Continuo

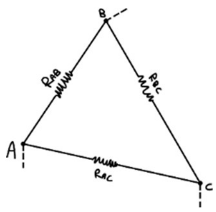
Resistori in serie

$$R_{eq} = \sum_{1}^{N} R_i$$

Resistori in parallelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{1}^{N} \frac{1}{R_i}$$

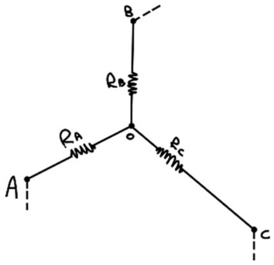
Da triangolo a stella



$$\mathrm{R_A} = \frac{\mathrm{R_{AB}R_{AC}}}{\mathrm{R_{AB}+R_{AC}+R_{BC}}}$$

$$R_{AB} = R_{AC} = R_{BC} \rightarrow R_A = \frac{R}{3}$$

Da stella a triangolo



$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_B R_C}{R_C}$$

$$R_A = R_B = R_C \rightarrow R_{AB} = 3R$$

Partitori di tensioni

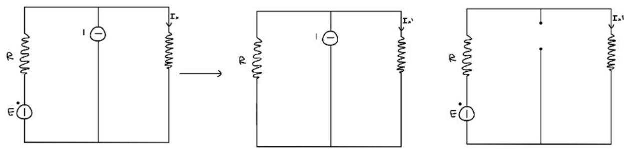
$$V_j = R_j \frac{V}{\sum_1^N R_i}$$

Partitore di corrente $\left(\boldsymbol{G = \frac{1}{R}}\right)$

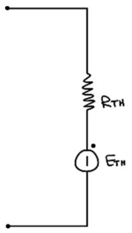
$$I_j = G_j \frac{I}{\sum_1^N G_i}$$

Principio sovrapposizione degli effetti

$$I_x = I_x' + I_x''$$

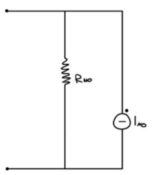


Teorema di Thevenin



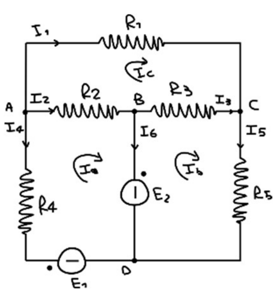
- R_{th} vista dai morsetti dopo aver disattivato tutti i generatori indipendenti
- E_{th} tensione a vuoto ai morsetti della sottorete

Teorema di Norton



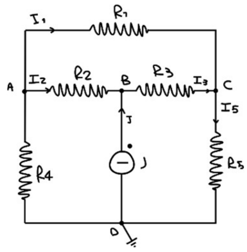
- R_{no} vista dai morsetti dopo aver disattivato tutti i generatori indipendenti
- I_{no} corrente che scorre sul ramo cortocircuitando i due morsetti

Correnti di maglia



$$I_a: \ -E_1 + E_2 + (R_2 + R_4)I_a - R_2 I_C = 0$$
$$I_b: \ -E_2 + (R_3 + R_5)I_b - R_3 I_C = 0$$
$$I_c: (R_2 + R_1 + R_3)I_C - R_3 I_b - R_2 I_a = 0$$

Tensioni di nodo



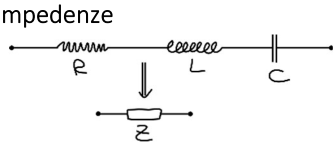
$$A: 0 = V_A\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4}\right) - V_C\left(\frac{1}{R_1}\right) - V_b\left(\frac{1}{R_2}\right)$$
$$B: J = V_B\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) - V_A\left(\frac{1}{R_2}\right) - V_C\left(\frac{1}{R_3}\right)$$
$$C: 0 = V_C\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) - V_A\left(\frac{1}{R_1}\right) - V_B\left(\frac{1}{R_3}\right)$$

Sinusoidale

$X(t) = X_M sen(\omega t + \phi_M)$ $\qquad \dot{X} = X_M e^{j\phi_x}$ $\qquad X(t) = Im\{\dot{X}e^{j\omega t}\}$

