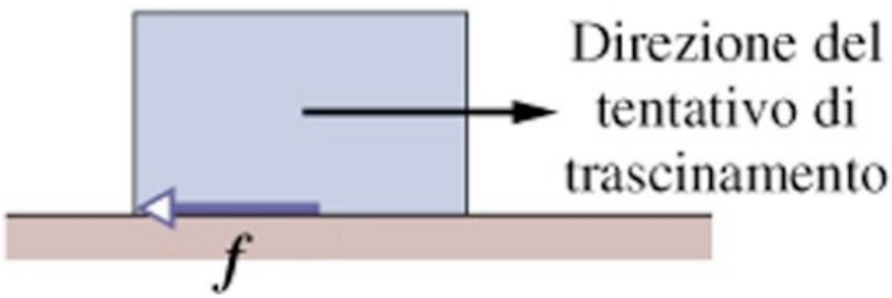
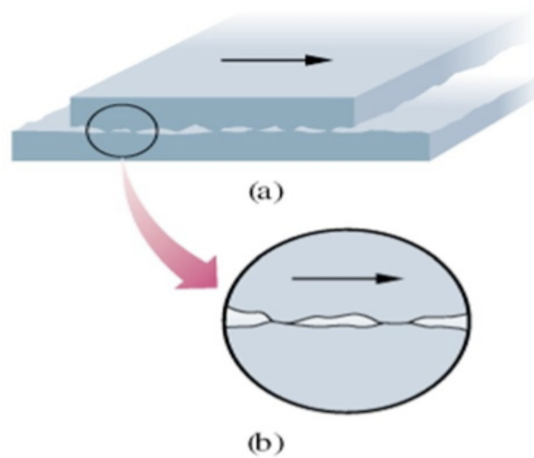
Forza di attrito

La presenza delle forze di *attrito* fa parte dell'esperienza quotidiana. Se si tenta di far scorrere un corpo su una superficie, si sviluppa una resistenza allo scorrimento detta *forza di attrito*. Può essere schematizzata come una forza tangente alla superficie.



Da un punto di vista microscopico l'attrito è dovuto alle microfusioni che si formano in corrispondenza delle asperità delle due superfici a contatto

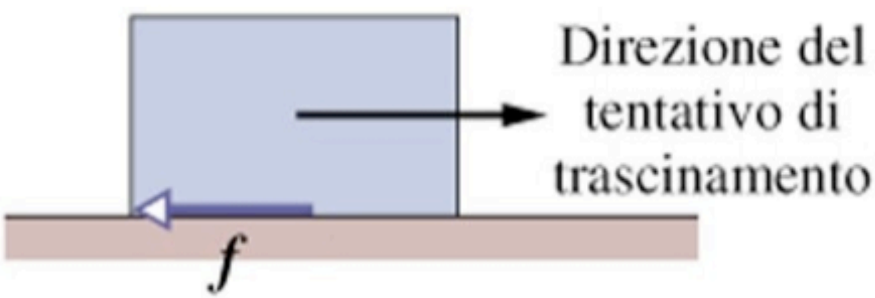


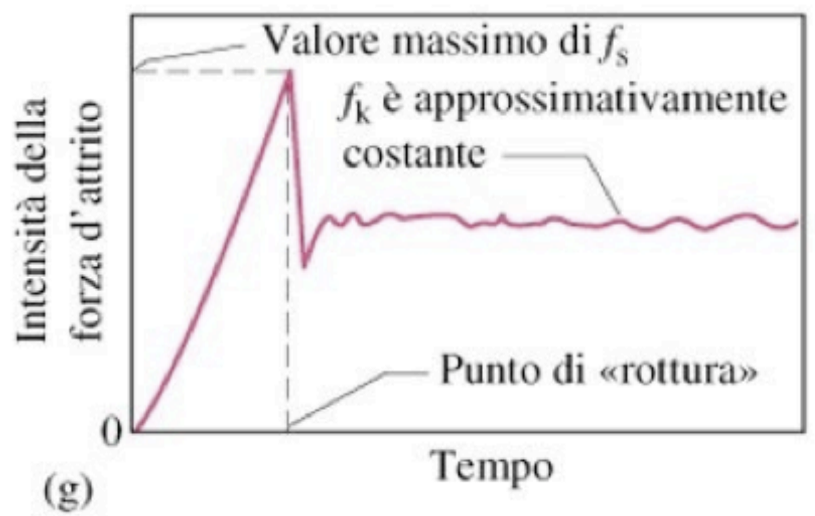
Attrito statico e attrito dinamico

La forza F_s necessaria a rompere le microfusioni e a far iniziare lo scorrimento è responsabile dell'*attrito statico*.

Una volta iniziato, lo scorrimento può essere mantenuto applicando una forza F_d esterna che vinca l'*attrito dinamico*. Di solito, $F_s \geq F_d$.

Il grafico rappresenta l'andamento nel tempo dell'intensità della forza di attrito quando si applica dall'esterno una forza crescente F fino a far muovere il corpo in esame





Modello macroscopico dell'attrito

- La forza di attrito è con buona approssimazione *proporzionale alla reazione vincolare* N esercitata sul corpo:

$$F_s = \mu_s N, \qquad F_d = \mu_d N$$

  dove F_s è il valore massimo della forza di attrito statico;
  $\mu_s =$ coefficiente di attrito statico;
  $\mu_d =$ coefficiente di attrito dinamico.

