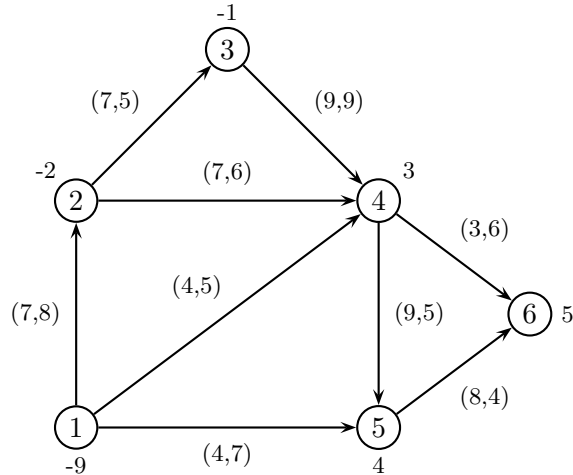


## Ddicesima Esercitazione

**Esercizio 1.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo é indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.

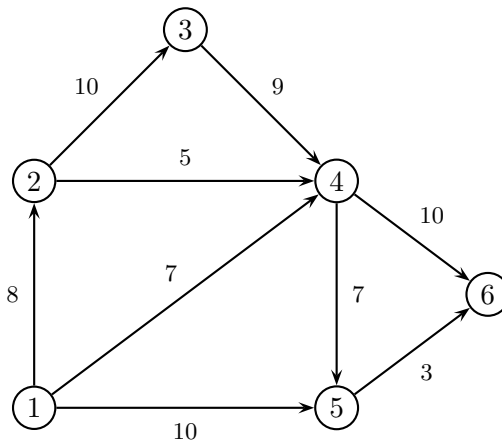


Riempire la tabella:

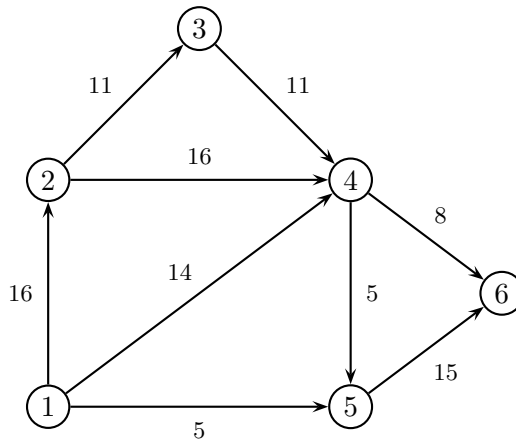
Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	(1,5) (2,4) (3,4) (4,5) (4,6)	(1,4)			
$\pi = (0,$	(1,2) (1,5) (2,3) (2,4) (5,6)	(4,5)			

**Esercizio 2.** Effettuare due passi dell'algoritmo del semplice so su reti per il problema dell'esercizio 1.

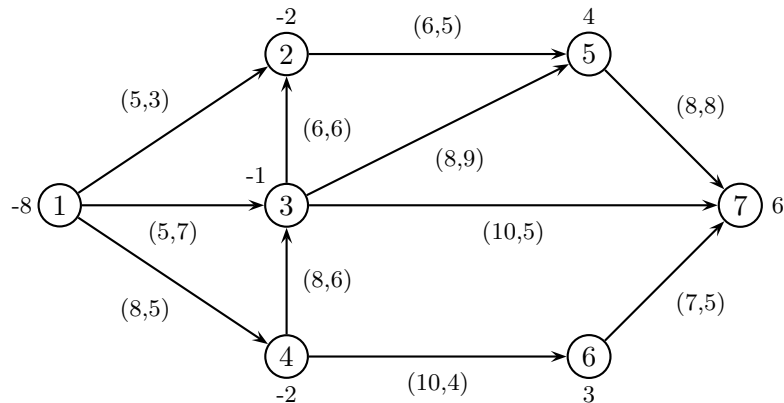
**Esercizio 3.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



**Esercizio 4.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.



**Esercizio 5.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo é indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.

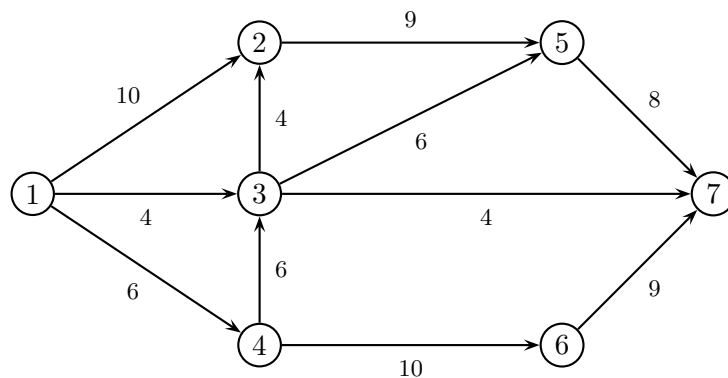


Riempire la tabella:

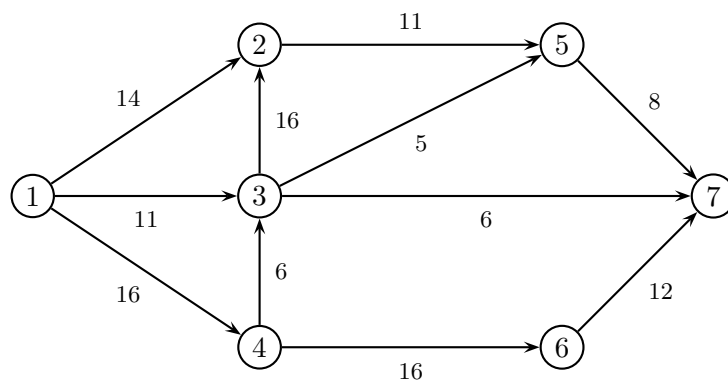
Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	(1,3) (2,5) (3,2) (4,6) (5,7) (6,7)	(1,2)			
$\pi = (0,$	(1,2) (1,3) (2,5) (3,7) (4,3) (4,6)	(6,7)			

**Esercizio 6.** Effettuare due passi dell'algoritmo del semplice su reti per il problema dell'esercizio 5.

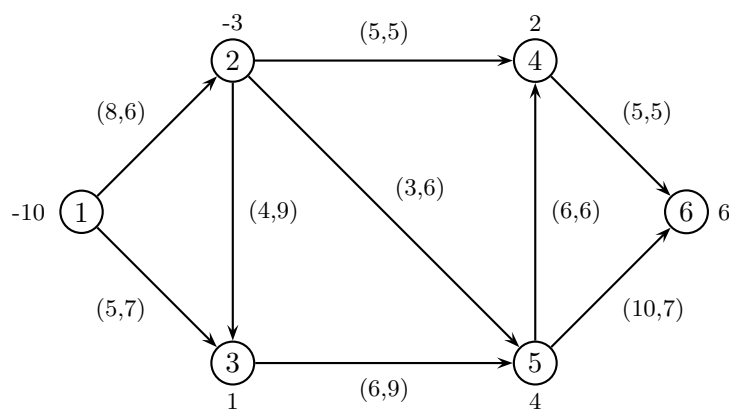
**Esercizio 7.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



**Esercizio 8.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.



**Esercizio 9.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo é indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.

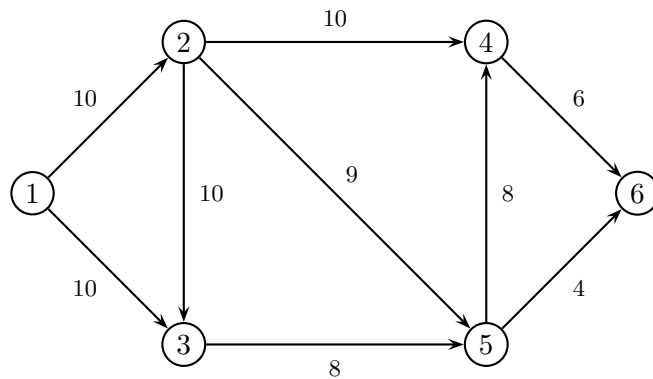


Riempire la tabella:

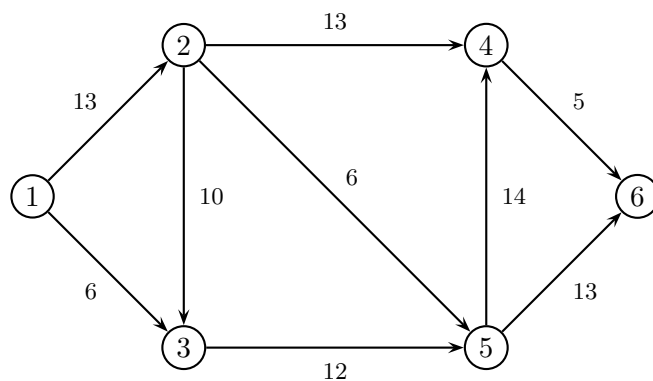
Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	(1,3) (2,3) (3,5) (4,6) (5,6)	(2,5)			
$\pi = (0,$	(1,2) (1,3) (2,5) (4,6) (5,6)	(2,4)			

**Esercizio 10.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 9.

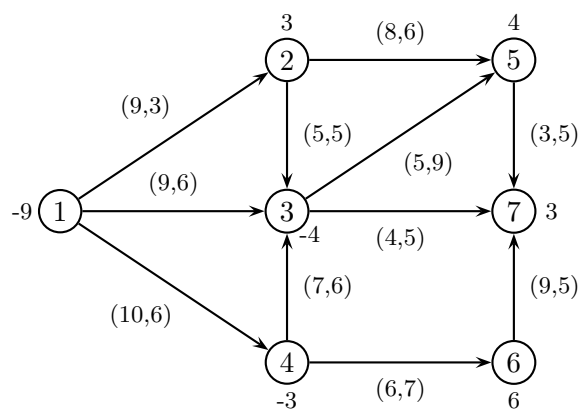
**Esercizio 11.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.



