

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 17/01/2013

---



COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA... 

--	--	--	--	--	--

## RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

**N.B.** Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

---

# Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 17/01/2013

---



- 1) Determinare l'espressione dell'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = x^2 - xy.$$

- 2) Determinare il numero delle radici reali dell'equazione

$$e^{-x^2} - x^2 + x = 0$$

indicando per ciascuna soluzione un intervallo di separazione.

- 3) Calcolare il numero di condizionamento in norma 2 della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 4) È data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|ccccc} x & 0 & -1 & 1 & 2 & \alpha \\ \hline y & -1 & \beta & -1 & 1 & 5 \end{array}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R}.$$

Calcolare i valori  $\alpha$  e  $\beta$  per i quali risulta minimo il grado del polinomio di interpolazione.

- 5) Per approssimare l'integrale  $I = \int_{-1}^1 f(x)dx$  si utilizza la formula di quadratura

$$J_1(f) = a_0 f\left(-\frac{1}{3}\right) + a_1 f\left(\frac{1}{3}\right).$$

Calcolare i pesi  $a_0$  e  $a_1$  in modo da ottenere la formula con massimo grado di precisione. Indicare il grado di precisione ottenuto.

# SOLUZIONE

- 1) Per il calcolo di  $f(x, y)$  seguiamo l'algoritmo

$$r_1 = x - y, \quad r_2 = x \cdot r_1.$$

L'errore relativo nel calcolo della funzione è

$$\epsilon_f = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \frac{2x - y}{x - y} \epsilon_x - \frac{y}{x - y} \epsilon_y.$$

- 2) L'equazione data ha due soluzioni reali

$$\alpha_1 \in ]-1, 0[, \quad \alpha_2 \in ]1, 2[.$$

- 3) Gli autovalori della matrice  $A$  sono  $\lambda_1 = -1$ ,  $\lambda_2 = 3$ ,  $\lambda_3 = 2$ . Essendo hermitiana, segue che la matrice ha numero di condizionamento

$$\mu_2(A) = \frac{\max_{1 \leq i \leq 3} |\lambda_i|}{\min_{1 \leq i \leq 3} |\lambda_i|} = \frac{3}{1} = 3.$$

- 4) Il polinomio di interpolazione di grado minimo si ottiene per  $\alpha = 3$  o  $\alpha = -2$  e per  $\beta = 1$ . Il polinomio di interpolazione è  $P_4(x) = x^2 - x - 1$ .
- 5) Imponendo esatta la formula per  $f(x) = 1, x$  si ottiene  $a_0 = a_1 = 1$ . Risultando  $E(x^2) \neq 0$ , il grado di precisione è  $m = 1$ .