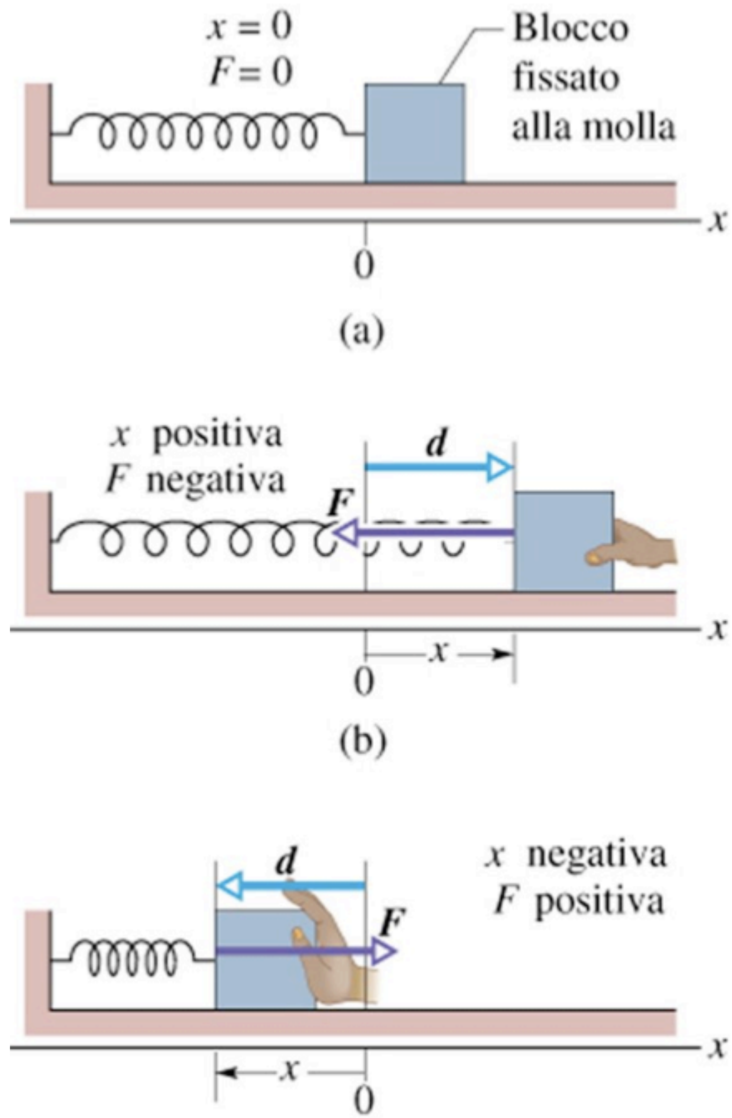
Forza elastica

- Forza che origina dalla deformazione dei corpi. Molti corpi si comportano in modo *elastico* per piccole deformazioni rispetto all'equilibrio.

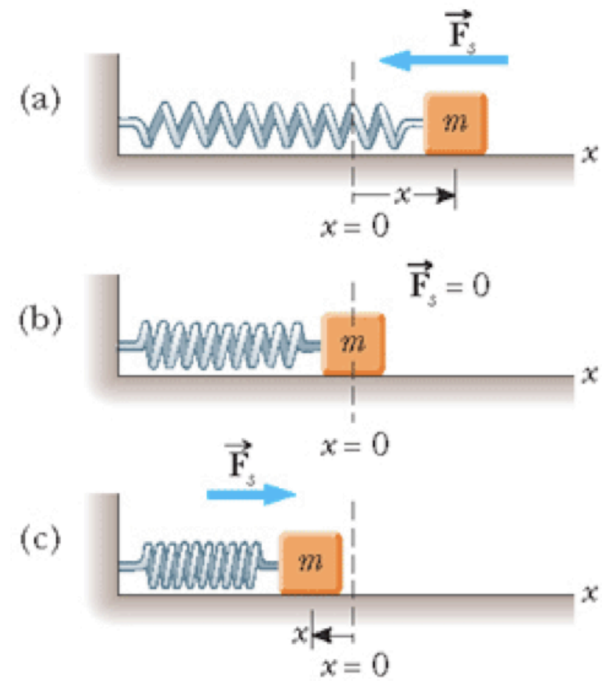
- E' una forza variabile, il cui modulo è proporzionale allo spostamento rispetto alla posizione a riposo

- Legge di Hooke: $\boxed{F(x) = -kx}$
  x è l'allungamento o compressione della molla rispetto alla lunghezza di equilibrio, k è detta costante della molla e si misura in N/m.