- μ_s, μ_d sono numeri (adimensionali), $\mu_s, \mu_d < 1$;
  dipendono dalle superfici a contatto;
  per una data coppia di superfici, $\mu_d < \mu_s$.

Coefficienti d'attrito

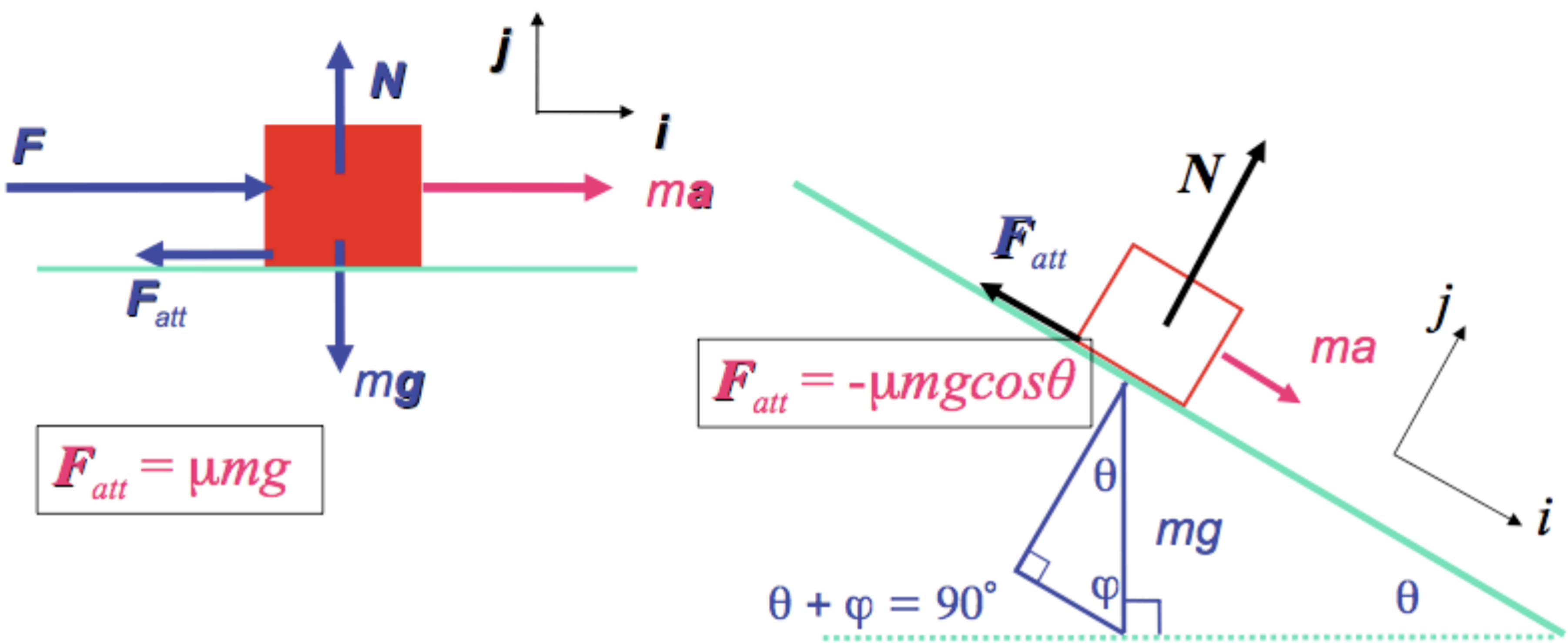
TABLE 5.1 Coefficients of Friction

	μ_s	μ_k
Steel on steel	0.74	0.57
Aluminum on steel	0.61	0.47
Copper on steel	0.53	0.36
Rubber on concrete	1.0	0.8
Wood on wood	0.25–0.5	0.2
Glass on glass	0.94	0.4
Waxed wood on wet snow	0.14	0.1
Waxed wood on dry snow	—	0.04
Metal on metal (lubricated)	0.15	0.06
Ice on ice	0.1	0.03
Teflon on Teflon	0.04	0.04
Synovial joints in humans	0.01	0.003

