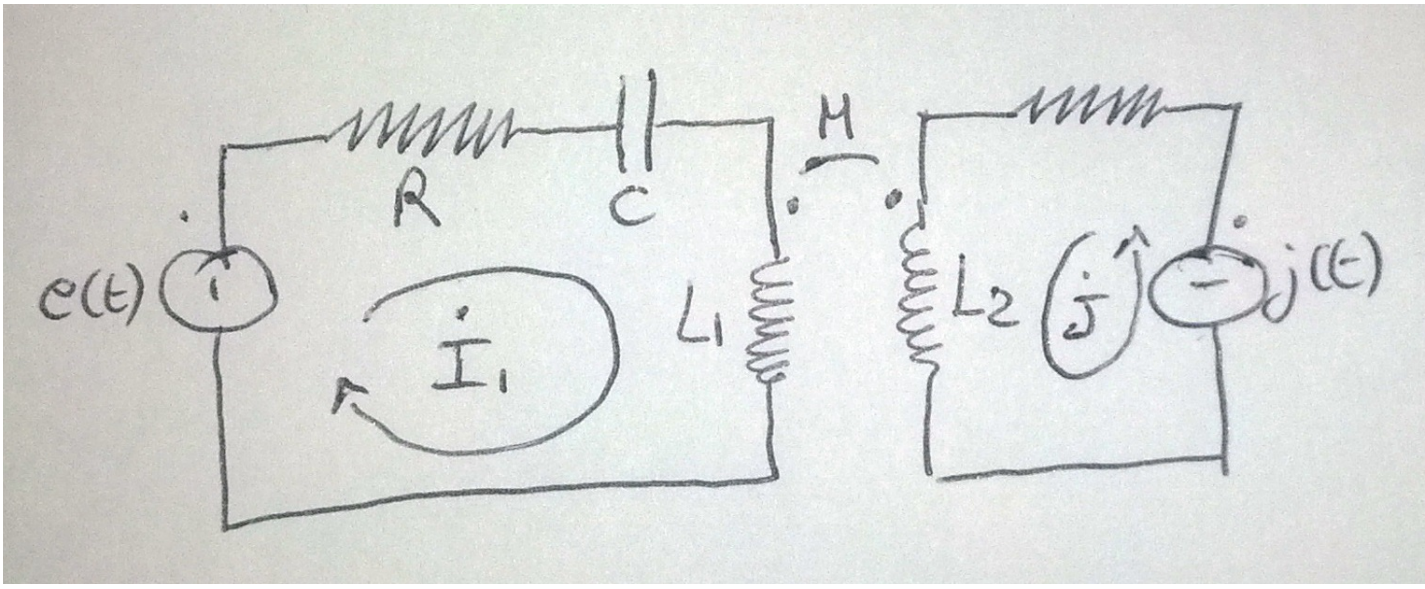
Appello del 11/06/2012 FILA A

Esercizio 0

$$e(t) = 50cos(500t + \frac{\pi}{3})V$$

$$j(t) = 2sin(500t)A$$



Potenza attiva e reattiva su L_1

Assegnamo rispettivamente ai generatori e(t) e j(t) i fasori $\dot{E}$ e $\dot{J}$

$$\dot{E} = 50e^{j\frac{5}{6}\pi}$$

perche' sono due forme d'onda diverse,

si trasforma quella cosinusoidale in una sinusoidale

infatti $\rightharpoonup cos(\beta) = sin(\beta + \frac{\pi}{2})$

$$\dot{J} = 2$$

$$\dot{E} = (R + \frac{1}{j\omega C} + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{J}$$

