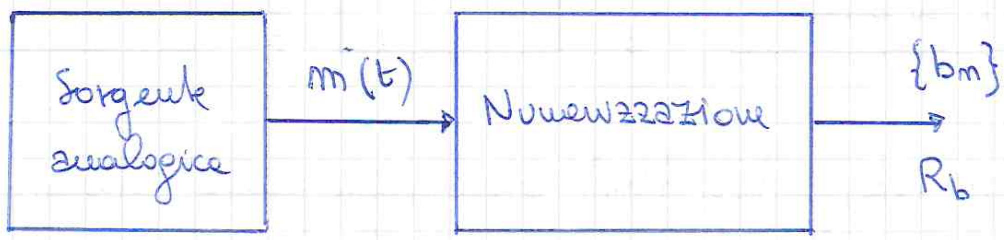
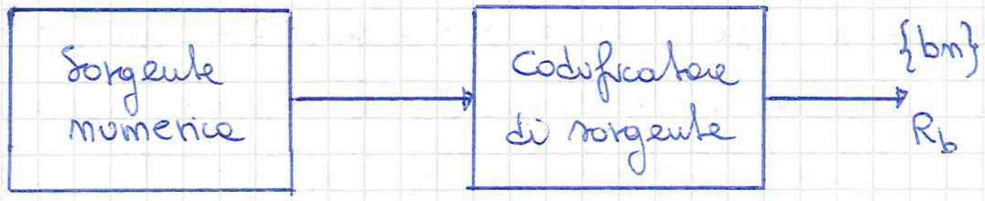
Introduzione ai sistemi di comunicazione numerici

Un sistema di trasmissione numerico ha lo scopo di convogliare una sequenza di bit da un trasmettitore ad un ricevitore. La sorgente di informazione può essere analogica o numerica. Se la sorgente è analogica, il segnale informativo $m(t)$ deve essere preventivamente numerizzato, ovvero trasformato in una successione di bit mediante tecniche opportune, quali ad esempio la modulazione PCM o la modulazione delta, così come indicato nella figura seguente

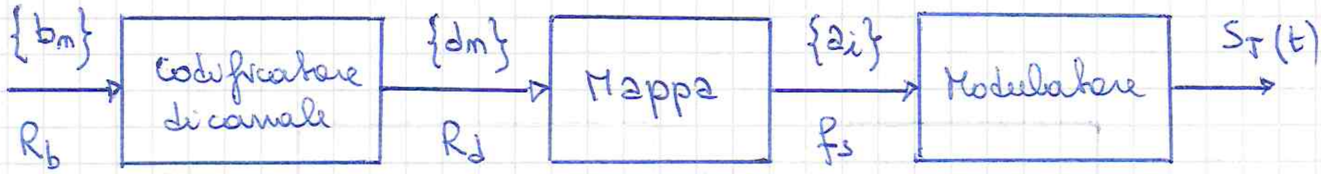


dove $\{b_m\}$ sono i bit derivati dalla numerizzazione di $m(t)$ e R_b è la frequenza (in bit/s) con la quale tali bit sono generati.

Se invece la sorgente di informazione è di tipo numerico, essa produrrà un numero finito di messaggi (si pensi ad esempio alla tastiera di un PC), i quali verranno mappati su stringhe di bit mediante un codificatore di sorgente, il cui compito è quello di eliminare la eventuale ridondanza presente nei messaggi in uscita dalla sorgente. Anche in questo caso, indichiamo con $\{b_n\}$ la sequenza dei bit in uscita dal codificatore di sorgente, e con R_b la loro velocità.



Lo schema a blocchi di un generico sistema di comunicazione numerico è il seguente (lato trasmettitore)



