Prova di Comunicazioni Numeriche 075II

Scrivere nome, cognome e numero di matricola in cima a ogni foglio protocollo

10/02/2025

Rispondere ai quesiti 1-3 sul foglio protocollo 1.

1. Siano dati due dadi non truccati: il dado A ha 4 facce rosse e 2 facce nere, mentre il dado B ha 2 facce rosse e 4 facce nere. Si scelga in modo casuale un dado da lanciare. Si definiscano gli eventi: (**3** punti)

   $R_1 = \{\text{Al primo lancio esce una faccia rossa}\}; \quad R_2 = \{\text{Al secondo lancio esce una faccia rossa}\}$

   (a) Calcolare $\mathbb{P}(R_1)$ e $\mathbb{P}(R_2)$.

   (b) Calcolare $\mathbb{P}(R_1 \cap R_2)$.

   (c) Verificare se gli eventi R_1 e R_2 sono indipendenti.

2. Sia data la variabile aleatoria X con densità di probabilità $f_X(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$. Si consideri poi la variabile aleatoria Y ottenuta da X con la trasformazione $Y = \text{rect}\left(\frac{X}{4}\right)$. (**4** punti)

   (a) Calcolare il valor medio e la varianza di X.

   (b) Calcolare $F_Y(y)$ oppure $p_Y(y)$ oppure $f_Y(y)$ e disegnarla.

   (c) Calcolare il valor medio e la varianza di Y.

   N.B.: $\int_0^\infty x^n e^{-x}\, dx = n!$

3. Sia dato il processo aleatorio $X(t)$ stazionario almeno in senso lato con valor medio nullo e densità spettrale di potenza riportata in Figura 1. $X(t)$ entra in un filtro con risposta in frequenza $H(f)$ riportata in Figura 2. Sia $Y(t)$ il processo in uscita. (**3** punti)

   (a) Calcolare l'autocorrelazione di $X(t)$.

   (b) Determinare l'intervallo di campionamento minimo T_c affinché i campioni ottenuti $X(nT_c)$ ($n \in \mathbb{Z}$) siano incorrelati.

   (c) Calcolare la potenza di $Y(t)$.

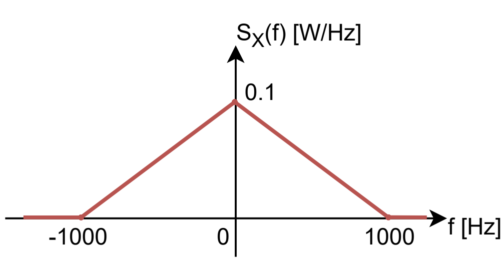


Figura 1: Densità spettrale di potenza di $X(t)$.

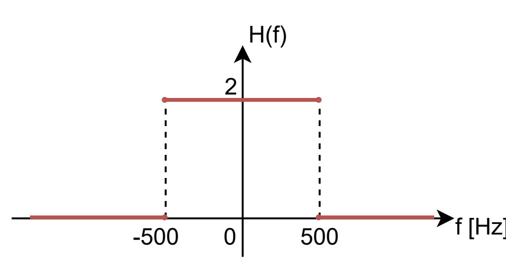


Figura 2: Risposta in frequenza del filtro H(f).

Rispondere ai quesiti 4-8 sul foglio protocollo 2.

4. Dato un sistema descritto dalla seguente equazione di ingresso-uscita (**4** punti):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t} x(\alpha) d\alpha$$

   (a) Nell'ipotesi in cui $x(t) = e^{-2t}u(t)$, calcolare la trasformata di Fourier di $y(t)$.

5. Si consideri il segnale $x(t) = 2B\mathrm{sinc}^2(2Bt)$ con $B = 1\,\mathrm{MHz}$. (**4** punti)

   (a) Calcolare $y(t) = x(t) \otimes h(t)$ e la sua trasformata continua di Fourier, nell'ipotesi in cui

$$h(t) = h_1(t) \otimes h_2(t)$$

   dove $h_1(t) = 4B\mathrm{sinc}(4Bt)$ e $H_2(f) = e^{-j2\pi f t_o}$.

   (b) Calcolare la frequenza di campionamento di $y(t)$.

6. Si consideri il codice a blocco sistematico con bit di parità: (**3** punti)

$$c_3 = m_1 + m_2$$
$$c_4 = m_1$$

   dove $\mathbf{m} = [m_1, m_2]$ è una parola di 2 bit.

   (a) Determinare la distanza minima del codice.

7. Dato il segnale $s_{RF}(t) = s(t)\cos(2\pi f_0 t)$ dove

$$s(t) = \sum_i a_i g_T(t - iT)$$

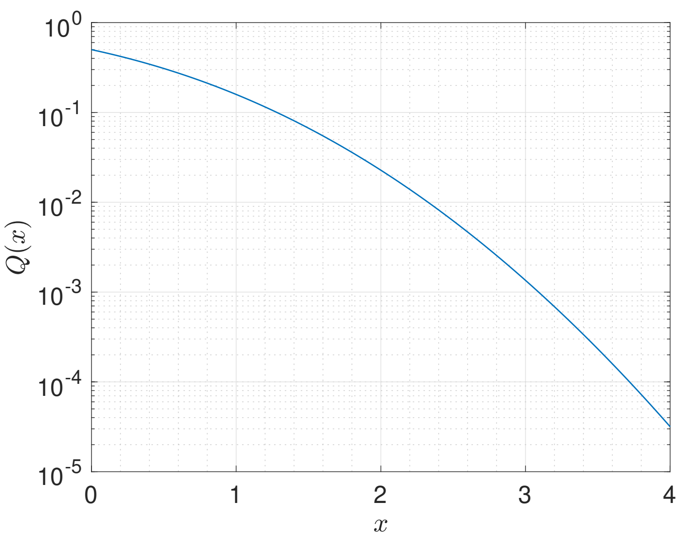
   e i simboli $\{a_i\}$ appartengono ad una PAM a M livelli, con simboli indipendenti ed equiprobabili. (**4** punti)

   (a) Calcolare l'espressione della potenza del segnale.

8. Dato un sistema di comunicazione 4-QAM. (**5** punti)

   (a) Determinare la probabilità di errore sul bit per $E_b/N_0 = 6$ dB, dove E_b rappresenta l'energia per bit (non codificato).

   (b) Calcolare nuovamente la probabilità di errore sul bit considerando l'uso del codice descritto nell'esercizio 6, mantenendo $E_b/N_0 = 6$ dB.



10^0
10^-1
10^-2
10^-3
10^-4
10^-5
Q(x)
0
1
2
3
4
x