	$\boldsymbol{x(t)}$	$\boldsymbol{\dot{X}}$
Derivata	$\frac{\partial x(t)}{\partial t}$	$j\omega\dot{X}$
Integrale	$\int x(t)dt$	$\frac{\dot{X}}{j\omega}$
Resistore	$V(t) = Ri(t)$	$\dot{V} = R\dot{I}$
Induttore	$V(t) = L\frac{\partial i(t)}{\partial t}$	$\dot{V} = j\omega L\dot{I}$
Condensatore	$V(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$	$\dot{V} = \frac{\dot{I}}{j\omega C}$

Impedenze



$$\dot{V} = \dot{I}\bar{Z} = \dot{I}\left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]$$
$$\bar{Z} = R + jX$$

R = resistenza, X = reattanza

Ammettenza

$\bar{Y} = G + jB$ (G = conduttanza, B = suscettanza)

Valore efficace

$\mathrm{X}_{EFF} = \frac{X_M}{\sqrt{2}}$ Da qui in poi EFF è sottointeso

Potenze (anche per i generatori)

Potenza attiva (di patatine)

$$P = Re\{\dot{V}\dot{I}^*\}\ [W]$$

Potenza reattiva

$$Q = Im\{\dot{V}\dot{I}^*\}[VAR]$$

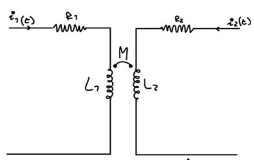
Potenza apparente

$$S = |\dot{V}\dot{I}^*|\ [VA]$$

Potenza complessa

$$\bar{S} = \dot{V}\dot{I}^*[VA]$$

Induttori mutuamente accoppiati



$$\dot{V}_1 = J\omega L_1\dot{I}_1 \pm J\omega M\dot{I}_2$$
$$\dot{V}_2 = J\omega L_2\dot{I}_2 \pm J\omega M\dot{I}_1$$

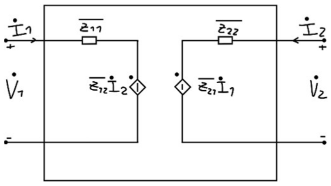
La caduta di auto ($j\omega L\ \dot{I}$) è positiva se la corrente va dal più al meno, negativa altrimenti.

Il segno della caduta di mutua ($j\omega M\ \dot{I}$) è uguale a quella di auto se entrambe le correnti entrano o escono dal contrassegno.

Porte

Parametrizzazione Z

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{z}_{11} & \bar{z}_{12}\\ \bar{z}_{21} & \bar{z}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}$$



Staccare i morsetti alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$\bar{z}_{11}=\left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

$$\bar{z}_{21}=\left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

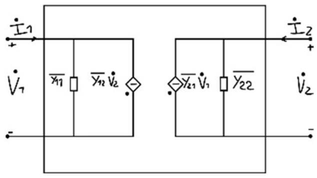
Staccare i morsetti alla prima porta e generatore di prova alla seconda

$$\bar{z}_{12}=\left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$\bar{z}_{22}=\left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

Parametrizzazione Y

$$\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{y}_{11} & \bar{y}_{12}\\ \bar{y}_{21} & \bar{y}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}$$



Corto circuito alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$\bar{y}_{11}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_1}\right|_{\dot{V}_2=0}$$

$$\bar{y}_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_1}\right|_{\dot{V}_2=0}$$

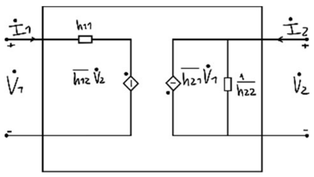
Corto circuito alla prima porta e generatore di prova alla seconda

$$\bar{y}_{12}=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{V}_1=0}$$

$$\bar{y}_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{V}_1=0}$$

Parametrizzazione H

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\ \dot{I}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\bar{h}_{11} & \bar{h}_{12}\\ \bar{h}_{21} & \bar{h}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{I}_1\\ \dot{V}_2\end{bmatrix}$$



Corto circuito alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$\bar{h}_{11}=\left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0}$$

$$\bar{h}_{21}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}\right|_{\dot{V}_2=0}$$

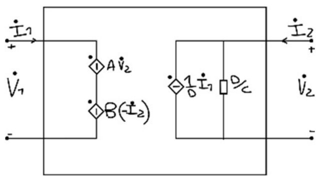
Staccare i morsetti alla prima porta e generatore di prova alla seconda

$$\bar{h}_{12}=\left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

$$\bar{h}_{22}=\left.\frac{\dot{I}_2}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{I}_1=0}$$

