Ricerca Operativa 29/1/24

Cognome | Nome

Esercizio 1. Una ditta produce cibi in scatola di 3 tipi ed utilizza verdure di cui sono disponibili mensilmente al più 500 chili. La tabella mostra la quantità di verdure utilizzata per chilo, i prezzi di vendita e i costi di produzione:

cibi	verdure (chili)	ricavo (euro/chilo)	costo (euro/chilo)
1	0	10	6
2	0.6	12	7
3	0.8	10	8

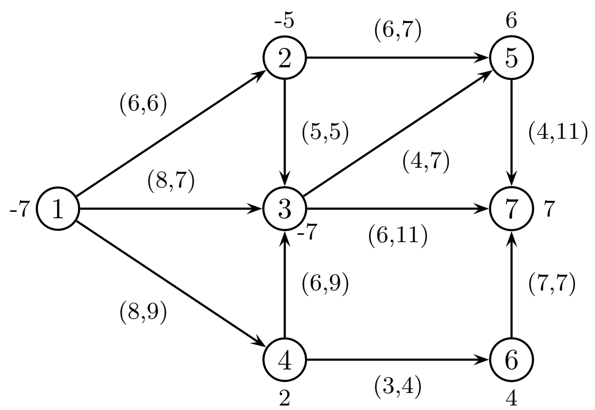
Sapendo che la quantità di cibo 1 da produrre deve essere almeno il doppio della quantità di cibo 2 e non superiore alla quantità di cibo 3, determinare la produzione mensile che massimizza il guadagno. Effettuare un passo del simplesso partendo dalla soluzione che prevede la massima produzione di solo cibo 3. Calcolare il primo taglio di Gomory. Utilizzandolo siamo arrivati all'ottimo per pacchi da un chilo?

Esercizio 2. Trovare il ciclo di costo minimo sulla rete:

città	**2**	**3**	**4**	**5**
1	40	18	30	35
2		27	36	32
3			17	28
4				38

Trovare le valutazioni con il 3–albero e con l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 4. Applicare il *Branch and Bound* utilizzando il 3–albero ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{34}, x_{13}, x_{14}. Quale è la soluzione ottima? Se si dovesse passare dal nodo 3 prima che dal nodo 4 cosa cambierebbe nel modello? Supponiamo che k archi in un grafo completo con n nodi ($n \geq k$) abbiano costo 0 e che il valore ottimo sia 0; cosa si può dire su k?

Esercizio 3. Data la seguente rete dove su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacitá.



Considerando l'albero di copertura formato dagli archi (1,4), (2,3), (3,7), (4,3), (4,6) e (5,7) e l'arco (3,5) come arco saturo, il flusso ottenuto é degenere? Il potenziale complementare é degenere? Fare un passo dell'algoritmo del simplesso. Determinare l'albero dei cammini minimi di radice 1 e la soluzione ottima in termini di flusso su reti. Trovare, tramite l'algoritmo FFEK, il taglio da 1 a 7 di capacitá minima e la soluzione ottima del problema del flusso massimo.

Esercizio 4. Sia dato il problema:

$$\begin{cases} \max\ 2\,x_1\,x_2 - 4\,x_2^2 - 8\,x_1 + 4\,x_2 \\ -3\,x_1 + 2\,x_2 \leq 6 \\ -3\,x_1 - 2\,x_2 \leq 6 \\ 3\,x_1 + 4\,x_2 \leq 12 \\ 3\,x_1 - 4\,x_2 \leq 12 \end{cases}$$

Eseguire un'iterazione del metodo di Frank-Wolfe ed una del gradiente proiettato a partire da $\left(-\frac{2}{3}, 2\right)$. Studiare il punto $(4,0)$.

