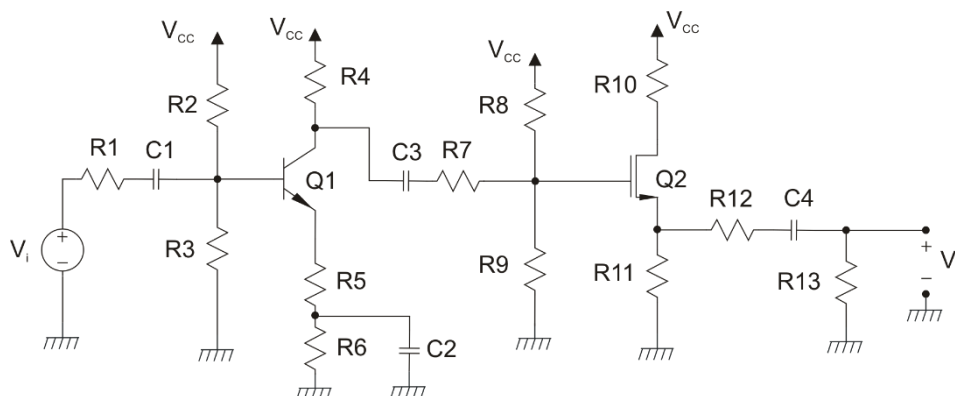


## Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Prova scritta del 18 settembre 2023

## Esercizio A



R1 = 1 k $\Omega$	R2 = 615 k $\Omega$	R4 = 4 k $\Omega$	R5 = 100 $\Omega$	R6 = 2.4 k $\Omega$	R7 = 500 $\Omega$
R8 = 10 k $\Omega$	R9 = 20 k $\Omega$	R10 = 1.5 k $\Omega$	R12 = 100 $\Omega$	R13 = 30 k $\Omega$	VCC = 18 V

Q1 è un transistor BJT BC109B resistivo con  $h_{re} = h_{oe} = 0$ ; Q2 è un transistor MOS a canale n resistivo con  $V_T = 1 \text{ V}$  e la corrente di drain in saturazione è data da  $I_D = k(V_{GS} - V_T)^2$  con  $k = 0.5 \text{ mA/V}^2$ .

Con riferimento al circuito in figura:

- 1) Calcolare il valore delle resistenze R3 e R11 in modo che, in condizioni di riposo, la corrente di drain di Q2 sia  $I_D = 2 \text{ mA}$  e la corrente di collettore di Q1 sia  $I_C = 2 \text{ mA}$ . Determinare, inoltre, il punto di riposo dei due transistori e verificare la saturazione di Q2.
- 2) Determinare l'espressione e il valore di  $V_U/V_i$  alle frequenze per le quali C1, C2, C3, C4 possono essere considerati dei corto circuiti.

## Esercizio B

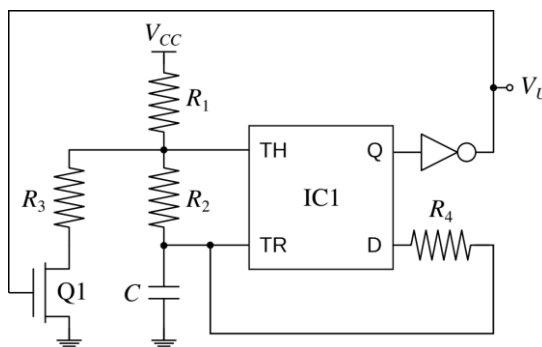
Progettare una porta logica in tecnologia CMOS, utilizzando la tecnica della pull-up network e della pull-down network, che implementi la funzione logica:

