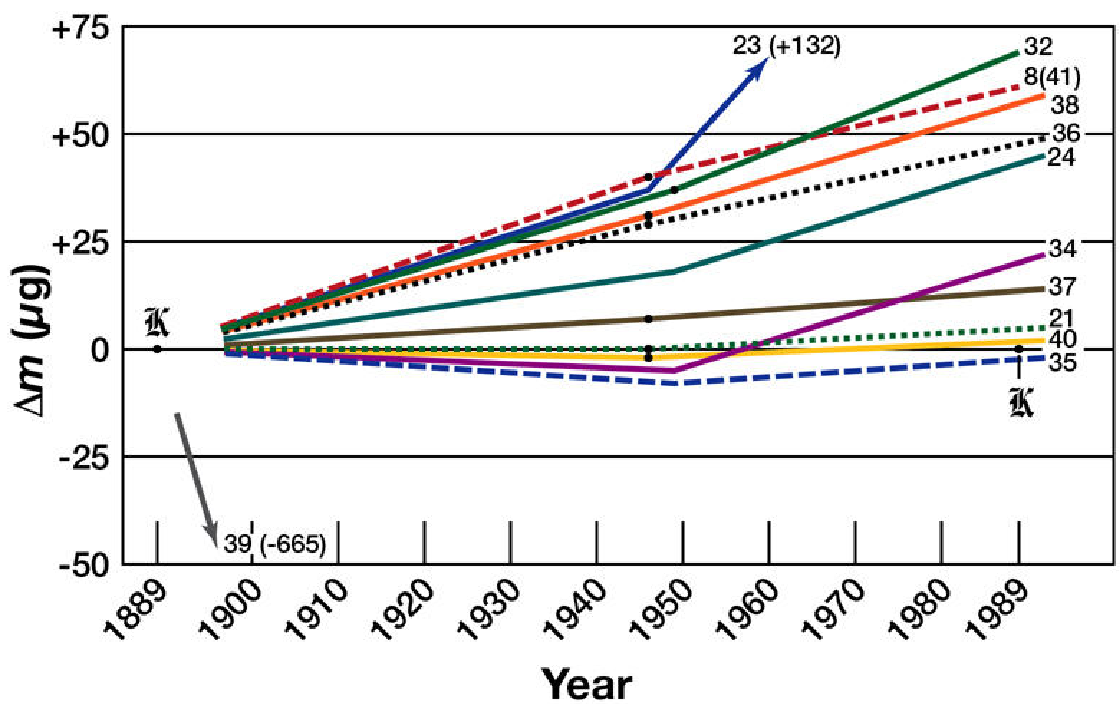
Dal 2019 è definita come *la quantità di sostanza contenente* $6.02214076 \times 10^{23}$ *unità elementari*.

Sulla ridefinizione del Kilogrammo

Fra i motivi per la ridefinizione del Kilogrammo avvenuta nel 2019, ce n'è uno un po' curioso: il confronto fra il Kilogrammo standard conservato a Parigi e le 40 copie esistenti al mondo evidenziava una discrepanza di origine non chiara.

Nella figura di destra, differenza in microgrammi rilevata fra la massa dei campioni copia, conservati in vari stati, e il prototipo di Parigi, indicato con $\mathcal{K}$

Immagine generata al computer del prototipo



Quantità Derivate

- Si possono esprimere come combinazione matematica di quantità fondamentali (in meccanica: Lunghezza, Massa, Tempo)

- La Densità è un esempio di quantità derivata: è definita come *massa per unità di volume*

$$\rho = \frac{m}{V}$$

  Si misura in kg/m^3 (o kg·m^{-3} se preferite)

- Altri esempi:

Velocità:	m/s
Accelerazione:	m/s^2
Forza:	kg·m/s^2
Energia:	kg·m^2/s^2

Analisi Dimensionale

- Tecnica per verificare la correttezza di un'equazione o per assistere nella derivazione di un'equazione. La dimensione ha un significato preciso: indica la natura fisica di una quantità

- Le dimensioni sono indicate con parentesi quadre:
  Lunghezza – $[L]$, Massa – $[M]$, Tempo – $[T]$

- Le dimensioni sono trattate come quantità algebriche: si possono moltiplicare e dividere (ma si possono sommare e sottrarre *solo se uguali*)

- Entrambe i lati di un'equazione devono avere le stesse dimensioni

Limitazione: nessuna informazione sui fattori numerici

Esempio di Analisi Dimensionale

- Scriviamo le dimensioni dei due lati dell'equazione:

$$x = \frac{1}{2}at^2 \quad \Rightarrow \quad [L] = \frac{[L]}{[T]^2} \cdot [T]^2$$

(le costanti numeriche non hanno dimensione)

- I fattori $[T]^2$ si cancellano, la dimensione è $[L]$ da entrambe i lati
- L'equazione è *dimensionalmente corretta*
- Equazioni dimensionalmente non corrette *sono sicuramente sbagliate*

Conversione delle Unità

- Le unità possono essere trattate come quantità algebriche
- Includere *sempre* le unità per ogni quantità, portarsele dietro per tutto il calcolo!
- Quando le unità non sono consistenti, può essere necessario convertire ad unità appropriate. In pratica: moltiplicare il valore originale per un rapporto (*fattore di conversione*) che vale 1
- Esempio: 10m/s=?? km/h

$$10\,\mathrm{m/s}\left(\frac{1\mathrm{km}}{1000\mathrm{m}}\right)\left(\frac{3600\mathrm{s}}{1\mathrm{h}}\right) = 36\,\mathrm{km/h}$$

Notazione dei Numeri

- Separazione fra unità e decimali: punto (.)

- Numeri con molte cifre si scrivono in gruppi di tre cifre con un spazio in mezzo (niente virgole nè punti: solo spazi)

- Esempi:
  25 100
  5.123 456 789 12

Notazione scientifica: prefissi

- Corrispondono a potenze di 10
- Ogni prefisso ha un nome specifico
- Ogni prefisso ha un'abbreviazione specifica
- I prefissi possono essere usati con qualunque unità di base
- Moltiplicano le unità di base. Esempi:
  $1\ \text{mm} = 10^{-3}\ \text{m}$
  $1\ \text{mg} = 10^{-3}\ \text{g}$

10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d
10^{3}	kilo	k
10^{6}	mega	M
10^{9}	giga	G
10^{12}	tera	T

Ordine di Grandezza

- Approssimazione basata su qualche assunzione
- Può essere necessario modificare le assunzioni se si desiderano risultati più precisi
- L'ordine di grandezza è la potenza di 10 più vicina
- Nei calcoli di ordini di grandezza, i risultati sono affidabili entro un fattore 10

Una volta risolto un problema, *usate l'ordine di grandezza per verificare se la risposta trovata sembra ragionevole*!

