

## II compitino del corso “Analisi II”

Variante 1.

Voto = min(punteggio totale, 30).

1. La curva piatta  $\gamma$  è data dalla parametrizzazione in coordinate cartesiane

$$\begin{aligned}x(t) &= a(t - \sin t), \\y(t) &= a(1 - \cos t), \quad t \in [0, \pi]\end{aligned}$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

- (i) [3] Trovare la massa di questa curva se la densità del materiale della curva è data dalla formula

$$\rho(x, y) := y.$$

- (ii) [3] Trovare la coordinata  $y$  del baricentro di questa curva con la stessa densità del materiale  
(iii) [3] Trovare il lavoro del campo

$$F(x, y) := (2a - y, x)$$

lungo  $\gamma$ .

- (iv) [3] Trovare l'integrale

$$\int_{\gamma} 2xy \, dx + x^2 \, dy.$$

2. [3] Trovare l'area dell'insieme limitato piatto delimitato dalle parabole  $y^2 = 10x + 25$  e  $y^2 = -6x + 9$ .

3.  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  è l'insieme limitato delimitato dal cono  $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ ,  $z > 0$  e il paraboloide  $z = 2 - x^2 - y^2$ .

- (i) [3] Trovare il volume di  $\Omega$ .  
(ii) [3] Trovare le coordinate del baricentro di  $\Omega$ ,  
(iii) [3] Trovare l'area del bordo di  $\Omega$ .  
(iv) [3] Trovare il flusso attraverso il bordo di  $\Omega$  uscente da  $\Omega$  del campo

$$F(x, y, z) := (y^2 + z^2, x^2 + z^2, x^2 + y^2).$$

4. [3] Trovare l'integrale

$$\int_C x \, dx + y \, dy + z \, dz$$

lungo la curva  $C$  data da equazioni

$$x(t) = a \cos t,$$

$$y(t) = a \sin t,$$

$$z(t) = a(\cos t + \sin t), \quad t \in [0, \pi]$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

5. [3] Trovare il flusso attraverso il bordo uscente dalla palla di equazione

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 + z^2 = 4$$

del campo  $F(x, y, z) := (x + yz, xz + y, xy + z)$ .

### **Parte opzionale**

Solo per chi vuole il voto finale maggiore di 28. Risolvere almeno due dei seguenti esercizi.

7. Trovare l'area del dominio compreso tra la curva  $\gamma$  dell'esercizio 1 e l'asse  $(Ox)$ .

8. Trovare l'area del cappio del foglio (folium) di Cartesio di equazione  $x^3 + y^3 = 3xy$  nel piano.

9. Trovare l'area della superficie laterale della parte del cilindro parabolico di equazione  $y = 3x^2/8$  compresa tra i piani  $z = 0$ ,  $z = x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 6$ .

## II compitino del corso “Analisi II”

Variante 2.

Voto = min(punteggio totale, 30).

1. La curva piatta  $\gamma$  è data dalla parametrizzazione in coordinate cartesiane

$$\begin{aligned}x(t) &= a(1 - \cos t), \\y(t) &= a(t - \sin t), \quad t \in [0, \pi]\end{aligned}$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

- (i) [3] Trovare la massa di questa curva se la densità del materiale della curva è data dalla formula

$$\rho(x, y) := x.$$

- (ii) [3] Trovare la coordinata  $x$  del baricentro di questa curva con la stessa densità del materiale  
(iii) [3] Trovare il lavoro del campo

$$F(x, y) := (2a - x, y)$$

lungo  $\gamma$ .

- (iv) [3] Trovare l'integrale

$$\int_{\gamma} 2xy \, dy + y^2 \, dx.$$

2. [3] Trovare l'area dell'insieme limitato piatto delimitato dalle parabole  $x^2 = 10y + 25$  e  $x^2 = -6y + 9$ .

3.  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  è l'insieme limitato delimitato dal cono  $x^2 + z^2 - y^2 = 0$ ,  $y > 0$  e il paraboloido  $y = 2 - x^2 - z^2$ .

- (i) [3] Trovare il volume di  $\Omega$ .  
(ii) [3] Trovare le coordinate del baricentro di  $\Omega$ ,  
(iii) [3] Trovare l'area del bordo di  $\Omega$ .  
(iv) [3] Trovare il flusso attraverso il bordo di  $\Omega$  uscente da  $\Omega$  del campo

$$F(x, y, z) := (y^2 + z^2, x^2 + z^2, x^2 + y^2).$$

4. [3] Trovare l'integrale

$$\int_C x^2 \, dx + y^2 \, dy + z^2 \, dz$$

lungo la curva  $C$  data da equazioni

$$\begin{aligned}x(t) &= a \cos t, \\y(t) &= a \sin t, \\z(t) &= a(2 \cos t + \sin t), \quad t \in [0, \pi]\end{aligned}$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

5. [3] Trovare il flusso attraverso il bordo uscente dalla palla di equazione

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$$

del campo  $F(x, y, z) := (x + yz, xz + y, xy + z)$ .

### **Parte opzionale**

Solo per chi vuole il voto finale maggiore di 28. Risolvere almeno due dei seguenti esercizi.

7. Trovare l'area del dominio compreso tra la curva  $\gamma$  dell'esercizio 1 e l'asse  $(Ox)$ .

8. Trovare l'area del cappio del foglio (folium) di Cartesio di equazione  $x^3 + y^3 = 3xy$  nel piano.

9. Trovare l'area della superficie laterale della parte del cilindro parabolico di equazione  $y = 3x^2/8$  compresa tra i piani  $z = 0$ ,  $z = x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 6$ .

## II compitino del corso “Analisi II”

Variante 3.

Voto = min(punteggio totale, 30).