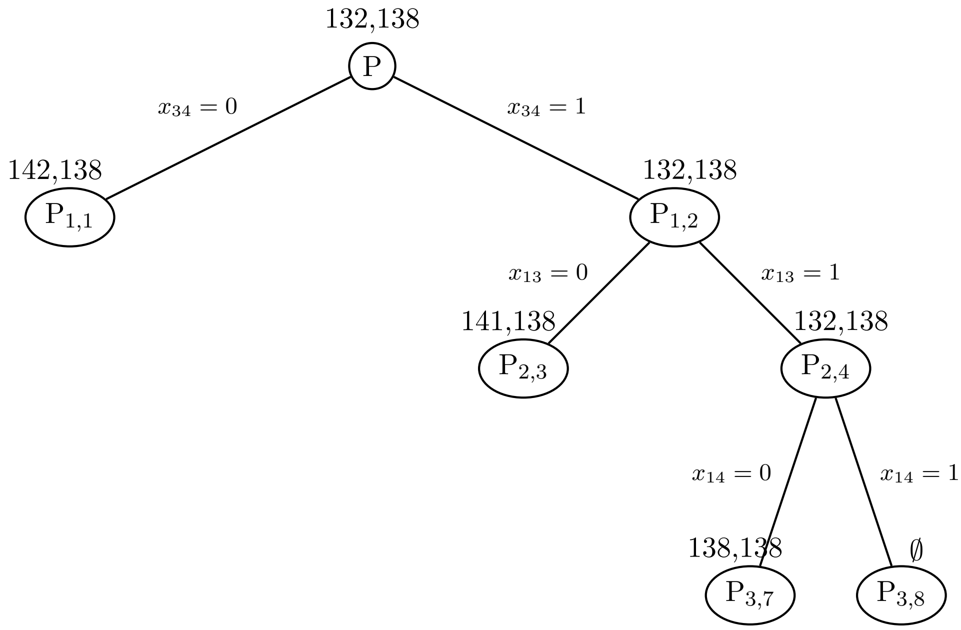
SOLUZIONI

Esercizio 1.

modello: $\begin{cases} \max\ (10-6)\ x_1 + (12-7)\ x_2 + (10-8)\ x_3 \\ 0.6\ x_2 + 0.8\ x_3 \le 500 \\ x_1 \ge 2\,x_2 \\ x_1 \le x_3 \\ x_i \ge 0 \end{cases}$

Vertice di partenza: $(0,0,625)$ con base $B = \{1,4,5\}$, $y = (5/2, 0, 0, -4, -7/2, 0)$, $h = 4$, e $W^4 = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\end{pmatrix}^T$, $k = 3$. L'ottimo è $(5000/11, 2500/11, 5000/11)$ ed in formato duale standard è $x = (5000/11, 2500/11, 5000/11, 0, 0, 0$
La prima riga della matrice $\tilde{A}$ è $(10/11, -3/11, 8/11)$ ed il taglio è $10x_4 + 8x_5 + 8x_6 \ge 6$. Aggiungendolo, il nuovo ottimo del rilassato continuo non è la soluzione ottima del PLI.

Esercizio 2. (1 , 3) (1 , 4) (1 , 5) (2 , 5) (3 , 4); $v_I(P) = 132$; ciclo: $4-3-1-5-2$; $v_S(P) = 138$



ciclo ottimo $= 4-3-1-5-2$; costo $= 138$

Esercizio 3.

	iterazione 1	
Archi di T	(1,4) (2,3) (3,7) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,2) (1,4) (3,7) (4,3) (4,6) (5,7)
Archi di U	(3,5)	(2,3) (3,5)
x	(0, 0, 7, 5, 0, 7, 6, 1, 4, 1, 0)	(0, 0, 7, 5, 0, 7, 6, 1, 4, 1, 0)
π	(0, 9, 14, 8, 16, 11, 20)	(0, 6, 14, 8, 16, 11, 20)
Arco entrante	(1,2)	
ϑ^+, ϑ^-	0 , 1	
Arco uscente	(2,3)	

L'albero dei cammini minimi come flusso è $x = (2,2,2,0,1,0,1,0,1,0,0)$ La sequenza dei cammini aumentanti è: 1-3-7, 1-2-3-7, 1-2-5-7, 1-4-6-7, 1-4-3-5-7; la sequenza di δ è (7,4,2,4,5) con flusso ottimo $x = (6,7,9,4,2,5,11,5,4,7,4)$

Esercizio 4.

Punto	Matrice M	Matrice H	Direzione	Max spostamento	Passo	Nuovo punto
$(-2/3, 2)$	$(-3, 2)$	$\begin{pmatrix}4/13 & 6/13 \\ 6/13 & 9/13\end{pmatrix}$	$(-96/13, -144/13)$	$\dfrac{13}{72}$	$\dfrac{13}{72}$	$(-2, 0)$

Punto	Funzione obiettivo problema linearizzato	Sol. ottima problema linearizzato	Direzione	Passo	Nuovo punto
$(-2/3, 2)$	$4x_1 - \dfrac{40}{3}x_2$	(0,-3)	$(2/3, -5)$	$\dfrac{3}{10}$	$\left(-\dfrac{7}{15}, \dfrac{1}{2}\right)$

$(4,0)$ ha moltiplicatori $(0, 0, -1/6, 17/6)$ e quindi è una sella