
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 11/01/2014



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 11/01/2014



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = \frac{x}{x + y}.$$

- 2) Dire se le seguenti affermazioni sono vere o sono false.

- a) A^3 matrice convergente $\implies A$ matrice convergente;
- b) A matrice convergente $\implies A^3$ matrice convergente;
- c) $\|A\|_1 = 1.01 \implies A$ matrice non convergente;
- d) $\rho(A) = 1.001 \implies A$ matrice non convergente.

- 3) $\alpha = 2$ è punto fisso di una funzione $\phi(x)$ e risulta $\phi'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}(x - 2)^2$ per $x \in [1, 3]$.

Scegliendo $x_0 = \frac{3}{2}$, il metodo iterativo $x_{n+1} = \phi(x_n)$ risulta convergente?

- 4) Data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 1 & 2 & \alpha \\ \hline y & 2 & 0 & 2 & 2\alpha \end{array}, \quad \alpha \in \mathbb{R},$$

determinare i valori del parametro reale α che rendono minimo il grado del polinomio di interpolazione.

- 5) Per approssimare l'integrale $I = \int_0^1 (1+x)f(x)dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_0(f) = a_0 f(x_0).$$

Determinare il peso a_0 ed il nodo x_0 che danno la formula con grado di precisione massimo indicando tale grado di precisione.

SOLUZIONE

- 1) Considerando l'algoritmo

$$r_1 = x + y, \quad r_2 = \frac{x}{r_1},$$

si ottiene l'espressione dell'errore relativo

$$\epsilon_f = \epsilon_2 - \epsilon_1 + \frac{y}{x+y} (\epsilon_x - \epsilon_y) .$$

- 2) a), b) , d) sono implicazioni vere mentre c) è una implicazione falsa.
- 3) La funzione $\phi'(x)$ risulta positiva (per ogni x reale) e minore o uguale a $\frac{3}{4}$ per ogni $x \in [1, 3]$. Sono quindi verificate le ipotesi del Teorema di Convergenza Locale per cui il metodo risulta convergente scegliendo come punto iniziale $x_0 = \frac{3}{2}$.
- 4) Dal quadro delle differenze divise si ricava che il polinomio di interpolazione risulta di grado minimo se $\alpha = 0$ o $\alpha = 3$. In particolare, il polinomio di interpolazione è $P_3(x) = x^2 - x$.
- 5) Imponendo che la formula sia esatta per $f(x) = 1$ e $f(x) = x$ si ottiene il sistema

$$\begin{cases} a_0 &= \frac{3}{2} \\ a_0 x_0 &= \frac{5}{6} \end{cases}$$

da cui si ricava $a_0 = \frac{3}{2}$ e $x_0 = \frac{5}{9}$.

La formula ottenuta non risulta esatta per $f(x) = x^2$ per cui il grado di precisione è $m = 1$.