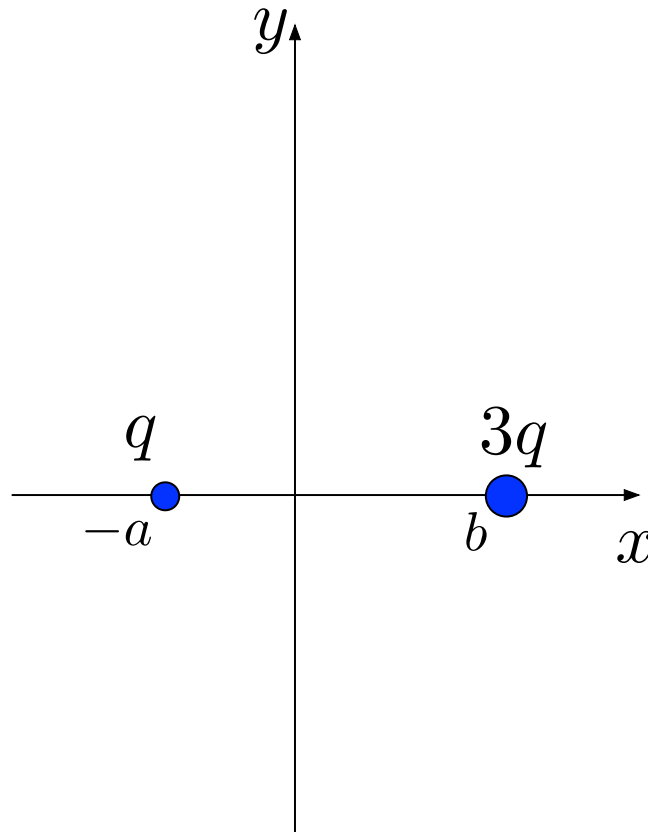


## Esercizio

Sul piano  $xy$  una carica positiva  $q = 2 \cdot 10^{-3}\text{C}$  è situata lungo l'asse  $x$  nel punto di coordinate  $(-a, 0)$  con  $a = 10\text{ cm}$ . Una seconda carica  $3q$  è situata sull'asse  $x$  positivo, ad una distanza  $b$  dall'origine.

1. Determinare il valore di  $b$  affinché il campo elettrico nell'origine sia nullo;
2. Usando tale valore di  $b$ , determinare il campo elettrico  $\mathbf{E}$  in un punto generico lungo l'asse  $y$



## SOLUZIONE

1. Nell'origine  $(0,0)$  il campo elettrico prodotto da  $q$  è diretto verso destra e vale

$$\mathbf{E}_1(0,0) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2} (1,0) \quad (1)$$

mentre il campo elettrico prodotto da  $3q$  è diretto verso sinistra e vale

$$\mathbf{E}_2(0,0) = -\frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b^2} (1,0) \quad (2)$$

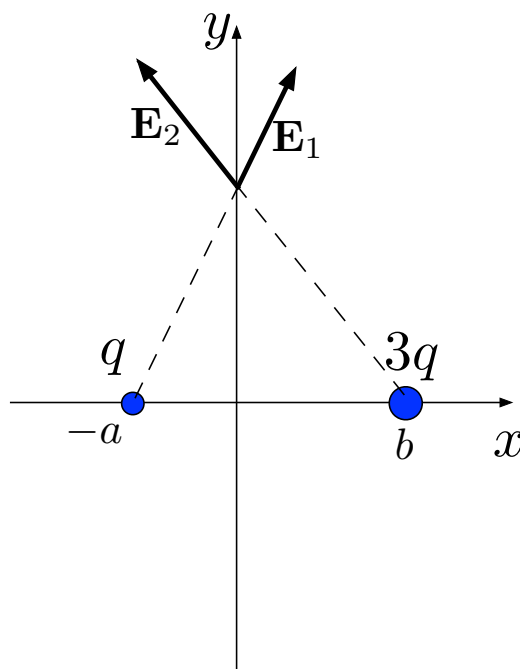
Dunque il campo elettrico totale nell'origine  $(0,0)$  vale

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(0,0) &= \mathbf{E}_1(0,0) + \mathbf{E}_2(0,0) = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2} (1,0) - \frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b^2} (1,0) = \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{a^2} - \frac{3q}{b^2}, 0 \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Pertanto il campo elettrico nell'origine si annulla per

$$\begin{aligned} \frac{q}{a^2} - \frac{3q}{b^2} &= 0 \\ \Downarrow \\ b &= a\sqrt{3} \end{aligned} \quad (4)$$

2. Calcoliamo ora il campo elettrico in un punto generico lungo l'asse  $y$ , ossia un punto di coordinate  $(0,y)$



$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1(0,y) &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{a^2 + y^2} \left( \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2}} \right) = \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(a^2 + y^2)^{3/2}} (a, y) \end{aligned} \quad (5)$$

mentre il campo elettrico prodotto da  $3q$  vale

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}_2(0, y) &= \frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{b^2 + y^2} \left( -\frac{b}{\sqrt{b^2 + y^2}}, \frac{y}{\sqrt{b^2 + y^2}} \right) = \\
 &= \frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(b^2 + y^2)^{3/2}} (-b, y) = \\
 &\quad [\text{uso } b = a\sqrt{3} \text{ dalla (??)}] \\
 &= \frac{3q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{(3a^2 + y^2)^{3/2}} (-a\sqrt{3}, y)
 \end{aligned} \tag{6}$$

Dunque il campo elettrico totale lungo l'asse  $y$  vale

$$\begin{aligned}
 \mathbf{E}(0, y) &= \mathbf{E}_1(0, y) + \mathbf{E}_2(0, y) = \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{q}{(a^2 + y^2)^{3/2}} (a, y) + \frac{3q}{(3a^2 + y^2)^{3/2}} (-a\sqrt{3}, y) \right) = \\
 &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{a}{(a^2 + y^2)^{3/2}} - \frac{3a\sqrt{3}}{(3a^2 + y^2)^{3/2}}, \frac{y}{(a^2 + y^2)^{3/2}} + \frac{y}{(3a^2 + y^2)^{3/2}} \right)
 \end{aligned} \tag{7}$$