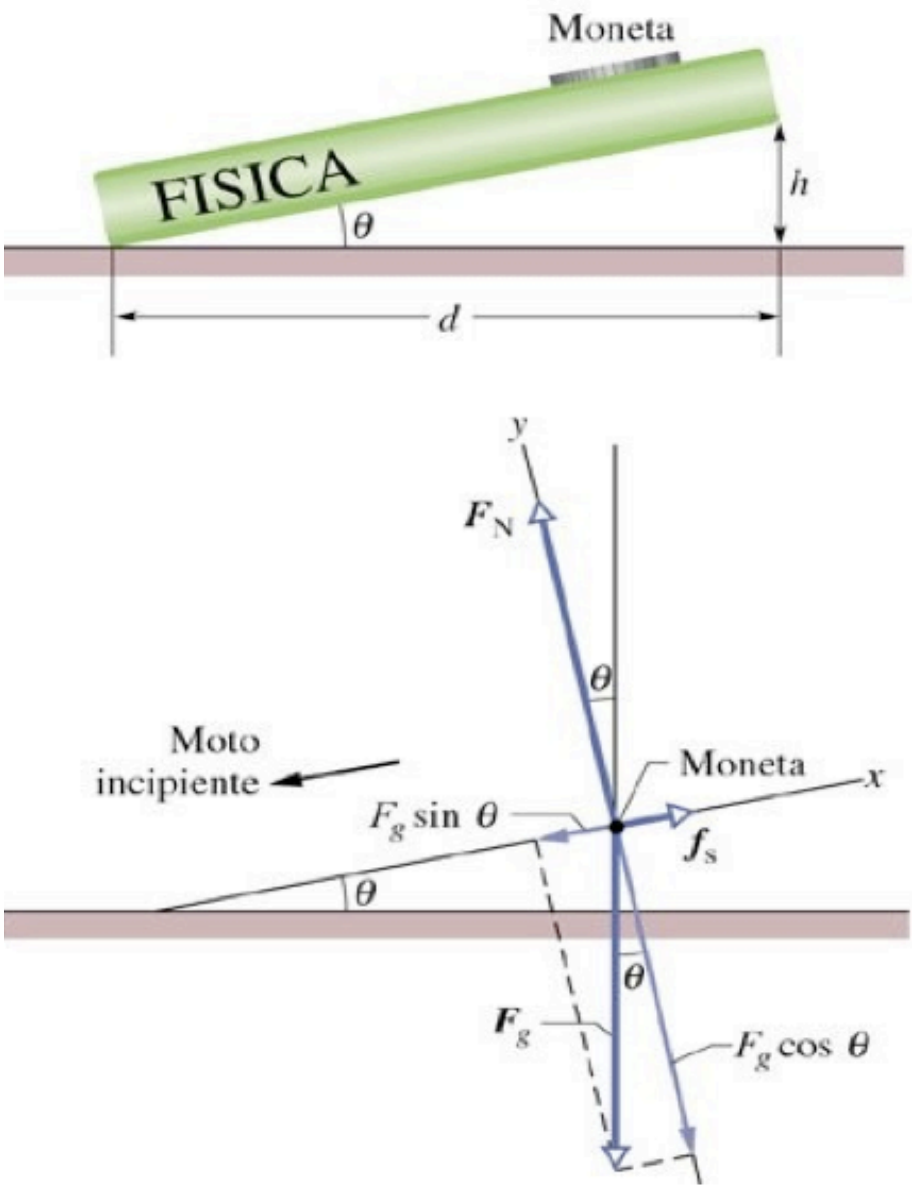
Problemi con attrito e Legge di Newton

- L'attrito è una forza, quindi va semplicemente inclusa nella somma $\sum \vec{F}$ che appare nella Legge di Newton

- Le regole per l'attrito permettono di determinare la direzione e la grandezza delle forze di attrito



Misura del coefficiente di attrito statico



Quando l'angolo θ raggiunge il valore critico per cui la moneta inizia a muoversi:

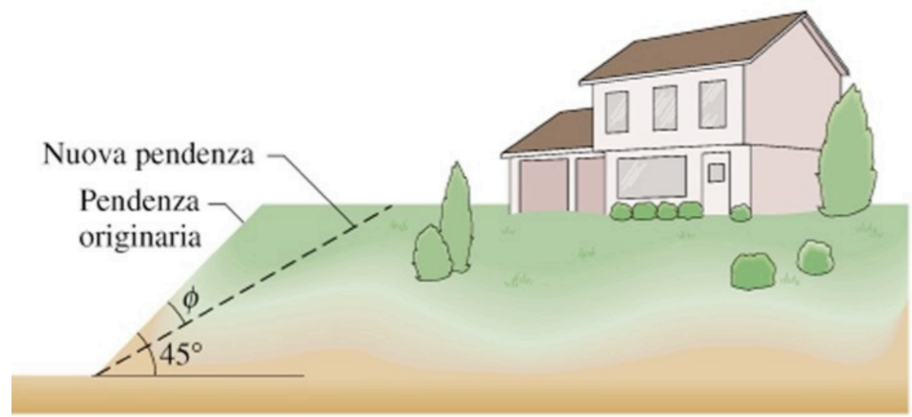
$$mg\sin\theta = F_s = \mu_s mg\cos\theta$$

da cui

$$\mu_s = \tan\theta = \frac{h}{d}$$

Esempio di applicazione

Assumendo $\mu_s = 0.5$ fra due strati di terreno, qual è il minimo angolo ϕ di cui si dovrebbe ridurre la pendenza del terreno per impedirne lo scorrimento?



Soluzione:

$$\theta = 45^\circ - \phi \leq \arctan 0.5 = 26.6^\circ$$

da cui $\phi \geq 18.4^\circ$

Esercizio

Quanto tempo impiega una massa di 1 kg a percorrere la distanza di 10 m, partendo da ferma, lungo un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale, in presenza di attrito dinamico (con coefficiente $\mu_d = 0.3$)? Con che velocità arriva in fondo ?

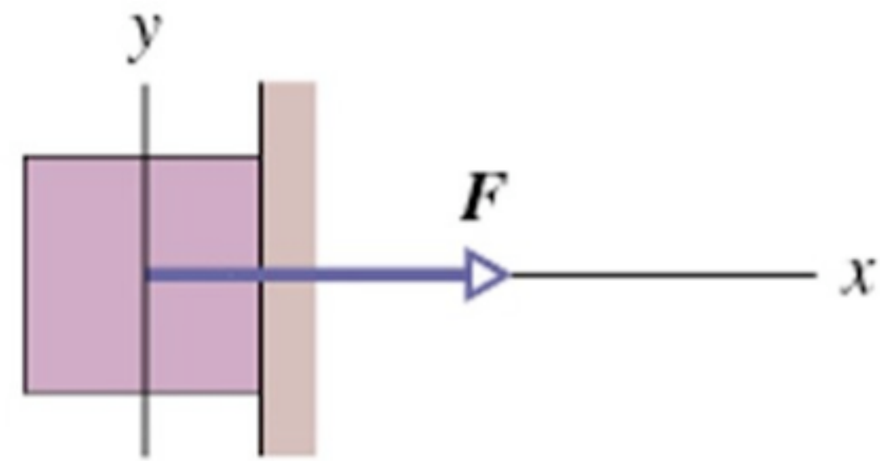
Esercizio

Quanto tempo impiega una massa di 1 kg a percorrere la distanza di 10 m, partendo da ferma, lungo un piano inclinato di 30° rispetto all'orizzontale, in presenza di attrito dinamico (con coefficiente $\mu_d = 0.3$)? Con che velocità arriva in fondo ?

