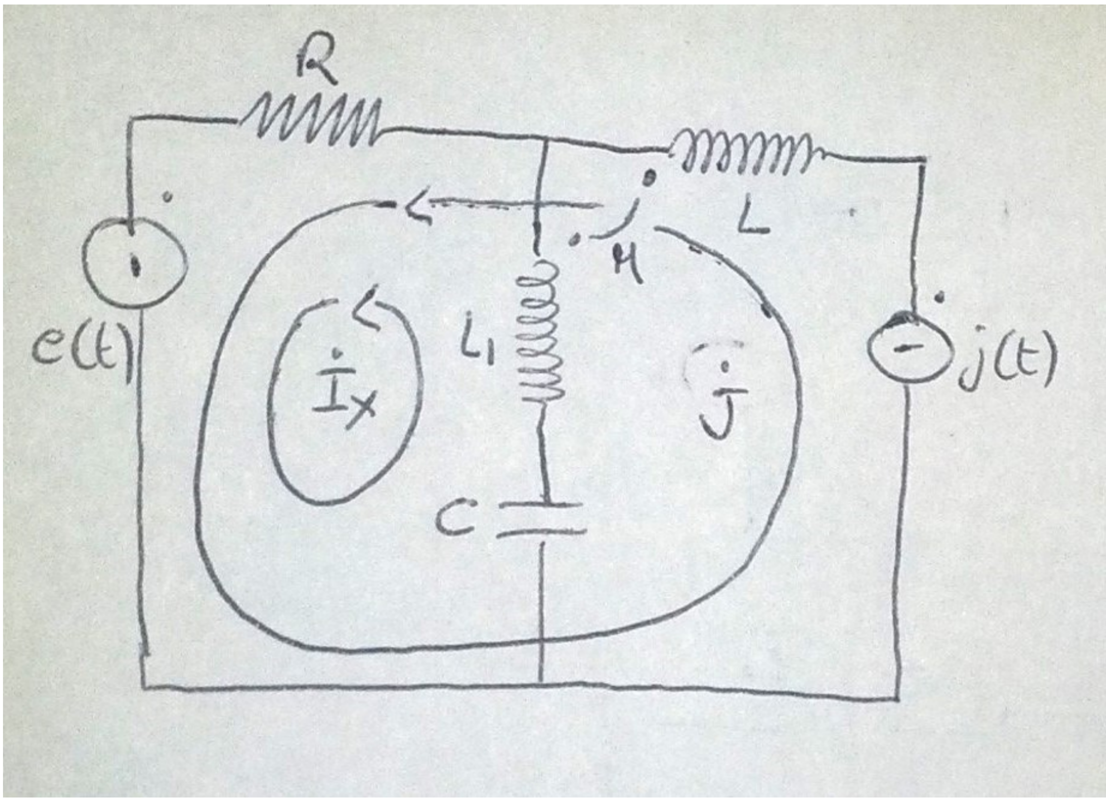
Appello del 17/02/2012

Esercizio 0

DATI: $e(t) = 50\cos(500t + \frac{\pi}{3})V$, $j(t) = 2\sin(500t)A$, $R = 10\Omega$, $L_1 = 10mH$, $L = 15mH$, $M = 10mH$, $C = 400\mu F$

Potenza reattiva ed energia media immagazzinata nel sistema degli induttori:



$\dot{E} = \frac{50}{\sqrt{2}} e^{j\frac{5}{6}\pi}$, $\dot{J} = \frac{2}{\sqrt{2}}$

$-\dot{E} = (j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C} + R)\dot{I}_x + R\dot{J} + j\omega M\dot{J}$

$\dot{I}_x = \frac{-\dot{E}-(R+j\omega M)\dot{J}}{(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C} + R)} = -4.48 - j2.47$

$\varphi = \varphi_{\dot{J}} - \varphi_{\dot{I}_x} = 2.64 \longrightarrow$ Angolo di sfasamento tra le due correnti

$$\boxed{\dot{U} = \frac{1}{2}L_1\left|\dot{I}_x\right|^2 + \frac{1}{2}L\left|\dot{J}\right|^2 + M\left|\dot{I}_x\right||\dot{J}|cos\varphi = 82.77mJ}$$

