

## Terza Esercitazione

**Esercizio 1.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max & -7 x_1 + x_2 \\ & -3 x_1 + 2 x_2 \leq 4 \\ & -x_1 - 3 x_2 \leq -6 \\ & x_2 \leq 5 \\ & 3 x_1 + 2 x_2 \leq 22 \\ & x_1 \leq 6 \\ & 2 x_1 - x_2 \leq 16 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	4, 5			
$y =$	2, 5			

**Esercizio 2.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 1.

	passo 1	passo 2
Indici di base	2, 5	
$x$		
valore della funzione obiettivo		
$y$		
$h$ (indice uscente)		
rapporti		
$k$ (indice entrante)		

**Esercizio 3.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min & 3 y_1 - 7 y_2 + 5 y_3 + 22 y_4 + 14 y_5 + 15 y_6 \\ & -y_1 - y_2 + 3 y_4 + 2 y_5 + 2 y_6 = 2 \\ & y_1 - 4 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_5 - 2 y_6 = 1 \\ & y \geq 0 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	3, 4			
$y =$	1, 5			

**Esercizio 4.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso duale per il problema dell'esercizio 3.

	passo 1	passo 2
Indici di base	4, 6	
$y$		
valore della funzione obiettivo		
$x$		
$k$ (indice entrante)		
rapporti		
$h$ (indice uscente)		

**Esercizio 5.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max & 8x_1 - 9x_2 \\ & -x_1 \leq 1 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 5 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & x_2 \leq 6 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	2, 5			
$y =$	3, 6			

**Esercizio 6.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 5.

	passo 1	passo 2
Indici di base	1, 3	
$x$		
valore della funzione obiettivo		
$y$		
$h$ (indice uscente)		
rapporti		
$k$ (indice entrante)		

**Esercizio 7.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min & 4 y_1 + 8 y_2 + 2 y_3 + 9 y_4 + 3 y_5 + 7 y_6 \\ & -3 y_1 + y_2 - y_3 + 3 y_4 + y_5 - 2 y_6 = -5 \\ & y_1 - 5 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_6 = 8 \\ & y \geq 0 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	1, 6			
$y =$	5, 6			

**Esercizio 8.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso duale per il problema dell'esercizio 7.

	passo 1	passo 2
Indici di base	4, 6	
$y$		
valore della funzione obiettivo		
$x$		
$k$ (indice entrante)		
rapporti		
$h$ (indice uscente)		

## SOLUZIONI

**Esercizio 1.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max & -7 x_1 + x_2 \\ & -3 x_1 + 2 x_2 \leq 4 \\ & -x_1 - 3 x_2 \leq -6 \\ & x_2 \leq 5 \\ & 3 x_1 + 2 x_2 \leq 22 \\ & x_1 \leq 6 \\ & 2 x_1 - x_2 \leq 16 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (6, 2)$	4, 5	SI	NO	NO
$y = \left(0, -\frac{1}{3}, 0, 0, -\frac{22}{3}, 0\right)$	2, 5	NO	NO	NO

**Esercizio 2.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 1.

	passo 1	passo 2
Indici di base	2, 5	4, 5
$x$	(6, 0)	(6, 2)
valore della funzione obiettivo	-42	-40
$y$	$\left(0, -\frac{1}{3}, 0, 0, -\frac{22}{3}, 0\right)$	$\left(0, 0, 0, \frac{1}{2}, -\frac{17}{2}, 0\right)$
$h$ (indice uscente)	2	5
rapporti	33, 15, 6	3, 2
$k$ (indice entrante)	4	3

**Esercizio 3.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min & 3 y_1 - 7 y_2 + 5 y_3 + 22 y_4 + 14 y_5 + 15 y_6 \\ & -y_1 - y_2 + 3 y_4 + 2 y_5 + 2 y_6 = 2 \\ & y_1 - 4 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_5 - 2 y_6 = 1 \\ & y \geq 0 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (4, 5)$	3, 4	SI	NO	NO
$y = (0, 0, 0, 0, 1, 0)$	1, 5	SI	SI	SI

**Esercizio 4.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso duale per il problema dell'esercizio 3.

	passo 1	passo 2
Indici di base	4, 6	5, 6
$y$	$\left(0, 0, 0, \frac{3}{5}, 0, \frac{1}{10}\right)$	$(0, 0, 0, 0, 1, 0)$
valore della funzione obiettivo	$\frac{147}{10}$	14
$x$	$\left(\frac{37}{5}, -\frac{1}{10}\right)$	$\left(\frac{43}{6}, -\frac{1}{3}\right)$
$k$ (indice entrante)	5	2
rapporti	1, 1	0
$h$ (indice uscente)	4	6

**Esercizio 5.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max & 8x_1 - 9x_2 \\ & -x_1 \leq 1 \\ & x_1 - 3x_2 \leq 5 \\ & -x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 7 \\ & x_1 - x_2 \leq 3 \\ & x_2 \leq 6 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (2, -1)$	2, 5	SI	NO	SI
$y = (0, 0, -8, 0, 0, 7)$	3, 6	NO	NO	NO

**Esercizio 6.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 5.

	passo 1	passo 2
Indici di base	1, 3	3, 4
$x$	$(-1, 1)$	$(1, 2)$
valore della funzione obiettivo	-17	-10
$y$	$\left(-\frac{7}{2}, 0, -\frac{9}{2}, 0, 0, 0\right)$	$\left(0, 0, -\frac{33}{5}, \frac{7}{5}, 0, 0\right)$
$h$ (indice uscente)	1	3
rapporti	2, 10, 10	$\frac{25}{3}, 5$
$k$ (indice entrante)	4	5

**Esercizio 7.** Dato il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \min & 4 y_1 + 8 y_2 + 2 y_3 + 9 y_4 + 3 y_5 + 7 y_6 \\ & -3 y_1 + y_2 - y_3 + 3 y_4 + y_5 - 2 y_6 = -5 \\ & y_1 - 5 y_2 + y_3 + 2 y_4 + y_6 = 8 \\ & y \geq 0 \end{cases}$$

riempire la tabella seguente:

Vettore	Indici di base	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (3, 13)$	1, 6	NO	SI	NO
$y = (0, 0, 0, 0, 11, 8)$	5, 6	SI	NO	NO

**Esercizio 8.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso duale per il problema dell'esercizio 7.

	passo 1	passo 2
Indici di base	4, 6	1, 4
$y$	$\left(0, 0, 0, \frac{11}{7}, 0, \frac{34}{7}\right)$	$\left(\frac{34}{9}, 0, 0, \frac{19}{9}, 0, 0\right)$
valore della funzione obiettivo	$\frac{337}{7}$	$\frac{307}{9}$
$x$	$\left(-\frac{5}{7}, \frac{39}{7}\right)$	$\left(\frac{1}{9}, \frac{13}{3}\right)$
$k$ (indice entrante)	1	3
rapporti	$\frac{34}{9}$	$\frac{34}{5}, \frac{19}{2}$
$h$ (indice uscente)	6	1