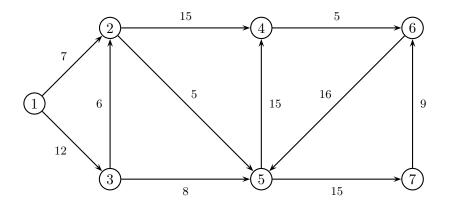
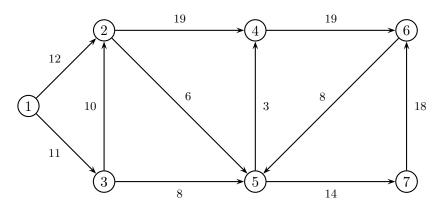
### Esercizio 1.

a) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.

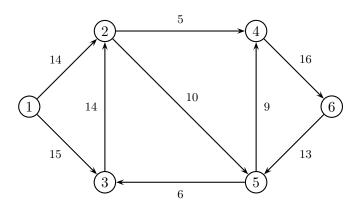


b) Si consideri il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete. Completare la tabella applicando l'algoritmo di Dijkstra e disegnare l'albero dei cammini minimi.

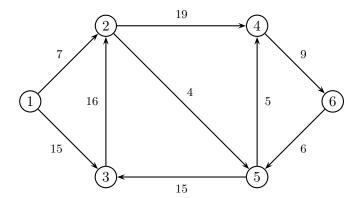


### Esercizio 2.

a) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.

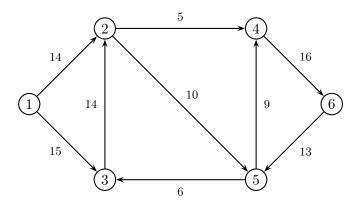


b) Si consideri il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete. Completare la tabella applicando l'algoritmo di Dijkstra e disegnare l'albero dei cammini minimi.

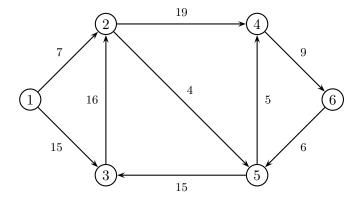


# Esercizio 3.

a) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 6 sulla seguente rete.



b) Si consideri il problema dell'albero dei cammini minimi di radice 1 sulla seguente rete. Completare la tabella applicando l'algoritmo di Dijkstra e disegnare l'albero dei cammini minimi.



# **SOLUZIONI**

### Esercizio 1.

a) Applicare l'algoritmo di Ford-Fulkerson (con la procedura di Edmonds-Karp per la ricerca del cammino aumentante) per trovare il flusso massimo tra il nodo 1 ed il nodo 7 sulla seguente rete.

| cammino aumentante    | $\delta$ | x                                  | v  |
|-----------------------|----------|------------------------------------|----|
|                       |          |                                    |    |
| 1 - 2 - 5 - 7         | 5        | (5, 0, 0, 5, 0, 0, 0, 0, 5, 0, 0)  | 5  |
|                       |          |                                    |    |
| 1 - 3 - 5 - 7         | 8        | (5, 8, 0, 5, 0, 8, 0, 0, 13, 0, 0) | 13 |
|                       |          |                                    |    |
| 1 - 2 - 4 - 6 - 5 - 7 | 2        | (7, 8, 2, 5, 0, 8, 2, 0, 15, 2, 0) | 15 |

Taglio di capacitá minima: 
$$N_s = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
  $N_t = \{7\}$ 

|   | iter      | iter 1 |           | iter 2 iter 3 |           | iter | iter 4    |    | iter 5 |   | iter 6 |   | r 7   |                                   |  |
|---|-----------|--------|-----------|---------------|-----------|------|-----------|----|--------|---|--------|---|-------|-----------------------------------|--|
|   | $\pi$     | p      | $\pi$     | p             | $\pi$     | p    | $\pi$     | p  | $\pi$  | p | $\pi$  | p | $\pi$ | p                                 |  |
| nodo  | -         |        |           |               |           |      |           |    |        | _ |        | _ |       |                                   |  |
| visitato  | 1         |        | 3         |               | 2         |      | 5         |    | 4      |   | 7      |   | 6     |                                   |  |
| nodo 2  | 12        | 1      | 12        | 1             | 12        | 1    | 12        | 1  | 12     | 1 | 12     | 1 | 12    | 1                                 |  |
| nodo 3  | 11        | 1      | 11        | 1             | 11        | 1    | 11        | 1  | 11     | 1 | 11     | 1 | 11    | $\begin{vmatrix} 1 \end{vmatrix}$ |  |
| nodo 4  | $+\infty$ | -1     | $+\infty$ | -1            | 31        | 2    | 21        | 5  | 21     | 5 | 21     | 5 | 21    | 5                                 |  |
| nodo 5  | $+\infty$ | -1     | 19        | 3             | 18        | 2    | 18        | 2  | 18     | 2 | 18     | 2 | 18    | 2                                 |  |
| nodo 6  | $+\infty$ | -1     | $+\infty$ | -1            | $+\infty$ | -1   | $+\infty$ | -1 | 40     | 4 | 40     | 4 | 40    | 4                                 |  |
| nodo 7  | $+\infty$ | -1     | $+\infty$ | -1            | $+\infty$ | -1   | 32        | 5  | 32     | 5 | 32     | 5 | 32    | 5                                 |  |
| $ \begin{array}{ c c } \hline \text{insieme} \\ \hline Q \\ \end{array} $ | 2,        | 3      | 2, 5      |               | 4, 5      |      | 4, 7      |    | 6, 7   |   | 6      |   | Ø     |                                   |  |

