

## Continuo

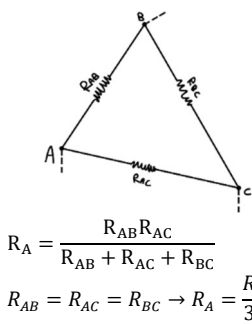
### Resistori in serie

$$R_{eq} = \sum_1^N R_i$$

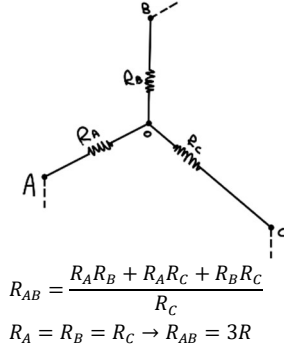
### Resistori in parallelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_1^N \frac{1}{R_i}$$

### Da triangolo a stella



### Da stella a triangolo



### Partitori di tensioni

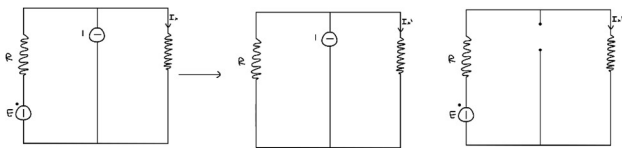
$$V_j = R_j \frac{V}{\sum_1^N R_i}$$

### Partitore di corrente ( $G = \frac{1}{R}$ )

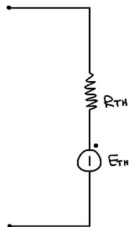
$$I_j = G_j \frac{I}{\sum_1^N G_i}$$

### Principio sovrapposizione degli effetti

$$I_x = I'_x + I''_x$$

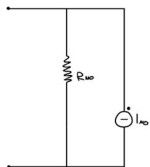


### Teorema di Thevenin



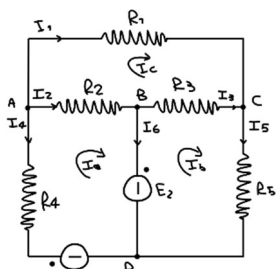
- $R_{th}$  vista dai morsetti dopo aver disattivato tutti i generatori indipendenti
- $E_{th}$  tensione a vuoto ai morsetti della sottorete

### Teorema di Norton



- $R_{no}$  vista dai morsetti dopo aver disattivato tutti i generatori indipendenti
- $I_{no}$  corrente che scorre sul ramo cortocircuitando i due morsetti

### Correnti di maglia

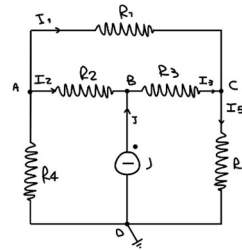


$$I_a : -E_1 + E_2 + (R_2 + R_4)I_a - R_2I_c = 0$$

$$I_b : -E_2 + (R_3 + R_5)I_b - R_3I_c = 0$$

$$I_c : (R_2 + R_1 + R_3)I_c - R_3I_b - R_2I_a = 0$$

## Tensioni di nodo



$$A : 0 = V_A \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} \right) - V_C \left( \frac{1}{R_1} \right) - V_B \left( \frac{1}{R_2} \right)$$

$$B : J = V_B \left( \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_A \left( \frac{1}{R_2} \right) - V_C \left( \frac{1}{R_3} \right)$$

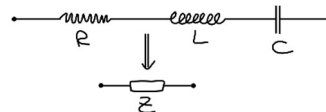
$$C : 0 = V_C \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5} \right) - V_A \left( \frac{1}{R_1} \right) - V_B \left( \frac{1}{R_3} \right)$$

## Sinusoidale

$$X(t) = X_M \sin(\omega t + \phi_M) \quad \dot{X} = X_M e^{j\phi_x} \quad X(t) = \text{Im}\{\dot{X} e^{j\omega t}\}$$

