

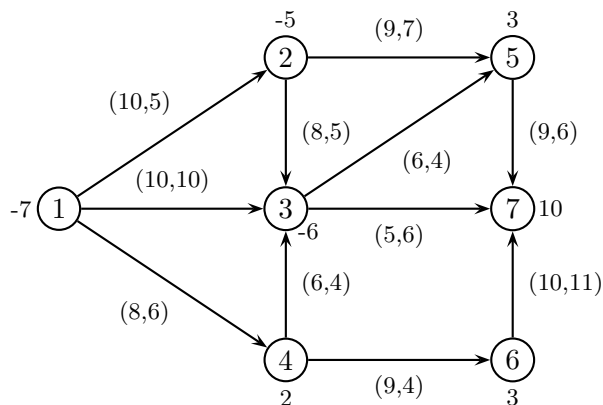
Esercizio 1. Una ditta produce due tipi di pantaloni A e B e ne deve produrre almeno 580 di tipo A ed almeno 620 di tipo B. Può affittare due tipi di macchine tessili che costano rispettivamente 5000 e 5200 euro la settimana. Il primo tipo di macchina produce 91 pantaloni di tipo A e 84 di tipo B la settimana mentre il secondo tipo ne produce 77 e 112 rispettivamente. Effettuare un passo del semplice, per risolvere il rilassato continuo, partendo da una soluzione che prevede l'utilizzo del secondo tipo di macchina solamente. Calcolare il primo taglio di Gomory. Utilizzando tale taglio siamo arrivati all'ottimo? Quante settimane occorrono per completare la produzione?

Esercizio 2. Trovare il ciclo di costo minimo sulla rete:

città	2	3	4	5
1	16	21	64	46
2		16	59	58
3			13	11
4				98

Trovare una valutazione con l'algoritmo delle toppe. Applicare il *Branch and Bound* utilizzando il 4-albero e l'algoritmo del nodo più vicino a partire da 3 ed istanziando, nell'ordine, le variabili x_{45} , x_{34} , x_{35} . Quale è la soluzione ottima? Stabilire una condizione necessaria ed una sufficiente affinché il valore ottimo sia un numero pari.

Esercizio 3. Data la seguente rete dove su ogni arco sono indicati, nell'ordine, il costo e la capacità.



Considerando l'albero di copertura formato dagli archi (1,3) (1,4) (2,5) (3,5) (3,7) (4,6) e l'arco (5,7) come arco saturo, il flusso ottenuto è degenere? Il potenziale complementare è degenere? Fare un passo dell'algoritmo del semplice. Determinare l'albero dei cammini minimi di radice 1 e la soluzione ottima in termini di flusso su reti. Trovare, tramite l'algoritmo FFEK, il taglio da 1 a 7 di capacità minima e la soluzione ottima del problema del flusso massimo.

Esercizio 4. Sia $f(x) = 6x_1^2 + 2x_1x_2 + 6x_2^2 + 4x_1 - 9x_2$ su P , poliedro di vertici $(2, 5)$, $(4, 1)$, $(0, 2)$ e $(2, 0)$. Fare un passo del metodo di Frank-Wolfe ed uno del gradiente proiettato a partire da $x^0 = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$ per la massimizzazione di f . Trovare poi il massimo globale su P ed i relativi moltiplicatori. Quale è il minimo globale su tutto \mathbb{R}^2 ?

Esercizio 1.

$$\begin{cases} \min 5000 x_1 + 5200 x_2 \\ 91 x_1 + 77 x_2 \geq 580 \\ 84 x_1 + 112 x_2 \geq 620 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

