

Prova di Comunicazioni Numeriche 075II

Scrivere nome, cognome e numero di matricola in cima a ogni foglio protocollo

23/01/2025

Rispondere ai quesiti 1-3 sul foglio protocollo 1.

1. Si consideri il circuito elettrico in Figura 1. Gli interruttori sono comandati in modo indipendente e hanno uguali probabilità di essere aperti o chiusi. (**3** punti)
 - (a) Calcolare la probabilità che esista un percorso chiuso tra A e B.
 - (b) Calcolare la probabilità che esista un percorso chiuso tra A e B sapendo che l'interruttore S_1 è bloccato nello stato aperto.

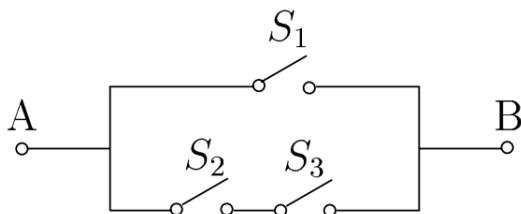


Figura 1: Circuito elettrico.

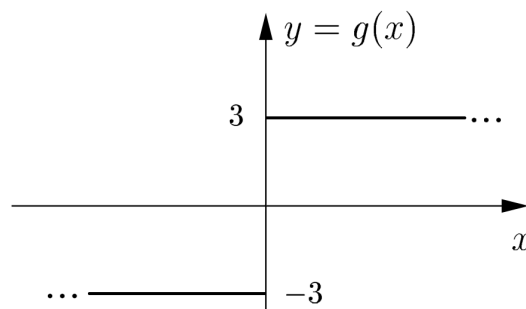


Figura 2: Trasformazione $Y=g(X)$.

2. Sia data la variabile aleatoria X Gaussiana di media $\eta_X = 2$ e varianza $\sigma_X^2 = 4$. Si consideri la trasformazione di v.a. $Y = g(X)$ rappresentata in Figura 2. (**4** punti)
 - (a) Esprimere in forma analitica la d.d.p. $f_X(x)$ e disegnarla.
 - (b) Calcolare la d.d.p. $f_Y(y)$ e disegnarla.
 - (c) Indicare se la v.a. Y è continua, discreta o mista, giustificando brevemente la risposta.
 - (d) Calcolare il valor medio di Y .
3. Sia dato il processo aleatorio $X(t)$ stazionario in senso lato con funzione di autocorrelazione $R_X(\tau) = \delta(\tau) + 2$. $X(t)$ viene posto in ingresso ad un sistema LTI con risposta impulsiva $h(t) = 10 \cdot \text{sinc}(10t)$. Sia $Y(t)$ il processo aleatorio in uscita. (**3** punti)
 - (a) Calcolare la potenza di $X(t)$.
 - (b) Calcolare la densità spettrale di potenza di $Y(t)$ e disegnarla.
 - (c) Calcolare la potenza di $Y(t)$.

N.B.: $f(t) \cdot \delta(t - t_0) = f(t_0) \cdot \delta(t - t_0)$

Rispondere ai quesiti 4-8 sul foglio protocollo 2.

4. Dato un sistema descritto dalla seguente equazione di ingresso-uscita (**6** punti):

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\alpha) d\alpha$$

- (a) Dimostrare che il sistema è lineare e tempo-invariante.
- (b) Calcolare la risposta impulsiva del sistema.

5. Si consideri il segnale

$$x(t) = \text{rect}\left(\frac{t+T}{2T}\right) - \text{rect}\left(\frac{t-T}{2T}\right)$$

con $T = 0.1\mu\text{s}$. (**5** punti)

- (a) Calcolare la trasformata continua di Fourier di

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\alpha) d\alpha.$$

- (b) Calcolare la frequenza di campionamento minima per

$$z(t) = y(t) \otimes \text{sinc}(2Bt)$$

con $B = 20 \text{ MHz}$.

6. Si consideri il codice sistematico con matrice generatrice: (**4** punti)

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Determinare la matrice di controllo di parità \mathbf{H} .
- (b) Decodificare la parola ricevuta $y = x + e = [0, 0, 1, 1, 1, 0]$ utilizzando la decodifica a sindrome.

7. Un sistema di comunicazione impiega una banda $B = 30 \text{ MHz}$, una costellazione 16-QAM, un codice convoluzionale con tasso $r = 5/6$ ed un impulso a radice di coseno rialzato con roll-off $\alpha = 0.25$. (**5** punti)

- (a) Determinare l'efficienza spettrale del sistema.
- (b) Determinare il tempo necessario a trasmettere 50 immagini di 1920×1080 pixels, nell'ipotesi in cui per trasmettere un pixel siano impiegati 24 bit.
- (c) Modificare il sistema al fine di dimezzare il tempo necessario al punto precedente, mantenendo invariata l'efficienza spettrale.