Soluzione:
La forza normale agente sulla massa è $mg\cos 30° = 8.49$ *N, la corrispondente forza di attrito* $f = \mu_d mg\cos 30° = 25.5$ *N. La massa subisce un'accelerazione costante* $a = g\sin 30° - \mu_d g\cos 30° = 2.36$ *m/s*^{2}*, seguendo una legge oraria* $x(t) = at^2/2$*. Per percorrere* $d = 10$ *m impiega quindi* $t = \sqrt{2d/a} = 2.91$ *s. La sua velocità è data da* $v(t) = at$*, ovvero* $v = 6.86$ *m/s dopo 10 m. In generale, dopo aver percorso* d*, la sua velocità vale* $v = \sqrt{2ad}$*.*

Esercizio

Una forza $F = 12$ N spinge un blocco di peso $P = 5$ N contro la parete. Coefficienti di attrito $\mu_s = 0.6$, $\mu_d = 0.4$.

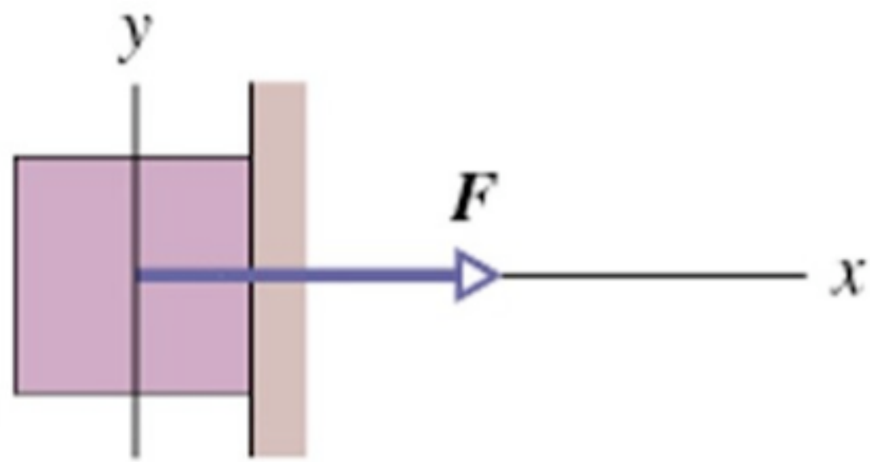


- Il blocco (inizialmente fermo) si muove?

- Esprimere la forza totale esercitata dalla parete sul blocco.

Esercizio

Una forza $F = 12$ N spinge un blocco di peso $P = 5$ N contro la parete. Coefficienti di attrito $\mu_s = 0.6$, $\mu_d = 0.4$.



- Il blocco (inizialmente fermo) si muove?
- Esprimere la forza totale esercitata dalla parete sul blocco.

Soluzione:

Il blocco non si muove: la reazione vincolare della parete vale -12 N lungo l'asse x; la forza di attrito statico $F\mu_s \leq 12 \cdot 0.6N = 7.2N > P$. Lungo l'asse y, la forza di attrito F_s uguaglia la forza peso: $F_y = +5$ N

Moto in un fluido

- Un fluido (liquido o gas) esercita una *forza di resistenza*, $\vec{R}$, su di un oggetto che si muove in esso. La direzione di $\vec{R}$ è opposta alla direzione $\vec{v}$ del moto dell'oggetto relativo al fluido.

- Il modulo di $\vec{R}$ dipende dal fluido e dalla forma dell'oggetto

- Il modulo di $\vec{R}$ *dipende dalla velocità dell'oggetto* in modo complicato: in generale, aumenta per v crescente.

- Caso semplice: R proporzionale a v, ovvero $\boxed{\vec{R} = -b\vec{v}}$.
  E' una buona approssimazione per moto lento o per oggetti piccoli. Basata su di un modello in cui la resistenza è proporzionale al numero di collisioni con gli atomi del fluido, che a sua volta è proporzionale a v.