$$\dot{I}_1 = 4.33 + j1.5$$

$$\dot{V}_L = [j\omega L_1 I_1 + j\omega M J] = -7.5 + j31.65$$

$$\bar{S} = \frac{\dot{V}_L \dot{I}^*{}_1}{2} = 7.5 + j74.15$$

Nell'espressione della potenza apparente si divide per due

poiche' vanno usati i valori efficaci di corrente e tensione

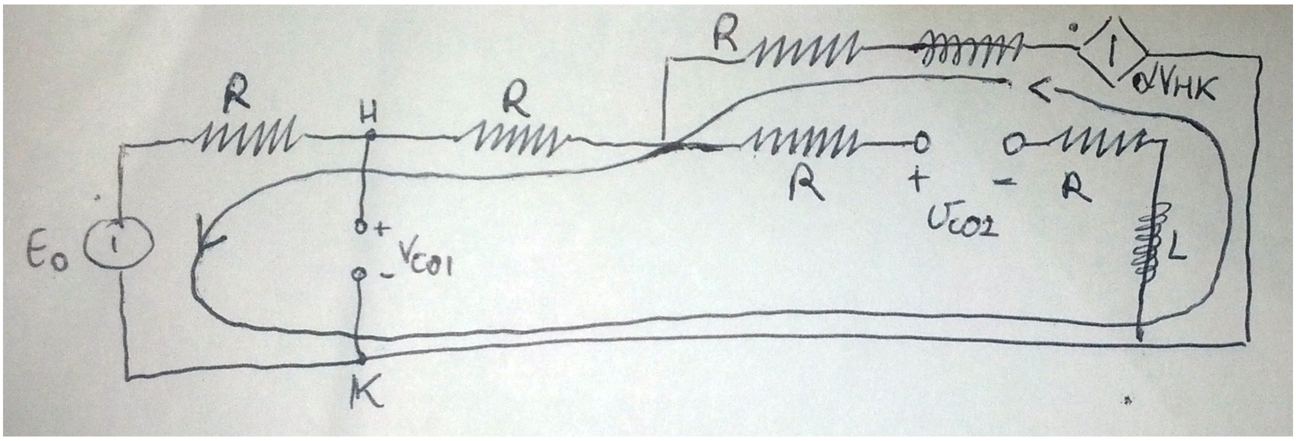
Quindi

$$P = 7.5W$$

$$Q = 74.15VAR$$

Esercizio 1

Consideriamo il circuito per $t < 0$, in cui siamo in corrente continua. Quindi si considerano i condensatori come circuiti aperti, e gli induttori come cortocircuiti, e si calcolano le condizioni iniziali, ovvero le correnti sugli induttori, e le tensioni sui condensatori. Su uno dei due induttori, essendoci un circuito aperto, non scorre corrente, mentre nell'altro scorre αV_{HK}.



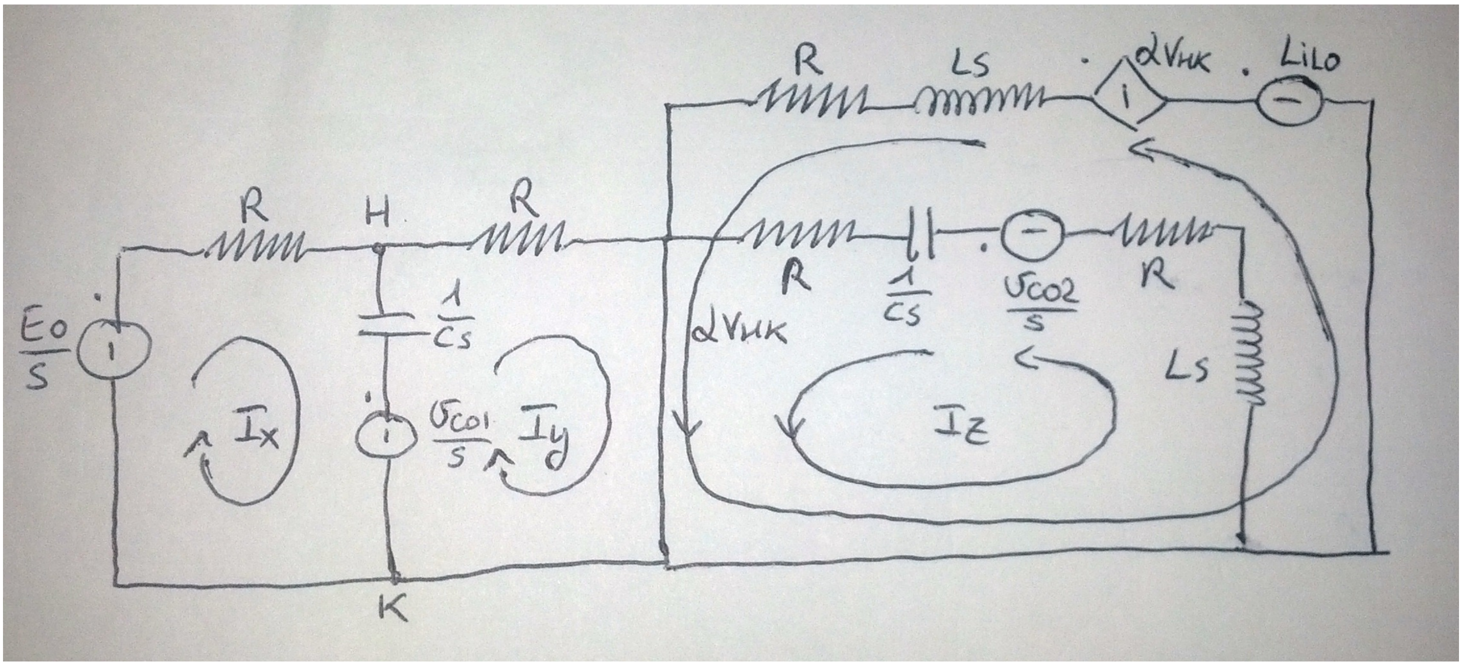
$$-E_0 - R\alpha V_{HK} + V_{HK} = 0 \Longrightarrow V_{HK} = R\alpha V_{HK} + E_0 = \frac{E_0}{1-\alpha R} = V_{C01}$$