Moto armonico

Se tendiamo o comprimiamo una molla con una massa a un estremo e poi la lasciamo andare, la massa oscillerà avanti e indietro (trascuriamo gli attriti). Questa oscillazione è chiamata *moto armonico (semplice)*.



Ad ogni istante, lungo x: $F = ma$ ma $F = -kx$ da cui

$$ma = m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

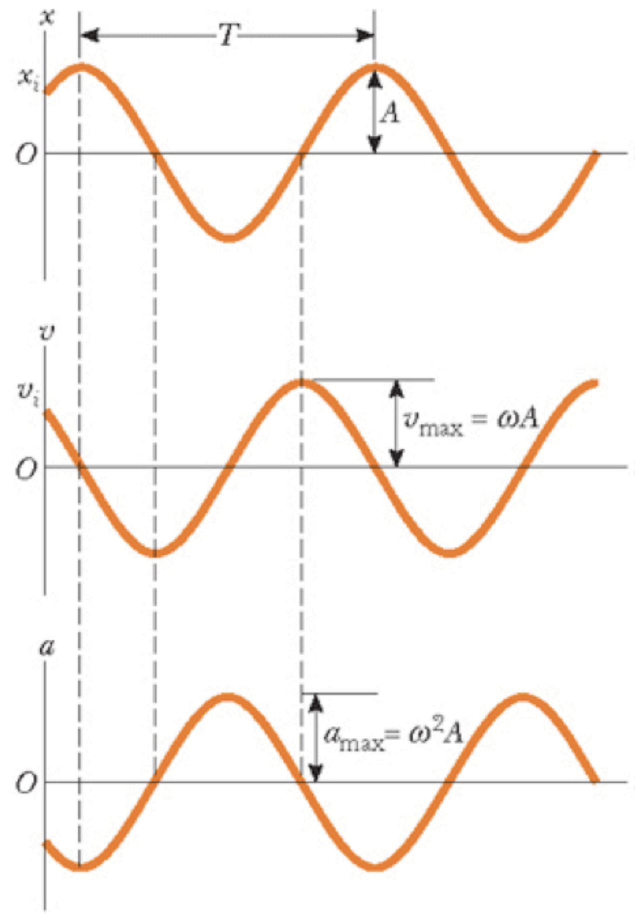
ovvero

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t) = -\omega^2 x(t)$$

dove si è introdotto $\boxed{\omega^2 = \frac{k}{m}}$, ovvero $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ (*frequenza angolare*).

Dinamica del moto armonico

La soluzione generale dell'equazione del moto armonico, $\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega^2 x(t)$, è



$$
\begin{aligned}
x(t) &= A\cos(\omega t + \phi) \quad \text{da cui} \\
v(t) &= \frac{dx(t)}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \phi), \\
a(t) &= \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \phi) = -\omega^2 x(t)
\end{aligned}
$$

Periodo dell'oscillazione: $T = 2\pi/\omega$
Frequenza dell'oscillazione: $f = \omega/2\pi$.

Ampiezza massima dell'oscillazione: $|x_{max}| = A$. Velocità massima: $|v_{max}| = \omega A$. Accelerazione massima: $|a_{max}| = \omega^2 A = \omega^2 |x_{max}|$.

La fase ϕ e l'ampiezza A sono determinate dalle *condizioni iniziali*.

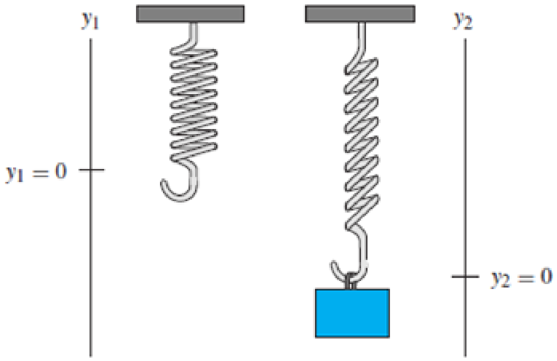
Da notare che ω non dipende dall'ampiezza delle oscillazioni!

Moto armonico sotto forza costante

Cosa succede in presenza di forza elastica e di una forza costante?

Esempio: molla verticale con massa attaccata, in posizione $y_1(t)$.