$$Y = A\bar{B}C + \bar{C}(B + \bar{D})$$

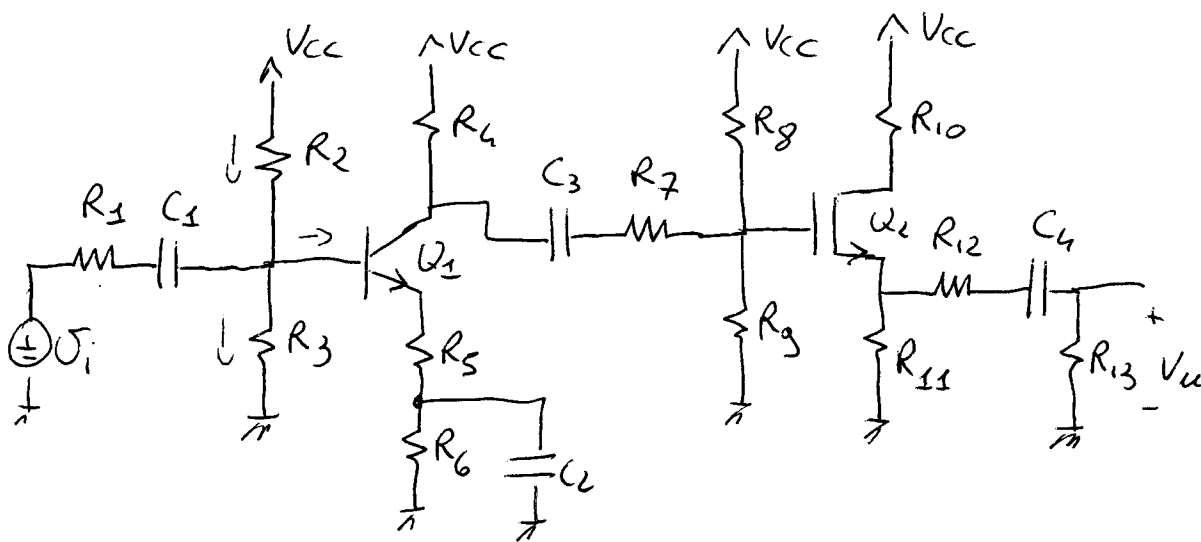
Determinare il numero dei transistori necessari e disegnarne lo schema completo. Dimensionare inoltre il rapporto  $(W/L)$  di tutti i transistori, assumendo, per l'inverter di base,  $W/L$  pari a 2 per il MOS a canale  $n$  e pari a 5 per quello a canale  $p$ . Si specifichino i dettagli della procedura di dimensionamento dei transistori.

### Esercizio C

$R_1 = 2 \text{ k}\Omega$	$R_4 = 1 \text{ k}\Omega$
$R_2 = 1 \text{ k}\Omega$	$C = 200 \text{ nF}$
$R_3 = 0.5 \text{ k}\Omega$	$V_{CC} = 6 \text{ V}$



Il circuito IC<sub>1</sub> è un NE555 alimentato a V<sub>CC</sub> = 6 V; Q<sub>1</sub> ha una R<sub>on</sub> = 0 e V<sub>Tn</sub> = 1V; l'inverter è ideale. Verificare che il circuito si comporta come un multivibratore astabile e determinare la frequenza del segnale di uscita.



$$R_1 = 1k\Omega$$

$$R_2 = 615k\Omega$$

$$R_3 = 4k\Omega$$

$$R_5 = 100\Omega$$

$$R_6 = 2.4k\Omega$$

$$R_7 = 500\Omega$$

$$R_8 = 10k\Omega$$

$$R_9 = 20k\Omega$$

$$R_{10} = 1.5k\Omega$$

$$R_{12} = 100\Omega$$

$$R_{13} = 30k\Omega$$

$$V_{CC} = 18V$$

1) Det.  $R_3$  e  $R_{11}$  PER  $I_D = 2mA$  e  $I_C = 2mA$

$$V_D = V_{CC} - R_{10} I_D = 15V$$

$$I_G = 0 \Rightarrow I_S = I_D = 2mA$$

$$\text{hp: } Q_2 \text{ SATURO} \Rightarrow I_D = K(V_{GS} - V_T)^2$$

$$V_{GS} = V_T \pm \sqrt{\frac{I_D}{K}}$$

POICHE'  $Q_2$  E' UN NMOS SCEGLIO LA SOLUZIONE CON IL SEGNO POSITIVO IN QUANTO PER AVERE LA CONDIZIONE DEVE ESSERE  $V_{GS} \geq V_T$