	$x(t)$	$\dot{X}$
Derivata	$\frac{\partial x(t)}{\partial t}$	$j\omega \dot{X}$
Integrale	$\int x(t) dt$	$\frac{\dot{X}}{j\omega}$
Resistore	$V(t) = Ri(t)$	$\dot{V} = R\dot{I}$
Induttore	$V(t) = L \frac{\partial i(t)}{\partial t}$	$\dot{V} = j\omega L \dot{I}$
Condensatore	$V(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$	$\dot{V} = \frac{\dot{I}}{j\omega C}$

## Impedenze



$$\dot{V} = i\dot{Z} = i \left[ R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right]$$

$$\dot{Z} = R + jX$$

R = resistenza, X = reattanza

## Ammetenza

$$\bar{Y} = G + jB \quad (G = \text{conduttanza}, B = \text{suscettanza})$$

## Valore efficace

$$X_{EFF} = \frac{X_M}{\sqrt{2}} \quad \text{Da qui in poi EFF è sottinteso}$$

## Potenze (anche per i generatori)

Potenza attiva (di patatine)

$$P = \text{Re}\{\dot{V}\dot{I}^*\} [W]$$

Potenza reattiva

$$Q = \text{Im}\{\dot{V}\dot{I}^*\} [VAR]$$

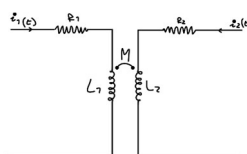
Potenza apparente

$$S = |\dot{V}\dot{I}^*| [VA]$$

Potenza complessa

$$\bar{S} = \dot{V}\dot{I}^* [VA]$$

## Induttori mutuamente accoppiati



$$\dot{V}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2$$

$$\dot{V}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 \pm j\omega M \dot{I}_1$$

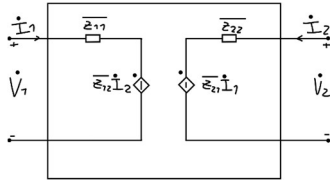
La caduta di auto ( $j\omega L \dot{I}$ ) è positiva se la corrente va dal più al meno, negativa altrimenti.

Il segno della caduta di mutua ( $j\omega M \dot{I}$ ) è uguale a quella di auto se entrambe le correnti entrano o escono dal contrassegno.

## Porte

### Parametrizzazione Z

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{z}_{11} & \bar{z}_{12} \\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix}$$



Staccare i morsetti alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$\bar{z}_{11} = \left. \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0}$$

$$\bar{z}_{21} = \left. \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{I}_2=0}$$

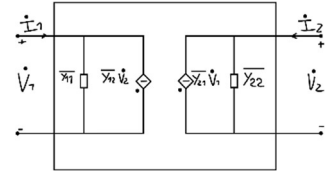
Staccare i morsetti alla prima porta e generatore di prova alla seconda

$$\bar{z}_{12} = \left. \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$\bar{z}_{22} = \left. \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$$

### Parametrizzazione Y

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{y}_{11} & \bar{y}_{12} \\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$



Corto circuito alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$\bar{y}_{11} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1} \right|_{\dot{V}_2=0}$$

$$\bar{y}_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_1} \right|_{\dot{V}_2=0}$$

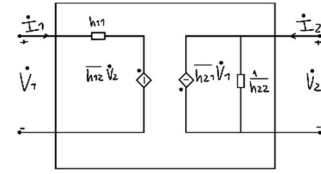
Corto circuito alla prima porta e generatore di prova alla seconda

$$\bar{y}_{12} = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{V}_1=0}$$

$$\bar{y}_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{V}_1=0}$$

### Parametrizzazione H

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{h}_{11} & \bar{h}_{12} \\ \bar{h}_{21} & \bar{h}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{V}_2 \end{bmatrix}$$



Corto circuito alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$\bar{h}_{11} = \left. \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{V}_2=0}$$

$$\bar{h}_{21} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{\dot{V}_2=0}$$