$\dot{V}_{L_1} = j\omega L_1\dot{I}_x + j\omega M\dot{J} = 12.37 - j15.33$

$\dot{V}_L = j\omega L\dot{J} + j\omega M\dot{I}_x = 12.37 - j11.81$

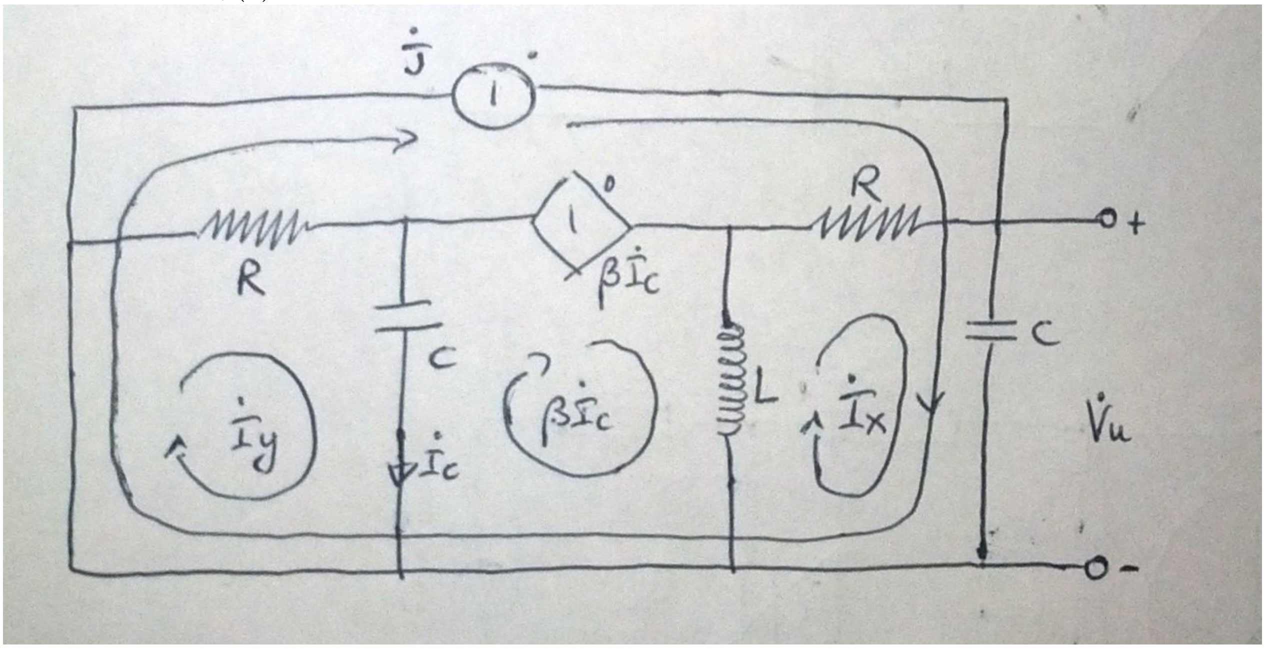
$$\boxed{\bar{S} = \dot{V}_{L_1}\dot{I}_x^* + \dot{V}_L\dot{J}^* = P + jQ = j82.60 \rightarrow Q = 82.60VAR}$$

Esercizio 1

Valori numerici

- $j_{(T)} = 10 \cdot \sin(500t + \frac{\pi}{8})A$
- $R = 20\Omega, \quad L = 2mH, \quad C = 30\mu F, \quad \beta = 3A/V, \quad T_0 = 5ms, \qquad E_o = 50V$

Facciamo agire solo il generatore j(t)
Associamo a j(t) il fasore rappresentativo $\dot{J} = 10e^{j\frac{\pi}{8}}$



$$\begin{cases} 0 &= (R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})\dot{I}_x - j\omega L\beta\dot{I}_c + \frac{1}{j\omega C}\dot{J} \\ 0 &= (R + \frac{1}{j\omega C})\dot{I}_y - \frac{1}{j\omega C}\beta\dot{I}_c \end{cases}$$

$\dot{I}_c = \dot{I}_y - \beta\dot{I}_c$
$\dot{I}_c = \frac{1}{1+\beta}\dot{I}_y = 0$
$0 = (R + \frac{1}{j\omega C} - \frac{\beta}{j\omega C(1+\beta)})\dot{I}_y \qquad \dot{I}_y = 0 \qquad \dot{I}_c = 0$

$\dot{I}_x = \frac{\dot{j}}{j\omega C(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})} = 9.67 + j0.94$

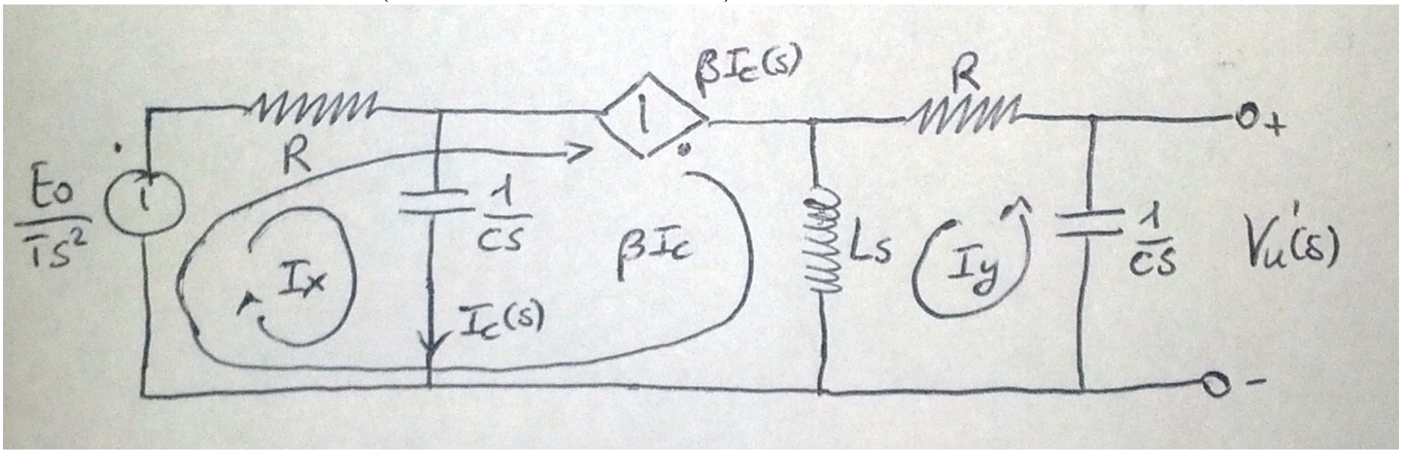
$\dot{V}_{u(t)} = \frac{1}{j\omega C}(\dot{I}_x + \dot{J}) \backsimeq 317.86 - j1260.33 \rightarrow \quad V_u(t) = 1300sin(500t - 1.32)V$