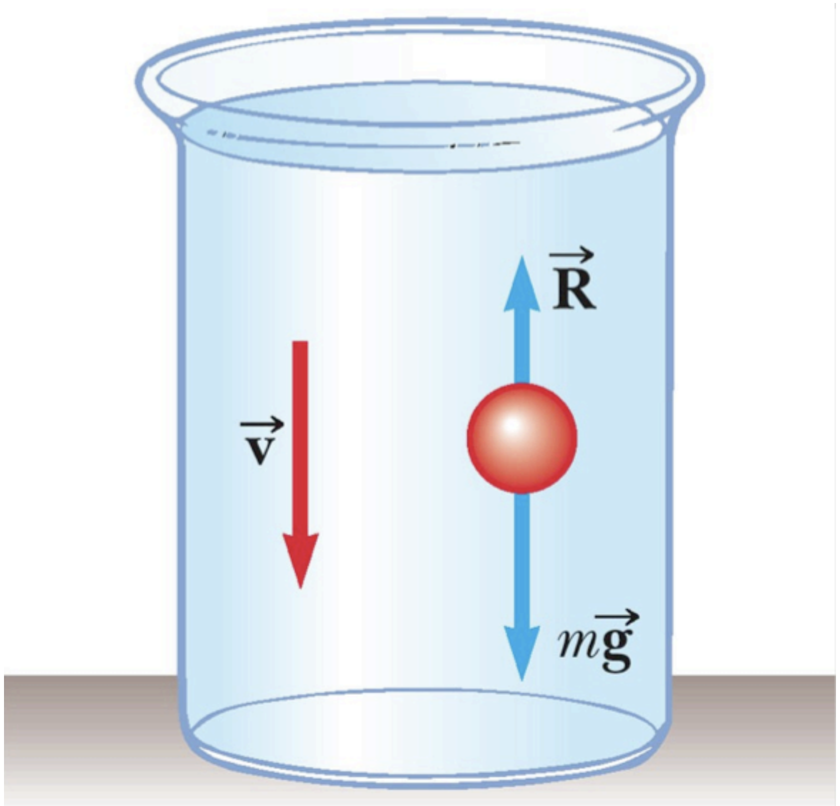
Moto in un fluido, esempio

Caduta di un grave in un fluido, con resistenza proporzionale alla velocità:

$$mg - bv = ma$$

$$a = \frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v$$

Si tratta di un'equazione *differenziale*.



La velocità tende ad un valore finito v_l (*velocità limite*), alla quale la forze di resistenza uguaglia la forza peso:

$$mg - bv_l = 0 \quad \rightarrow \quad v_l = \frac{mg}{b}$$

Moto in un fluido, soluzione

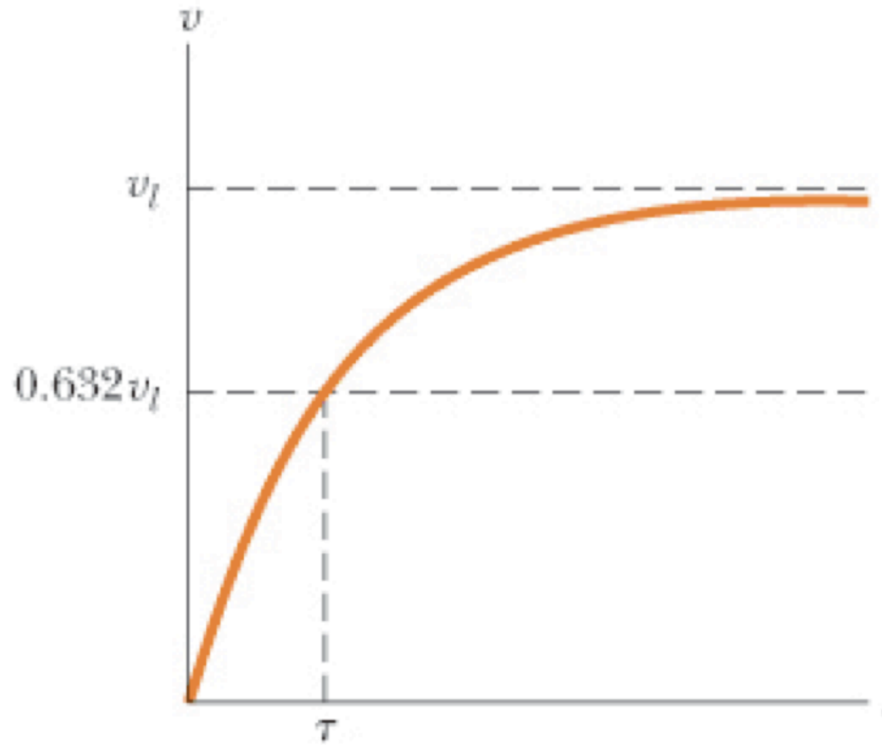
La soluzione dell'equazione differenziale $a = \dfrac{dv}{dt} = g - \dfrac{b}{m}v$ con la condizione $v(t = 0) = 0$, ha la forma seguente:

$$v(t) = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-bt/m}\right)$$

che possiamo riscrivere come

$$v(t) = v_l\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

dove $\tau = m/b$ (*costante di tempo*) ci dà l'ordine di grandezza del tempo necessario per arrivare alla velocità limite.



Moto in un fluido (2)

Per oggetti non piccoli che si muovono a velocità elevate (per esempio: oggetto che cade in aria) la forza resistente R è circa proporzionale a v^2 invece che a v. Si può scrivere

$$R = \frac{1}{2} C \rho A v^2,$$

dove C è un *coefficiente di resistenza aerodinamica*, ρ la densità del fluido, A l'area efficace (della sezione trasversale alla direzione di moto).