# Esercizio 2.

| cammino aumentante | δ | x                             | v  |
|--------------------|---|-------------------------------|----|
| 1 - 2 - 4 - 6      | 5 | (5, 0, 5, 0, 0, 5, 0, 0, 0)   | 5  |
| 1 - 2 - 5 - 4 - 6  | 9 | (14, 0, 5, 9, 0, 14, 0, 9, 0) | 14 |

Taglio di capacit minima: 
$$N_s = \{1, 2, 3, 5\}$$
  $N_t = \{4, 6\}$ 

|   | iter 1    |    | iter 2       |    | iter      | : 3 | iter 4    |    | iter 5 |   | iter 6 |   |
|---|-----------|----|--------------|----|-----------|-----|-----------|----|--------|---|--------|---|
|   | $\pi$     | p  | $\pi$        | p  | $\pi$     | p   | $\pi$     | p  | $\pi$  | p | $\pi$  | p |
| nodo  |           |    |              |    |           |     |           |    |        |   |        |   |
| visitato  | 1         |    | 2            |    | 5         |     | 3         |    | 4      |   | 6      |   |
| nodo 2  | 7         | 1  | 7            | 1  | 7         | 1   | 7         | 1  | 7      | 1 | 7      | 1 |
| nodo 3  | 15        | 1  | 15           | 1  | 15        | 1   | 15        | 1  | 15     | 1 | 15     | 1 |
| nodo 4  | $+\infty$ | -1 | 26           | 2  | 16        | 5   | 16        | 5  | 16     | 5 | 16     | 5 |
| nodo 5  | $+\infty$ | -1 | 11           | 2  | 11        | 2   | 11        | 2  | 11     | 2 | 11     | 2 |
| nodo 6  | $+\infty$ | -1 | $+\infty$    | -1 | $+\infty$ | -1  | $+\infty$ | -1 | 25     | 4 | 25     | 4 |
| $ \begin{array}{ c c } \hline \text{insieme} \\ \hline Q \\ \end{array} $ | 2, 3      |    | 2, 3 3, 4, 5 |    | 3, 4      |     | 4         |    | 6      |   | Ø      |   |

# Esercizio 3.

| cammino aumentante | δ | x                             | v  |
|--------------------|---|-------------------------------|----|
| 1 - 2 - 4 - 6      | 5 | (5, 0, 5, 0, 0, 5, 0, 0, 0)   | 5  |
| 1 - 2 - 5 - 4 - 6  | 9 | (14, 0, 5, 9, 0, 14, 0, 9, 0) | 14 |

Taglio di capacitá minima:  $N_s = \{1, 2, 3, 5\}$   $N_t = \{4, 6\}$ 

|  | iter 1    |    | iter 2    |    | iter 3    |    | iter 4    |    | iter 5 |   | iter 6 |   |
|--|-----------|----|-----------|----|-----------|----|-----------|----|--------|---|--------|---|
|  | $\pi$     | p  | $\pi$     | p  | $\pi$     | p  | $\pi$     | p  | $\pi$  | p | $\pi$  | p |
| nodo   |           |    |           |    |           |    |           |    |        |   |        |   |
| visitato   | 1         |    | 2         |    | 5         |    | 3         | 3  |        | 1 | 6      |   |
| nodo 2   | 7         | 1  | 7         | 1  | 7         | 1  | 7         | 1  | 7      | 1 | 7      | 1 |
| nodo 3   | 15        | 1  | 15        | 1  | 15        | 1  | 15        | 1  | 15     | 1 | 15     | 1 |
| nodo 4   | $+\infty$ | -1 | 26        | 2  | 16        | 5  | 16        | 5  | 16     | 5 | 16     | 5 |
| nodo 5   | $+\infty$ | -1 | 11        | 2  | 11        | 2  | 11        | 2  | 11     | 2 | 11     | 2 |
| nodo 6   | $+\infty$ | -1 | $+\infty$ | -1 | $+\infty$ | -1 | $+\infty$ | -1 | 25     | 4 | 25     | 4 |
| $\begin{array}{c} \text{insieme} \\ Q \end{array}$ | 2, 3      |    | 3, 4, 5   |    | 3, 4      |    | 4         |    | 6      |   | Ø      |   |