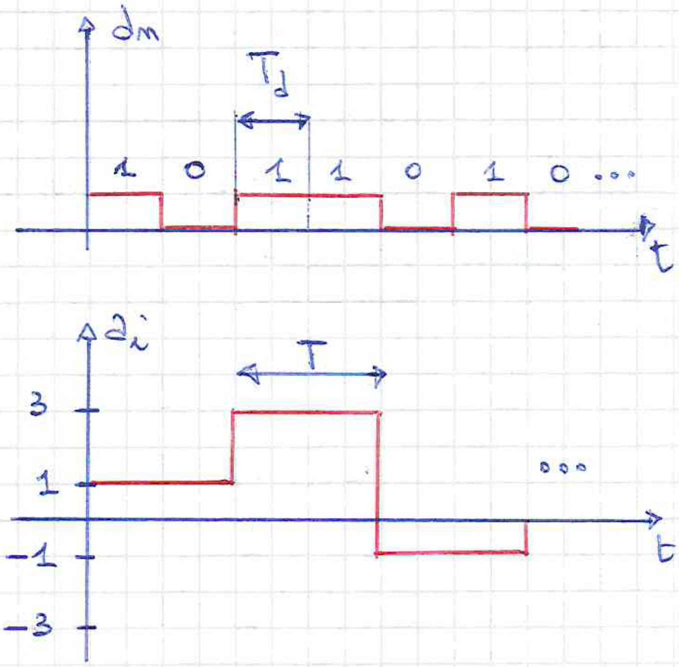
Come si vede, i bit $\{b_n\}$ provenienti dalla sorgente passano attraverso il codificatore di canale, il quale aggiunge ridondanza in modo da migliorare le prestazioni globali del sistema. A tale scopo, sono molto usati i "codici a blocco". Un codice a blocco (n, k) è ottenuto aggiungendo $n-k$ simboli binari di codice a blocchi di k simboli binari di sorgente. Affinché non si verifichi perdita di informazione, è necessario aumentare la velocità dei simboli binari $\{d_n\}$ del fattore n/k, in modo che risulti

$$kT_b = nT_d \Longrightarrow \boxed{\frac{n}{k} = \frac{T_b}{T_d} = \frac{R_d}{R_b}}$$

Il mappatore trasforma la sequenza dei bit di codice $\{d_m\}$ in una sequenza di simboli $\{a_i\}$, appartenenti ad un alfabeto $\mathcal{A}$ costituito da M diversi simboli, dove M è tipicamente una potenza di 2. Posto $M = 2^Q$, il mappatore associa un simbolo di modulazione a ciascun blocco di Q bit di canale.

Per una mappa quaternaria si ha ad esempio la situazione di figura seguente

$\{d_m\}$	a_i
0 0	−3
0 1	−1
1 0	1
1 1	3



L'intervallo T tra due simboli adiacenti nel tempo viene detto "intervallo di segnalazione".

Se $M = 2^Q$, allora si avrà la relazione

$$T = Q T_d = T_d \log_2 M$$

La velocità $f_S = 1/T$ con cui vengono trasmessi i simboli sul canale è legata a R_d dalla relazione

$$f_S = \frac{R_d}{Q} = \frac{R_d}{\log_2 M}$$

per cui essa diminuisce all'aumentare della cardinalità M dell'alfabeto dei simboli (a parità di velocità R_d dei bit di codice). Tale frequenza f_S viene misurata in simboli/sec, ovvero in BAUD.

Il modulatore numerico converte la sequenza dei simboli $\{a_i\}$ in un segnale analogico $s_T(t)$, di forma tale da poter essere trasmesso sul canale di comunicazione. Esso può essere di tipo passa-basso o di tipo passa-banda, a seconda che il sistema di comunicazione operi in banda base o in banda passante. Ad ogni

Sistemi di comunicazione numerici in banda base

Sono sistemi di comunicazione numerici in cui il segnale trasmesso $s_T(t)$ ha densità spettrale di potenza centrata intorno alla continua ($f=0$).

Il più importante sistema di comunicazione numerico in banda base è il sistema PAM (Pulse Amplitude Modulation), che verrà analizzato in dettaglio nel seguito.

Sistema PAM

Come tutti i sistemi di comunicazione numerici, il sistema PAM riceve in ingresso i simboli di modulazione $\{a_i\}$, provenienti dal mappaggio dei bit di codice $\{d_m\}$. La mappa è tipicamente antipodale, e la sua cardinalità è una potenza di 2. Possibili mappe PAM binarie, quaternarie e ottonarie sono le seguenti

