

DOMANDE ORALE

PRIMO APPELLO INVERNALE

1. Primo teorema di gershgorin e conseguenze/corollario
2. Se si sa che la matrice è a predominanza diagonale forte quali metodi iterativi convergono (newton e gauss-seidel)
3. Polinomio di interpolazione di hermite: Cosa bisogna conoscere per applicarlo e polinomi di prima e seconda specie
4. Metodo delle potenze
5. Cosa vuol dire che una matrice è diagonalizzabile
6. Cosa è e come costruire una formula di tipo interpolatorio per: $\int_a^b p(x) f(x) dx$
7. Se ho un polinomio di interpolazione di grado n quanti punti iniziali devo avere? n+1
8. Teorema di convergenza locale
9. Struttura generale schema iterativo per approssimare la soluzione:
$$x^{(k+1)} = Hx^{(k)} + c$$
10. Velocità asintotica di convergenza:
11. Fattorizzazione QR: A=QR
12. Se ho il sistema Ax=b e conosco una fattorizzazione QR (nota non è unica) come risolvo il sistema velocemente? Avendo Q matrice ortogonale e R matrice triangolare la risoluzione è immediata.
$$QRx = b \quad Q^T QRx = Q^T b \quad Rx = Q^T b$$
13. Metodo di newton e il suo ordine di convergenza
14. Dato Ax=b costruire un generico schema iterativo per approssimare la soluzione
15. Raggio spettrale
16. Teorema di hirsh $\|A\| \geq \rho(A)$
17. Polinomio di interpolazione di newton
18. Matrice riducibile, grafo fortemente connesso
19. Se ho una matrice nxn quante matrici di permutazione posso avere: n!
20. Dato una matrice nella forma ridotta come calcolo gli autovalori della matrice nella forma non ridotta
21. Dato uno schema iterativo $x_{n+1} = \phi(x_n)$ convergente al punto fisso $\alpha = \phi(\alpha)$.
Come si misura l'ordine di convergenza (Teorema ordine di convergenza: dimostrazione)
22. Matrice di rotazione: struttura e proprietà
23. Cosa è una matrice ortogonale
24. Cosa è una matrice unitaria
25. In cosa si utilizzano le matrici di rotazione
26. Metodo di Jacobi per matrici reali e simmetriche (si usano le matrici di rotazione)
27. Grado di precisione. $I(\rho f) = \int_a^b \rho(x) f(x) dx \quad J_n = \sum_{i=0}^n a_i f(x_i)$
28. Ho una formula con grado di precisione m, integro un polinomio di grado m-2. Quale errore commetto nel sostituire la formula approssimata all'integrale esatto? 0, avendo grado di precisione m posso integrare (teoricamente) tutti i polinomi di grado al più m.

29. Data l'equazione $x^3 - 2x^2 - x - 1 = 0$ trovare la matrice di Frobenius:

0 1 0

0 0 1

1 1 2

30. (riferimento alla matrice sopra) Che legame c'è tra la matrice e l'equazione: l'equazione è l'equazione caratteristica della matrice di Frobenius. Sempre considerando la stessa equazione: si hanno soluzioni reali? Sì, il grado è 3 e la matrice è a elementi tutti reali. Si ha quindi almeno una soluzione reale perché le soluzioni complesse sono presenti a coppie di complessi coniugati e quindi si dovrebbero avere 4 soluzioni per avere solo soluzioni complesse. Intervalli a cui appartengono le soluzioni? Cerchi di Gershgorin e in più posso ridurre l'intervallo sapendo che la Trasposta ha gli stessi autovalori, ma in cerchi diversi. Si fa l'intersezione di tutti i cerchi e si ottiene un intervallo più piccolo

31. Polinomio di interpolazione di Lagrange: dati necessari a costruirlo

32. Errore nell'interpolazione con Lagrange/newton. Tanto l'espressione dell'errore è la stessa cambia solo il modo di ricavarla (essendo il polinomio di interpolazione unico)

33. Matrice hermitiana A. Proprietà degli autovalori? Sono reali

34. Avendo una equazione non lineare $f(x)$ supposta 'a' la soluzione di $f(x)=0$: Metodo di bisezione, quando si può applicare, come si può applicare, in che ipotesi converge e quale è il suo ordine di convergenza. Aspetto positivo del metodo: con una certa formula si sa subito prima di partire quante iterazioni sono necessarie. Costo di ogni iterazione del metodo ed efficienza

35. Efficienza metodo di Newton

36. Algoritmo metodo QR per il calcolo degli autovalori

37. Fattorizzazione LR: cosa è e come si può ottenere (tutto il procedimento)

38. Come trovo la soluzione di $Ax=b$ avendo la fattorizzazione LR

39. Avendo I e $J_n(f)$ come si devono scegliere i nodi e i pesi per avere le formule di

$$\text{newton-cotes: } I = \int_a^b f(x)dx \quad J_n(f) = \sum_{i=0}^n a_i f(x_i) \quad a_i = \int_a^b l_i(x)dx$$

40. Come si ricavano i polinomi fondamentali dell'interpolazione di Lagrange

41. Raggio spettrale

42. Approssimazione di una funzione nel senso dei minimi quadrati: tutto il procedimento

43. Ordine di convergenza del metodo di Newton

44. Come si costruiscono le formule di quadratura di tipo interpolatorio di:

$$I(\rho f) = \int_a^b \rho(x) f(x) dx$$

45. Grado di precisione di una formula di quadratura

46. Teorema di convergenza locale: contesto, scopo, enunciato e dimostrazione

47. Metodo delle potenze

48. Polinomio di interpolazione nella forma di Newton: quali dati devo conoscere e come si scrive

49. Differenze divise

50. Data una successione x_n con limite per n che tende all'infinito uguale ad α : definizione ordine di convergenza e le sue limitazioni ($p \geq 1$)

51. Costruzione degli schemi iterativi per il metodo di Jacobi e per il metodo di Gauss-Seidel

- 52. Condizioni sufficienti per la convergenza del metodo di Jacobi/Gauss-seidel
- 53. Malcondizionamento nella risoluzione di un sistema lineare
- 54. Struttura metodo di newton per approssimare le soluzioni e ordine di convergenza
- 55. Primo teorema di gershgorin
- 56. Teorema di convergenza locale: contesto
- 57. Metodo delle potenze
- 58. Unicità del polinomio di interpolazione
- 59. Struttura matrici di rotazioni e proprietà
- 60. Matrici irriducibili applicata alla matrice di rotazione per il calcolo degli autovalori
- 61. Polinomio di interpolazione di lagrange ed espressione dell'errore tra la funzione ed il polinomio che approssima

SECONDO APPELLO INVERNALE

TERZO APPELLO INVERNALE