Facciamo agire e(t) Sovrapposizione degli effetti:

$$e_{(t)} = \frac{E_0}{T}[tu(t) - 2(t-T)u(t-T) + (t-2T)u(t-2T)]$$

Basta quindi studiare l'andamento temporale dovuto al generatore $\frac{E_0}{T}tu(t)$. Gli altri due si ricaveranno dalla soluzione trovata moltiplicando per le opportune costanti e traslando i tempi.

Circuito L-trasformato(condizioni iniziali=0)



$$\begin{cases} \frac{E_0}{Ts^2} &= (R+\frac{1}{Cs})I_x + R\beta I_c \\ I_x &= I_c \\ 0 &= (R+Ls+\frac{1}{Cs})I_y + Ls\beta I_x \end{cases}$$

$I_x = \frac{E_0}{Ts}\cdot\frac{C}{RCs(1+\beta)+1}$

$I_y = \frac{-Ls\beta I_x Cs}{LCs^2+RCs+1} = \frac{-E_0\beta}{TR(1+\beta)}\cdot\frac{s}{s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}}\cdot\frac{1}{s+\frac{1}{RC(1+\beta)}}$

$V_u(s) = -I_y\cdot\frac{1}{Cs} = -\frac{24}{73}\cdot\frac{3S+28750}{s^2+10000S+\frac{50000000}{3}} + \frac{72}{219}\cdot\frac{1}{s+\frac{1250}{3}} =$
$-\frac{24}{73}[\frac{A}{(s+\frac{5000(\sqrt{3}+3)}{3})} + \frac{B}{(s+\frac{5000(-\sqrt{3}+3)}{3})}] + \frac{72}{219}\cdot\frac{1}{s+\frac{1250}{3}}$

$A = \lim_{s\to\frac{5000(\sqrt{3}+3)}{3}} = \frac{12-11\sqrt{3}}{8}$

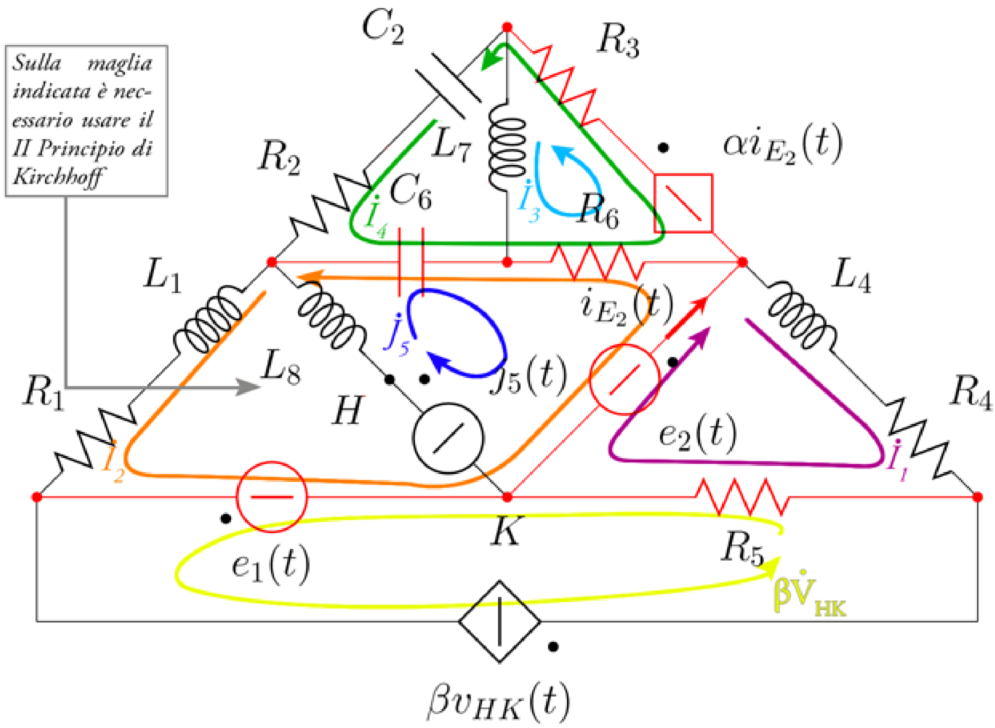
$B = \lim_{s\to\frac{5000(\sqrt{3}-3)}{3}} = \frac{12+11\sqrt{3}}{8}$