$$i_{L0} = \frac{\alpha E_0}{1-\alpha R}$$

$V_{C02} = E_0 + 2\alpha V_{HK} R = \dfrac{1+\alpha R}{1-\alpha R} E_0$

Ovviamente, poiche' per $t < 0$ il tasto e' aperto, $i_T = 0$.

Consideriamo ora il circuito L-Trasformato



$$\begin{cases} \frac{E_0}{s} - \frac{V_{C01}}{s} &= \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I_x - \frac{1}{Cs} I_y \\ \frac{V_{C01}}{s} &= \left(R + \frac{1}{Cs}\right) I_y - \frac{1}{Cs} I_x \\ \frac{V_{C02}}{S} &= \left(2R + \frac{1}{Cs} + Ls\right) I_z \\ V_{HK} &= \frac{V_{C01}}{s} + \frac{1}{Cs}\left(I_x - I_y\right) \longrightarrow \text{Equazione generatore controllato} \end{cases}$$

$$\begin{cases} I_y &= \frac{E_0(RCs - \alpha R + 1)}{Rs(1-\alpha R)(RCs+2)} \\ I_z &= \frac{E_0 C(\alpha R + 1)}{(1-\alpha R)(LCs^2 + 2RCs + 1)} \\ V_{HK} &= \frac{E_0(RCs - \alpha R + 1)}{s(1-\alpha R)(RCs+2)} \end{cases}$$

Inoltre $I_T(s) = I_y + \alpha V_{HK} + I_z$

QUINDI:

$$I_T(s) = \frac{E_0(LRC^2s^3 + Cs^2(3R^2C + L(1-\alpha R)) + RCs(5 - 2\alpha R) - \alpha R + 1)(\alpha R + 1)}{Rs(1-\alpha R)(LCs^2 + 2RCs + 1)(RCs + 2)} =$$

$$-\frac{305(9s^3 - 615000s^2 - 17250000000s - 14750000000000)}{118s(3s + 10000)(3s^2 + 60000s + 50000000)} =$$