Incertezza sulle Misure

- Tutte le misure hanno un'incertezza, che si trasmette a tutti i calcoli
- Serve una tecnica che tenga conto di tale incertezza
- Useremo le regole per le cifre significative per approssimare l'incertezza nei risultati dei calcoli
  - Una cifra è significativa se è nota in modo affidabile
  - Gli zeri possono essere o non essere significativi
    - Se usati per posizionare il punto decimale, non lo sono
    - In caso di ambiguità conviene usare la notazione scientifica
  - In una misura, le cifre significative si contano a partire dalla prima cifra stimata

Cifre Significative

- 0.0075 m ha 2 cifre significative (gli zeri precedenti servono solo a posizionare il punto decimale)

- 7.5×10^{-3} m ha 2 cifre significative (si può scrivere più chiaramente in notazione scientifica)

- 10.0 m ha 3 cifre significative (il punto decimale qui dà informazioni sull'affidabilità della misura)

- 1500 m è ambiguo:
  Usate 1.5×10^3 m per 2 cifre significative
  Usate 1.50×10^3 m per 3 cifre significative
  Usate 1.500×10^3 m (o anche $1500.$) per 4 cifre significative

Operazioni con cifre significative

- Se si moltiplica o si divide, il numero di cifre significative nel risultato finale è lo stesso del numero di cifre significative nella quantità che ne ha il numero minore
  - Esempio: 25.57 m$\times$ 2.45 m $=$ 62.6 m^2
  - Il valore 2.45 m limita il vostro risultato a 3 cifre significative

- Se si somma o si sottrae, il numero di posti decimali nel risultato è uguale al numero più piccolo di posti decimali di ciascun termine
  - Esempio: 135 cm $+$ 3.25 cm $=$ 138 cm
  - Il valore 135 cm limita il vostro risultato al decimale delle unità

Arrotondamento

- L'ultima cifra a destra che teniamo è incrementata di 1 se la cifra seguente è 5 o maggiore di 5

- L'ultima cifra a destra che teniamo rimane com'è se la cifra seguente è minore di 5

- Conviene arrotondare soltanto il risultato finale e non i passaggi intermedi per evitare accumulazione di errori

Introduzione alla Meccanica: Cinematica

La *Cinematica* si occupa della *descrizione geometrica del moto*, senza riferimento alle sue cause. E' invece compito della *Dinamica* mettere in relazione il moto con le sue cause: *perché* e *come* gli oggetti si muovono.

Nel seguito ci occuperemo di fenomeni *classici*, ovvero:

- che avvengono a velocità $<<$ velocità della luce ($\sim 3 \times 10^8$ m/s)

- che avvengono su scale di lunghezza $d >>$ dimensioni atomiche, per corpi di massa $m >>$ massa delle particelle elementari; in tal caso si può parlare di una *traiettoria* ben definita per un corpo.

Cinematica: moto rettilineo

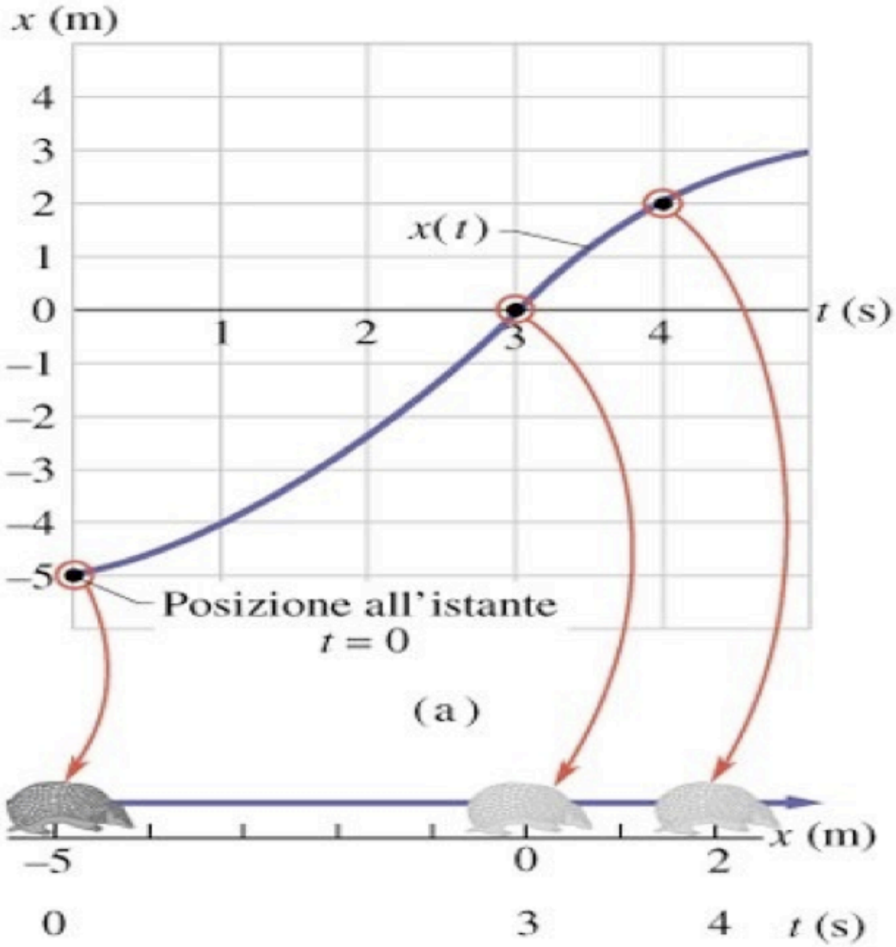
Per localizzare un oggetto che si muove su di una retta, è sufficiente conoscere la sua *posizione*, $x(t)$, rispetto ad un sistema di riferimento:

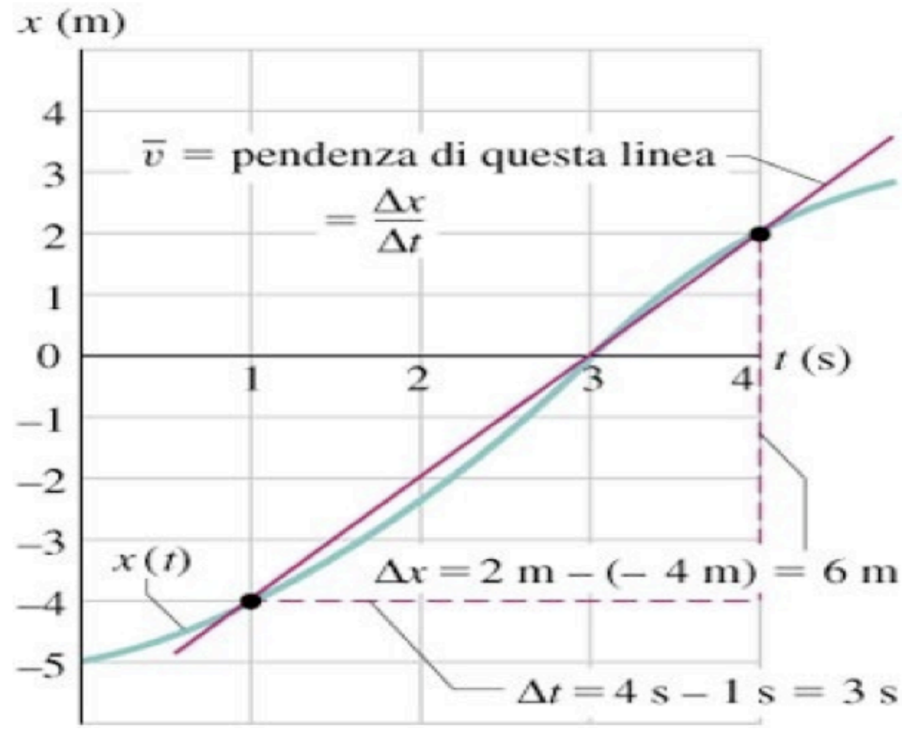
- *Spostamento:* $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$[m]. E' la distanza percorsa in un tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ [s].
- *Velocità media:* $\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ [m/s]
- *Velocità istantanea:* $v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ [m/s]

Attenzione ai segni! La velocità può essere positiva o negativa, ma spesso si intende la *velocità scalare*, $|\overline{v}|$ o $|v|$, che è sempre positiva.

Moto rettilineo: rappresentazione grafica

Diagramma orario, $x(t)$
(o anche *Legge oraria*):

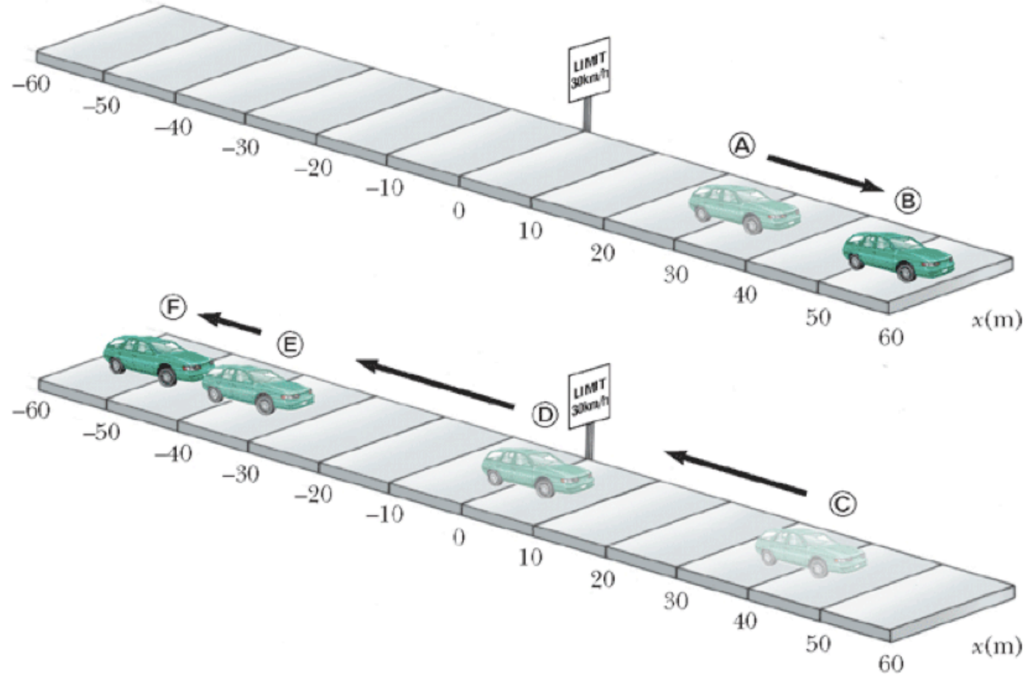




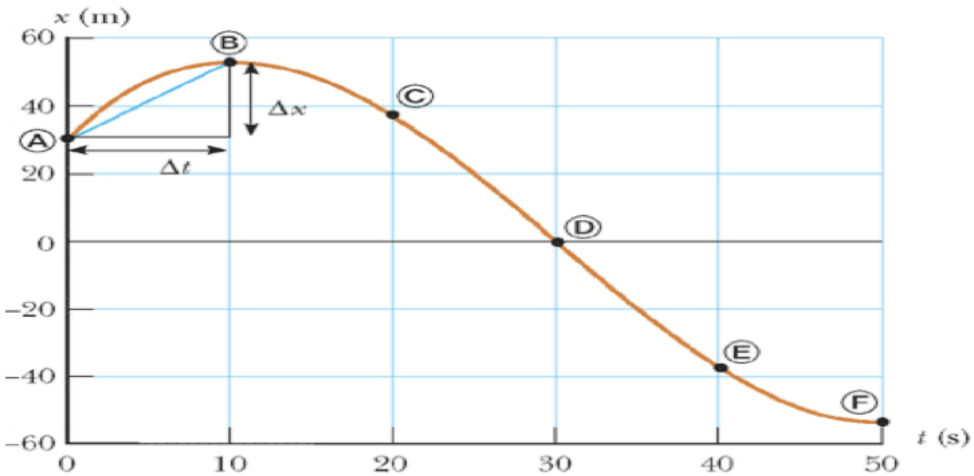
$\overline{v}$: velocità media, è la pendenza della retta che congiunge i punti $x(t_1)$ e $x(t_2)$

