

Quarta Esercitazione

Esercizio 1. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5
1	24	21	20	9
2		23	40	13
3			30	25
4				28

Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5-albero di costo minimo. Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 1. Risolvere il problema con l'algoritmo del *Branch and Bound*, utilizzando il 5-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{34} , x_{24} e x_{45} .

Esercizio 2. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 7 metri cubi.

Beni	1	2	3	4
Valori	17	11	18	12
Volumi	6	4	2	5

Calcolare una valutazione inferiore ed una superiore del valore ottimo.

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \max & 5x_1 + 14x_2 \\ & 18x_1 + 8x_2 \leq 55 \\ & 14x_1 + 18x_2 \leq 61 \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

Calcolare una valutazione superiore ed una inferiore del valore ottimo. Calcolare un taglio di Gomory.

Esercizio 4. Si consideri il problema di trovare il ciclo hamiltoniano di costo minimo su una rete di 5 città, le cui distanze reciproche sono indicate in tabella:

città	2	3	4	5	6
1	17	10	20	35	—
2		11	21	—	15
3			—	6	7
4				29	30
5					26

Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 3-albero di costo minimo. Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo più vicino a partire dal nodo 4. Risolvere il problema con il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 3-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{56} , x_{26} , x_{36} .

Esercizio 5. Si consideri il problema di caricare un container di volume pari a 6 metri cubi.

Beni	1	2	3	4
Valori	21	15	14	13
Volumi	5	2	4	3

Calcolare una valutazione inferiore ed una superiore del valore ottimo.

Esercizio 6. Si consideri il seguente problema di programmazione lineare intera:

$$\begin{cases} \max & 9x_1 + 6x_2 \\ & 9x_1 + 5x_2 \leq 65 \\ & 6x_1 + 8x_2 \leq 61 \\ & x_i \in \mathbb{Z}_+ \end{cases}$$

Calcolare una valutazione superiore ed una inferiore del valore ottimo. Calcolare un taglio di Gomory.

SOLUZIONI

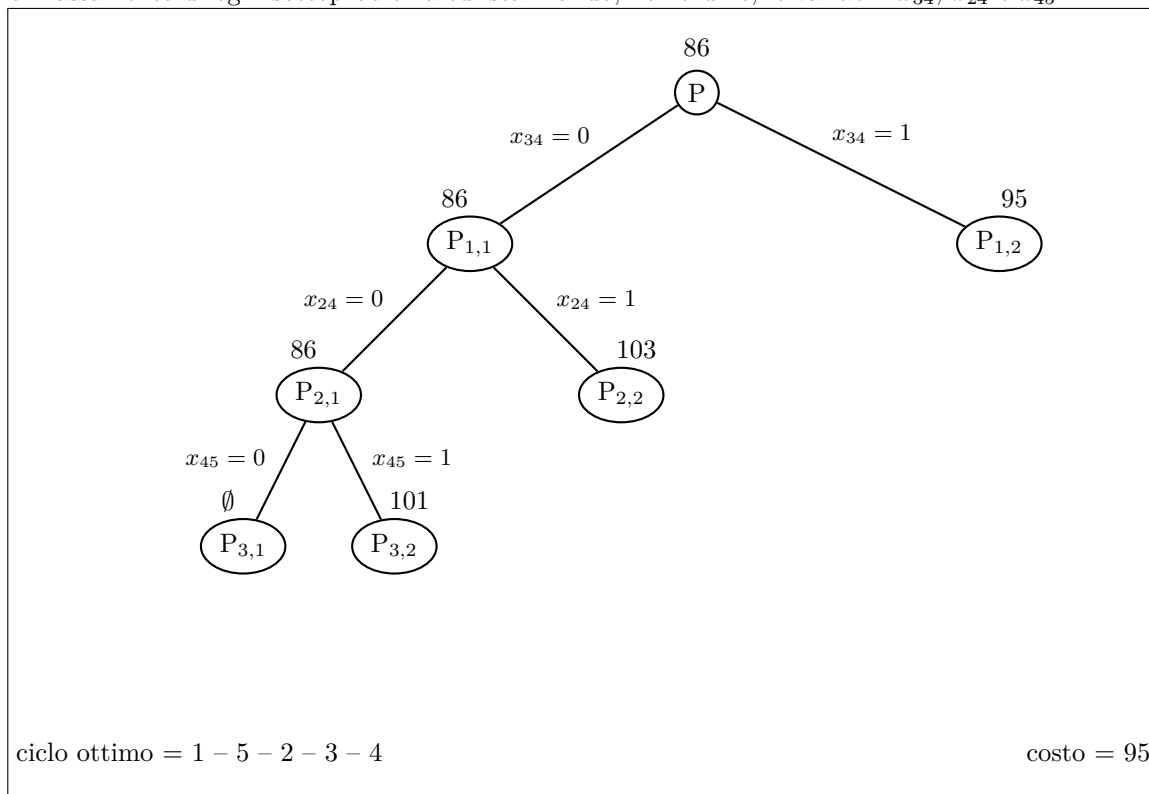
Esercizio 1. a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 5-albero di costo minimo.

5-albero: (1,3) (1,4) (1,5) (2,3) (2,5) $v_I(P) = 86$

b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo piú vicino a partire dal nodo 1.

ciclo: 1-5-2-3-4-1 $v_S(P) = 95$

c) Risolvere il problema con l'algoritmo del *Branch and Bound*, utilizzando il 2-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{34} , x_{24} e x_{45} .