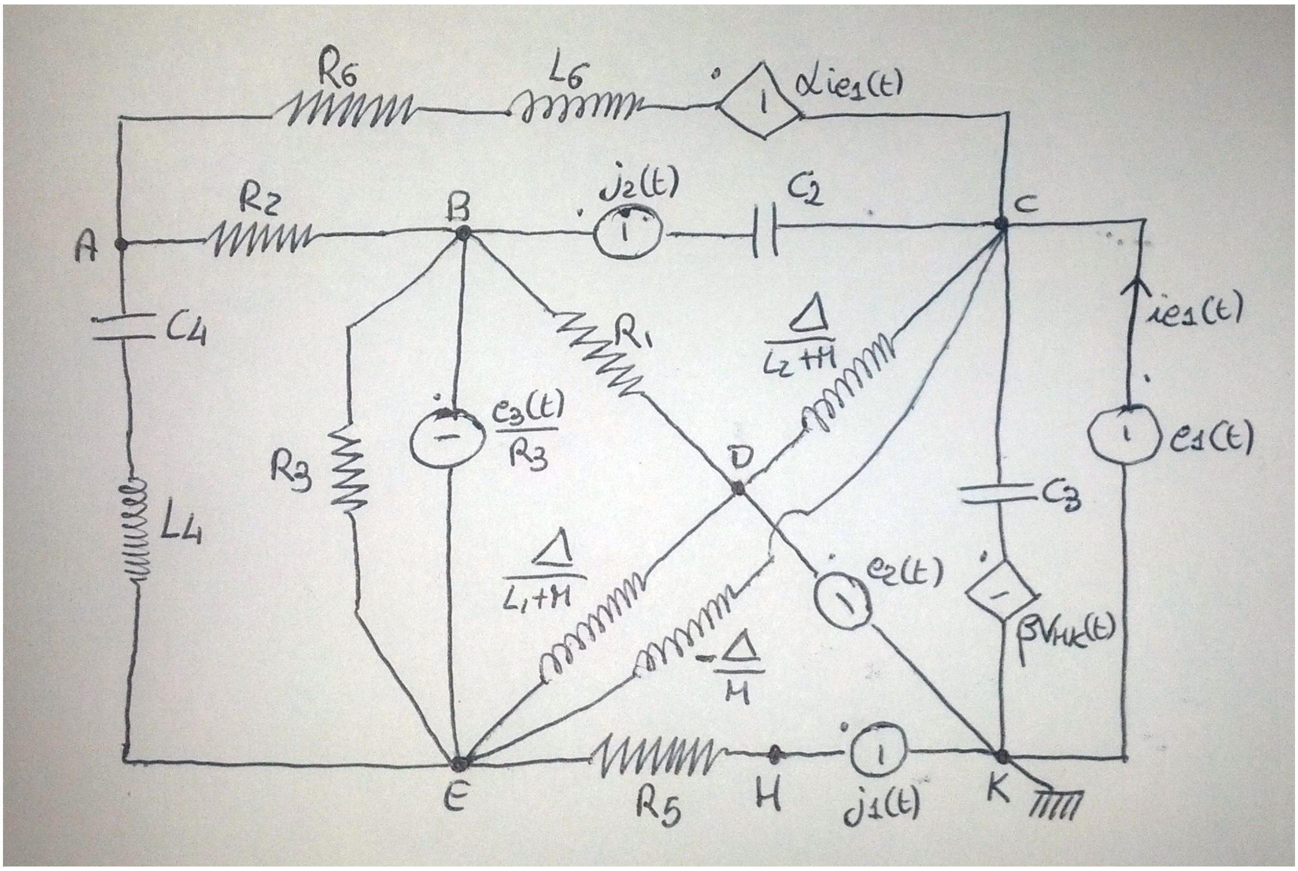
$$= \frac{305}{4s} - \frac{18395}{236(s + 1000/3)} - \frac{1525000}{59(s^2 + 20000s + 50000000/3)} =$$

$$= \frac{76.25}{s} - \frac{77.94}{s + 1000/3} - \frac{1.416}{s + 871.29} + \frac{1.416}{s + 19129}$$

Applicando l'antitrasformata, si ottiene:

$$i_T(t) = \left[76.25 - 77.94e^{-333.3t} + 1.416e^{-19129t} - 1.416e^{-871.29t}\right] u(t) A$$

Esercizio 2



Prima di effettuare la scrittura delle equazioni di equlibrio secondo il metodo delle tensioni nodali, stato effettutata la trasformazione a $''`\pi'''$ della mutua e la trasformazione in equivalente Norton dei generatori reali di tensione.

Vale inoltre $\Delta = L_1 L_2 - M^2$

Equazioni di Controllo:

$$
\begin{cases}
\dot{I}_{E1} &= -\beta \dot{V}_{HK} + \dot{J}_2 + \alpha \dot{I}_{E1} + \frac{(\dot{V}_C - \dot{V}_D)(L_2+M)}{j\omega\Delta} + \frac{(\dot{V}_C - \dot{V}_E)M}{-j\omega\Delta} \\
 & \Downarrow \\
\dot{I}_{E_1} &= \frac{1}{1-\alpha}\left(-\beta \dot{V}_{HK} + \dot{J}_2 + \frac{(\dot{V}_C - \dot{V}_D)(L_2+M)}{j\omega\Delta} + \frac{(\dot{V}_C - \dot{V}_E)M}{-j\omega\Delta}\right) \\
\frac{\dot{V}_H - \dot{V}_E}{R_5} &= \dot{J}_1 \Longrightarrow \dot{V}_H = R_5 \dot{J}_1 + \dot{V}_E
\end{cases}
$$

