QUINTA ESERCITAZIONE

Esercizio 1. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max\ 10\ x_1 + 7\ x_2 \\ -3\ x_1 + x_2 \leq -2 \\ -x_1 - 2\ x_2 \leq -3 \\ x_2 \leq 4 \\ 3\ x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 - 2\ x_2 \leq 3 \\ 2\ x_1 - x_2 \leq 13 \end{cases}$$

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
{4, 5}	$x =$		
{2, 5}	$y =$		

Esercizio 2. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 1.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
iterazione 1	{1,3}					
iterazione 2						

Esercizio 3. Una ditta produce latte liquido e in polvere. Il latte liquido viene venduto in cartocci da 1 l, ciascuno dei quali occupa un volume di 0.002 m^3. Il profitto ottenuto dalla vendita di 1 l di latte é di 1.20 Euro. Il latte in polvere viene venduto in barattoli da 2, 1.5 e 1 kg rispettivamente. Il costo che la ditta sostiene per la produzione di 1 kg di latte in polvere é di 5 Euro. La seguente tabella riporta i prezzi di vendita dei barattoli e i volumi occupati:

Barattolo	Prezzo (Euro)	Volume occupato (m^3)
2 kg	24	0.004
1.5 kg	16	0.003
1 kg	12	0.002

La ditta deve soddisfare la domanda di mercato stimata in 600 l di latte liquido e 200 kg di latte in polvere. Il latte prodotto sará trasportato con un veicolo a temperatura controllata di capacitá 28.3 m^3. Determinare quante unitá dei diversi tipi di latte la ditta deve produrre per massimizzare il profitto e soddisfare le richieste di mercato. Scrivere i comendi Matlab

Esercizio 4. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 cittá, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

cittá	**2**	**3**	**4**	**5**
1	16	19	18	27
2		9	19	25
3			22	11
4				28

Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 3–albero di costo minimo. Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo piú vicino a partire dal nodo 2. Applicare il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 3–albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{23}, x_{35}, x_{25}.

Esercizio 5. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \min\ 10\ x_1 + 7\ x_2 \\ 9\ x_1 + 8\ x_2 \geq 52 \\ 18\ x_1 + 6\ x_2 \geq 59 \\ x_i \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

Calcolare una valutazione inferiore ed una valutazione superiore. Calcolare un taglio di Gomory.

Esercizio 6. Completare la seguente tabella considerando il problema di programmazione lineare:

$$\begin{cases} \max\ 14\ x_1 + 8\ x_2 \\ -5\ x_1 - 3\ x_2 \le -2 \\ 2\ x_1 - 3\ x_2 \le 5 \\ -2\ x_1 + 3\ x_2 \le 16 \\ x_1 + 4\ x_2 \le 25 \\ 4\ x_1 - x_2 \le 15 \\ -x_1 + 7\ x_2 \le 41 \end{cases}$$

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
{4, 5}	$x =$		
{1, 5}	$y =$		

Esercizio 7. Effettuare due iterazioni dell'algoritmo del simplesso primale per il problema dell'esercizio 5.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
iterazione 1	{3,4}					
iterazione 2						

Esercizio 8. Una ditta produce tre tipi di piastrelle (P1, P2, P3) utilizzando tre diversi materiali (M1, M2, M3). La seguente tabella riporta le quantitá (in Kg) di ciascuna materia prima richiesta per produrre una piastrella e la quantitá massima (in Kg) di ciascuna materia prima che si puó acquistare mensilmente:

	M1	M2	M3
P1	0.2	0.8	0.4
P2	0.4	0.2	0.3
P3	0.3	0.1	0.2
quantitá massima	3000	1500	4000

Nella seguente tabella sono riportate, per ogni piastrella, le ore necessarie per la produzione, i prezzi di vendita (in Euro) e le quantitá minime da produrre:

	P1	P2	P3
ore lavorative	1	0.8	0.5
prezzo di vendita	24	20	12
quantitá minime	1000	2000	1200

Determinare la produzione mensile in modo da massimizzare il ricavo, tenendo conto che il numero di ore impiegate per la lavorazione della piastrella P1 non deve superare il 30% del totale delle ore necessarie per la lavorazione di tutte le piastrelle fabbricate (si supponga di vendere tutte le piastrelle fabbricate). Scrivere i comendi Matlab

Esercizio 9. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 7 metri cubi, cercando di massimizzare il valore dei beni inseriti (ogni bene puó essere inserito al massimo una volta).