Un altro esempio

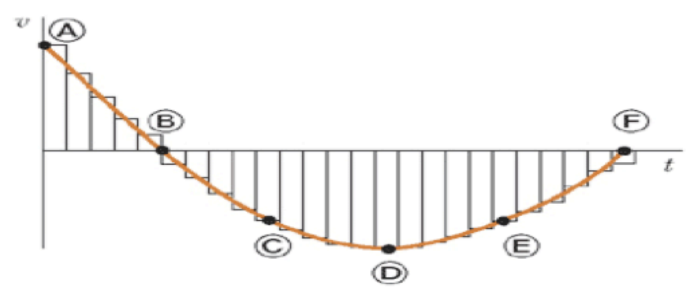
FIGURA 2.1 (Una rappresentazione pittorica del moto di una macchina. Sono mostrate e indicate le posizioni della macchina a sei istanti di tempo. (b) Una rappresentazione grafica, nota come grafico spazio-tempo, del moto della macchina rappresentata in (a). La velocità media $v_{x,\,avg}$ nell'intervallo da $t = 0$ a $t = 10$ s si ottiene dalla pendenza della linea retta che collega i punti Ⓐ e Ⓑ. (c) Il grafico velocità-tempo del moto della macchina rappresentata in (a).



(a)



(b)



(c)

Velocità media e istantanea

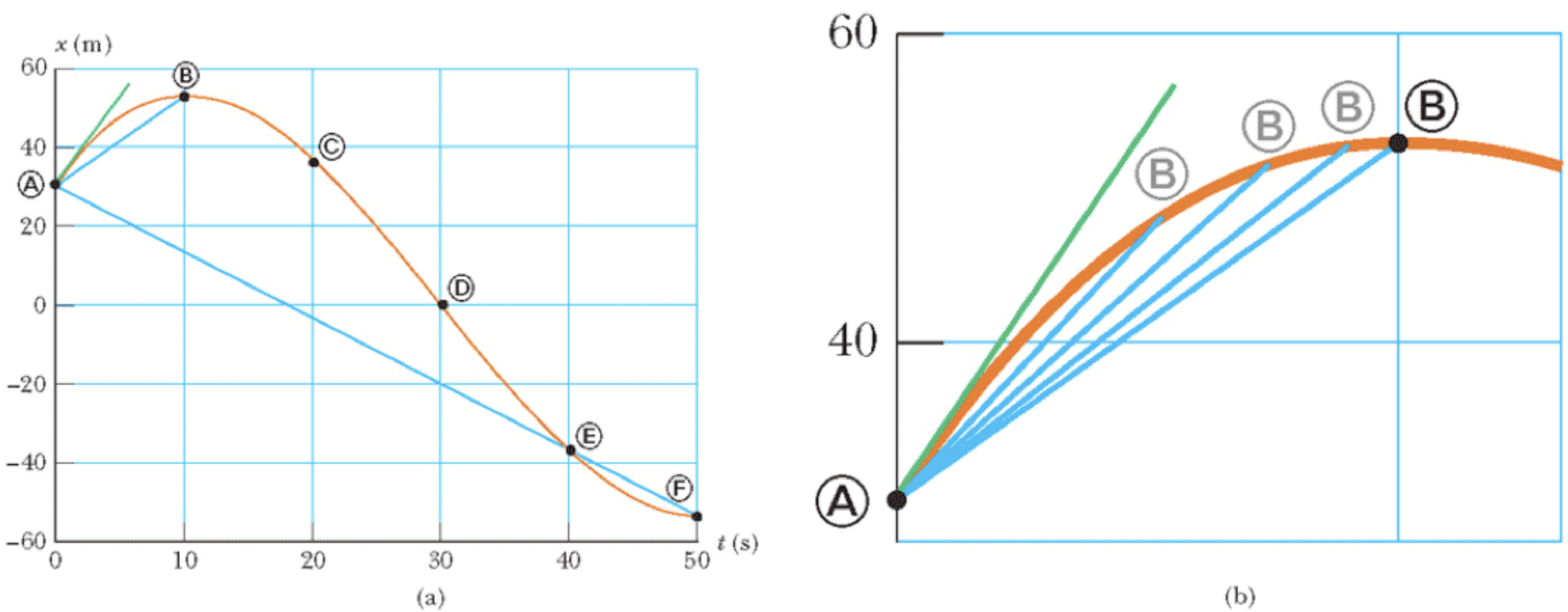


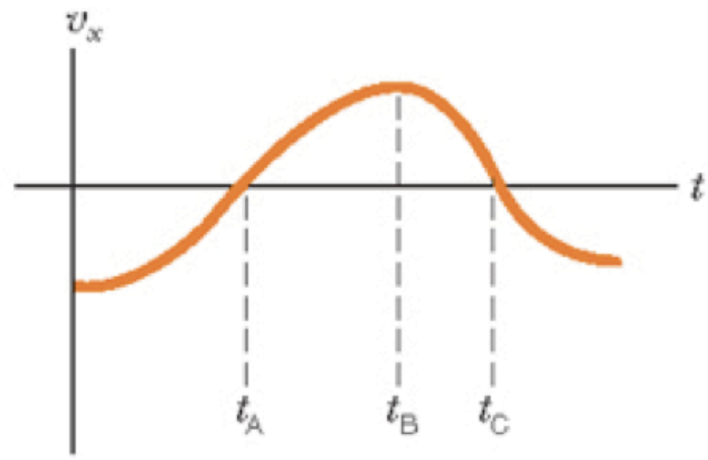
FIGURA 2.2 (a) Grafico posizione-tempo per il moto della macchina di Figura 2.1. (b) Un ingrandimento dell'angolo superiore sinistro del grafico di (a) mostra come la linea blu fra le posizioni Ⓐ e Ⓑ si avvicinano alla linea verde tangente quando il punto Ⓑ si muove avvicinandosi al punto Ⓐ.

