

591AA 21/22 – ELENCO DEI PROBLEMI 16

Problem 1. Trova il determinante della seguente matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

usando lo sviluppo di laplace.

Problema 2. Calcolare il determinante della mappa lineare

$$L : P_3[x] \rightarrow P_3[x], \quad L(f) = 2\frac{d^2f}{dx^2} - 2x\frac{df}{dx} + f(x)$$

usando lo sviluppo di laplace

Problema 3. Calcolare il “volume” della scatola di 4 dimensioni generata dai vettori:

$$\{(2, 1, 1, 0), (1, 2, 0, 1), (1, 0, 2, 1), (0, 1, 1, 2)\}$$

usando lo sviluppo di laplace

Problema 4. Risolvere il seguente sistema lineare usando la regola di Cramer

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

Problema 5. Sia A una matrice $n \times n$ tale che $A^t = -A$.

(a) Verificare che se n è dispari allora $\det(A) = 0$.

Se $n = 2m$ è pari, risulta che

$$\det(A) = (pf(A))^2$$

dove $pf(A)$ è chiamato il pfaffiano di A . Se $A = (a_{ij})$ allora il segno di $pf(A)$ è selezionato in modo che $a_{12}a_{34} \cdots a_{2m-1,2m}$ abbia un segno $+1$.

(b) Verificare che

$$pf \begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ -a & 0 & d & e \\ -b & -d & 0 & f \\ -c & -e & -f & 0 \end{pmatrix} = af - be + dc$$