

Es 1

1.1 Linearità

Il sistema non è lineare in quanto la sua descrizione $T[\cdot]$ può essere vista come la somma di due contributi

$$T[\cdot] = T_1[\cdot] + T_2[\cdot] \quad \text{dove } T_1[\cdot] = x^2(t) \text{ e}$$

$$T_2[\cdot] = 2[x(t) - x(t-T)] . \text{ È facile dimostrare che la trasformazione } T_2[\cdot] \text{ è non lineare:}$$

$$T_2[ax_1(t) + bx_2(t)] = a^2 x_1^2(t) + b^2 x_2^2(t) + 2abx_1(t)x_2(t) \\ \neq aT_2[x_1(t)] + bT_2[x_2(t)] = ax_1^2(t) + bx_2^2(t)$$

per cui l'intero sistema non è lineare.

1.2 Stazionarietà

$$y'(t) = T[x(t-t_0)] = x^2(t-t_0) + 2[x(t-t_0) - x(t-t_0-T)] \\ = y(t-t_0) = x^2(t-t_0) + 2[x(t-t_0) - x(t-t_0-T)]$$

Il sistema è stazionario

1.3 Memoria

Il sistema ha memoria in quanto l'uscita all'istante t dipende anche dall'ingresso ad istanti di tempo diversi da t .

1.4 Stabilità

$$|y(t)| = |x^2(t) + 2[x(t) - x(t-T)]| \leq \\ \leq |x^2(t)| + 2|x(t) - x(t-T)| \leq M^2 + 2[M - (-M)] = \\ = M^2 + 4M = N < +\infty \quad \text{Il sistema è stabile}$$

1.5 Causalità

Essendo $T < 0$ l'uscita all'istante t dipende dall'ingresso ad istanti futuri e uguali a t .

Per cui il sistema non è causale.

Es 2

$$x(t) = A \operatorname{rect}\left(\frac{t}{6T}\right) - 2A \left(1 - \frac{|t|}{2T}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{4T}\right) + A \left(1 - \frac{|t|}{T}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{t}{2T}\right)$$

$$X(f) = 6AT \operatorname{sinc}(6Tf) - 4AT \operatorname{sinc}^2(2Tf) + AT \operatorname{sinc}^2(Tf)$$

Es 3

$$X(f) = \operatorname{rect}\left(\frac{f}{2B}\right) - \left(1 - \frac{|f|}{B}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$$

$$H(f) = \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right)$$

$$P(f) = \operatorname{rect}\left(\frac{f}{2B}\right)$$

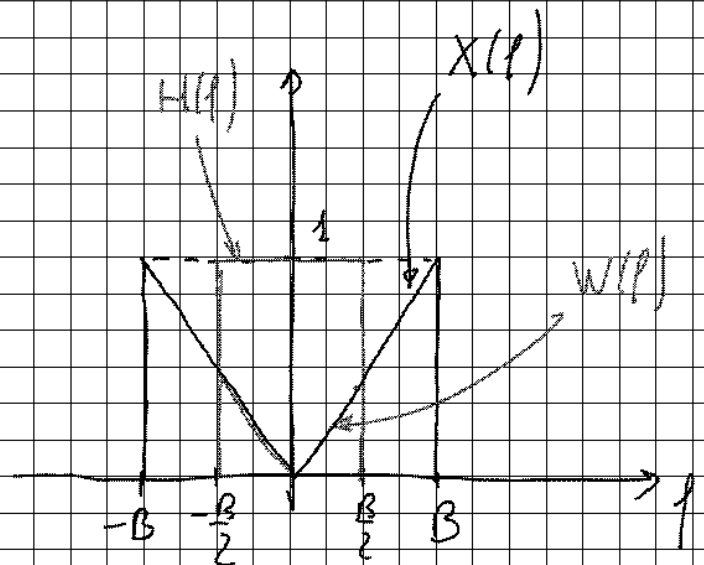
$$w_0(t) = x(t) \otimes h(t)$$

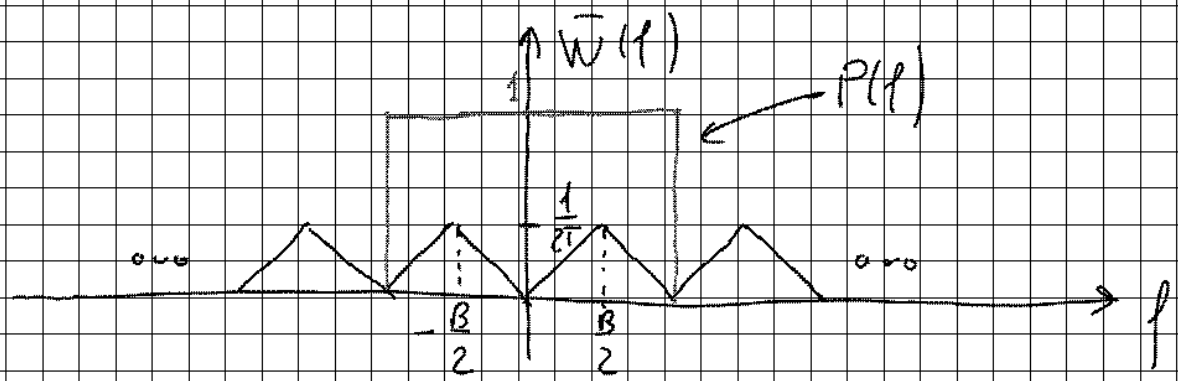
$$W_0(f) = X(f) H(f) =$$

$$= \frac{1}{2} \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|f|}{B/2}\right) \operatorname{rect}\left(\frac{f}{B}\right)$$

$$w[n] = w_0(nT)$$

$$\bar{W}(f) = \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} W_0\left(f - \frac{n}{T}\right)$$





$$Y(f) = \bar{W}(f) P(f) = Y_0(f) \otimes \left[\delta\left(f - \frac{B}{2}\right) + \delta\left(f + \frac{B}{2}\right) \right]$$

$$Y_0(f) = \frac{B}{2} \left(1 - \frac{|f|}{B/2} \right) \text{rect}\left(\frac{f}{B}\right)$$

$$y(t) = 2 Y_0(t) \cos(\pi B t)$$

$$y_0(t) = \frac{B^2}{4} \text{sinc}^2\left(\frac{B}{2} t\right)$$

$$E_y = \int_{-\infty}^{+\infty} |Y(f)|^2 df = \frac{4}{3} \cdot \frac{B^2}{4} \cdot \frac{B}{2} = \frac{B^3}{6}$$

$$P_y = 0$$

Es 4

soluzione nelle note del corso su Moodle

Es 5

soluzione nelle note del corso su Moodle