$V_u'(t) = [\frac{24}{73}\cdot e^{-\frac{1250}{3}t} - (\frac{36-33\sqrt{3}}{73})\cdot e^{(-5000-\frac{5000}{\sqrt{3}})t} - (\frac{36+33\sqrt{3}}{73})\cdot e^{(-5000+\frac{5000}{\sqrt{3}})t}]u(t)$

$V''_u(t) = -2V_u'(t-T) \qquad V'''_u(t) = V_u'(t-2T)$

$V_u(t) = 1300sin(500t-1.32) + V_u'(t) - 2V_u'(t-T) + V_u'(t-2T)$

Esercizio 2 (con correnti di maglia)



Dato il circuito in figura e supponendo che si trova in condizioni di regime sinusoidale, come prima cosa associamo ad ogni generatore di corrente e di tensione il corrispondente fasore: $j_5(t) \rightarrow \dot{J}_5, e_1(t) \rightarrow \dot{E}_1, e_2(t) \rightarrow \dot{E}_2$,
$i_{E_2}(t) \rightarrow \dot{I}_{E_2} e\ v_{HK}(t) \rightarrow \dot{V}_{HK}$.
Quindi, per applicare il metodo delle correnti di maglia, scegliamo un albero e un verso di percorrenza delle correnti in ogni maglia.

Il numero di equazioni sara' dato dalla differenza tra il numero di corde e il numero di generatori di corrente presenti nel circuito, in questo modo:
$N = 7, R = 12, N_{corde} = (R - N + 1) = 6, N_{gc} = 2$ e quindi $N_{eq} = 4$

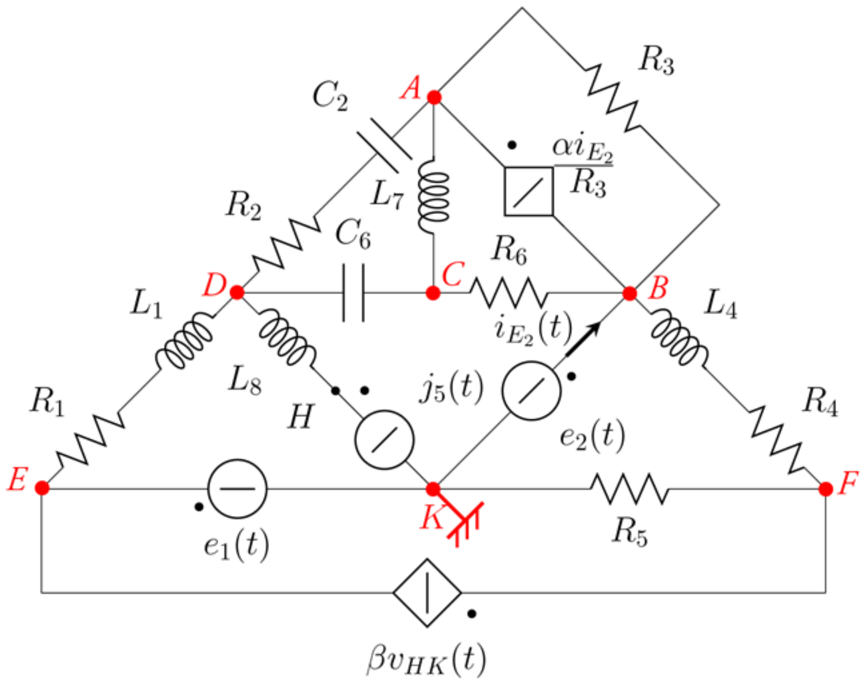
$$\begin{cases} \dot{E}_2 &= (j\omega L_4 + R_4 + R_5)\,\dot{I}_1 + R_5\beta\dot{V}_{HK} \\ -\dot{E}_1 + \dot{E}_2 &= \left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_6} + j\omega L_4 + R_1\right)\dot{I}_2 - R_6\dot{I}_3 - \left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot{I}_4 - \left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot{J}_5 \\ \alpha\dot{I}_{E_2} &= -R_6\dot{I}_2 + (R_3 + R_6 + j\omega L_7)\,\dot{I}_3 + (R_3 + R_6)\,\dot{I}_4 + R_6\dot{J}_5 \\ \alpha\dot{I}_{E_2} &= -\left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_6}\right)\dot{I}_2 + (R_3 + R_6)\,\dot{I}_3 + \left(R_6 + \frac{1}{j\omega C_6} + R_2 + R_3 + \frac{1}{j\omega C_2}\right)\dot{I}_4 + \\ &\quad + \left(\frac{1}{j\omega C_6} + R_6\right)\dot{J}_5 \end{cases}$$