$$V_{GS} = V_T + \sqrt{\frac{I_D}{K}} = 3V$$

$$\left. \begin{array}{l} I_G = 0 \\ I_7 = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow I_8 = I_9 \Rightarrow V_G = V_{CC} \frac{R_9}{R_8 + R_9} = 12V$$

$$V_S = V_G - V_{GS} = 12 - 3 = 9V$$

$$\underline{\underline{R_{11} = \frac{V_S}{I_S} = 4500\Omega}}$$

$$V_{DS} = V_D - V_S = 15 - 9 = 6V$$

$$\text{VERIFICA SATURAZIONE: } V_{DS} \stackrel{?}{\geq} (V_{GS} - V_T)$$

$$6V > (3 - 1) = 2V \Rightarrow \text{VERIFICA OK}$$

$$g_m = 2K(V_{GS} - V_T) = 2 \times 10^{-3} A/V$$

$$Q_2: \left\{ \begin{array}{l} I_D = 2mA \\ V_{DS} = 6V \\ V_{GS} = 3V \\ g_m = 2mA/V \end{array} \right.$$

(2)

$$V_C = V_{CC} - R_4 I_C = 10V$$

$$\text{hp: } I_B \ll I_C \Rightarrow I_C \approx I_E$$

$$V_E = I_E (R_5 + R_6) = 5V$$

$$V_{CE} = V_C - V_E = 5V$$

$Q_1$  SI TROVA A LAVORARE NEL PUNTO DI LAVORO  $I_C = 2mA$  e  $V_{CE} = 5V$  PER IL QUALE IL COSTRUTTORE FORNISCE:  $h_{FE} = 290$ ,  $h_{pe} = 300$ ,  $h_{ie} = 4800\Omega$

$$I_B = \frac{I_C}{h_{FE}} = 6.89655 \mu A \quad (\ll I_C = 2mA \Rightarrow \text{VERIFICA hp OK})$$

$$V_B = V_E + V_{BE} = 5.7V$$

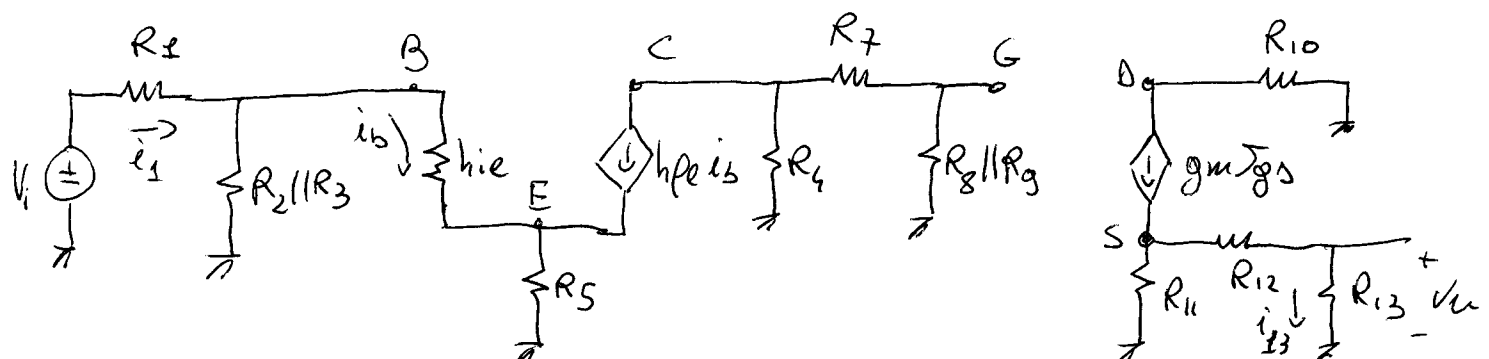
$$I_2 = \frac{V_{CC} - V_B}{R_2} = 20 \mu A$$