La velocità limite per un corpo che cade liberamente in aria è data dalla relazione

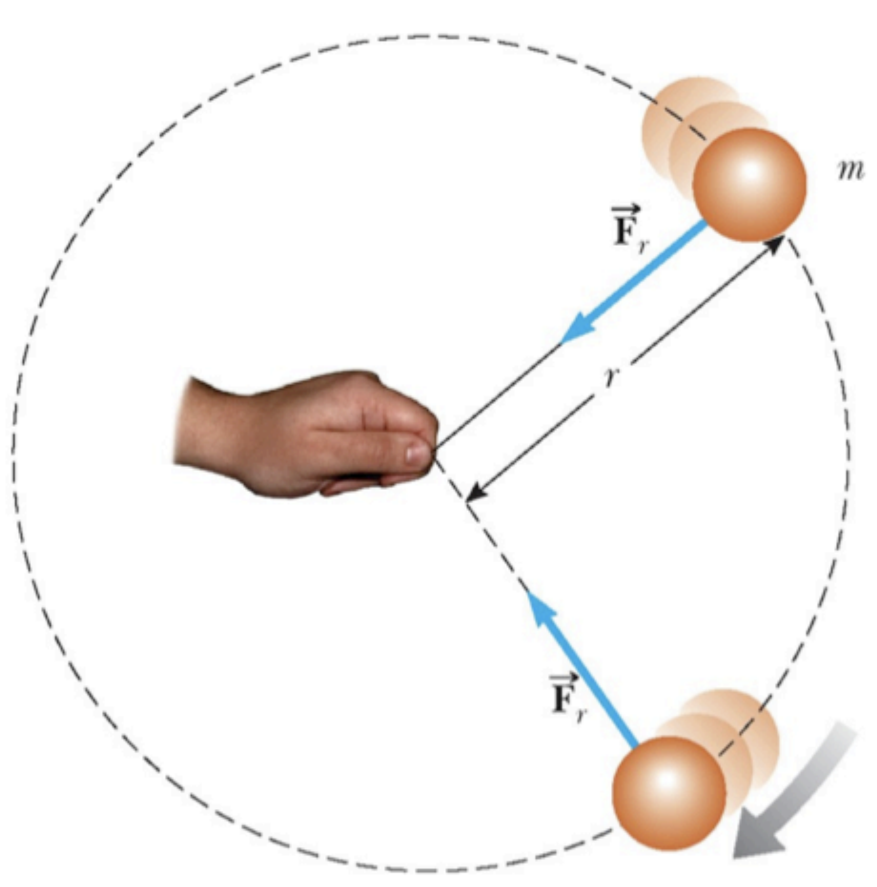
$$mg - \frac{1}{2} C \rho A v_l^2 = 0 \quad \rightarrow \quad v_l = \sqrt{\frac{2mg}{CA\rho}}.$$

L'equazione del moto si può risolvere per *separazione delle variabili*.

Forze in moto circolare uniforme

- Una forza $\vec{F}_r$ è diretta verso il centro del cerchio
- Questa forza è associata ad un'accelerazione, $\vec{a}_c$
- Applicando la II Legge di Newton lungo la direzione radiale si ottiene:

$$F_r = ma_c = \frac{mv^2}{r}$$

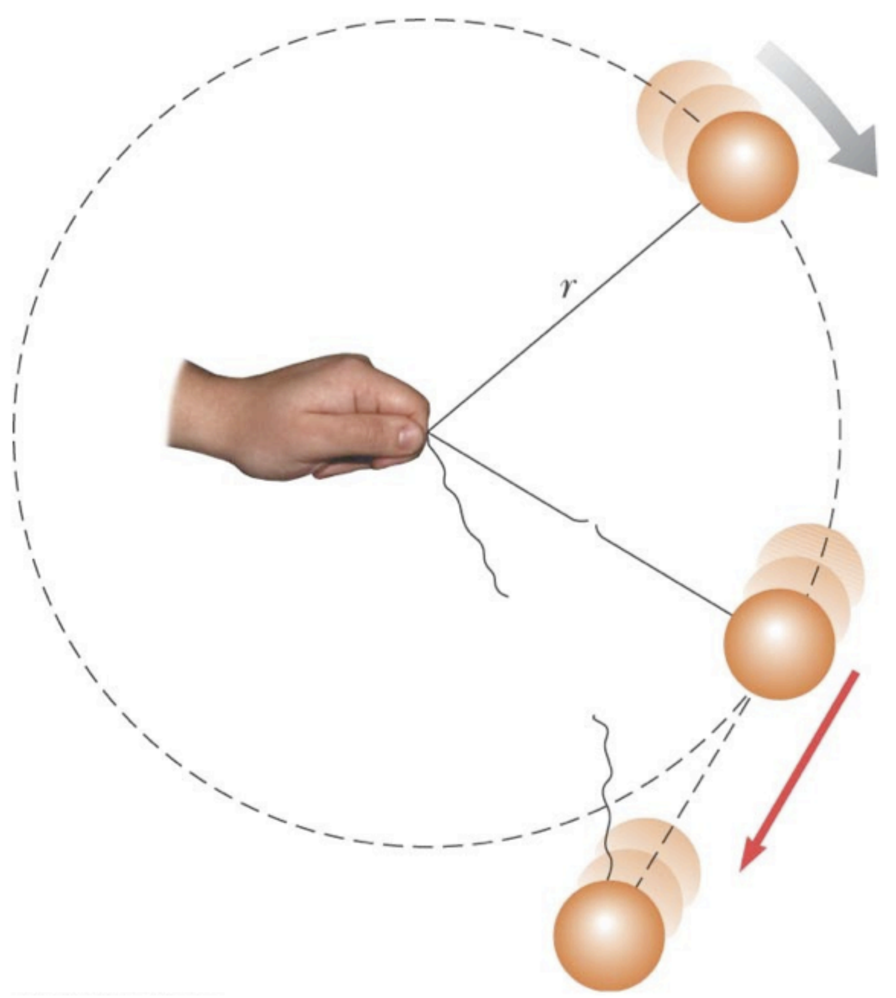


Forza centripeta

- Una forza che provoca un'accelerazione centripeta (*forza centripeta*) agisce nella direzione del centro del cerchio

- Questa forza produce un cambiamento nella direzione del vettore velocità e *un moto circolare*

- Se tale forza sparisce, l'oggetto si muove con moto uniforme nella direzione tangente al cerchio



La forza centripeta *non* è un nuovo tipo di forza: è una forza come le altre, che ha come effetto un moto circolare.