La condizione di equilibrio ci dà $-ky_0 - P = 0$ ($P = mg$ è la forza peso) ovvero la massa scende a quota $y_0 = -P/k$. L'equazione del moto:



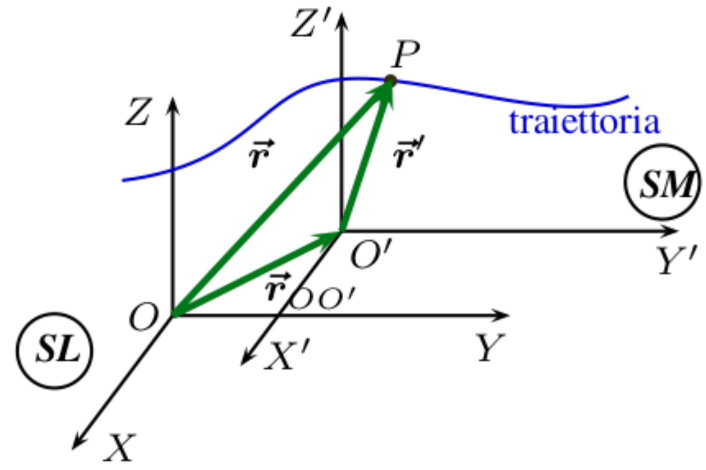
$$m\frac{d^2y_1(t)}{dt^2} = -ky_1(t) - P$$

con un cambio di variabile $y_1 = y_2 - y_0$ ritorna identica a quella del moto armonico semplice. Il centro delle oscillazioni è solo traslato di $-P/k$. Vale per ogni forza costante.

Forze in sistemi di riferimento non inerziali

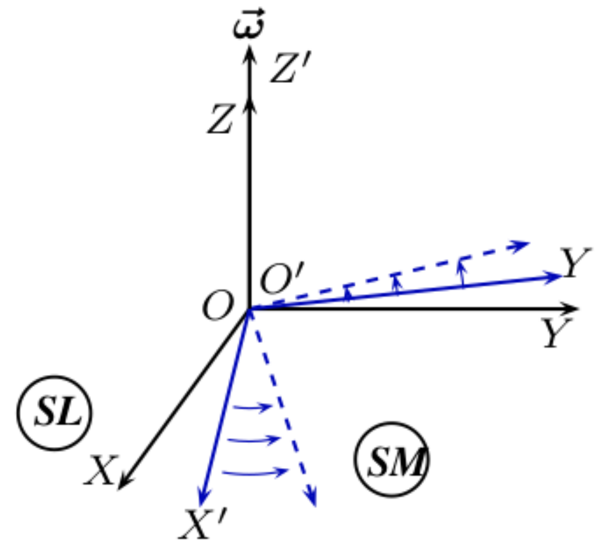
Se il sistema di riferimento $\mathcal{SM}$ (non inerziale) è in moto rettilineo, con accelerazione $\vec{a}_t$, rispetto al sistema di riferimento (inerziale) $\mathcal{SL}$:

$$\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_t$$



Se il moto relativo è di rotazione con velocità angolare $\vec{\omega}$:

$$\vec{a} = \vec{a}' - \omega^2 \vec{r}_\perp + 2\vec{\omega} \times \vec{v}'$$



Nel sistema inerziale, vale la legge di Newton $m\vec{a} = \vec{F}$.
Nel sistema non inerziale, come si applica la legge di Newton?

Forze apparenti

Nel sistema $\mathcal{SM}$ possiamo scrivere: $\boxed{m\vec{a}' = \vec{F} - \vec{F}'_t + \vec{F}'_c}$, dove $\vec{F}'_t$ e $\vec{F}'_c$ sono *forze apparenti*. In particolare,

- per moto relativo rettilineo , $\vec{F}'_t = m\vec{a}_t$, dove $\vec{a}_t$ è l'accelerazione di $\mathcal{SM}$ rispetto a $\mathcal{SL}$

- Per moto relativo rotatorio, $\vec{F}'_t = \omega^2 \vec{r}_\perp$ è nota come *forza centrifuga*, $\vec{F}'_c = -2\vec{\omega} \times \vec{v}'$ è nota come *forza di Coriolis*

Anche in un sistema non inerziale vale la legge di Newton, ma oltre alle forze "fisiche", derivanti da interazioni fra particelle (qui indicate da $\vec{F}$) si debbono considerare forze "apparenti" (qui indicate da $\vec{F}'_t$ e $\vec{F}'_c$) che derivano dalla non-inerzialità del sistema di riferimento.