Ricerca Operativa 14/2/24

COGNOME	NOME

Esercizio 1. Un'azienda produce due tipi di torte industriali (margherita e ciambella) utilizzando farina, burro, uova e zucchero, volendo massimizzare il guadagno e dovendone produrre almeno 6 al giorno di ogni tipo.

	margherita	ciambella	disponibilità giornaliera
burro (etti)	0.7	1	15
farina (etti)	2.5	4	48
uova	4	2.50	50
zucchero (chili)	1.5	1.25	25
guadagno	8	12	

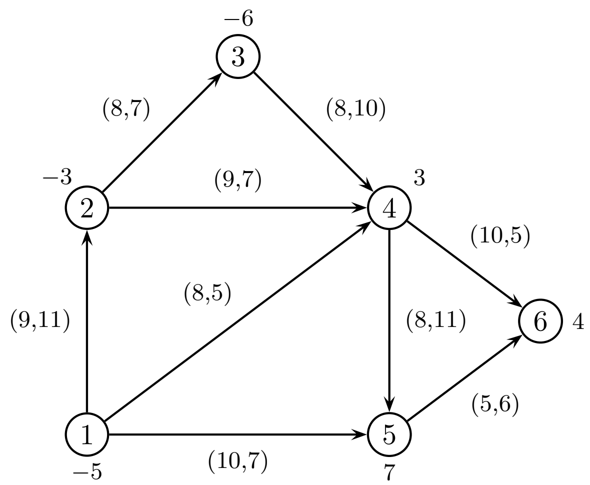
Effettuare un passo del simplesso applicato al rilassato continuo partendo dalla soluzione che prevede la minima produzione giornaliera. Trovare poi un intervallo di valutazione dell'ottimo del problema dato. Calcolare ed aggiungere il primo taglio di Gomory e dire se il "gap" migliora.

Esercizio 2. Trovare il ciclo di costo minimo sulla rete:

città	**2**	**3**	**4**	**5**
1	16	17	24	23
2		21	13	32
3			20	30
4				11

Trovare le valutazioni con il 4–albero e con l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 3. Applicare il *Branch and Bound* utilizzando il 4–albero ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{45}, x_{24}, x_{12}. Quale è la soluzione ottima? Supponiamo di sapere che $n^2 - n + 1$ archi in un grafo completo con n nodi abbiano costo 0. In quali casi il valore ottimo può essere 0?

Esercizio 3. Data la seguente rete dove su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacitá.



Considerando l'albero di copertura formato dagli archi (1,2), (1,5), (3,4), (4,5) e (5,6) e l'arco (2,4) come arco saturo, il flusso ottenuto é degenere? Il potenziale complementare é degenere? Fare un passo dell'algoritmo del simplesso. Applicare l'algoritmo di Dijkstra per determinare l'albero dei cammini minimi di radice 2. Trovare, tramite l'algoritmo FFEK, il taglio da 1 a 6 di capacitá minima e la soluzione ottima del problema del flusso massimo. Quale è la capacità del taglio $N_S = (1, 3, 5)$?

Esercizio 4. Sia data la funzione obiettivo $-4\, x_1^2 - 6\, x_1\, x_2 + 2\, x_2^2 + 3\, x_1 + 3\, x_2$ sul poliedro

$$\begin{cases} x_2 \le 1 \\ 2\, x_1 + x_2 \le 5 \\ -5\, x_1 + 2\, x_2 \le 12 \\ x_1 - 8\, x_2 \le 28. \end{cases}$$