Parametrizzazione T

$$\begin{bmatrix}\dot{V}_1\\ \dot{I}_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{V}_2\\ -\dot{I}_2\end{bmatrix}$$



Staccare i morsetti alla seconda porta e generatore di prova alla prima

$$A=\left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

$$C=\left.\frac{\dot{I}_1}{\dot{V}_2}\right|_{\dot{I}_2=0}$$

Corto circuito alla seconda porta e generatore di prova alla prima

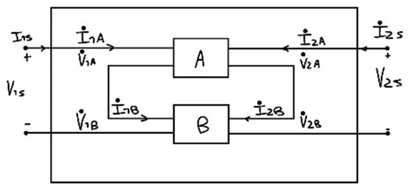
$$B=\left.\frac{\dot{V}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{V}_2=0}$$

$$D=\left.\frac{\dot{I}_1}{-\dot{I}_2}\right|_{\dot{V}_2=0}$$

Collegamenti tra doppi bipoli

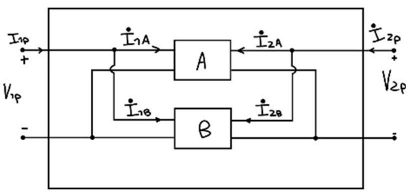
Serie

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{1,s}}\\ \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{2,s}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,A}\\ \dot{V}_{2,A}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,B}\\ \dot{V}_{2,B}\end{bmatrix}=\bar{Z}_A\begin{bmatrix}\dot{I}_{1,A}\\ \dot{I}_{2,A}\end{bmatrix}+\bar{Z}_B\begin{bmatrix}\dot{I}_{1,B}\\ \dot{I}_{2,B}\end{bmatrix}=(\bar{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{A}}+\bar{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{B}})\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{1,s}}\\ \dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{2,s}}\end{bmatrix}$$



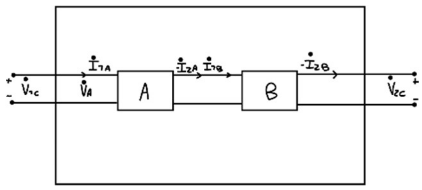
Parallelo

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{1,p}}\\ \dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{2,p}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{I}_{1,A}\\ \dot{I}_{2,A}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dot{I}_{1,B}\\ \dot{I}_{2,B}\end{bmatrix}=\bar{Y}_A\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,A}\\ V_{2,A}\end{bmatrix}+\bar{Y}_B\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,B}\\ \dot{V}_{2,B}\end{bmatrix}=(\bar{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{A}}+\bar{\boldsymbol{Y}}_{\boldsymbol{B}})\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{1,p}}\\ \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{2,p}}\end{bmatrix}$$



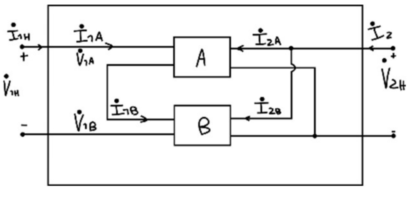
Cascata

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{1,c}}\\ \dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{1,c}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,A}\\ \dot{I}_{1,A}\end{bmatrix}=T_A\begin{bmatrix}\dot{V}_{2,A}\\ -\dot{I}_{2,A}\end{bmatrix}=T_A\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,B}\\ \dot{I}_{1,B}\end{bmatrix}=\boldsymbol{T_A T_B}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{2,c}}\\ -\dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{2,c}}\end{bmatrix}$$



Ibrido

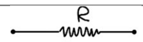
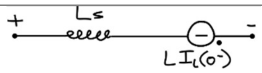
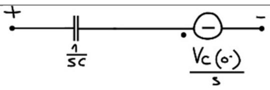
$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{1,h}}\\ \dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{2,h}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,A}\\ \dot{I}_{2,A}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\dot{V}_{1,B}\\ \dot{I}_{2,B}\end{bmatrix}=\bar{H}_A\begin{bmatrix}\dot{I}_{1,A}\\ \dot{V}_{2,A}\end{bmatrix}+\bar{H}_B\begin{bmatrix}\dot{I}_{1,B}\\ \dot{V}_{2,B}\end{bmatrix}=(\bar{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{A}}+\bar{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{B}})\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{I}}_{\boldsymbol{1,h}}\\ \dot{\boldsymbol{V}}_{\boldsymbol{2,h}}\end{bmatrix}$$



