Prova di Comunicazioni Numeriche 075II

11/09/2023

1. Sia dato il codice convoluzionale con i polinomi generatori in notazione ottale $g_1 = 7$ e $g_2 = 5$.

   Supponendo che il codificatore parta dallo stato 00 e vi torni dopo 4 intervalli di segnalazione, e data la sequenza ricevuta $\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{e} = [1, 1; 1, 1; 0, 1; 1, 1]$, utilizzare il criterio di decodifica a massima verosimiglianza per trovare la sequenza $\hat{\mathbf{x}}$ e la sequenza informativa $\hat{\mathbf{u}}$. (**4** punti)

2. Si consideri il codice ciclico $\mathcal{C}(2, 6)$ con polinomio generatore $g(D) = D^4 + D^2 + 1$.

   (a) Data la sequenza informativa $\mathbf{u} = [1, 1]$, determinare la parola di codice trasmessa.

   (b) Calcolare la d_{min} del codice e, data la parola ricevuta $\mathbf{y} = \mathbf{x} + \mathbf{e} = [1, 0, 1, 1, 1, 0]$, *utilizzare le proprietà dei codici ciclici* per trovare $\hat{\mathbf{e}}$ e successivamente $\hat{\mathbf{x}}$ e $\hat{\mathbf{u}}$. (**3** punti)

3. Derivare un bound per la probabilità di errore sul bit a valle del decodificatore per un codice a blocco $\mathcal{C}(4, 7)$ con $d_{\min} = 3$ per una trasmissione con probabilità di errore sul bit non decodificato pari a $p = 10^{-6}$. (**3** punti)

4. Dimostrare e applicare ad un problema a scelta il teorema di integrazione completo. (**3** punti)

5. Descrivere le operazioni necessarie per la ricostruzione in *tempo reale* di un segnale analogico di *durata limitata* nel tempo. (**3** punti)

6. Dati due eventi A e B non disgiunti. (**3** punti)

   (a) Dimostrare che $\Pr(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \Pr(\mathrm{A}) + \Pr(\mathrm{B}) - \Pr(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$.

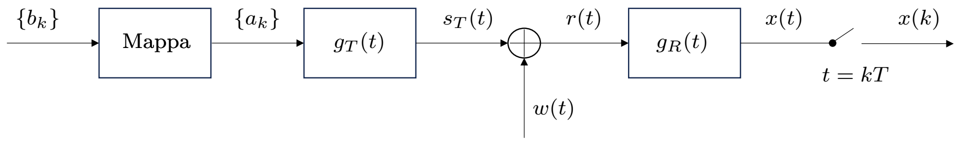
   (b) Nell'ipotesi in cui $A \subset B$, calcolare $\Pr(\mathrm{A} \cup \mathrm{B})$.

7. Le variabili aleatorie $X \sim \mathcal{N}(1, 10)$ e $Y \sim \mathcal{N}(0, 5)$ sono Gaussiane e indipendenti. (**3** punti)

   (a) Calcolare $\Pr(-3 \leq \mathrm{X} \leq 3)$.

   (b) Calcolare $\Pr(\mathrm{X} \leq 3, \mathrm{Y} \leq 1)$.

8. Dato il sistema di comunicazione numerico PAM illustrato in figura dove $g_T(t) = \mathrm{sinc}(t/T)$ e $g_R(t) = \mathrm{sinc}(2t/T)$ e $w(t)$ è un processo aleatorio di rumore Gaussiano bianco con densità spettrale di potenza $N_0/2$. (**4** punti)



(a) Calcolare la varianza dei campioni di rumore;

(b) Calcolare il campione $x(k)$ ottenuto all'istante di campionamento $t = kT$;

9. Si consideri il sistema di comunicazione numerico PAM illustrato in figura. (**4** punti)

   (a) Derivare la strategia di decisione a massima verosimiglianza per il generico simbolo a_k;

   (b) Derivare la strategia di decisione a massima verosimiglianza per la sequenza $\{a_1, a_2, \ldots, a_K\}$;