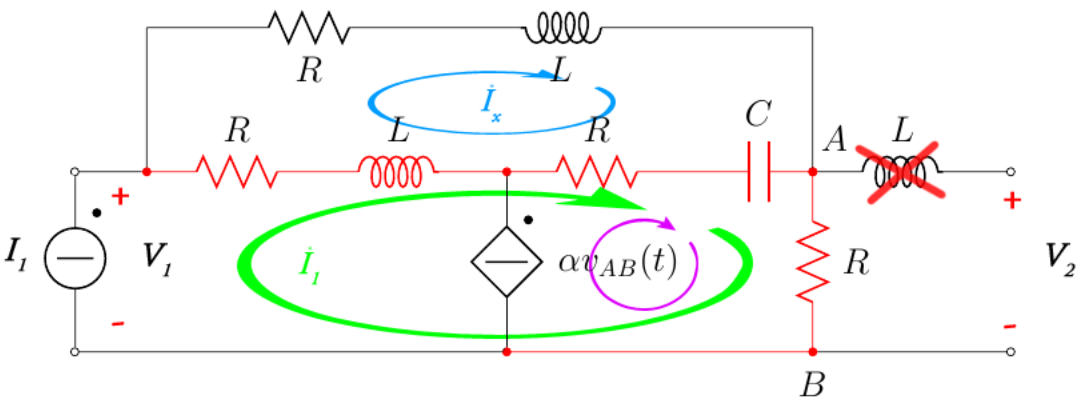
$N = 6$

$N_{equazioni} = N - 1 - N_{gen.tensione} = N - 1 - 2 = 3$

Equazioni di Equilibrio:

$$
\begin{cases}
\dot{V}_D &= \dot{E}_2 \\
\dot{V}_C &= \dot{E}_1 \\
\alpha \dot{I}_{E1} &= \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_4}+j\omega L_4}\right)\dot{V}_A - \frac{1}{R_2}\dot{V}_B - \frac{1}{\frac{1}{j\omega C_4}+j\omega L_4}\dot{V}_E \\
\frac{\dot{E}_3}{R_3} + \dot{J}_2 &= -\frac{1}{R_2}\dot{V}_A + \left(\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_1}\right)\dot{V}_B - \frac{1}{R_1}\dot{V}_D - \frac{1}{R_3}\dot{V}_E \\
\dot{J}_1 - \frac{\dot{E}_3}{R_3} &= -\frac{1}{\frac{1}{j\omega C_4}+j\omega L_4}\dot{V}_A - \frac{1}{R_3}\dot{V}_B + \frac{M}{j\omega\Delta}\dot{V}_C - \frac{L_1+M}{j\omega\Delta}\dot{V}_D + \\
 &+ \left(\frac{1}{R_3} + \frac{L_1+M}{j\omega\Delta} - \frac{M}{j\omega\Delta} + \frac{1}{j\omega L_4+\frac{1}{j\omega C_4}}\right)\dot{V}_E
\end{cases}
$$

Esercizio 3



Equazione di controllo: $\dot V_{AB} = \alpha \dot V_{AB} R + \dot I_1 R$

$$\Rightarrow \dot V_{AB} = \frac{R}{1-\alpha R}\dot I_1$$

Utilizzando il metodo delle correnti di maglia, si scrive l'equazione di equilibrio per la $\dot I_x$:

$$0 = \left(3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot I_x - (r + j\omega L)\,\dot I_1 - \left(R + \frac{1}{i\omega C}\right)\frac{\alpha R}{1-\alpha R}\dot I_1$$

$$\dot I_x = \frac{R + j\omega L + \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\frac{\alpha R}{1-\alpha R}}{3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}\dot I_1 = \bar H \dot I_1$$