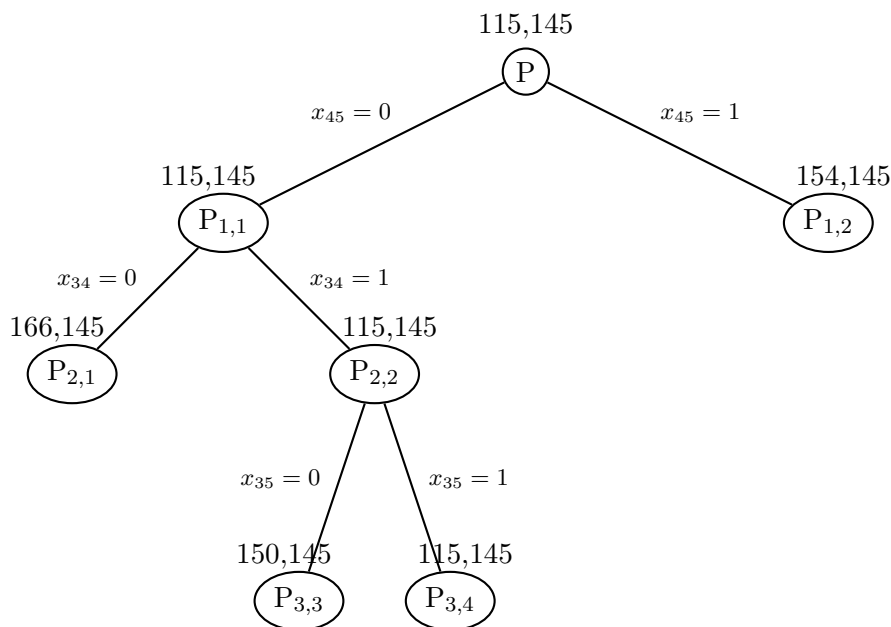
La soluzione ottima è (5,2) di costo 35400. Vertice di partenza: $(0, 580/77)$ con base $B = \{1, 3\}$, $y = (5200/77, 0, -12600/11, 0)$, $h = 3$, e $W^3 = (1, -13/11)^T$, $r = (615/133, 580/91)$, $k = 2$. L'ottimo del rilassato continuo è $(615/133; 275/133)$; portato in formato duale standard, per calcolare il piano di taglio $r = 1$, è $(615/133; 275/133, 0, 0)$. La prima riga della matrice \tilde{A} è $(-4/133, 11/532)$ ed il taglio è $516x_3 + 11x_4 \geq 332$.

Esercizio 2.

L'assegnamento di costo minimo è 1-2-5-4-3-1 di valore 145 ed essendo un ciclo è l'ottimo e non si svolge l'algoritmo delle toppe.

4-albero: $(1, 2) (2, 3) (2, 4) (3, 4) (3, 5)$; $v_I(P) = 115$

ciclo: $3 - 5 - 1 - 2 - 4$; $v_S(P) = 145$



Esercizio 3.

	iterazione
Archi di T	(1,3) (1,4) (2,5) (3,5) (3,7) (4,6)
Archi di U	(5,7)
x	(0, 2, 5, 0, 5, 4, 4, 0, 3, 6, 0)
π	(0, 7, 10, 8, 16, 17, 15)
Arco entrante	(5,7)
ϑ^+, ϑ^-	2, 4
Arco uscente	(3,7)

L'albero dei cammini minimi come flusso è $x = (1, 3, 2, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 0)$. I cammini aumentanti sono 1-3-7; 1-2-5-7; 1-3-5-7; 1-4-6-7 con $\delta = (6, 5, 1, 4)$ con flusso ottimo $x = (5, 7, 4, 0, 5, 1, 6, 0, 4, 6, 4)$, $N_t = \{6, 7\}$.

Esercizio 4.

sol. ottima del problema linearizzato in x^0	$(2, 5)$
direzione	$\left(\frac{4}{3}, \frac{11}{3}\right)$
passo	1
x^1	$(2, 5)$

matrice M	$(-1, -1)$
matrice H	$\begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$
direzione	$\left(\frac{19}{6}, -\frac{19}{6}\right)$
max spostamento possibile lungo la direzione	$\frac{8}{19}$
passo	$\frac{8}{19}$
x^1	$(2, 0)$

Poichè f è convessa il massimo globale su P è $(2, 5)$ con moltiplicatori $(0, -241/7, -72/7, 0)$.

Il minimo globale su tutto \mathbb{R}^2 è $(-33/70, 29/35)$ perchè annulla il gradiente di funzione convessa.