Esercizio 2.

a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando un algoritmo greedy.

sol. ammissibile = (0 , 1 , 1 , 0) $v_I(P) = 29$

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo $0 \leq x_i \leq 1$.

ottimo rilassamento = (5/6 , 0 , 1 , 0) $v_S(P) = 32$

Esercizio 3.

a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

ottimo rilassamento = (0 , 61/18) $v_S(P) = 47$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando un algoritmo greedy.

sol. ammissibile = (0 , 3) $v_I(P) = 42$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r = 2$ taglio: $x_2 \leq 3$
 $r = 3$ taglio: $7x_1 + 10x_2 \leq 33$

Esercizio 4.

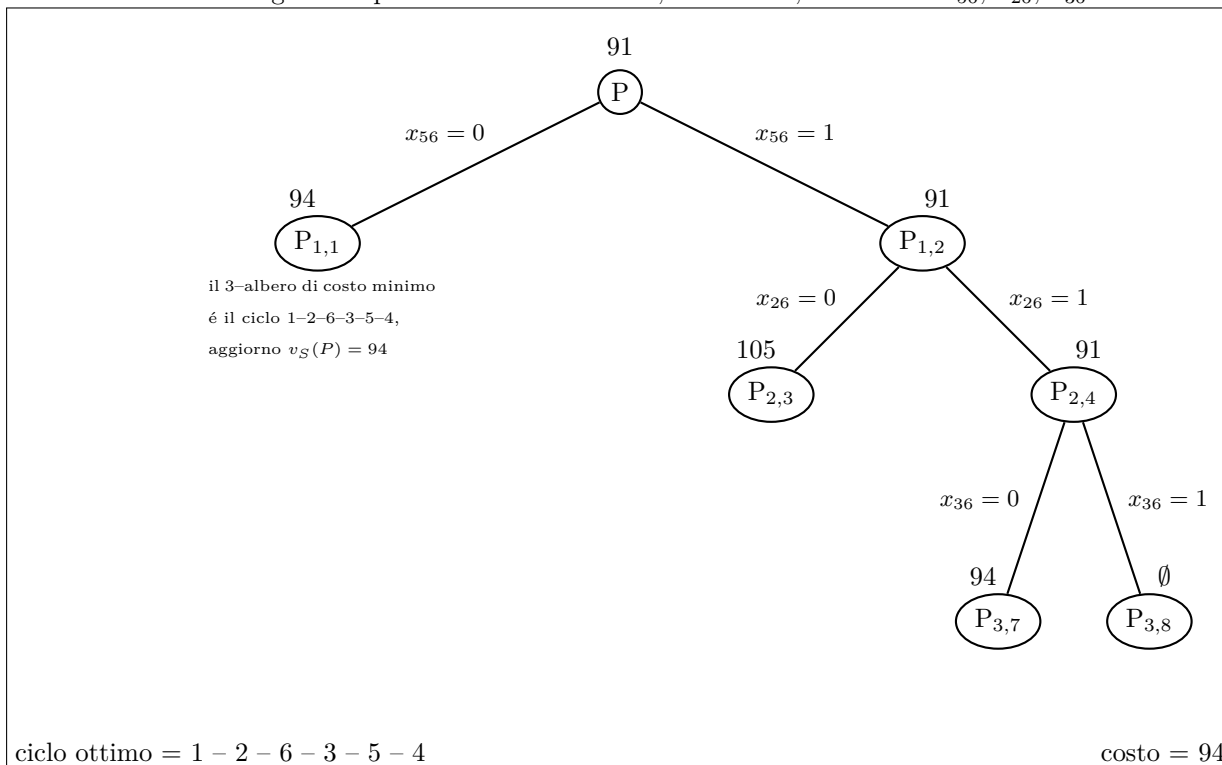
a) Trovare una valutazione inferiore del valore ottimo calcolando il 3-albero di costo minimo.

3-albero: (1 , 2) (1 , 4) (2 , 6) (3 , 5) (3 , 6) (5 , 6) $v_I(P) = 91$

b) Trovare una valutazione superiore applicando l'algoritmo del nodo piú vicino a partire dal nodo 4.

ciclo: 4 - 1 - 3 - 5 - 6 - 2 $v_S(P) = 98$

c) Risolvere il problema con il metodo del *Branch and Bound*, utilizzando il 3-albero di costo minimo come rilassamento di ogni sottoproblema ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{56} , x_{26} , x_{36} .



Esercizio 5. a) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando un algoritmo greedy.

sol. ammissibile = $(0, 1, 0, 1)$

$v_I(P) = 28$

b) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo $0 \leq x_i \leq 1$.

ottimo rilassamento = $\left(\frac{1}{5}, 1, 0, 1\right)$

$v_S(P) = 32$

Esercizio 6. a) Calcolare una valutazione superiore del valore ottimo risolvendo il rilassamento continuo.

sol. ottima del rilassamento = $\left(\frac{215}{42}, \frac{53}{14}\right)$

$v_S(P) = 68$

b) Calcolare una valutazione inferiore del valore ottimo applicando un algoritmo greedy.

sol. ammissibile = $(5, 3)$

$v_I(P) = 63$

c) Calcolare un taglio di Gomory.

$r = 1$

$$7x_1 + 8x_2 \leq 66$$

$r = 2$

$$9x_1 + 6x_2 \leq 68$$