Beni	1	2	3	4
Valori	10	13	18	24
Volumi	2	3	4	6

Calcolare una valutazione inferiore ed una superiore. Risolvere il problema applicando il metodo del *Branch and Bound*. Effettuare la visita dell'albero per ampiezza e in ogni nodo istanziare l'eventuale variabile frazionaria.

Esercizio 10. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \max\ 14\ x_1 + 8\ x_2 \\ 11\ x_1 + 13\ x_2 \le 46 \\ 13\ x_1 + 11\ x_2 \le 45 \\ x_i \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

Calcolare una valutazione superiore ed una inferiore. Calcolare un taglio di Gomory.

SOLUZIONI

Esercizio 1.

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
$\{4,\ 5\}$	$x = (5,\ 1)$	SI	NO
$\{2,\ 5\}$	$y = \left(0,\ -\frac{27}{4},\ 0,\ 0,\ \frac{13}{4},\ 0\right)$	NO	NO

Esercizio 2.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
iterazione 1	$\{1,\ 3\}$	$(2,\ 4)$	$\left(-\frac{10}{3},\ 0, \frac{31}{3},\ 0,\ 0,\ 0\right)$	1	$6,\ 27,\ \frac{39}{2}$	4
iterazione 1	$\{3,\ 4\}$	$(4,\ 4)$	$\left(0,\ 0,\ \frac{11}{3},\ \frac{10}{3},\ 0,\ 0\right)$			

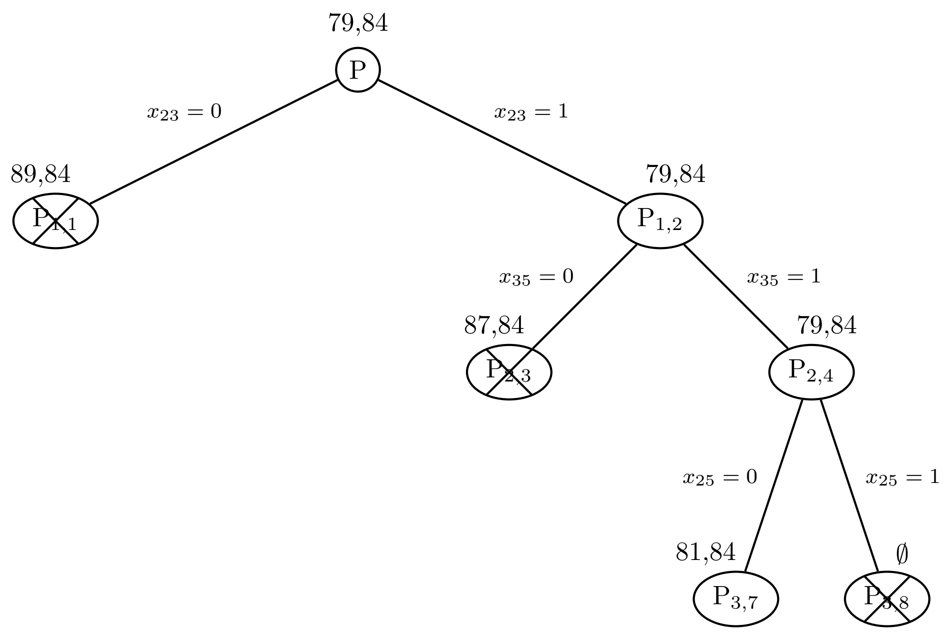
Esercizio 3.

```
c=[-1.2; -14; -8.5; -7]

A=[0 -2 -1.5 -1; 0.002 0.004 0.003 0.002]          b=[-200; 28.3]

Aeq=[]                                              beq=[]

lb=[6000; 0; 0; 0]                                  ub=[]
```

Esercizio 4.
3–albero di costo minimo: (1 , 2) (1 , 4) (2 , 3) (2 , 5) (3 , 5)

algoritmo del nodo piú vicino a partire dal nodo 2; ciclo: $2 - 3 - 5 - 1 - 4$ con $v_S(P) = 84$

metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 3–albero di costo minimo istanziando, nell'ordine, le variabili x_{23}, x_{35}, x_{25}.



Esercizio 5.

$$\begin{cases} \min\ 10\ x_1 + 7\ x_2 \\ 9\ x_1 + 8\ x_2 \geq 52 \\ 18\ x_1 + 6\ x_2 \geq 59 \\ x_i \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

sol. ottima del rilassamento $= \left(\frac{16}{9}, \frac{9}{2}\right)$	$v_I(P) = 50$

sol. ammissibile $= (2,5)$	$v_S(P) = 55$

$r = 1$	$17\,x_1 + 6\,x_2 \geq 58$
$r = 2$	$9\,x_1 + 7\,x_2 \geq 48$

Esercizio 6.