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} = \frac{dx(t)}{dt}$$

La velocità istantanea è la *derivata* di $x(t)$ rispetto al tempo (notazione alternativa: $v(t) = \dot{x}(t)$), e la pendenza della tangente alla curva $x(t)$.

Accelerazione media e istantanea

- *Accelerazione media:* $\overline{a} = \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ [m/s^2]

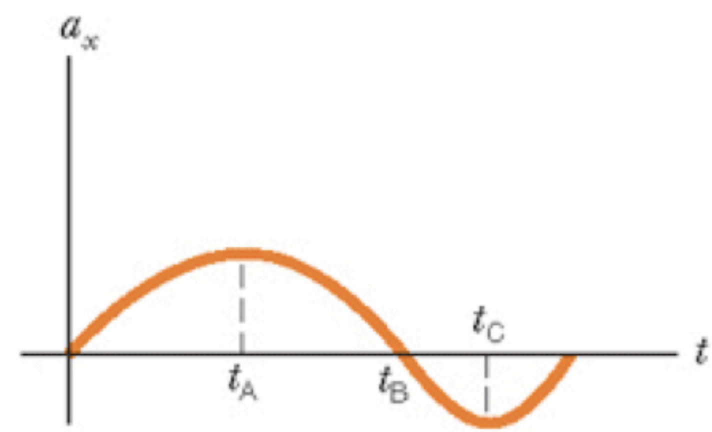


(a)

- *Accelerazione istantanea:* $a = \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$

L'accelerazione istantanea è la derivata di $v(t)$ rispetto al tempo, ovvero la *derivata seconda* di $x(t)$ rispetto al tempo:

$$a(t) = \frac{dv(t)}{dt} = \frac{d^2x(t)}{dt^2}$$



(notazione alternativa: $a(t) = \ddot{x}(t)$),
ovvero la pendenza della tangente alla curva $v(t)$.

Richiamo: calcolo di derivate

- Derivata della somma di funzioni:
$$\frac{d}{dx}(f(x) + g(x)) = \frac{df}{dx}(x) + \frac{dg}{dx}(x)$$

- Se α è costante, $\dfrac{d}{dx}(\alpha f)(x) = \alpha \dfrac{df}{dx}(x)$

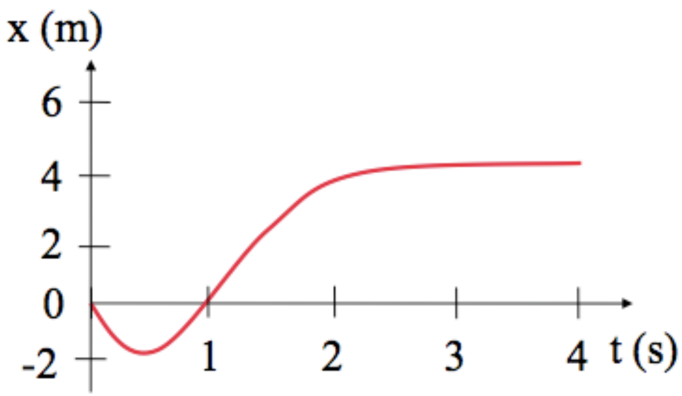
- Derivata del prodotto di due funzioni:
$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = g(x)\frac{df}{dx}(x) + f(x)\frac{dg}{dx}(x)$$

- Derivata di funzione di funzione:

$$\frac{d}{dx}(f(g(x))) = \frac{df}{dg}(g(x))\frac{dg}{dx}(x)$$

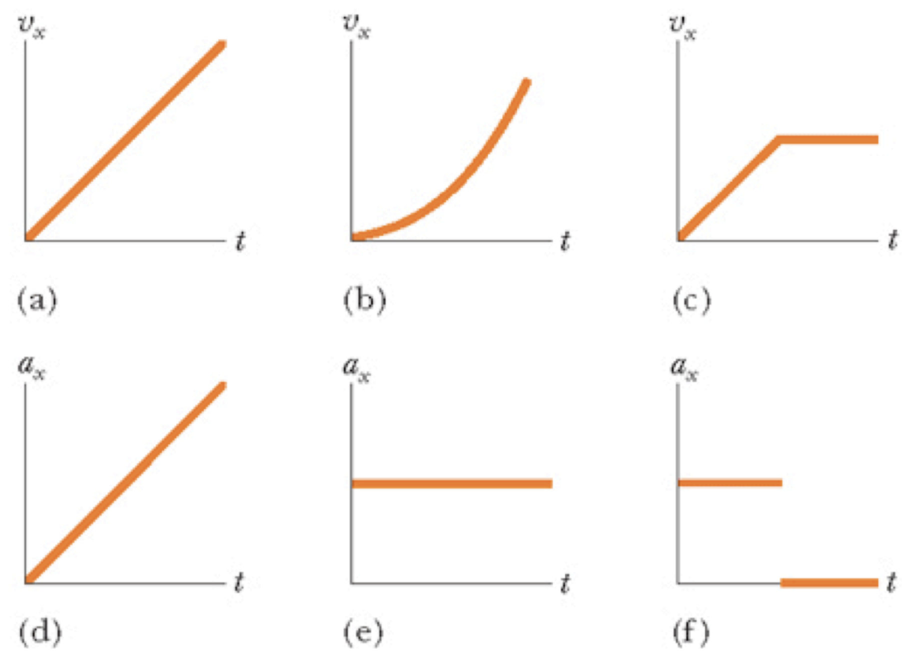
funzione	derivata
$y = \alpha$	$y' = 0$
$y = x^\alpha$	$y' = \alpha x^{\alpha-1}$
$y = \sin x$	$y' = \cos x$
$y = \cos x$	$y' = -\sin x$
$y = \tan x$	$y' = 1/\cos^2 x$
$y = \log x$	$y' = 1/x$
$y = e^x$	$y' = e^x$

Quiz rapido



Quanto vale la velocità media nei primi 4 secondi? E la velocità istantanea nell'istante $t = 4$ s ?