$$\bar H = 2.58 \cdot 10^{-3} + j0.12$$

$$\dot V_2 = R\dot I_1 + \frac{\alpha R^2}{1-\alpha R}\dot I_1$$

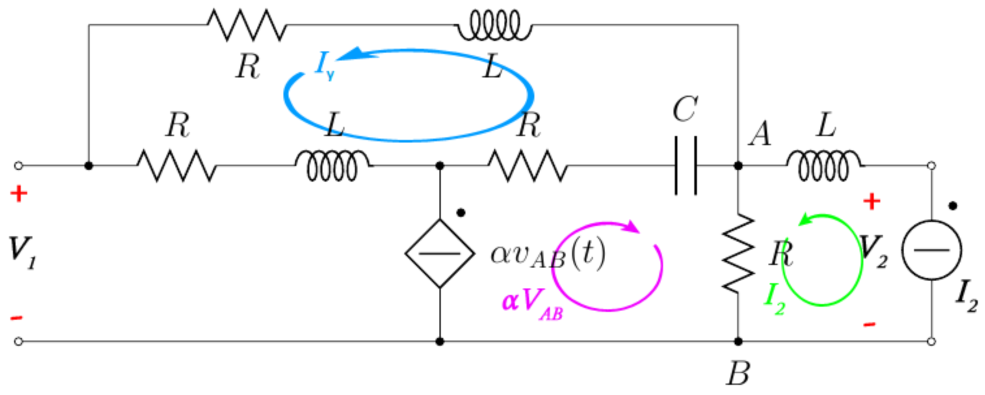
$$\Downarrow$$

$$\left(R + \frac{\alpha R^2}{1-\alpha R}\right)\dot I_1$$

$$\boxed{\bar Z_{21} = \left.\frac{\dot V_2}{\dot I_1}\right|_{\dot I_2=0} = \frac{R - \alpha R^2 + \alpha R^2}{1-\alpha R} = \frac{R}{1-\alpha R} = -0.336\Omega}$$

$$\dot{V}_1 = -(R+j\omega L)\dot{I}_x + R(\dot{I}_1 + \alpha\dot{V}_{AB}) = -(R+j\omega L)\bar{H}\dot{I}_1 + \frac{\alpha R}{1-\alpha R}\dot{I}_1$$

$$\boxed{\bar{Z}_{11} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0} = -(R+j\omega L)\bar{H} + \frac{\alpha R}{1-\alpha R} = -0.17 - j6.04\Omega}$$



Equazione di controllo: $\dot{V}_{AB} = \alpha\dot{V}_{AB}R + \dot{I}_2 R$

$$\Rightarrow \dot{V}_{AB} = \frac{R}{1-\alpha R}\dot{I}_2$$

Riutilizzando il metodo delle correnti di maglia al circuito sopra, si scrive l'equazione di equilibrio per la $\dot{I}_y$:

$$0 = \left(3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_y + \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\frac{\alpha R}{1-\alpha R}\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_y = \frac{\left(R+\frac{1}{j\omega C}\right)\frac{\alpha R}{1-\alpha R}}{3R + 2j\omega L + \frac{1}{j\omega C}}\dot{I}_2 = \bar{K}\dot{I}_2$$

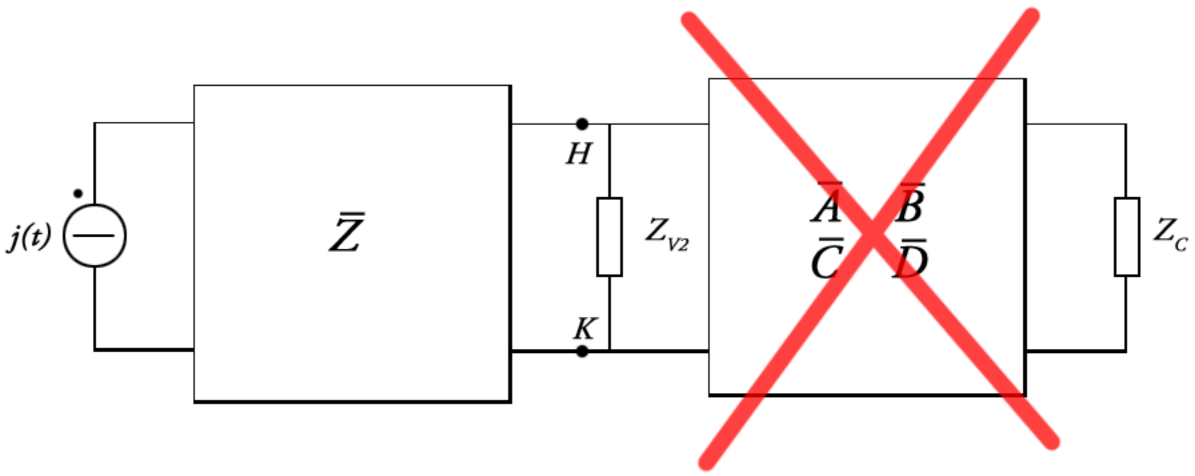
$$\bar{K} = -0.33 + j0.08$$

$$\dot{V}_2 = j\omega L\dot{I}_2 + R\left(1 + \frac{\alpha R}{1-\alpha R}\right)\dot{I}_2$$