$$I_3 = I_2 - I_B = 1.3103 \times 10^{-5} A$$

$$R_3 = \frac{V_B}{I_3} = \underline{\underline{435 K\Omega}}$$

$$Q_1: \begin{cases} I_C = 2mA \\ V_{CE} = 5V \\ h_{FE} = 290 \\ h_{pe} = 300 \\ h_{ie} = 4.8 K\Omega \end{cases}$$

2) Det.  $V_u/V_i$  PER  $C_1, C_2, C_3$  e  $C_4$  CORTOCIRCUITATI



$$V_u = R_{13} i_{13}$$

$$i_{13} = (g_m v_{gs}) \frac{R_{11}}{R_{11} + R_{12} + R_{13}}$$

$$v_{gs} = (g_m v_{gs}) [R_{11} \parallel (R_{12} + R_{13})]$$

$$v_{gs} = v_g - v_s$$

$$v_{gs} = \frac{v_g}{1 + g_m [R_{11} \parallel (R_{12} + R_{13})]}$$

$$V_o = (-h_{fe} i_b) \frac{R_4}{R_4 + R_7 + (R_8 || R_9)} (R_8 || R_9)$$

(3)

$$i_b = i_s \frac{R_2 || R_3}{(R_2 || R_3) + h_{ie} + R_5 (h_{fe} + 1)}$$

$$i_s = \frac{V_i}{R_1 + R_2 || R_3 || [h_{ie} + R_5 (h_{fe} + 1)]}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{(2 \times 10^{-3})}{0.8795} \frac{3905.734}{R_2 || R_3} \frac{0.113257}{1 + g_m [R_1 || (R_2 + R_3)]} \frac{300}{1} \frac{2388.06}{R_4 + R_7 + (R_8 || R_9)} (-h_{fe}) \frac{R_4}{R_4 + R_7 + (R_8 || R_9)} (R_8 || R_9)$$

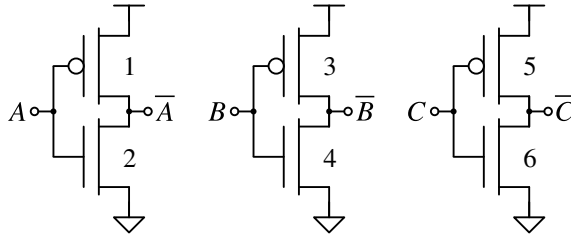
$$\frac{0.8795}{R_2 || R_3} \frac{3.155 \times 10^{-5}}{1} = -17.57$$

### Esercizio B – svolgimento

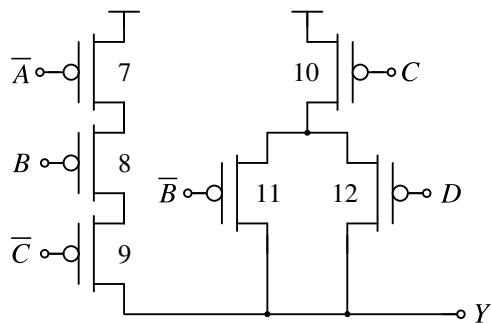
$$Y = A\bar{B}C + \bar{C}(B + \bar{D})$$