Moto di un'automobile

- La forza che accelera un'automobile è la *forza di attrito* dal suolo!
- Il motore applica una forza sulle ruote
- Il fondo delle ruote applica forze in direzione contraria al moto sulla superficie stradale, mentre la reazione (della strada sulle ruote) produce il moto in avanti dell'automobile

...e in curva?

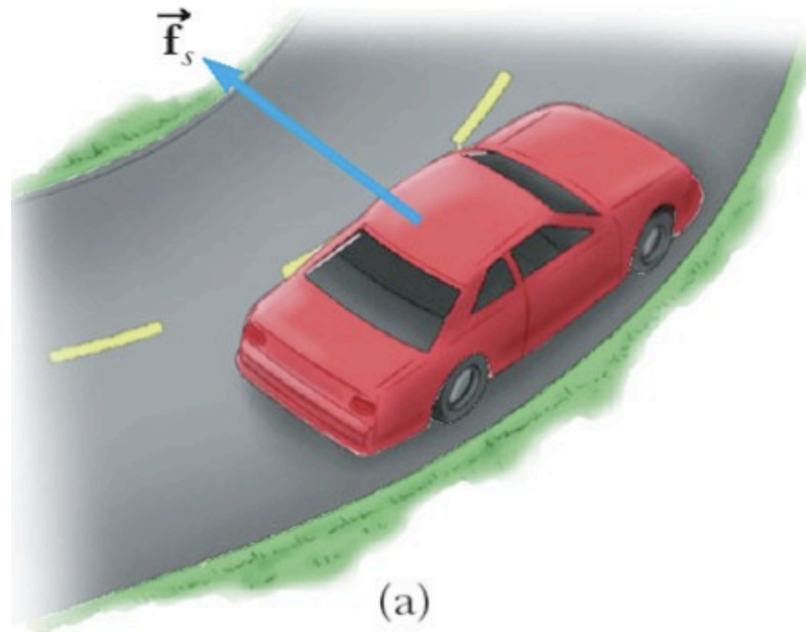
Curva orizzontale (piatta)

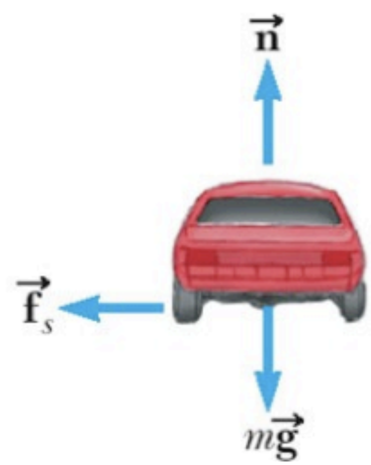
- La forza centripeta è data da una forza di *attrito statico*!

- La velocità massima alla quale l'automobile può affrontare la curva è data da

$$\frac{mv^2}{r} \leq \mu_s mg \rightarrow v \leq \sqrt{\mu_s gr}$$

- Notare come questa non dipenda dalla massa dell'automobile.