$$\boxed{\bar{Z}_{22} = j\omega L + \frac{R}{1-\alpha R} = -0.336 + j8\Omega}$$

$$\dot{V}_1 = -(R + j\omega L)\dot{I}_y + R(\alpha V_{AB} + \dot{I}_2) = -(R + j\omega L)\bar{K}\dot{I}_2 + \frac{R}{1-\alpha R}\dot{I}_2$$

$$\boxed{\bar{Z}_{12} = -(R + j\omega L)\bar{K} + \frac{R}{1-\alpha R} = 16.93 - j1.36\Omega}$$



Utilizzando la parametrizzazione ABCD del doppio bipolo sappiamo che:

$$\begin{cases} \dot{V}_1 &= A\dot{V}_2 + B\left(-\dot{I}_2\right) \\ \dot{I}_1 &= C\dot{V}_2 + D\left(-\dot{I}_2\right) \end{cases}$$

Considerando che $\dot{V}_2 = \bar{z}_c\left(-\dot{I}_2\right)$ segue che il doppio bipolo con parametri ABCD inserito alla porta 2 di quello con paremetri Z puo' essere sostituito come un impedenza che vale

$$\bar{Z}_{v2} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A\bar{z}_c + B}{C\bar{z}_c + D} = 0.204 + j0.558\Omega$$

Utilizzando infine l'equazione ricavabile dalla parametrizzazione Z

$$\dot{V}_2 = \bar{z}_{21}\dot{I}_1 + \bar{z}_{22}\dot{I}_2$$

Inoltre $\dot{I}_2 = -\frac{\dot{V}_2}{\bar{Z}_{v2}}$

$$\boxed{\dot{V}_2 = \bar{Z}_{21}\dot{I}_1 - \bar{Z}_{22}\frac{\dot{V}_2}{\bar{Z}_{v2}} \Longrightarrow \dot{V}_2 = \dot{V}_{HK} = \frac{\bar{Z}_{v2}\bar{Z}_{21}\dot{J}}{\bar{Z}_{v2} + \bar{Z}_{22}} = -0.0852 - j0.0379}$$

$$V_{HK} = 0.093 sin(400t - 2.72)V$$

Esercizio 4

Per il trasformatore: $n = 0,5$

$$Z_0 = 50 + j200 \quad Z_{1cc} = 2 + j3$$

Per la macchina asincrona $K = 1,5 \; S = 0,2 \; Z_{1S} = 0,2 + j1,5\Omega$

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 1,25 \cdot 10^{-3}$$

$$|Y_m| = \frac{I_{10}\sqrt{3}}{V_{10}} = 6.50 \cdot 10^{-3}$$

$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 6.38 \cdot 10^{-3}$$

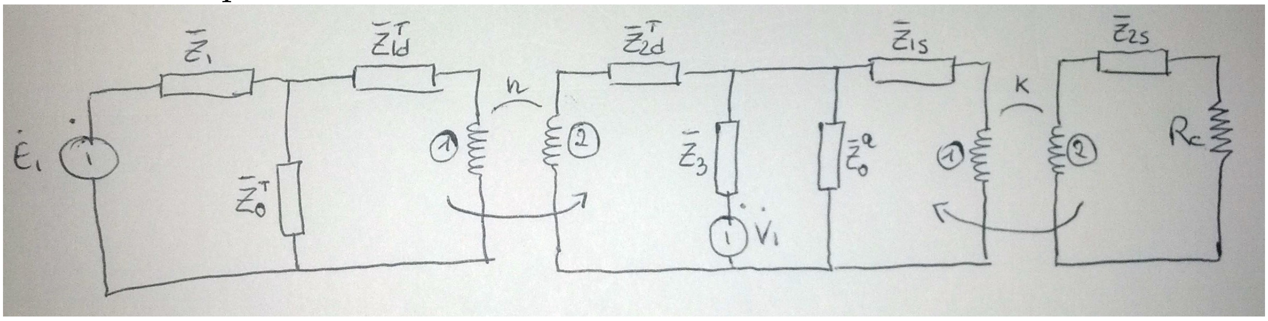
$$Z_m^{as} = \frac{1}{G_m - jB_m} = 28.47 + j151.38$$