1. La curva piatta  $\gamma$  è data dalla parametrizzazione in coordinate cartesiane

$$\begin{aligned}x(t) &= a(t - \sin t), \\y(t) &= a(1 - \cos t), \quad t \in [0, \pi]\end{aligned}$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

- (i) [3] Trovare la massa di questa curva se la densità del materiale della curva è data dalla formula

$$\rho(x, y) := 1.$$

- (ii) [3] Trovare la coordinata  $y$  del baricentro di questa curva con la stessa densità del materiale  
(iii) [3] Trovare il lavoro del campo

$$F(x, y) := (2a - y, x)$$

lungo  $\gamma$ .

- (iv) [3] Trovare l'integrale

$$\int_{\gamma} 2xy \, dx + x^2 \, dy.$$

2. [3] Trovare l'area dell'insieme limitato piatto delimitato dalle parabole  $y^2 = 10x + 15$  e  $y^2 = -6x + 15$ .

3.  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  è l'insieme limitato delimitato dal cono  $y^2 + z^2 - x^2 = 0$ ,  $x > 0$  e il paraboloide  $x = 2 - y^2 - z^2$ .

- (i) [3] Trovare il volume di  $\Omega$ .  
(ii) [3] Trovare le coordinate del baricentro di  $\Omega$ ,  
(iii) [3] Trovare l'area del bordo di  $\Omega$ .  
(iv) [3] Trovare il flusso attraverso il bordo di  $\Omega$  uscente da  $\Omega$  del campo

$$F(x, y, z) := (y^2 + z^2, x^2 + z^2, x^2 + y^2).$$

4. [3] Trovare l'integrale

$$\int_C x \, dx + y \, dy + z \, dz$$

lungo la curva  $C$  data da equazioni

$$\begin{aligned}x(t) &= a \cos t, \\y(t) &= a \sin t, \\z(t) &= a(\cos t - 2 \sin t), \quad t \in [0, \pi]\end{aligned}$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

5. [3] Trovare il flusso attraverso il bordo uscente dalla palla di equazione

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 4$$

del campo  $F(x, y, z) := (x + yz, xz + y, xy + z)$ .

### **Parte opzionale**

Solo per chi vuole il voto finale maggiore di 28. Risolvere almeno due dei seguenti esercizi.

7. Trovare l'area del dominio compreso tra la curva  $\gamma$  dell'esercizio 1 e l'asse  $(Ox)$ .

8. Trovare l'area del cappio del foglio (folium) di Cartesio di equazione  $x^3 + y^3 = 3xy$  nel piano.

9. Trovare l'area della superficie laterale della parte del cilindro parabolico di equazione  $y = 3x^2/8$  compresa tra i piani  $z = 0$ ,  $z = x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 6$ .

## II compitino del corso “Analisi II”

Variante 4.

Voto = min(punteggio totale, 30).

1. La curva piatta  $\gamma$  è data dalla parametrizzazione in coordinate cartesiane

$$\begin{aligned}x(t) &= a(1 - \cos t), \\y(t) &= a(t - \sin t), \quad t \in [0, \pi]\end{aligned}$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

- (i) [3] Trovare la massa di questa curva se la densità del materiale della curva è data dalla formula

$$\rho(x, y) := 1.$$

- (ii) [3] Trovare la coordinata  $x$  del baricentro di questa curva con la stessa densità del materiale  
(iii) [3] Trovare il lavoro del campo

$$F(x, y) := (2a - x, y)$$

lungo  $\gamma$ .

- (iv) [3] Trovare l'integrale

$$\int_{\gamma} 2xy \, dy + y^2 \, dx.$$

2. [3] Trovare l'area dell'insieme limitato piatto delimitato dalle parabole  $x^2 = 10y + 15$  e  $x^2 = -6y + 15$ .

3.  $\Omega \subset \mathbb{R}^3$  è l'insieme limitato delimitato dal cono  $x^2 + z^2 - y^2 = 0$ ,  $y < 0$  e il paraboloido  $y = x^2 + z^2 - 2$ .

- (i) [3] Trovare il volume di  $\Omega$ .  
(ii) [3] Trovare le coordinate del baricentro di  $\Omega$ ,  
(iii) [3] Trovare l'area del bordo di  $\Omega$ .  
(iv) [3] Trovare il flusso attraverso il bordo di  $\Omega$  uscente da  $\Omega$  del campo

$$F(x, y, z) := (y^2 + z^2, x^2 + z^2, x^2 + y^2).$$

4. [3] Trovare l'integrale

$$\int_C x^2 \, dx + y^2 \, dy + z^2 \, dz$$

lungo la curva  $C$  data da equazioni

$$x(t) = a \cos t,$$

$$y(t) = a \sin t,$$

$$z(t) = a(2 \cos t + 3 \sin t), \quad t \in [0, \pi]$$

dove  $a$  è un parametro positivo.

5. [3] Trovare il flusso attraverso il bordo uscente dalla palla di equazione

$$(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$$

del campo  $F(x, y, z) := (x + yz, xz + y, xy + z)$ .

### **Parte opzionale**

Solo per chi vuole il voto finale maggiore di 28. Risolvere almeno due dei seguenti esercizi.

7. Trovare l'area del dominio compreso tra la curva  $\gamma$  dell'esercizio 1 e l'asse  $(Ox)$ .

8. Trovare l'area del cappio del foglio (folium) di Cartesio di equazione  $x^3 + y^3 = 3xy$  nel piano.

9. Trovare l'area della superficie laterale della parte del cilindro parabolico di equazione  $y = 3x^2/8$  compresa tra i piani  $z = 0$ ,  $z = x$ ,  $x = 0$ ,  $y = 6$ .