1) Mappa binaria

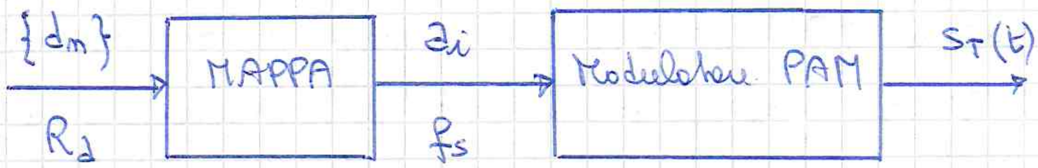
d_m	a_i
0	-1
1	$+1$

2) Mappa quaternaria

$\{d_m\}$	a_i
0 0	-3
0 1	-1
1 0	$+1$
1 1	$+3$

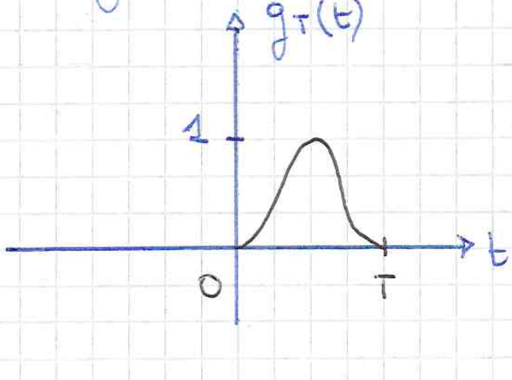
3) Mappa ottonaria

$\{d_n\}$	a_i
0 0 0	-7
0 0 1	-5
0 1 0	-3
0 1 1	-1
1 0 0	$+1$
1 0 1	$+3$
1 1 0	$+5$
1 1 1	$+7$

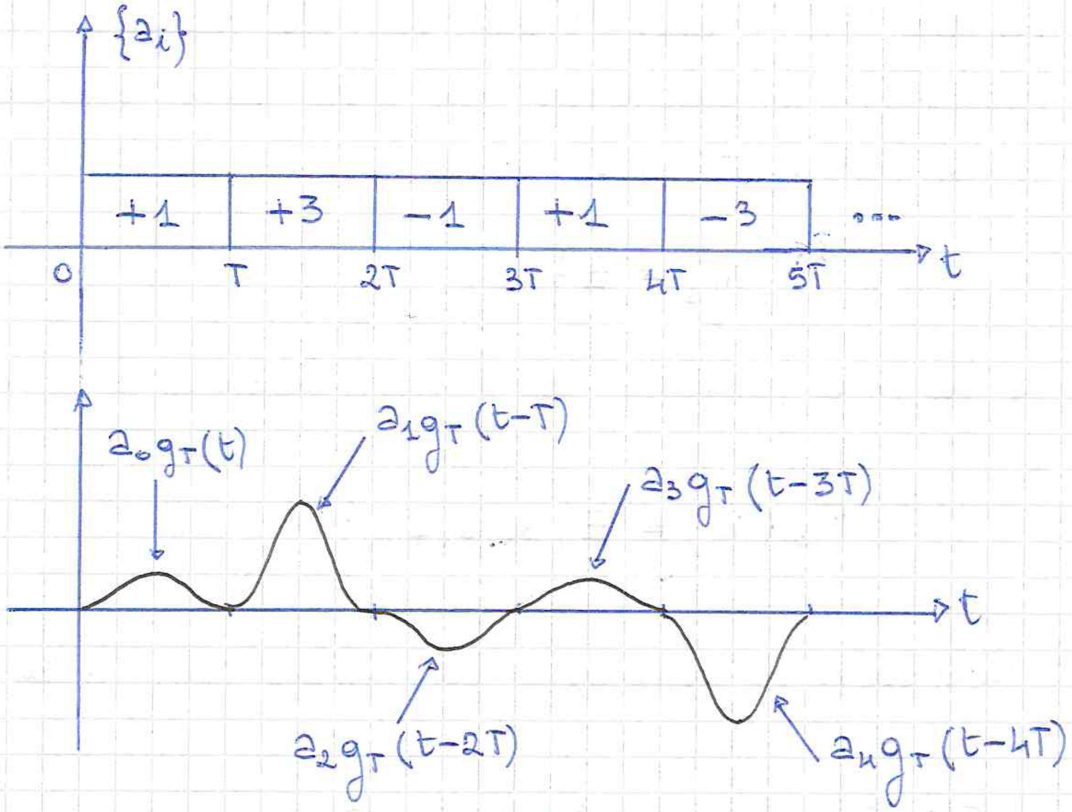


Il segnale PAM è una serie di impulsi che si susseguono in successione con intervallo di tempo $T = 1/f_s$ e modulati in ampiezza dai simboli $\{a_i\}$.