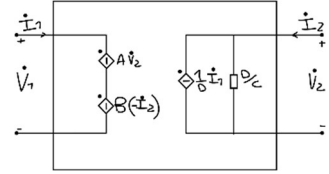
Staccare i morsetti alla prima porta e generatore di prova alla seconda

$$\bar{h}_{12} = \left. \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$\bar{h}_{22} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{I}_1=0}$$

### Parametrizzazione T

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_2 \\ -\dot{I}_2 \end{bmatrix}$$



Staccare i morsetti alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$A = \left. \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$$

$$C = \left. \frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2} \right|_{\dot{I}_2=0}$$

Corto circuito alla seconda porta e generatore di prova alla prima

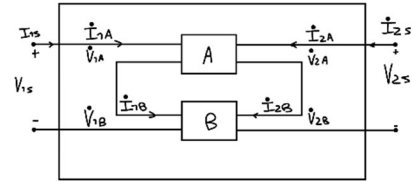
$$B = \left. \frac{\dot{V}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{V}_2=0}$$

$$D = \left. \frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2} \right|_{\dot{V}_2=0}$$

## Collegamenti tra doppi bipoli

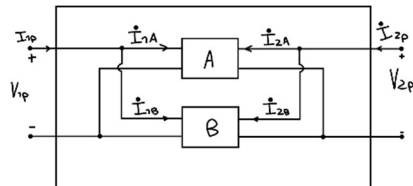
### Serie

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{1,s} \\ \dot{V}_{2,s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,A} \\ \dot{V}_{2,A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,B} \\ \dot{V}_{2,B} \end{bmatrix} = \bar{Z}_A \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,A} \\ \dot{I}_{2,A} \end{bmatrix} + \bar{Z}_B \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,B} \\ \dot{I}_{2,B} \end{bmatrix} = (\bar{Z}_A + \bar{Z}_B) \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,s} \\ \dot{I}_{2,s} \end{bmatrix}$$



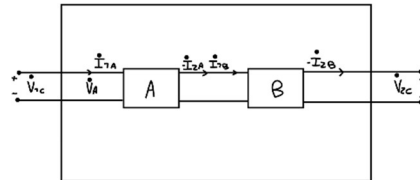
### Parallelo

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{1,p} \\ \dot{I}_{2,p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,A} \\ \dot{I}_{2,A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,B} \\ \dot{I}_{2,B} \end{bmatrix} = \bar{Y}_A \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,A} \\ \dot{V}_{2,A} \end{bmatrix} + \bar{Y}_B \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,B} \\ \dot{V}_{2,B} \end{bmatrix} = (\bar{Y}_A + \bar{Y}_B) \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,p} \\ \dot{V}_{2,p} \end{bmatrix}$$



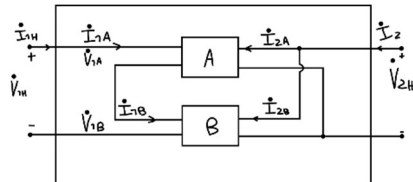
### Cascata

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{1,c} \\ \dot{I}_{1,c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,A} \\ \dot{I}_{1,A} \end{bmatrix} = T_A \begin{bmatrix} \dot{V}_{2,A} \\ -\dot{I}_{2,A} \end{bmatrix} = T_A \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,B} \\ \dot{I}_{1,B} \end{bmatrix} = T_A T_B \begin{bmatrix} \dot{V}_{2,c} \\ -\dot{I}_{2,c} \end{bmatrix}$$



### Ibrido

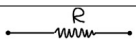
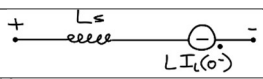

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{1,h} \\ \dot{I}_{2,h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,A} \\ \dot{I}_{2,A} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{V}_{1,B} \\ \dot{I}_{2,B} \end{bmatrix} = \bar{H}_A \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,A} \\ \dot{V}_{2,A} \end{bmatrix} + \bar{H}_B \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,B} \\ \dot{V}_{2,B} \end{bmatrix} = (\bar{H}_A + \bar{H}_B) \begin{bmatrix} \dot{I}_{1,h} \\ \dot{V}_{2,h} \end{bmatrix}$$