Inoltre le equazioni di controllo dei generatori controllati sono:

$$\dot{I}_{E_2} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{J}_5$$

$$-\dot{E}_1 - \dot{I}_2 R_1 - \dot{I}_2 j\omega L_1 - \dot{J}_5 j\omega L_8 + \dot{V}_{HK} = 0$$

Esercizio 2 (Tensioni Nodali)



$N = 7$

$N_{equazioni} = N - 1 - N_{gen.tensione} = 4$

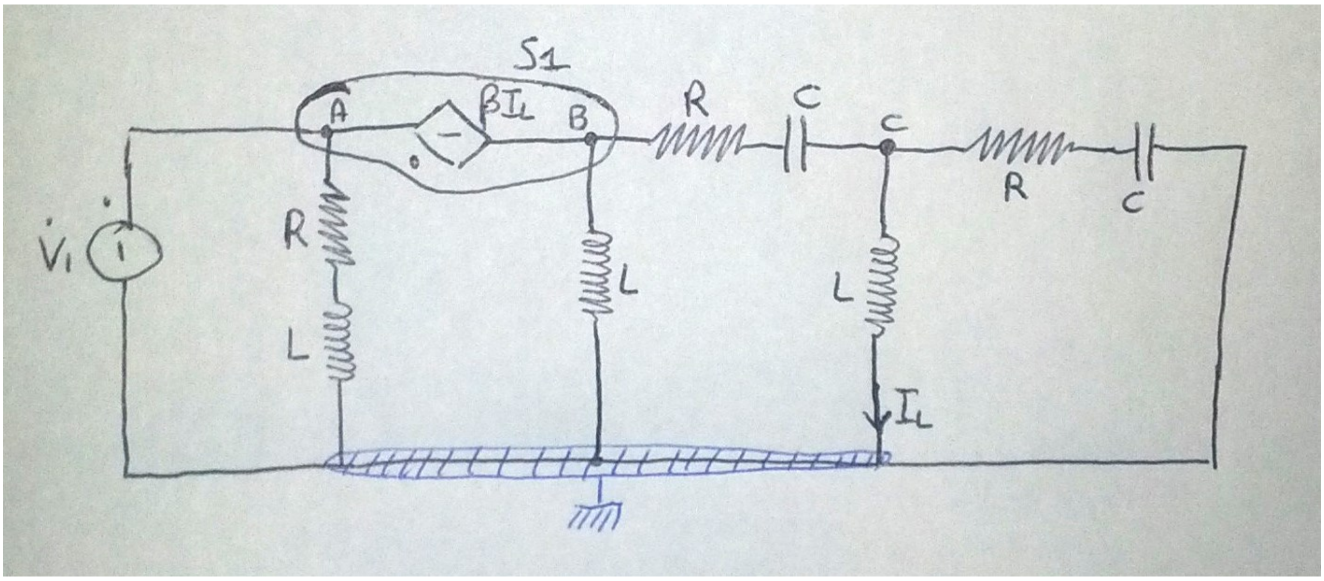
E' stato trasformato, ai fini di usare il metodo delle tensioni nodali, il genetore (controllato) di tensione reale in uno di corrente ideale, con in parallelo l'impedenza equivalente, che in questo caso era R_3. Equazioni di Controllo:

$$\begin{cases} \dot{I}_{E2} & = \frac{\dot{V}_B - \dot{V}_C}{R_6} + \frac{\alpha \dot{I}_{E_2}}{R_3} + \frac{\dot{V}_B - \dot{V}_A}{R_3} + \frac{\dot{V}_B - \dot{V}_F}{R_4 + j\omega L_4} \\ & \downarrow \\ & \text{Equazione al nodo B} \\ \\ \frac{\dot{V}_H - \dot{V}_D}{j\omega L_8} & = \dot{J}_5 \Longrightarrow \dot{V}_H = \dot{V}_D + j\omega L_8 \dot{J}_5 \end{cases}$$

Equazioni di equilibrio:

$$\begin{cases} \dot{V}_E &= \dot{E}_1 \\ \dot{V}_B &= \dot{E}_2 \\ \frac{\alpha \dot{I}_{E2}}{R_3} &= \left(\frac{1}{\frac{1}{j\omega C_2}+R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{j\omega L_7} \right) \dot{V}_A - \frac{1}{R_3}\dot{V}_B - \frac{1}{j\omega L_7}\dot{V}_C - \frac{1}{R_2+\frac{1}{j\omega C_2}}\dot{V}_D \\ 0 &= -\frac{1}{j\omega L_7}\dot{V}_A - \frac{1}{R_6}\dot{V}_B + \left(\frac{1}{j\omega L_7} + j\omega C_6 + \frac{1}{R_6} \right) \dot{V}_C - j\omega C_6 \dot{V}_D \\ \dot{J}_5 &= -\frac{1}{R_2+\frac{1}{j\omega C_2}}\dot{V}_A - j\omega C_6 \dot{V}_C + \left(\frac{1}{R_1+j\omega L_1} + \frac{1}{R_2+\frac{1}{j\omega C_2}} + j\omega C_6 \right) \dot{V}_D - \frac{1}{R_1+j\omega L_1}\dot{V}_E \\ \beta \dot{V}_{HK} &= -\frac{1}{R_4+j\omega L_4}\dot{V}_B + \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_4+j\omega L_4} \right) \dot{V}_F \end{cases}$$