Numero di MOS:  $6 \times 2 + 3 \times 2 = 18$

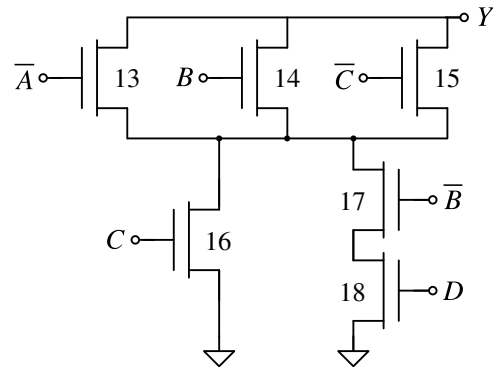
Schema completo:



PUN:



PDN:



Dimensionamento della PUN assumendo  $(W/L)_p = p = 5$ :

- $(W/L)_{1,3,5} = p = 5$
- Percorsi con 3 MOS in serie: (Q7-Q8-Q9).  
 $(W/L)_{7,8,9} = x$ ;  $3 \times \frac{1}{x} = \frac{1}{p} \Rightarrow x = 3p = 15$
- Percorsi con 2 MOS in serie: (Q10, Q11) e (Q10, Q12).  
 $(W/L)_{10,11,12} = y$ ;  $2 \times \frac{1}{y} = \frac{1}{p} \Rightarrow y = 2p = 10$

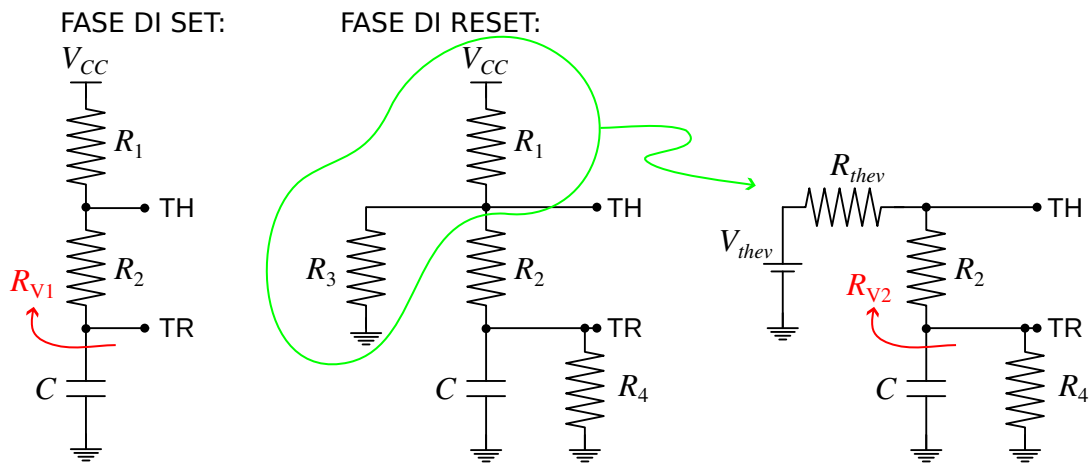
Dimensionamento della PDN assumendo  $(W/L)_n = n = 2$ :

- $(W/L)_{2,4,6} = n = 2$
- Percorsi con 3 MOS in serie: (Q13-Q17-Q18), (Q14-Q17-Q18), (Q15-Q17-Q18).  
Tuttavia (Q14-Q17-Q18) è impossibile dovuto alla co-presenza di  $B$  e  $\bar{B}$ .  
 $(W/L)_{13,15,17,18} = z$ ;  $3 \times \frac{1}{z} = \frac{1}{n} \Rightarrow z = 3n = 6$
- Percorsi con 2 MOS in serie: (Q13, Q16), (Q14, Q16), (Q15, Q16).  
Con Q13 e Q15 già dimensionati. (Q15, Q16) è impossibile dovuto alla co-presenza di  $C$  e  $\bar{C}$ .  
Si hanno quindi due opzioni:

- Opzione A: dimensiono il percorso (Q14, Q16) verificando (Q13, Q16).  
 $(W/L)_{14,16} = a$ ;  $2 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{n} \Rightarrow a = 2n = 4$   
Per il percorso (Q13, Q16), si ha:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{z} = \frac{5}{6n} < \frac{1}{n}$ ; quindi l'opzione A è valida.
- Opzione B: dimensiono prima il percorso (Q13, Q16) e successivamente (Q14, Q16).  
 $(W/L)_{16} = b$ ;  $\frac{1}{b} + \frac{1}{z} = \frac{1}{n} \Rightarrow b = \frac{3}{2}n = 3$   
 $(W/L)_{14} = c$ ;  $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{n} \Rightarrow c = 3n = 6$
- L'opzione A è da preferire, essendo ad area minore, infatti:

	$(W/L)_{14}$	$(W/L)_{16}$	Totale
Opzione A	4	4	8
Opzione B	6	3	9

### Esercizio C – svolgimento



Fase di SET:  $Q=1$ ,  $D=HI$ ;  $V_{G1} = 0\text{ V}$ ,  $V_{S1} = 0\text{ V}$ ,  $V_{GS1} = 0\text{ V} < V_{Tn} \Rightarrow Q1$  spento.

Carica di  $C$  durante la fase di SET: il circuito si riduce a una squadra RC dove  $R_{V1} = R_1 + R_2 = 3\text{ k}\Omega$ .

- Tensione iniziale e finale:  $V_{i1} = V_{CC}/3 = 2\text{ V}$ ;  $V_{f1} = V_{CC} = 6\text{ V}$ .
- Tensione di commutazione:  $V_{com1} = V_{TH} - R_2 I_1$ , dove:  
 $V_{TH} = \frac{2}{3} V_{CC} = 4\text{ V}$   
 $I_1 = (V_{CC} - V_{TH})/R_1 = 1\text{ mA}$   
 $V_{com1} = 3\text{ V}$ ; che verifica  $V_{i1} < V_{com1} < V_{f1}$ .
- Costante di tempo  $\tau_1 = R_{V1}C = (R_1 + R_2)C = 600\text{ }\mu\text{s}$ .
- Intervallo di tempo  $T_1$ :

$$T_1 = \tau_1 \ln \left( \frac{V_{f1} - V_{i1}}{V_{f1} - V_{com1}} \right) \approx 172.61\text{ }\mu\text{s}$$

Fase di RESET:  $Q=0$ ,  $D=0$ ;  $V_{G1} = V_{CC} = 6\text{ V}$ ,  $V_{S1} = 0\text{ V}$ ,  $V_{GS1} = 6\text{ V} > V_{Tn} \Rightarrow Q1$  acceso.

Scarica di  $C$  durante la fase di RESET,  $R_{V2} = R_4 || (R_2 + R_1 || R_3) = 583.3\text{ }\Omega$ .

- Equivalente di Thevenin:  $V_{th} = \frac{R_3}{R_1 + R_3} V_{CC} = 1.2\text{ V}$ ,  $R_{th} = R_1 || R_3 = 400\text{ }\Omega$ .
- Tensione iniziale e finale:  $V_{i2} = V_{com1} = 3\text{ V}$ ;  $V_{f2} = \frac{R_4}{R_4 + R_2 + R_{th}} V_{th} = 0.5\text{ V}$ .
- Tensione di commutazione  $V_{com2} = V_{CC}/3 = 2\text{ V}$ , che verifica  $V_{i2} < V_{com2} < V_{f2}$ .
- Costante di tempo  $\tau_2 = R_{V2}C = 116.67\text{ }\mu\text{s}$ .
- Intervallo di tempo  $T_2$ :

$$T_2 = \tau_2 \ln \left( \frac{V_{f2} - V_{i2}}{V_{f2} - V_{com2}} \right) \approx 59.60\text{ }\mu\text{s}$$

Frequenza di oscillazione della tensione di uscita  $V_U$  a regime:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{T_1 + T_2} \approx 4.31\text{ kHz}$$