I compitino del corso "Analisi II"

Variante 0 – test.

Voto = min(punteggio totale, 30).

1. La curva (astroide) è data dalla parametrizzazione in coordinate cartesiane

$$x(t) = \cos^3 t,$$
$$y(t) = \sin^3 t \qquad t \in [0, 2\pi).$$

(i) [3] descrivere is sostegno di questa curva tramite una equazione implicita in coordinate cartesiane e disegnare il sostegno,

(ii) [3] Trovare le coordinate polari ρ, φ del punto della curva corrispondente a $t = \pi/4$,

(iii) [3] Trovare la lunghezza di una arco della curva corrispondente a $t \in [0, \pi/2$ e di tutta la curva.

(iv) [3] Trovare un vettore tangente alla curva corrispondente a $t = \pi/4$.

(v) [(3)] Trovare una equazione della retta tangente alla curva nel punto corrispondente a $t = \pi/4$.

(vi) [(3)] Trovare il minimo e massimo della funzione $f(x, y) := x + 2y$ sul sostegno della curva.

2. Una superficie (cono di rotazione a due falde) in $\mathbb{R}^3$ è data dalla parametrizzazione in coordinate cartesiane

$$x(t, \theta) = t\cos\theta,$$
$$y(t, \theta) = t\sin\theta,$$
$$z(t, \theta) = mt, \qquad \theta \in [0, 2\pi).t \in \mathbb{R}.$$

Supponiamo $m := 2$.

(i) [3] descrivere is sostegno di questa superficie tramite una equazione implicita in coordinate cartesiane e disegnare il sostegno,

(ii) [3] Trovare le coordinate cilindriche ρ, φ, z del punto della superficie corrispondente a $t = 1, \theta = \pi/4$,

(iii) [3] Trovare yn vettore normale alla superficie nel punto corrispondente $t = 1, \theta = \pi/4$,

(iv) [(3)] Trovare una equazione del piano tangente alla superficie nel punto corrispondente a $t = 1, \theta = \pi/4$.

3. [5] Trovare le dimensioni di una scatola di volume massimo e perimetro dato.