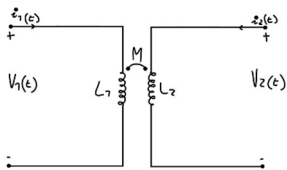
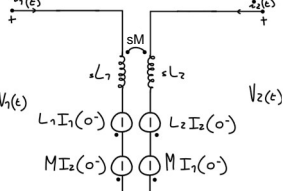
## Transitorio

$f(t)$	$F(s)$
$1, u(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{\partial f(t)}{\partial t}$	$sF(s) - f(0^-)$
$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s}F(s) + \frac{1}{s} \int_{-\infty}^{0^-} f(t) dt$
$V(t) = Ri(t)$	$V(s) = Ri(s)$
$V(t) = L \frac{\partial i(t)}{\partial t}$	$V(s) = sLI(s) - LI(0^-)$
$V(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$	$V(s) = \frac{1}{sC} I(s) + \frac{1}{s} V_c(0^-)$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
$e^{-at}$	$\frac{1}{s+a}$
$\delta(t)$	$1$

## Resistore, induttore, condensatore

	$V(s) = R I(s)$
	$V(s) = s L I(s) - LI(0^-)$
	$V(s) = \frac{1}{sC} I(s) + \frac{1}{s} V_c(0^-)$

## Induttori mutuamente accoppiati

	$V_1(t) = L_1 \frac{di_1(t)}{dt} + M \frac{di_2(t)}{dt}$ $V_2(t) = L_2 \frac{di_2(t)}{dt} + M \frac{di_1(t)}{dt}$
	$V_1(s) = L_1 [s I_1(s) - I_1(0^-)] + M [s I_2(s) - i_2(0^-)]$ $V_2(s) = L_2 [s I_2(s) - I_2(0^-)] + M [s I_1(s) - i_1(0^-)]$

## Teorema dei residui

$$A_j = \lim_{s \rightarrow p_j} (s - p_j) X(s)$$

$p_j$  polo jesimo,  $A_j$  residuo jesimo

Casi brutti:

- Poli complessi

$$x(t) = \left[ 2\sqrt{N^2 + M^2} e^{-\sigma t} \sin\left(\omega t + \arctan \frac{M}{N}\right) \right] u(t)$$

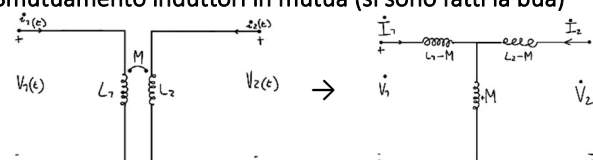
$\sigma$  è la parte reale del polo,  $\omega$  è la parte immaginaria del polo,  $M$  è la parte reale e  $N$  è la parte immaginaria

- $\deg(\text{Num}) = \deg(\text{Den})$   
Divisione e poi fare il caso normale
- $n > 1$  calcolo dei residui

$$A_i = \frac{1}{(n-i)!} \frac{\partial^{n-i} [(s + p_i)^n X(s)]}{\partial s^{n-i}} \Big|_{s=-p_i}$$

$A_i$  è il residuo i-esimo,  $n$  è la molteplicità,  $p_i$  è il polo i-esimo

## Smutuamento induttori in mutua (si sono fatti la bua)



Se la mutua è al contrario i segni a destra sono tutti invertiti

Versione 2.5, in caso di errori contattare il migliore amico di GS.

## Reti reciproche (nessun generatore pilotato)

Parametri Z e Y: la codiagonale ha elementi identici.

Parametri H: la codiagonale ha elementi opposti.

Parametri T: Il determinante della matrice è uguale a 1.

## Prodotto matriciale

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

## Inversa 2x2

$$A^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$