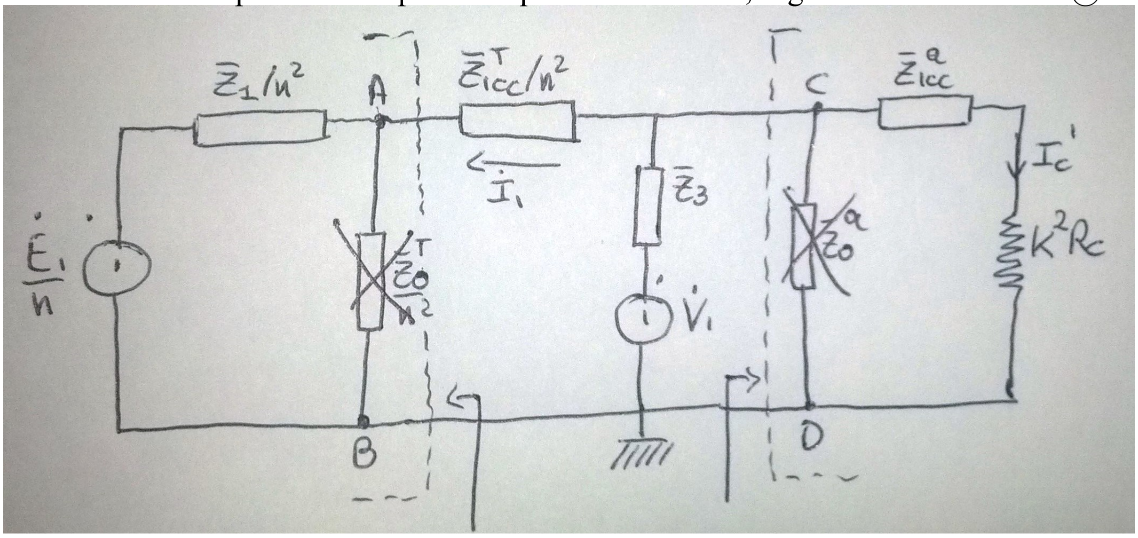
$$|Z_{1cc}^{as}| = 0.96$$

$$cos\varphi_{cc} = 0,346$$

$$Z_{1cc} = 0.33 + j0.90$$

Monofase equivalente:





$$Z_{1cc}^{as} = Z_{1S} + k^2 Z_{2S} \rightarrow Z_{2S} = \frac{Z_{1cc} - Z_{1S}}{k^2} = 0.058 - j0.267$$

$$R_c = 0,23$$

Applicando Thevenin ai morsetti AB e CD si evince che in prima approssimazione si possono trascurare gli effetti delle impedenze di magnetizzazione perche' maggiori delle altre impedenze di due ordini di grandezza.
Applichiamo Milman al nodo P:

$$V_p = \frac{\frac{\dot{E}_1}{n}\left(\frac{1}{\frac{Z_1}{n^2}+\frac{Z_{1cc}}{n^2}}\right) + \dot{V}_1\frac{1}{Z_3}}{\frac{1}{\frac{Z_1}{n^2}+\frac{Z_{1cc}^T}{n^2}} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_{1cc}^a+k^2R_c}} = 93.08 + j76.93$$

$$\dot{I}'_C = \frac{V_p}{Z_{1cc}^a + k^2 R_c} = 96.92 - j12.15$$

$$\dot{I}_1 = \frac{V_p - \frac{E_1}{n}}{\frac{Z_1}{n^2} + \frac{Z_{1cc}^T}{n^2}} = -9.34 - j2.14$$

$$P_{mecc} = 3k^2 R_c |\dot{I'}_c|^2 = 1,48 \cdot 10^4 W$$

$$P_{cu}^a = 3R_{cc}^a |\dot{I'}_c|^2 = 9446.25W$$

$$P_{cu}^T = 3 frac R_{cc}^T n^2 |\dot{I}_1|^2 = 2201.32W$$