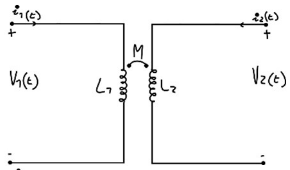
Transitorio

$f(t)$	$F(s)$
$1, u(t)$	$\frac{1}{s}$
$\frac{\partial f(t)}{\partial t}$	$sF(s) - f(0^-)$
$\int_{-\infty}^{t} f(\tau)d\tau$	$\frac{1}{s}F(s) + \frac{1}{s}\int_{-\infty}^{0^-} f(t)dt$
$V(t) = Ri(t)$	$V(s) = Ri(s)$
$V(t) = L\frac{\partial i(t)}{\partial t}$	$V(s) = sLI(s) - L\, i_L(0^-)$
$V(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$	$V(s) = \frac{1}{SC}I(s) + \frac{1}{s}V_c(0^-)$
$\frac{1}{(n-1)!}t^{n-1}e^{-at}$	$\frac{1}{(s+a)^n}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$
$\delta(t)$	1

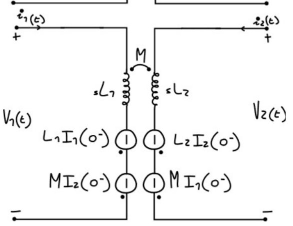
Resistore, induttore, condensatore

	$\boldsymbol{V(s) = R\, I(s)}$
	$V(s) = s\, L\, I(s) - LI(0^-)$
	$V(s) = \frac{1}{sc}I(s) + \frac{1}{s}V_c(0^-)$

Induttori mutuamente accoppiati



$$V_1(t) = L_1\frac{di_1(t)}{dt} + M\,\frac{di_2(t)}{dt}$$
$$V_2(t) = L_2\frac{di_2(t)}{dt} + M\,\frac{di_1(t)}{dt}$$



$$V_1(s) = L_1[S\, I_1(s) - I_1(0^-)] \\ +M[s\, I_2(s) - i_2(0^-)]$$

$$V_2(s) = L_2[S\, I_2(s) - I_2(0^-)] \\ +M[s\, I_1(s) - i_1(0^-)]$$

Teorema dei residui

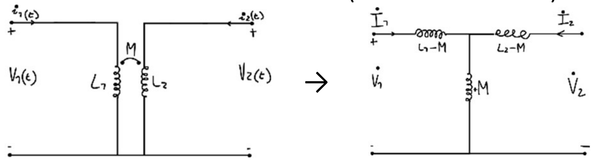
$$A_j = \lim_{s\to p_j}(s - p_j)X(s)$$

p_j polo jesimo, A_j residuo jesimo

Casi brutti:

- Poli complessi
  $$x(t) = \left[2\sqrt{N^2 + M^2}e^{-\sigma t}\sin\left(\omega t + arctan\frac{M}{N}\right)\right]u(t)$$
  σ è la parte reale del polo, ω è la parte immaginaria del polo, M è la parte reale e N è la parte immaginaria
- $deg(Num) = deg(Den)$
  Divisione e poi fare il caso normale
- $\mathrm{n} > 1$ calcolo dei residui
  $$A_i = \frac{1}{(n-i)!}\frac{\partial^{n-i}[(s+p_i)^n X(s)]}{\partial s^{n-i}}\bigg|_{s=-p_i}$$
  A_i è il residuo iesimo, n è *la molteplicità*, p_i è il polo i-esimo

Smutuamento induttori in mutua (si sono fatti la bua)



Se la mutua è al contrario i segni a destra sono tutti invertiti

Versione 2.5, in caso di errori contattare il migliore amico di GS.

Reti reciproche (nessun generatore pilotato)

Parametri Z e Y: la codiagonale ha elementi identici.
Parametri H: la codiagonale ha elementi opposti.
Parametri T: Il determinante della matrice è uguale a 1.

Prodotto matriciale

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} =$$
$$= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \end{bmatrix}$$

Inversa 2x2

$$A^{-1} = \frac{1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}\begin{bmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{bmatrix}$$