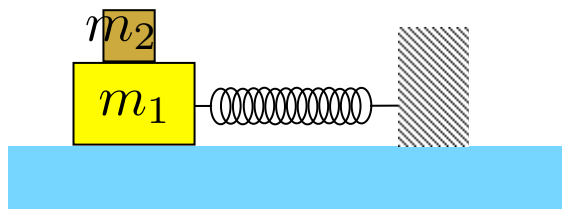


Esercizio (tratto dal Problema 2.9 del Mazzoldi)

Un corpo di massa $m_1 = 3 \text{ Kg}$ è attaccato ad una molla di costante elastica $k = 25 \text{ N/m}$. Sopra m_1 è poggiato un secondo corpo di massa $m_2 = 1 \text{ Kg}$; il coefficiente di attrito statico tra i due è $\mu_s = 0.4$. Calcolare la massima elongazione rispetto alla posizione di riposo che può avere il sistema se si vuole che m_2 non si muova rispetto ad m_1 .



SOLUZIONE

DATI INIZIALI

$$\begin{aligned} m_1 &= 3 \text{ Kg} \\ m_2 &= 1 \text{ Kg} \\ k &= 25 \text{ N/m} \\ \mu_s &= 0.4 \end{aligned}$$

1. Le equazioni di Newton per i due corpi sono

$$\begin{cases} m_1 a_1 &= -F_{\text{att}} + k|\Delta l| \\ m_2 a_2 &= F_{\text{att}} \end{cases} \quad (1)$$

dove F_{att} indica la forza di attrito che m_1 esercita su m_2 , uguale e contraria alla forza $-F_{\text{att}}$ che m_2 esercita su m_1 .

2. Se ora m_2 non si muove rispetto a m_1 , questo significa che

$$a_2 = a_1 = a \quad (2)$$

ed il sistema (1) di equazioni diventa

$$\begin{aligned} &\begin{cases} m_1 a &= -F_{\text{att}} + k|\Delta l| \\ m_2 a &= F_{\text{att}} \end{cases} \\ &\quad \Downarrow \\ &\begin{cases} m_1 a &= -m_2 a + k|\Delta l| \\ m_2 a &= F_{\text{att}} \end{cases} \\ &\quad \Downarrow \\ &\begin{cases} (m_1 + m_2) a &= k|\Delta l| \\ F_{\text{att}} &= m_2 a \end{cases} \\ &\quad \Downarrow \\ &\begin{cases} a &= \frac{k}{m_1 + m_2} |\Delta l| \\ F_{\text{att}} &= m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} |\Delta l| \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

Ciò è possibile se tale forza di attrito è non superiore alla forza di attrito statico massima, ossia se

$$\begin{aligned} F_{\text{att}} &\leq F_{\text{att}}^{\text{max}} \\ &\Downarrow \\ m_2 \frac{k}{m_1 + m_2} |\Delta l| &\leq \mu_s m_2 g \end{aligned} \quad (4)$$

da cui ricaviamo che l'allungamento massimo vale

$$\Delta l_{\max} = \frac{\mu_s (m_1 + m_2) g}{k} \quad (5)$$

Sostituendo i dati iniziali si ottiene

$$\begin{aligned} \Delta l_{\max} &= \frac{0.4 (3 \text{ Kg} + 1 \text{ Kg}) 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{25 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = \\ &= \frac{1.6 \cdot 9.81 \text{ Kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{25 \frac{\text{N}}{\text{m}}} \\ &\quad (\text{usiamo } \text{N} = \text{Kg m/s}^2) \\ &= 0.63 \text{ m} \end{aligned} \quad (6)$$