**Esercizio 12.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.



**Esercizio 13.** Si consideri il problema di flusso di costo minimo sulla seguente rete. Su ogni nodo é indicato il bilancio e su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.



Riempire la tabella:

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x =$	(1,2) (1,3) (1,4) (3,5) (4,6) (6,7)	(3,7)			
$\pi = (0,$	(1,4) (2,5) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,2)			

**Esercizio 14.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 13.

## SOLUZIONI

### Esercizio 1.

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenerare (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (0, 5, 4, 0, 2, 1, 0, 5, 0)$	(1,5) (2,4) (3,4) (4,5) (4,6)	(1,4)	SI	SI	SI
$\pi = (0, 7, 14, 14, 4, 12)$	(1,2) (1,5) (2,3) (2,4) (5,6)	(4,5)	NO	NO	NO

### Esercizio 2.

Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 1.

	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,2) (2,4) (3,4) (4,6) (5,6)	(1,4) (2,4) (3,4) (4,6) (5,6)
Archi di U	(1,5)	(1,5)
$x$	(2, 0, 7, 0, 4, 1, 0, 2, 3)	(0, 2, 7, 0, 2, 1, 0, 2, 3)
costo di $x$	109	89
$\pi$	(0, 7, 5, 14, 9, 17)	(0, -3, -5, 4, -1, 7)
$k$ (arco entrante)	(1,4)	(1,5)
$\theta_1$ (archi concordi)	5	3
$\theta_2$ (archi discordi)	2	3
$h$ (arco uscente)	(1,2)	(1,4)

### Esercizio 3.

	passo 1		passo 2		passo 3		passo 4		passo 5	
nodo	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$
2	8	1	8	1	8	1	8	1	8	1
3					18	2	18	2	18	2
4	7	1	7	1	7	1	7	1	7	1
5	10	1	10	1	10	1	10	1	10	1
6			17	4	17	4	13	5	13	5

Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, 4, 2, 5, 6, 3\}$

**Esercizio 4.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.

cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 4 - 6	8	(0, 8, 0, 0, 0, 0, 0, 8, 0)	8
1 - 5 - 6	5	(0, 8, 5, 0, 0, 0, 0, 8, 5)	13
1 - 4 - 5 - 6	5	(0, 13, 5, 0, 0, 0, 5, 8, 10)	18

TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$$N_s = \{1, 2, 3, 4\} \quad N_t = \{5, 6\}$$

**Esercizio 5.**

Riempire la tabella:

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (3, 5, 0, 11, 6, 0, 0, 0, 2, 7, -1)$	(1,3) (2,5) (3,2) (4,6) (5,7) (6,7)	(1,2)	NO	SI	NO
$\pi = (0, 5, 5, -3, 11, 7, 15)$	(1,2) (1,3) (2,5) (3,7) (4,3) (4,6)	(6,7)	SI	NO	NO

**Esercizio 6.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 5.

	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,2) (1,4) (3,7) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,2) (1,3) (1,4) (3,7) (4,6) (5,7)
Archi di U	(2,5)	(2,5)
$x$	(3, 0, 5, 5, 0, 0, 5, 4, 3, 1, 0)	(3, 4, 1, 5, 0, 0, 5, 0, 3, 1, 0)
costo di $x$	205	161
$\pi$	(0, 5, 16, 8, 18, 18, 26)	(0, 5, 5, 8, 7, 18, 15)
$k$ (arco entrante)	(1,3)	(2,5)
$\theta_1$ (archi concordi)	7	0
$\theta_2$ (archi discordi)	4	1
$h$ (arco uscente)	(4,3)	(3,7)

**Esercizio 7.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.

	passo 1		passo 2		passo 3		passo 4		passo 5		passo 6	
nodo	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$
2	10	1	8	3	8	3	8	3	8	3	8	3
3	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1	4	1
4	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1	6	1
5			10	3	10	3	10	3	10	3	10	3
6					16	4	16	4	16	4	16	4
7			8	3	8	3	8	3	8	3	8	3

Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, 3, 4, 2, 7, 5, 6\}$



**Esercizio 8.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.

cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 3 - 7	6	(0, 6, 0, 0, 0, 0, 6, 0, 0, 0, 0)	6
1 - 2 - 5 - 7	8	(8, 6, 0, 8, 0, 0, 6, 0, 0, 8, 0)	14
1 - 4 - 6 - 7	12	(8, 6, 12, 8, 0, 0, 6, 0, 12, 8, 12)	26

#### TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$$N_s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \quad N_t = \{7\}$$

**Esercizio 9.**

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (0, 10, -3, 0, 6, 6, -2, 0, 8)$	(1,3) (2,3) (3,5) (4,6) (5,6)	(2,5)	NO	NO	NO
$\pi = (0, 8, 5, 16, 11, 21)$	(1,2) (1,3) (2,5) (4,6) (5,6)	(2,4)	SI	SI	SI

**Esercizio 10.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 9.

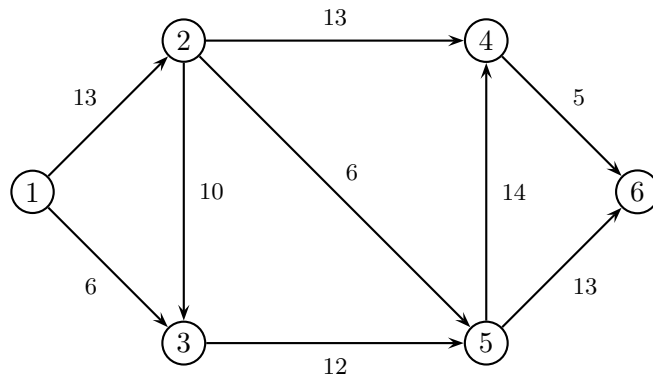
	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,2) (1,3) (2,4) (3,5) (5,6)	(1,3) (2,4) (3,5) (4,6) (5,6)
Archi di U	(2,5)	(1,2) (2,5)
$x$	(5, 5, 0, 2, 6, 4, 0, 0, 6)	(6, 4, 0, 3, 6, 3, 1, 0, 5)
costo di $x$	177	174
$\pi$	(0, 8, 5, 13, 11, 21)	(0, 11, 5, 16, 11, 21)
$k$ (arco entrante)	(4,6)	(2,5)
$\theta_1$ (archi concordi)	1	2
$\theta_2$ (archi discordi)	4	5
$h$ (arco uscente)	(1,2)	(2,4)

**Esercizio 11.** Applicare l'algoritmo di Dijkstra per trovare l'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete.

	passo 1		passo 2		passo 3		passo 4		passo 5	
nodo	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$	$d$	$p$
2	10	1	10	1	10	1	10	1	10	1
3	10	1	10	1	10	1	10	1	10	1
4			20	2	20	2	20	2	20	2
5			19	2	18	3	18	3	18	3
6							22	5	22	5

Sequenza dei nodi visitati  $S = \{1, 2, 3, 5, 4, 6\}$

**Esercizio 12.** Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.



cammino aumentante	$\delta$	$x$	$v$
1 - 2 - 4 - 6	5	(5, 0, 0, 5, 0, 0, 5, 0, 0)	5
1 - 2 - 5 - 6	6	(11, 0, 0, 5, 6, 0, 5, 0, 6)	11
1 - 3 - 5 - 6	6	(11, 6, 0, 5, 6, 6, 5, 0, 12)	17
1 - 2 - 3 - 5 - 6	1	(12, 6, 1, 5, 6, 7, 5, 0, 13)	18

### TAGLIO DI CAPACITÀ MINIMA

$$N_s = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad N_t = \{6\}$$

#### Esercizio 13.

Vettore	Archi di B	Archi di U	Ammissibile (SI/NO)	Degenera (SI/NO)	Ottimo (SI/NO)
$x = (3, 5, 1, 0, 0, 4, 5, 0, 4, 0, -2)$	(1,2) (1,3) (1,4) (3,5) (4,6) (6,7)	(3,7)	NO	SI	NO
$\pi = (0, 14, 17, 10, 22, 16, 25)$	(1,4) (2,5) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,2)	NO	SI	NO

**Esercizio 14.** Effettuare due passi dell'algoritmo del simplesso su reti per il problema dell'esercizio 13.

	passo 1	passo 2
Archi di B	(1,2) (1,3) (3,5) (4,3) (4,6) (5,7)	(1,2) (1,3) (1,4) (3,5) (4,6) (5,7)
Archi di U	(1,4)	
$x$	(3, 0, 6, 0, 0, 7, 0, 3, 6, 3, 0)	(3, 3, 3, 0, 0, 7, 0, 0, 6, 3, 0)
costo di $x$	188	164
$\pi$	(0, 9, 9, 2, 14, 8, 17)	(0, 9, 9, 10, 14, 16, 17)
$k$ (arco entrante)	(1,4)	(3,7)
$\theta_1$ (archi concordi)	6	5
$\theta_2$ (archi discordi)	3	3
$h$ (arco uscente)	(4,3)	(5,7)