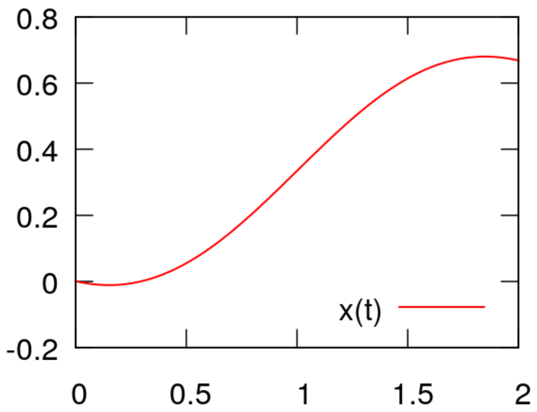
Qual è l'accoppiamento corretto fra grafici di velocità e di accelerazione qui accanto?

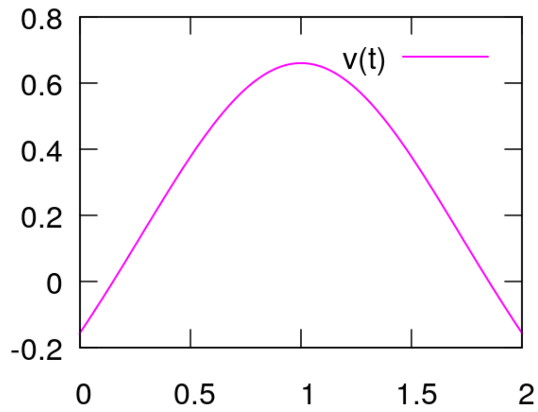


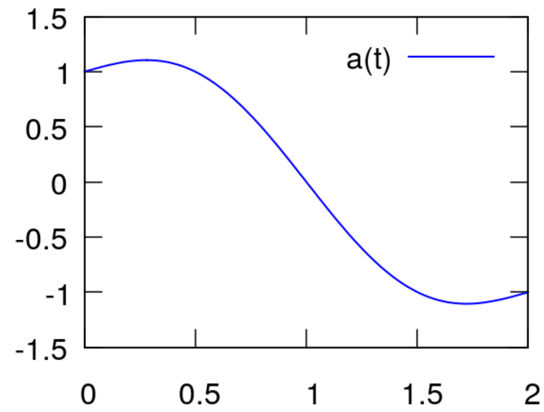
Riassunto

Se conosciamo la posizione $x(t)$ in funzione del tempo, possiamo determinare velocità e accelerazione in funzione del tempo come:

$$x = x(t) \qquad v = \frac{dx}{dt} \qquad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$







Esempio: La posizione di una particella sull'asse x è data dalla funzione: $x(t) = 8t^2 - 6t + 4$, dove le unità di misura sono m per x, s per t. Trovare le funzioni $v(t)$ e $a(t)$ della particella.

Moto uniforme e uniformemente accelerato

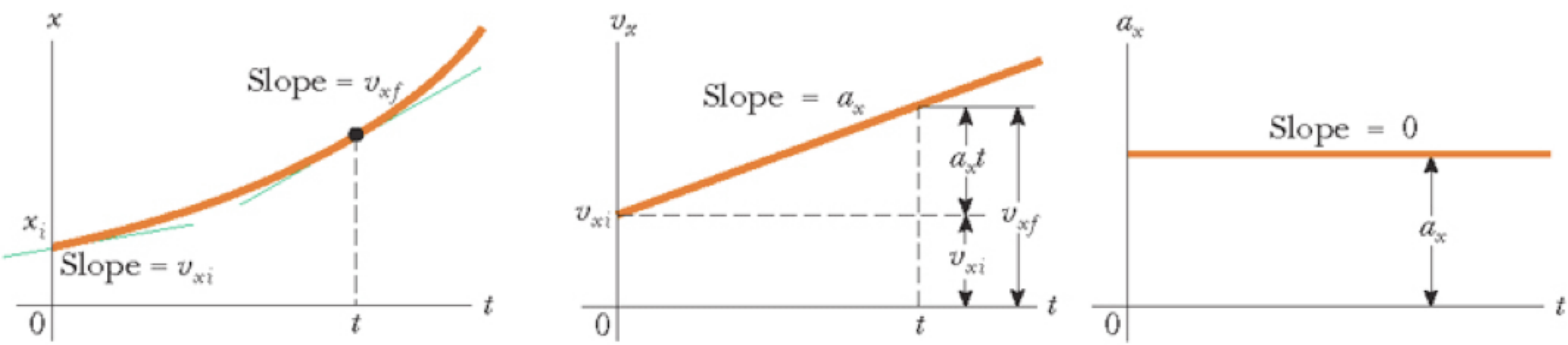
Moto *rettilineo uniforme*:

$$
\begin{aligned}
x &= x_0 + vt \\
v &= \text{costante} \\
a &= 0
\end{aligned}
$$

Moto *uniformemente accelerato*:

$$
\begin{aligned}
x &= x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\
v &= v_0 + at \\
a &= \text{costante}
\end{aligned}
$$

Grafici di posizione, velocità, accelerazione in funzione del tempo per il moto (rettilineo) uniformemente accelerato:



Moto uniformemente accelerato, relazioni utili

Da $v = v_0 + at$, risolvendo rispetto a t: $t = \dfrac{v - v_0}{a}$

Da $x = x_0 + vt + \dfrac{1}{2}at^2$, sostituendo l'espressione per t prima trovata:

$$x = x_0 + v_0\frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2}a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

ovvero

$$x - x_0 = \left(v_0 + \frac{1}{2}a\frac{v - v_0}{a}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right)$$

da cui un'espressione che lega velocità e spazio percorso:

$$\boxed{v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)}$$

Dall'accelerazione al diagramma orario

In generale, se conosciamo l'accelerazione istantanea (la legge con cui varia in funzione di t) possiamo ricavare velocità e posizione istantanee mediante integrazione. Infatti

$$a = \frac{dv}{dt} \quad \to \quad dv = adt \quad \to \quad \int dv = \int adt$$

Se la funzione $a(t)$ è integrabile possiamo ricavare $v(t)$. Nel caso di $a = \mathrm{cost.}$ si ha

$$\int dv = a \int dt \quad \to \quad v = at + C = v_0 + at,$$

dove abbiamo posto $C = v_0 \equiv v(0)$.