Base	Soluzione di base	Ammissibile (si/no)	Degenere (si/no)
{4, 5}	$x = (5,\ 5)$	SI	NO
{1, 5}	$y = \left(-\frac{46}{17},\ 0,\ 0,\ 0,\ \frac{2}{17},\ 0\right)$	NO	NO

Esercizio 7.

	Base	x	y	Indice uscente	Rapporti	Indice entrante
iterazione 1	{3, 4}	(1, 6)	$\left(0,\ 0,\ -\frac{48}{11},\ \frac{58}{11},\ 0,\ 0\right)$	3	21, 11	5
iterazione 2	{4, 5}	(5, 5)	$\left(0,\ 0,\ 0,\ \frac{46}{17},\ \frac{48}{17},\ 0\right)$	–	–	–

Esercizio 8.

variabili decisionali: x_i = numero di piastrelle di tipo i prodotte, con $i = 1, 2, 3$.

modello: $$\begin{cases} \max\ 24\ x_1 + 20\ x_2 + 12\ x_3 \\ 0.2\ x_1 + 0.4\ x_2 + 0.3\ x_3 \geq 3000 \\ 0.8\ x_1 + 0.2\ x_2 + 0.1\ x_3 \geq 1500 \\ 0.4\ x_1 + 0.3\ x_2 + 0.2\ x_3 \geq 4000 \\ x_1 \geq 0.3\ (x_1 + 0.8\ x_2 + 0.5\ x_3) \\ x_A \geq 1000 \\ x_B \geq 2000 \\ x_C \geq 1200 \end{cases}$$

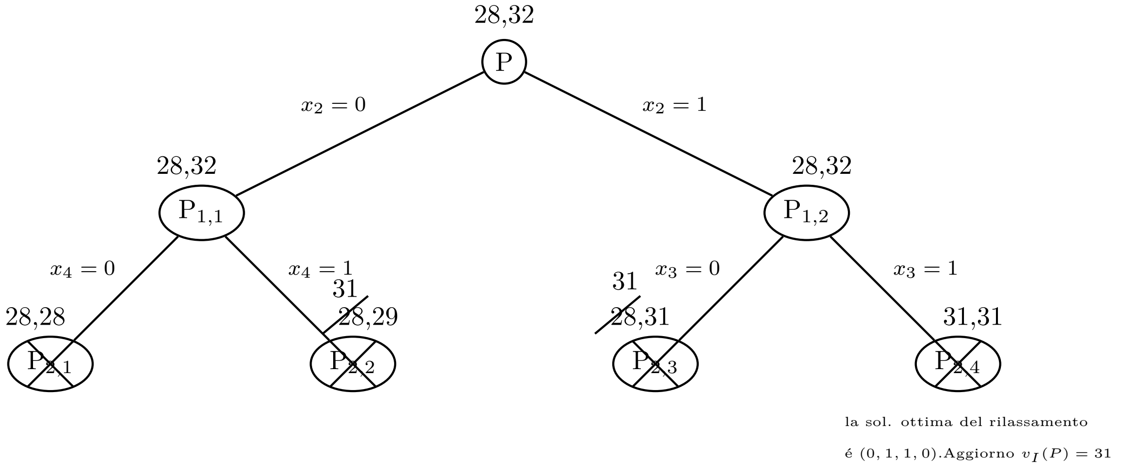
COMANDI DI MATLAB

```
c=-[24;20;12]

A=[0.2 0.4 0.3;0.8 0.2 0.1;0.4 0.3 0.2; 0.7 -0.24 -0.15]      b=[3000;1500;4000;0]

Aeq=[]                                                         beq=[]

lb=[1000; 2000; 1200]                                          ub=[]
```

Esercizio 9.

sol. ammissibile $= (1,0,1,0)$	$v_I(P) = 28$

sol. ottima del rilassamento $= \left(1, \frac{1}{3}, 1, 0\right)$	$v_S(P) = 32$



soluzione ottima $= (0, 1, 1, 0)$ valore ottimo $= 31$

Esercizio 10.

sol. ottima del rilassamento $= \left(\frac{45}{13}, 0\right)$ $v_S(P) = 48$

sol. ammissibile $= (3, 0)$ $v_I(P) = 42$

$r = 1$ $x_1 \leq 3$

$r = 3$ $2\,x_1 + x_2 \leq 6$