
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 12/07/2011



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Elettronica, Informatica, Nucleare... 12/07/2011



- 1) Si consideri l'insieme dei numeri di macchina $\mathcal{F}(10, 2, -3, 3)$. Dati i numeri $x_1 = 12.23$, $x_2 = 1.76$ e $x_3 = 0.01$, determinare le loro rappresentazioni e quelle di x_2^2 e x_3^3 nell'insieme \mathcal{F} .
- 2) Il sistema lineare

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & -7 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

ha una soluzione unica?

Il metodo iterativo di Jacobi risulta convergente?

Il metodo iterativo di Gauss-Seidel risulta convergente?

- 3) La matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

è riducibile?

- 4) È data la funzione $f(x) = 2x^2 - x$. Calcolare il polinomio di interpolazione relativo ai due punti $x_0 = 0$ e $x_1 = 1$. Determinare l'espressione dell'errore stabilendone anche il massimo valore assoluto sull'intervallo $[0, 1]$.
- 5) Si vuole approssimare il numero

$$\log 2 = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$

con massimo errore assoluto $T \leq 10^{-3}$. Utilizzando la formula dei trapezi, in quanti intervalli si deve suddividere l'intervallo $[0, 1]$ per avere una approssimazione dell'integrale che soddisfi la richiesta?

SOLUZIONE

- 1) Le rappresentazioni richieste sono

$$\bar{x}_1 = 0.12 \times 10^2, \quad \bar{x}_2 = 0.18 \times 10^1, \quad \bar{x}_3 = 0.1 \times 10^{-1},$$

$$\bar{x}_3^2 = 0.1 \times 10^{-3}, \quad \bar{x}_3^3 = 0 \text{ (underflow)}.$$

- 2) La matrice A risulta a predominanza diagonale forte per cui si ha $\det(A) \neq 0$ ed i metodi di Jacobi e di Gauss-Seidel sono convergenti.
- 3) Il grafo della matrice è fortemente connesso per cui la matrice risulta irriducibile.
- 4) Il polinomio di interpolazione nei punti $(0,0)$ e $(1,1)$ è $P_1(x) = x$. Risulta $E(x) = f(x) - P_1(x) = 2x^2 - 2x$ per cui $\max_{x \in [0,1]} |E(x)| = 1/2$.
- 5) Da $f(x) = (x+1)^{-1}$ si ha $f'(x) = -(x+1)^{-2}$ e $f''(x) = 2(x+1)^{-3}$ per cui risulta $M_2 = \sup_{x \in [0,1]} |f''(x)| = 2$. Considerando l'espressione dell'errore della formula dei trapezi, in questo caso, si ha $|E_1^{(G)}(f)| \leq \frac{1}{k^2}$ dove k indica il numero di sottointervalli in cui si è suddiviso l'intervallo di integrazione. Considerando di riservare una parte dell'errore per il calcolo della formula, imponendo $\frac{1}{k^2} \leq \frac{T}{2}$ si ottiene $k \geq 19$.