
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 14/06/2014



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 14/06/2014



- 1) Siano $x \in [2, 3]$, $y \in [1, 2]$ e si consideri la funzione

$$f(x, y) = x y .$$

Determinare il massimo errore assoluto commesso introducendo i due valori x e y con massimo errore assoluto $|\delta_x|, |\delta_y| \leq 10^{-2}$ e arrotondando il risultato della operazione alla terza cifra decimale.

- 2) È data l'equazione

$$x \log(x) - 2 = 0 .$$

Determinare quante sono le soluzioni reali di tale equazione.
Indicare un intervallo di separazione per ogni soluzione.

- 3) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 8 \\ 0 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

risulta riducibile.

Indicare una matrice di permutazione P che la riduce.

- 4) È data la tabella di valori

$$\begin{array}{c|cccc} x & -2 & 0 & 1 & 3 \\ \hline y & 3 & \alpha & 0 & 8 \end{array}, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Per quali valori reali α il polinomio di interpolazione risulta di grado minimo?

- 5) Per approssimare l'integrale $I = \int_0^2 f(x) dx$ si utilizza la formula di quadratura

$$J_2(f) = \frac{1}{3}f(0) + \frac{4}{3}f(1) + \frac{1}{3}f(2) .$$

Determinare il grado di precisione m della formula data.

SOLUZIONE

- 1) È noto che con $D = [2, 3] \times [1, 2]$ risulta

$$|\delta_f| \leq |\delta_a| + A_x |\delta_x| + A_y |\delta_y|$$

con $A_x \geq \sup_D \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right|$ e $A_y \geq \sup_D \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right|$.

Risultando $A_x = 2$ e $A_y = 3$ si ha

$$|\delta_f| \leq \frac{1}{2} 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-2} = 5.05 \cdot 10^{-2}.$$

- 2) Con una semplice separazione grafica (per esempio $g(x) = \log(x)$ e $h(x) = 2/x$) si deduce che l'equazione ha una sola soluzione reale α con $\alpha \in [2, 3]$.
- 3) Costruendo il grafo orientato associato alla matrice A si nota che il secondo nodo non risulta collegato agli altri due nodi per cui una matrice che riduce la matrice data è

$$P = (e^{(2)} | e^{(1)} | e^{(3)}) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- 4) Escludendo la coppia di valori $(0, \alpha)$ si costruisce il polinomio di interpolazione relativo alle altre tre coppie di valori ottenendo $P_2(x) = x^2 - 1$. Ne segue che per non aumentare il grado del polinomio di interpolazione si deve scegliere $\alpha = P_2(0) = -1$.
- 5) La formula data non è altro che la formula di Simpson applicata all'intervallo $[0, 2]$ per cui il suo grado di precisione è $m = 3$.