

591AA 21/22 – ELENCO DEI PROBLEMI 8

Problema 1. Quali dei seguenti sono sistemi lineari:

- (a) $p \in \mathbb{R}[x]$ tali che $p(1) = 1$, $p(2) = 2$, $p(3) = 3$.
- (b) $p \in \mathbb{R}[x]$ tale che $dp/dx + p(x) = x$.
- (c) $p \in \mathbb{R}[x]$ tale che $(dp/dx)^2 + p(x) = x$

Problema 2.

- (a) Trova polinomi tali che $p(-1) = 1$, $p(0) = 0$, $p(1) = 1$.
- (b) Trova polinomi tali che $p(x) + p(-x) = 1$.

Problema 3. Sia $T = \{(1, 1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1)\}$. Trova tutte le funzioni da T a \mathbb{R} tali che $f(x, y) + f(-x, -y) = xy$. [Qui stiamo usando il fatto che $(x, y) \in T \implies (-x, -y) \in T$].

Problema 4. Moltiplica le seguenti matrici e vettori.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Problema 5. Trasposizione di una matrice.

$$A = (a_{ij}) \implies A^t = (\alpha_{ij}), \quad \alpha_{ij} = a_{ji}$$

Per esempio

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Trova tutte le matrici 2x2 tali che

$$A + A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Problema 6. Scrivi i seguenti sistemi lineari in forma matriciale.

- (a) $x + y + z = 1, x - 2y + 3z = 2.$
- (b) $x + 2y + 3z = 6, 3x + y + 2z = 6, x + y + z = 3.$

Problema 7. Scrivi le matrici aumentate per i sistemi lineari in Problema 6.

Problema 8. Trova i pivot delle seguenti matrici.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Problema 9. Risolvi i seguenti sistemi linear

(a)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & -2 & 6 \\ 0 & 2 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 7 & 14 \end{array} \right)$$

(b)

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$