Esercizio 3



Ricerca dei parametri Y con il metodo delle tensioni nodali

$$\dot{V}_A = \dot{V}_1 \tag{1}$$

$$\dot{V}_B = \dot{V}_1 - \beta \dot{I}_L$$

Si applica il metodo al nodo C

$$0 = -(\frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}})\dot{V}_B + (\frac{1}{j\omega L} + \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}})\dot{V}_C$$

$$\dot{I}_L = \frac{\dot{V}_C}{j\omega L}$$

$$\dot{I}_2 = -\dot{V}_C \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_A}{R + j\omega L} + \frac{\dot{V}_B}{j\omega L} + \frac{\dot{V}_B - \dot{V}_C}{R + \frac{1}{j\omega C}} \Leftrightarrow \text{Equazione alla superficie chiusa S1}$$

$$0 = -(\frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}})(\dot{V}_1 - \beta \frac{\dot{V}_C}{j\omega L}) + (\frac{1}{j\omega L} + \frac{2}{R + \frac{1}{j\omega C}})\dot{V}_C$$

$$\dot{V}_C = \frac{\frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}}}{\frac{1}{j\omega L} + \frac{2}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{\beta}{j\omega L(R + \frac{1}{j\omega C})}} \dot{V}_1 = \bar{H}\dot{V}_1$$

$$\bar{H} = 0.0169 + j0.149$$

$$\dot{I}_L = \frac{\bar{H}}{j\omega L}\dot{V}_1$$

$$\dot{I}_2 = -\bar{H}\dot{V}_1 \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \bar{K}\dot{V}_1$$

Possiamo quindi scrivere

$$\bar{K} = (0.25 - j2.93) \cdot 10^{-3} S$$

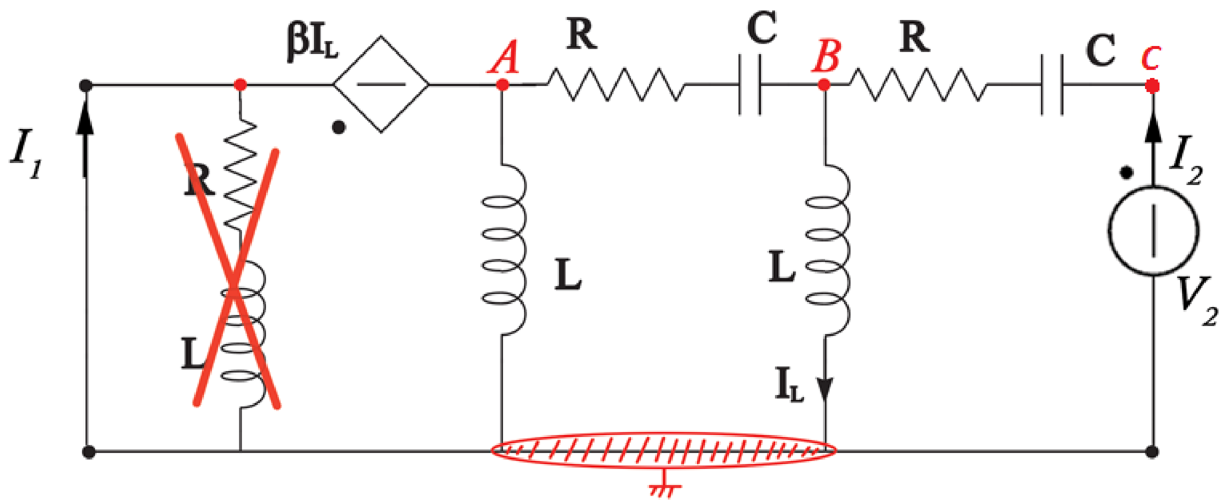
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{R + j\omega L} + \frac{\dot{V}_1 - \beta \frac{\bar{H}}{j\omega L} \dot{V}_1}{j\omega L} + \frac{\dot{V}_1 (1 - \frac{\bar{H}\beta}{j\omega L}) - \bar{H}\dot{V}_1}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

Possiamo quindi scrivere

$$\dot{I}_1 = \bar{N}\dot{V}_1$$

$$\boxed{\bar{y}_{11} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = \bar{N} = 0.039 - j0.12 S}$$

$$\boxed{\bar{y}_{21} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_1}\right|_{\dot{V}_2=0} = \bar{K} = (0.25 - j2.93) \cdot 10^{-3} S}$$



$$\dot{V}_A = -\beta \dot{I}_L, \quad \dot{V}_C = \dot{V}_2, \quad \dot{I}_L = \frac{\dot{V}_B}{j\omega L}$$

$$0 = -\frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}}(\dot{V}_A + \dot{V}_C) + (\frac{2}{R + \frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{j\omega L})\dot{V}_B \Rightarrow \text{Equazione al nodo B}$$

