
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 16/09/2016



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 16/09/2016



- 1) Calcolare la fattorizzazione LR della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$

- 2) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \beta \\ \beta & \alpha & \beta \\ \beta & \beta & \alpha \end{pmatrix}, \quad \alpha, \beta \in \mathbb{R},$$

è matrice dei coefficienti di un sistema lineare $Ax = b$.

Per quali valori reali di α e β risulta convergente il metodo di Jacobi per approssimare la soluzione di tale sistema?

- 3) L'equazione

$$e^{-x} - x^2 + 2x = 0$$

ha una radice reale $\alpha \in]2, 3[$.

Il metodo di Newton converge se si sceglie $x_0 = 3$?

- 4) Una equazione algebrica ha la seguente successione di Sturm:

$$P_0(x) = x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$$

$$P_1(x) = 4x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

$$P_2(x) = 11x^2 - 14x + 33$$

$$P_3(x) = 19x + 88$$

$$P_4(x) = -1.$$

Quante sono le soluzioni reali di tale equazione?

- 5) Calcolare peso e nodo della formula di quadratura

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x) f(x) dx = a_0 f(x_0) + E_0(f)$$

in modo da avere il grado di precisione massimo. Si indichi il grado di precisione ottenuto.

SOLUZIONE

1) Risulta

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

2) La matrice di iterazione

$$H_J = -\frac{\beta}{\alpha} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ha autovalori $\lambda_{1,2} = -\frac{\beta}{\alpha}$ e $\lambda_3 = 2\frac{\beta}{\alpha}$ per cui si ha convergenza se $|\frac{\beta}{\alpha}| < \frac{1}{2}$.

3) Posto $f(x) = e^{-x} - x^2 + 2x$, sull'intervallo $[2, 3]$ si ha $f'(x) < 0$ e $f'' < 0$ per cui scegliendo $x_0 = 3$ il metodo di Newton converge.

4) Risulta $V(-\infty) - V(\infty) = 2$ per cui l'equazione ha due radici reali.

5) Imponendo che la formula proposta sia esatta per $f(x) = 1, x$ si ottiene $a_0 = 2$ e $x_0 = 0$. Poiché risulta $E_0(x^2) \neq 0$, il grado di precisione della formula è $m = 1$.