ALGEBRA LINEARE

DURATA: 1H

ESAME SCRITTO, PARTE II

Nome: **Matricola:**

Siete pregati di scrivere il vostro nome e la vostra marticola in questa pagina e su ogni foglio di protocollo che inviate per la valutazione.

5. Sia $f : M_{2,2}(\mathbb{R}) \to M_{2,2}(\mathbb{R})$ la funzione definita da

$$f(A) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} A$$

i) Verificare che f è una funzione lineare.

ii) Determinare la matrice associata ad f rispetto alla base canonica di $M_{2,2}(\mathbb{R})$ (sia in arrivo che in partenza).

iii) Calcolare il rango di f e la dimensione di $\mathrm{Ker}(f)$ esibendone una base. Dedurre che f non è invertibile.

iv) Dire se f è diagonalizzabile.

2 **6.** Sia $S = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4), (x_5, y_5)\}$ un insieme di 5 punti distinti in $\mathbb{R}^2$. Usando la matrice

$$M = \begin{pmatrix} x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 & x_1 & y_1 & 1 \\ x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 & x_2 & y_2 & 1 \\ x_3^2 & x_3y_3 & y_3^2 & x_3 & y_3 & 1 \\ x_4^2 & x_3y_4 & y_4^2 & x_4 & y_4 & 1 \\ x_5^2 & x_5y_5 & y_5^2 & x_5 & y_5 & 1 \end{pmatrix}$$

mostra che esiste un polinomio

$$p(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f$$

daverso da zero che svanisce in ogni punto di S.