Analogamente

$$dx = vdt \quad \to \quad \int dx = \int vdt = \int (v_0 + at)dt$$

e quindi

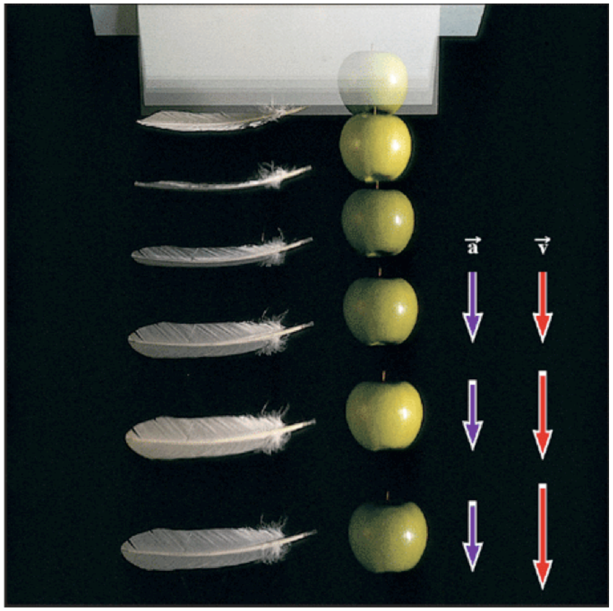
$$\int dx = v_0 \int dt + a \int t dt \quad \rightarrow \quad x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + C' = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

dove si è posto $C' = x_0 \equiv x(0)$.

Nota: le relazioni finali così ricavate *sono valide solo nel caso di moto con accelerazione costante*. In caso di accelerazione variabile nel tempo le integrazioni possono diventare complesse.

Accelerazione di gravità

Un oggetto lasciato libero cade verso terra per effetto della *forza di gravità*. L'accelerazione causata dalla gravità è la stessa per qualunque oggetto: in assenza di altre forze (per esempio, resistenza dell'aria) tutti gli oggetti cadono con la stessa accelerazione.



L'accelerazione di gravità si indica per convenzione con la lettera g.

- Alle nostre latitudini, alla superficie terrestre: $g = 9.81\mathrm{m/s^2}$
- All'equatore, $g = 9.78\mathrm{m/s^2}$
- Al polo nord, $g = 9.83\mathrm{m/s^2}$

Caduta libera dei gravi

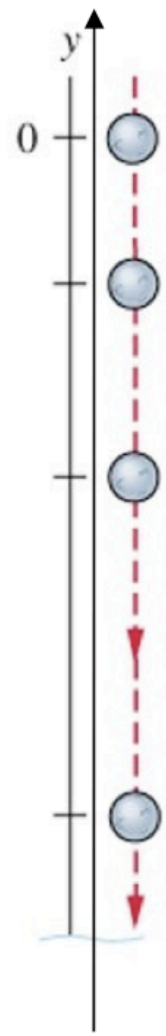
Nell'esempio a lato,

$$y_0 = y(t=0) = 0$$

$$v_0 = v(t=0) = 0$$

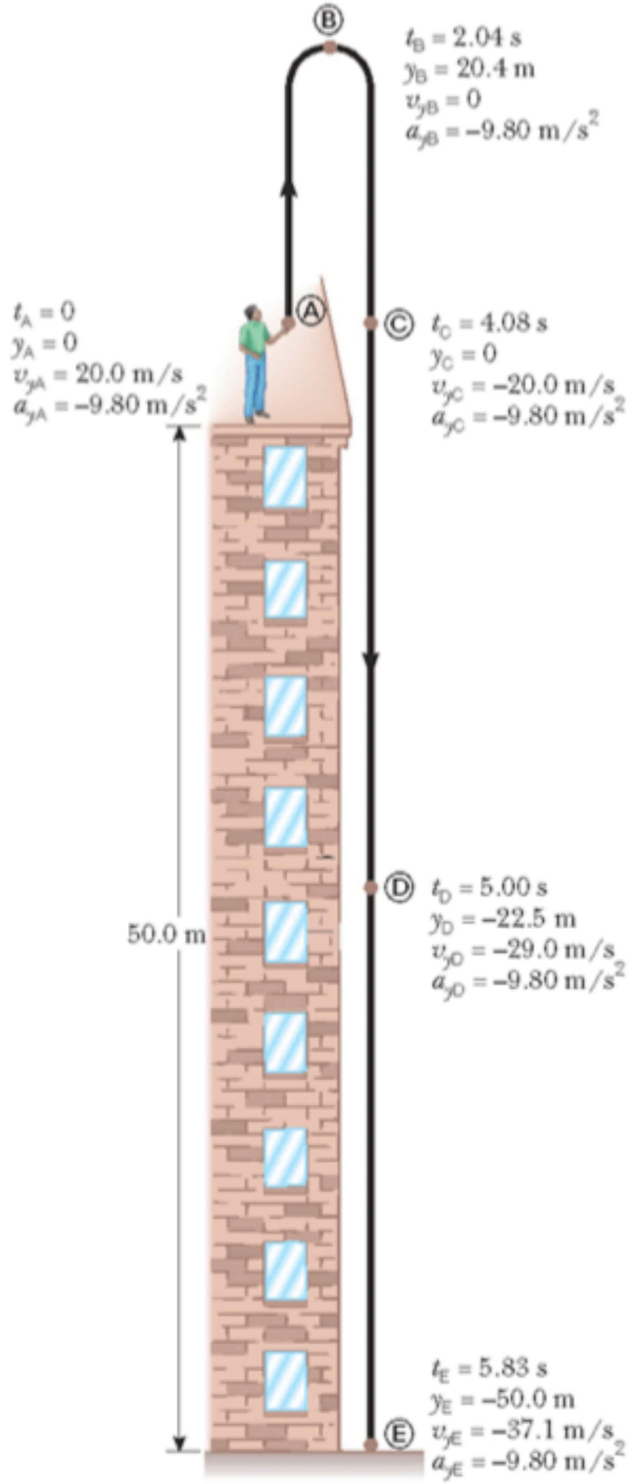
$$y(t) = \frac{1}{2}at^2 = -\frac{1}{2}gt^2$$

Il segno dell'accelerazione è dovuto alla scelta del verso dell'asse y (positivo verso l'alto)



t	y	v	a
(s)	(m)	(m/s)	(m/s^2)
0	0	0	–9.8
1	–4.9	–9.8	–9.8
2	–19.6	–19.6	–9.8
3	–44.1	–29.4	–9.8
	–48.0		–9.8

Caduta libera dei gravi
Un altro esempio



Esempio 1

In un cantiere una chiave inglese viene lasciata cadere da ferma da una certa altezza h e arriva al suolo con velocità $v = 24$ m/s.