$$\dot{V}_B = \bar{A}\dot{V}_2$$

$$\bar{A} = \frac{\frac{1}{R+\frac{1}{j\omega C}}}{\frac{2}{R+\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{j\omega L} + \frac{\beta}{j\omega L(R+\frac{1}{j\omega C})}} = 0.0169 + j0.149$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_A}{j\omega L} + \frac{\dot{V}_A - \dot{V}_B}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \bar{B}\dot{V}_2$$

$$\bar{B} = \frac{\beta \bar{A}}{\omega^2 L^2} + \frac{-\frac{\beta \bar{A}}{j\omega L} - \bar{A}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = -5.95 \cdot 10^{-5} + j0.004S$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_C - \dot{V}_B}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \bar{D}\dot{V}_2$$

$$\bar{D} = \frac{1 - \bar{A}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 0.019 + j0.001S$$

$$\boxed{\bar{y}_{22} = \left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{V}_1=0} = \bar{D}}$$

$$\boxed{\bar{y}_{12} = \left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{V}_1=0} = \bar{B}}$$

Esercizio 4

$$G_m = \frac{P_{10}}{V_{10}^2} = 1,25 \cdot 10^{-3} S$$

$$R_m = \frac{1}{G_m} = 802,22 \Omega$$

$$|Y_m| = \frac{I_{10}\sqrt{3}}{V_{10}} = 6.84 \cdot 10^{-3}$$

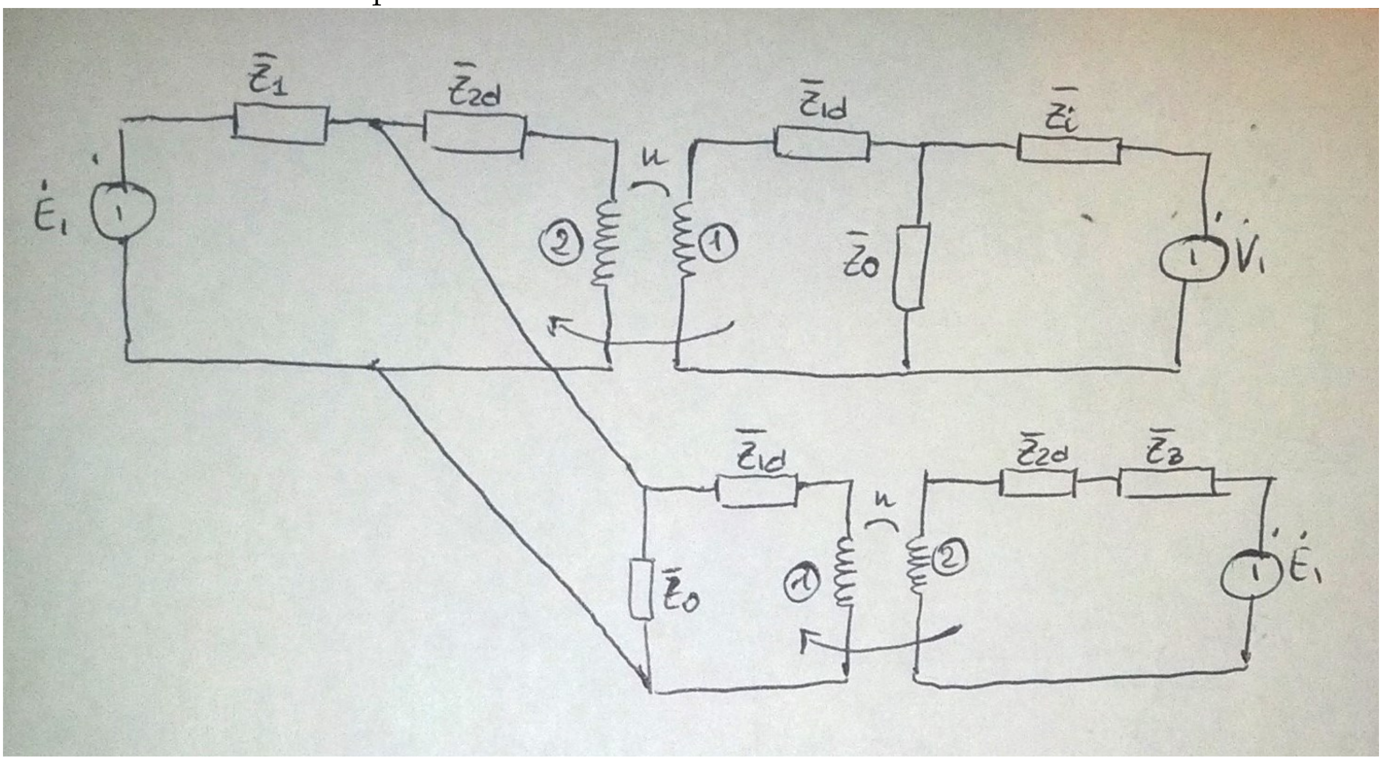
$$B_m = \sqrt{Y_m^2 - G_m^2} = 6.72 \cdot 10^{-3} S$$