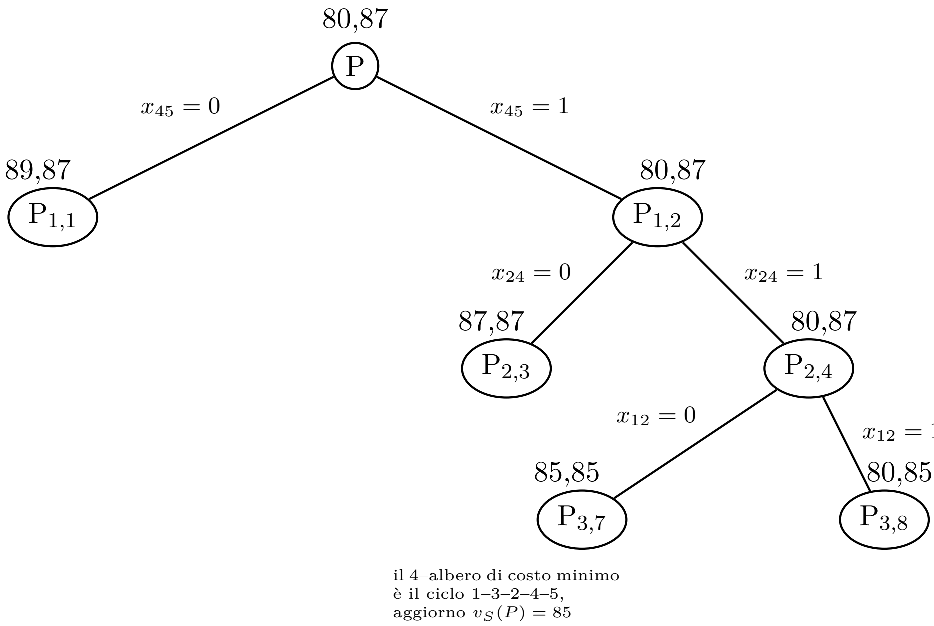
Fare un'iterazione del metodo di Frank-Wolfe ed una del gradiente proiettato per la minimizzazione a partire da $\left(-\dfrac{2}{3}, 1\right)$. Studiare i punti $(-2, 1)$ e $(3/2, -3/2)$.

Esercizio 1.

$$\begin{cases} \max\ 8\ x_1 + 12\ x_2 \\ 0.7\ x_1 + x_2 \leq 15 \\ 2.5\ x_1 + 4\ x_2 \leq 48 \\ 4\ x_1 + 2.5\ x_2 \leq 50 \\ 1.5\ x_1 + 1.25\ x_2 \leq 25 \\ -x_1 \leq -6 \\ -x_2 \leq -6 \end{cases}$$

Vertice di partenza: $(6,6)$ con $B = \{5,6\}$, $y = (0,0,0,0,-8,-12)$, $h = 5$, $W = I$, $r = (48/7, 18/5, 11/4, 17/3)$ e $k = 3$. L'ottimo PL è:$(320/39, 268/39)$ ed in forma duale è $x = (320/39, 268/39, 31/13, 0, 0, 160/39, 86/39, 34/39)$. $v_I = 136$ e $v_S = 148$. La prima riga della matrice $\tilde{A}$ è $(-10/39, 16/39)$ ed il taglio è $29x_4 + 16x_5 \geq 8$. Aggiungendolo, il nuovo ottimo del rilassato continuo è la soluzione ottima del PLI cioè $(8,7)$.

Esercizio 2. 4–albero: (1 , 2) (1 , 3) (1 , 5) (2 , 4) (4 , 5); $v_I(P) = 80$. ciclo: $3-1-2-4-5$; $v_S(P) = 87$. ciclo ottimo $= 1-3-2-4-5$; costo $= 85$.



Esercizio 3.

	iterazione 1	
Archi di T	(1,2) (1,5) (3,4) (4,5) (5,6)	(1,5) (2,4) (3,4) (4,5) (5,6)
Archi di U	(2,4)	
x	(4, 0, 1, 0, 7, 6, 10, 0, 4)	
π	(0, 9, −6, 2, 10, 15)	
Arco entrante	(2,4)	
ϑ^+, ϑ^-	6 , 4	
Arco uscente	(1,2)	

Osservare la differenza tra applicare Dijkstra e trovare l'albero dei cammini minimi. La sequenza dei cammini aumentanti è: 1-4-6, 1-5-6; la sequenza di δ è (5,6) con flusso ottimo $x = (0,5,6,0,0,0,0,5,6)$ di valore 11 e taglio minimo $N_S = \{1,2,3,4,5\}$. La capacità del taglio $N_S = \{1,3,5\}$ è 32.

Esercizio 4.

Punto	Matrice M	Matrice H	Direzione	Max spostamento	Passo	Nuovo punto
$(-2/3, 1)$	$(0,1)$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$(-7/3, 0)$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{7}$	$(-2,1)$

Punto	Funzione obiettivo problema linearizzato	Sol. ottima problema linearizzato	Direzione	Passo	Nuovo punto
$(-2/3, 1)$	$7/3x_1 + 11x_2$	(-4,-4)	$(-10/3, -5)$	1	$(-4,-4)$

$(-2/3, 1)$ ha moltiplicatori $(-121/5, 0, 13/5, 0)$: sella. $(3/2, -3/2)$ è interno e non annulla il gradiente: non è stazionario.