1. Quanto tempo ha impiegato a cadere?

2. Da che altezza è caduta?

(si trascuri l'effetto dell'attrito con l'aria)

Esempio 1

In un cantiere una chiave inglese viene lasciata cadere da ferma da una certa altezza h e arriva al suolo con velocità $v = 24$ m/s.

1. Quanto tempo ha impiegato a cadere?

2. Da che altezza è caduta?

(si trascuri l'effetto dell'attrito con l'aria)

Prendiamo un asse diretto verso il basso e con origine nel punto iniziale di caduta:
1) $v = gt$, *da cui* $t = v/g = 2.45$ *s*
2) $h = gt^2/2 = v^2/(2g) = 29.4$ *m.*
Notare che quest'ultima relazione è uguale all'espressione trovata in precedenza: $v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$ *con* $v_0 = 0$, $x_0 = 0$, $x = h$, $a = g$

Come impostare la risoluzione di un problema

Qualche consiglio utile:

a) Leggere attentamente il testo

b) Fare un disegno scegliendo il sistema di riferimento

c) Analizzare il problema: quali relazioni cinematiche si possono usare?

d) Risolvere il problema simbolicamente

e) Verificare se la risposta è dimensionalmente corretta

f) Risolvere il problema numericamente.

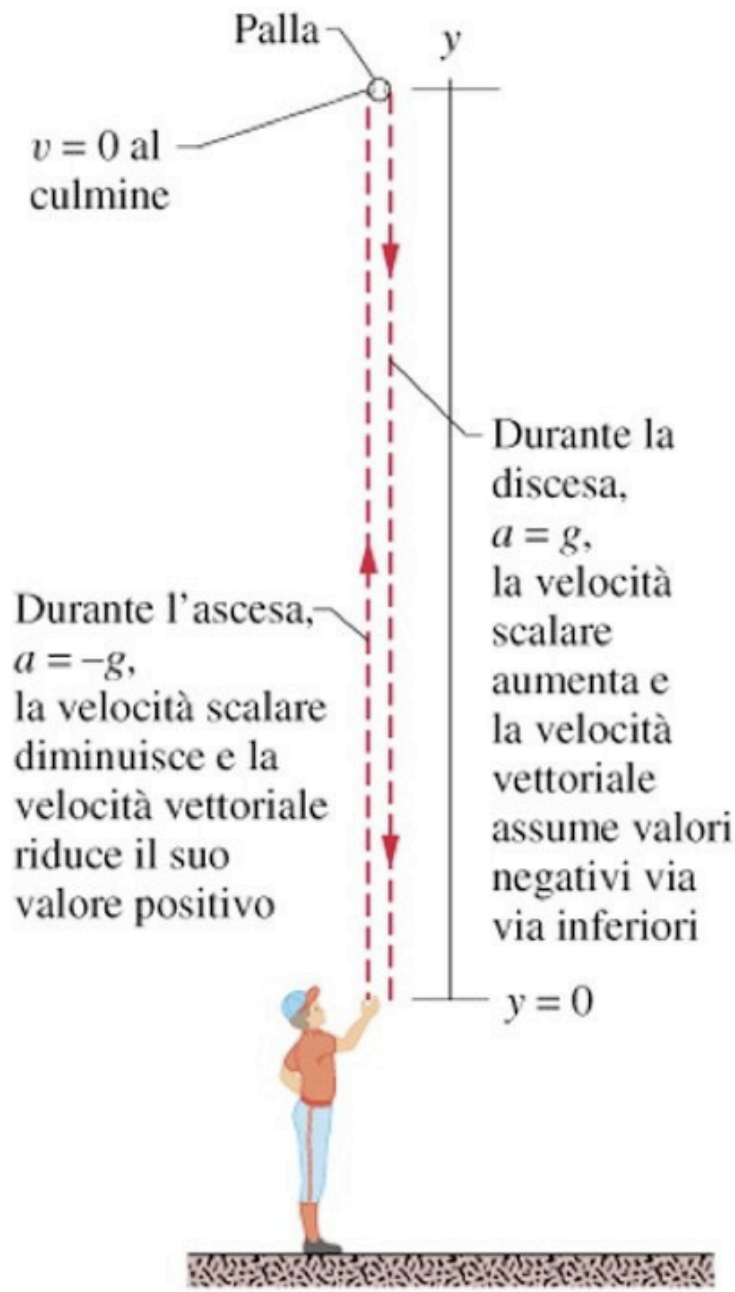
Esempio 2

Una palla viene lanciata lungo la verticale ascendente con velocità iniziale $v_0 = 20$ m/s.

a) Per quanto tempo rimane in aria?

b) Qual è il valore della massima quota raggiunta?

c) In quale istante si trova a 15 m sopra il suolo?



Soluzioni:

a) $y(t) = v_0 t - gt^2/2$; *cerchiamo il tempo* t_1 *tale per cui* $y(t_1) = 0$. *Otteniamo:* $v_0 t_1 - g t_1^2/2 = 0$, *ovvero* $t_1 = 0$ *(soluzione banale) e* $t_1 = 2v_0/g = 4.08$ *s.*

b) La quota massima è raggiunta quando $v(t) = v_0 - gt = 0$, *ovvero dopo* $t_2 = v_0/g = 2.04$ *s. Notate che* $t_1 = 2t_2$: *la salita dura lo stesso tempo della discesa. La quota raggiunta è quindi* $y(t_2) = v_0 t_2 - g t_2^2/2 = v_0^2/2g = 20.4$ *m.*

c) Dobbiamo cercare il tempo t_3 *tale per cui* $y(t_3) = y_1$ *con* $y_1 = 15$ *m, ovvero* $v_0 t_3 - g t_3^2/2 = y_1$. *Questa è un'equazione di secondo grado in* t *che ha come soluzioni* $t_3 = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 - 2gy_1}}{g}$. *Le due soluzioni sono* $t_3 = 0.99$ *s (in salita) e* $t_3 = 3.09$ *s (in discesa). Notare che se* $y_1 > v_0^2/2g$ *non ci sono soluzioni: il termine sotto radice diventa negativo. In effetti la pallina non sale mai oltre tale livello.*