Ammettendo che l'impulso usato dal modulatore sia quello di figura seguente



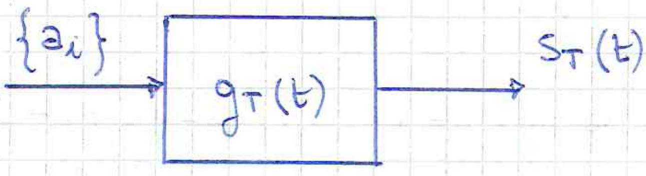
il segnale PAM corrispondente ad una sequenza di simboli $\{a_0, a_1, a_2, \dots\}$ si costruisce come indicato di seguito



Sovrapponendo tutti questi impulsi, otteniamo il segnale PAM

$$\boxed{s_T(t) = \sum_i a_i\, g_T(t - iT)}$$

che, dal punto di vista di schema a blocchi, può essere schematizzato nel modo seguente



Densità spettrale di potenza del segnale PAM

Per il calcolo della densità spettrale di potenza di un segnale PAM, ammettiamo che la sequenza $\{a_i\}$ dei simboli di modulazione sia stazionaria almeno in senso lato. La sua media è

$$\eta_a = E\{a_i\}$$

e la sua funzione di autocorrelazione è

$$R_a(m) = E\{a_i a_{i+m}\}$$

In definitiva, si ha

$$\boxed{S_s(f) = \frac{1}{T} \mathcal{S}_a(f) \left| G_T(f) \right|^2}$$

dove

$$\mathcal{S}_a(f) = \sum_m R_a(m) e^{-j 2\pi m f T}$$

è la densità spettrale di potenza della sequenza dei simboli trasmessi. La potenza del segnale PAM è quindi anche esprimibile nella forma

$$P_s = \frac{1}{T}\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{S}_a(f)\,|G_T(f)|^2 df$$

Se i simboli $\{a_i\}$ sono incorrelati, si ha

$$R_a(m) = \begin{cases} E\{a_i^2\} = \sigma_a^2 + \eta_a^2 & \text{se } m=0 \\ E\{a_i\}E\{a_{i+m}\} = \eta_a^2 & \text{se } m\neq 0 \end{cases}$$

ovvero

$$R_a(m) = \eta_a^2 + \sigma_a^2\delta(m)$$

per cui risulta

$$\mathcal{S}_a(f) = \sigma_a^2 + \frac{\eta_a^2}{T}\sum_l \delta\left(f-\frac{l}{T}\right)$$

La densità spettrale di potenza è allora

$$S_s(f) = \frac{1}{T}\left[\sigma_a^2 + \frac{\eta_a^2}{T}\sum_l \delta\left(f-\frac{l}{T}\right)\right]|G_T(f)|^2$$

ovvero

$$\boxed{S_s(f) = \frac{\sigma_a^2}{T}|G_T(f)|^2 + \frac{\eta_a^2}{T^2}\sum_l \left|G_T\left(\frac{l}{T}\right)\right|^2\delta\left(f-\frac{l}{T}\right)}$$

La potenza del segnale è allora

$$P_s = \frac{\sigma_a^2}{T} E_{g_T} + \frac{\eta_a^2}{T^2} \sum_{\ell} \left| G_T\left(\frac{\ell}{T}\right)\right|^2$$

dove

$$E_{g_T} = \int_{-\infty}^{\infty} |G_T(f)|^2 df$$

è l'energia dell'impulso $g_T(t)$. Come si vede, la densità spettrale di potenza si compone di una parte continua e di una parte discreta costituita da un pettine di delte di Dirac.

Nel caso di simboli incorrelati a media nulla, si trova

$$S_s(f) = \frac{\sigma_a^2}{T} |G_T(f)|^2$$

per cui resta solo la parte continua, e la potenza è

$$P_s = \frac{\sigma_a^2}{T} E_{g_T}$$

Consideriamo ora un sistema PAM con simboli indipendenti ed identicamente distribuiti (iid). In tal caso si ha

$$\eta_a = 0 \qquad e \qquad \sigma_a^2 = E\{a_i^2\} = \frac{M^2-1}{3}$$

essendo M la cardinalità dell'alfabeto $\mathcal{A}$ dei simboli di modulazione $\{a_i\}$. Risulta allora

$$S_s(f) = \frac{M^2-1}{3T} |G_T(f)|^2$$

$$P_s = \frac{M^2-1}{3T} E_{g_T}$$

Si definisce "energia media per simbolo" la grandezza

$$E_s = P_s T = \frac{M^2-1}{3} E_{g_T}$$

ed "energia media per bit" la grandezza $E_d = E_s / \log_2 M$

$$E_d = P_s T_d = \frac{M^2-1}{3 \log_2 M} E_{g_T}$$