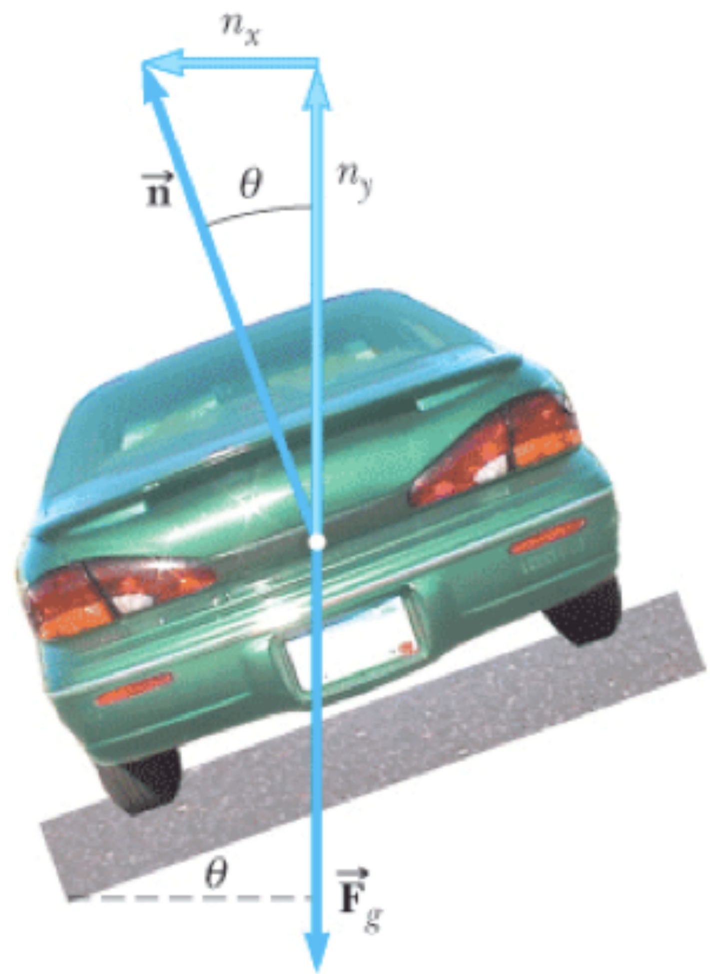




Curva sopraelevata

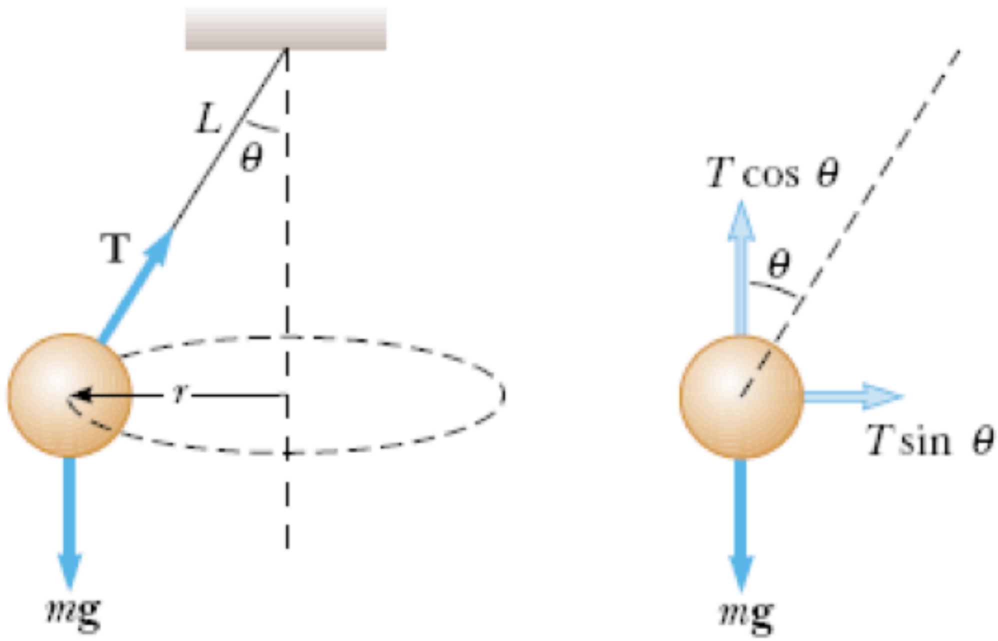
Per quale valore di θ i passeggeri non risentono forze laterale? ciò avviene quando la forza centripeta è interamente data dalla componente orizzontale n_x della reazione vincolare della strada $\vec{n}$:

$$\begin{aligned} n_y &= n\cos\theta = mg, \\ n_x &= n\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \end{aligned}$$



Da qui si ricava $\tan\theta = \dfrac{v^2}{rg}$. Notare la direzione della forza centripeta: è orizzontale, non parallela al piano inclinato!

Pendolo Conico



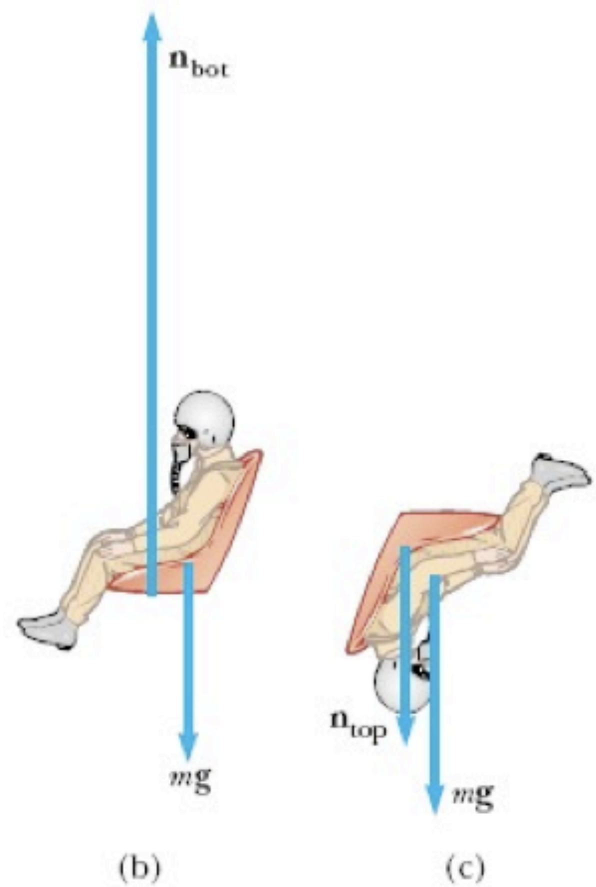
$$T\cos\theta = mg, \quad T\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

Dividiamo la seconda relazione per la prima:

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}, \qquad v = \sqrt{rg\tan\theta} = \sqrt{Lg\sin\theta\tan\theta}$$

Giro della morte

Qual è la forza esercitata dal seggiolino sul pilota nel punto più basso e nel punto più alto del giro (in unità di mg del pilota)? Si assuma che la velocità v resti costante per tutto il giro.



Giro della morte (2)

Nei due punti, *bot* e *top*:

$$n_{bot} - mg = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{n_{bot}}{mg} = \frac{v^2}{gr} + 1$$
$$n_{top} + mg = \frac{mv^2}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{n_{top}}{mg} = \frac{v^2}{gr} - 1$$

Dati: $v = 225$ m/s, $r = 2.7$ km, $\frac{v^2}{gr} = 1.91$, da cui:
$n_{bot} = 2.91mg$, $n_{top} = 0.91mg$.