$$Z_0 = \frac{1}{G_m - jB_m} = 26.75 + j143.83 \Omega$$

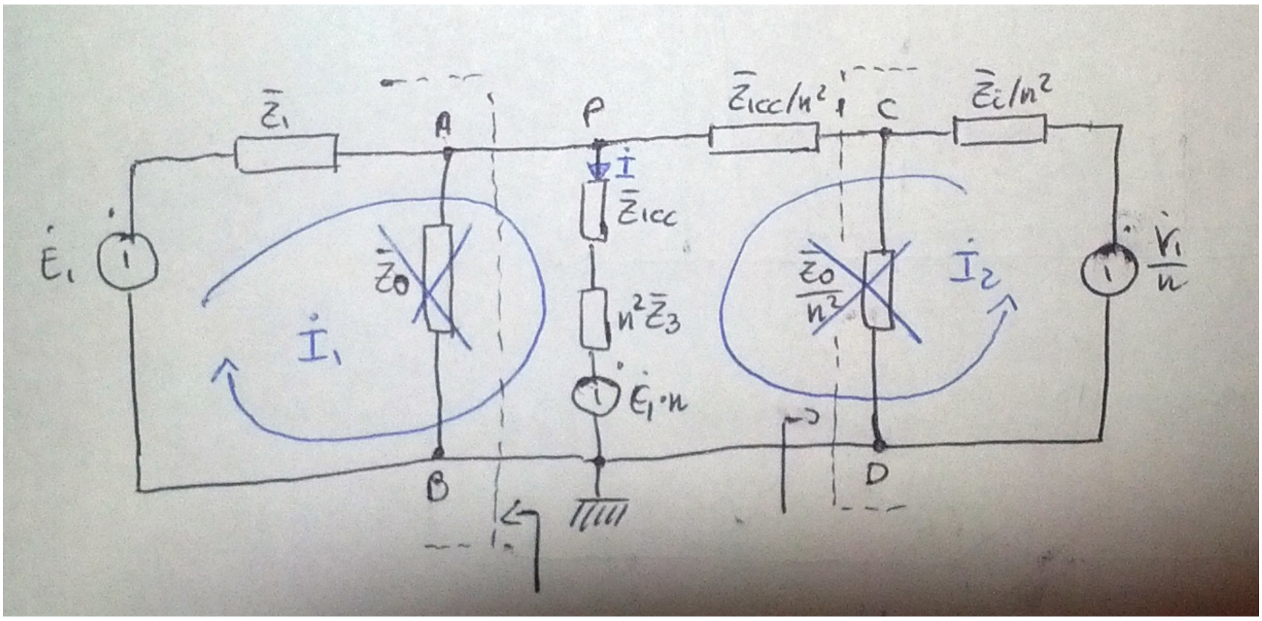
$$cos\varphi_{cc} = \frac{P_{cc}\sqrt{3}}{V_{cc}I_{cc}} = 0.352 \qquad |Z_{1cc}| = 0.768$$

$$Z_{cc} = |Z_{cc}|(cos\varphi_{cc} + j\sqrt{1 - cos^2\varphi_{cc}}) = Z_{1d} + n^2 Z_{2d} = 0,27 + j0.719 \Omega$$

Riscrivo il monofase equivalente.



Trasporto il primario con $\dot{V}_1$ sul secondario e il secondario con $\dot{E}_1$ sul primario.



Applicando Thevenin→ $V_{th1} \simeq E_1, \quad V_{th2} \simeq \frac{V_1}{n}, \quad Z_{th1} \simeq Z_1, \quad Z_{th2} \simeq \frac{z_i}{n^2}$
Applichiamo Millman:

$$V_p = \frac{E_1 \frac{1}{Z_1} + E_1 n(\frac{1}{Z_{1cc}+n^2 Z_3}) + \frac{V_1}{n}(\frac{1}{\frac{Z_i}{n^2}+\frac{Z_{1cc}}{n^2}})}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_{1cc}+n^2 Z_3} + \frac{1}{\frac{Z_i}{n^2}+\frac{Z_{1cc}}{n^2}}} = 84.63 + \jmath 131.91$$

$$I_2 = \frac{-V_p + \frac{V_1}{n}}{\frac{Z_{1cc}}{n^2} + \frac{Z_i}{n^2}} \simeq 3.89 - \jmath 2.185$$

$$I = \frac{E_1 n - V_p}{\bar{Z}_{1cc} + n^2 \bar{Z}_3} = -27.86 + \jmath 5.56$$

$\bar{S}_{v1} = \frac{V_1}{n}(I_2)^* = 301.56 + \jmath 1074.19 \quad P = 301.56W \quad Q = 51074.19VAR$

$V_{AB} = V_p$

$V_{CD} = -\frac{Z_i}{n^2} I_2 + \frac{V_1}{n} = 193.30 + \jmath 187.97$

$P_{cu1} = 3R_{1cc}|I_1^2| = 653.97W \quad P_{cu2} = 3\frac{R_{1cc}}{n^2}|I_2^2| = 64.53W$

$P_{fe1} = 3G_m|V_{AB}^2| = 92.11W \quad P_{fe2} = 3n^2 G_m|V_{CD}^2| = 17.04W$