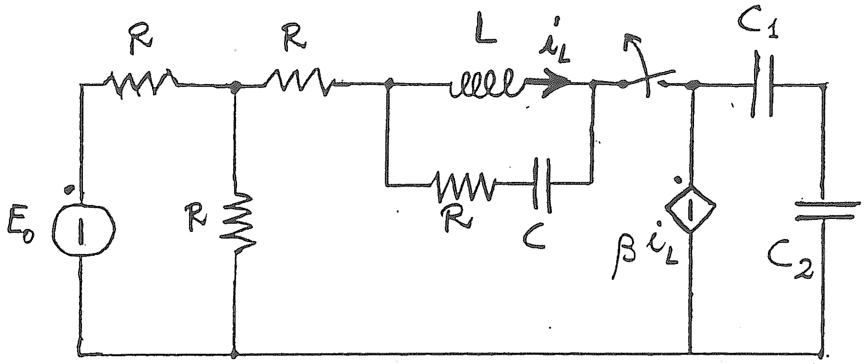
# PROVA SCRITTA DI ELETTROTECNICA

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

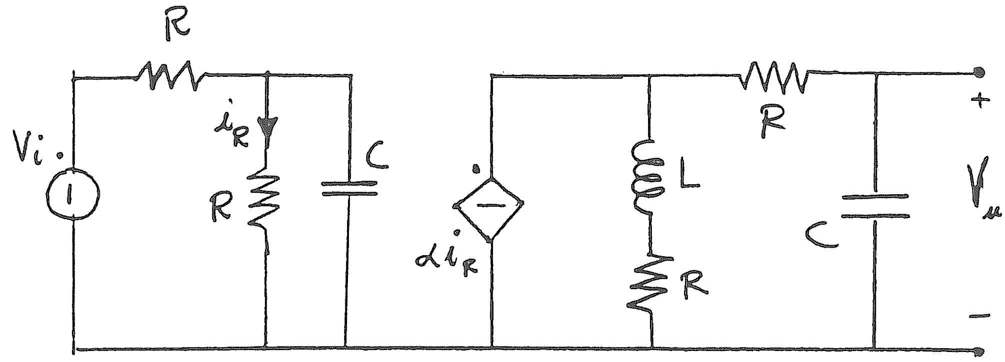
Pisa, 16 luglio 1999 Allievo: ..........................

1) Determinare l'espressione temporale della tensione fra le armature del condensatore $C_2$ a seguito dell'apertura del tasto che avviene all'istante $t = 0$. Si supponga il circuito in condizioni di regime sotto l'azione del generatore di tensione costante per $t < 0$.



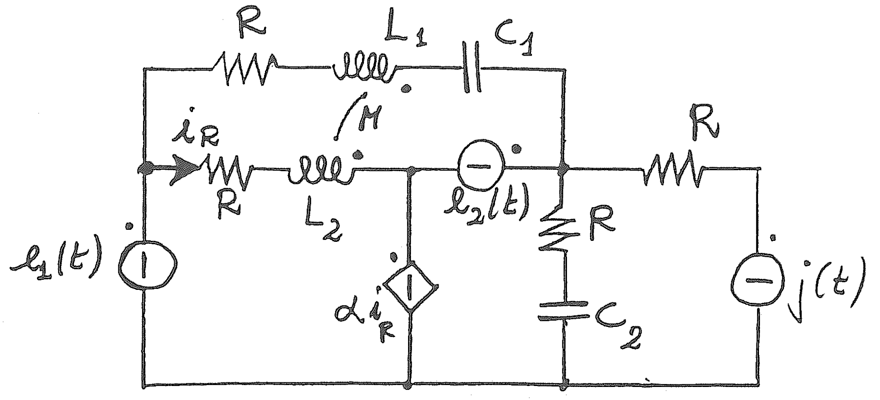

$E_0 = 20\,V$ $C = 10\mu F$
$\beta = 10$ $L = 1\,mH$
$C_1 = C$ $C_2 = 2C$
$R = 20\,\Omega$

2) Per il circuito di figura determinare la funzione di trasferimento $W(s) = V_u(s)/V_i(s)$ e discuterne la stabilita' al variare del parametro $\alpha$. Determinare quindi il valore di $\alpha$ tale che risulti: $\lim_{\omega\to 0}|W(j\omega)| = 20dB$ e tracciare i diagrammi di Bode del modulo e della fase della relativa risposta in frequenza.




$C = 10\,\mu F$
$L = 10\,mH$
$R = 100\,\Omega$

3) Il circuito rappresentato in figura è in condizione di regime stazionario per effetto dei generatori applicati.

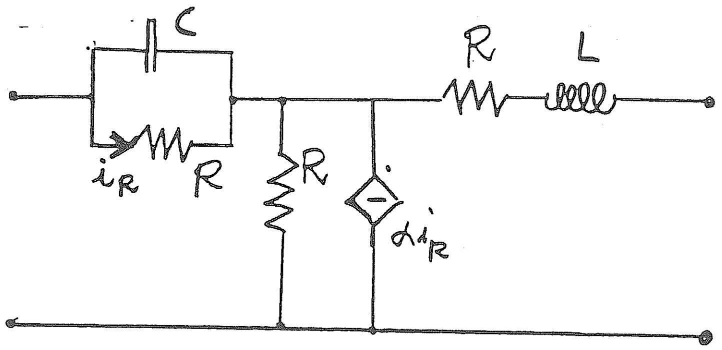



$e_1(t) = 5\ V$; $e_2(t) = 10\sin(500t)\ V$ $\quad j(t) = 2 + 3\cos(500t + \frac{\pi}{3})\ A \quad \alpha = 5$

$R = 10\ \Omega$; $L_1 = 40\ mH$; $L_2 = 50 mH \quad M = 20\ mH \quad C_1 = 200\ \mu F \quad C_2 = 100\ \mu F$

Determinare l'energia elettromagnetica media immagazzinata nei due condensatori.

4) Determinare i parametri h del doppio bipolo rappresentato in figura.



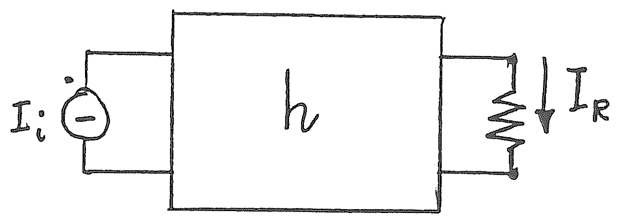

$C = 200\,\mu F$

$L = 20\ mH$

$R = 10\Omega$

$\alpha = 5$

La resistenza R viene inserita fra i morsetti delle porta 2 del doppio bipolo, ed il sistema e' alimentato con un generatore di corrente, come schematizzato nella seguente figura.




Determinare la funzione di trasferimento $W(s) = I_R(s)/I_i(s)$

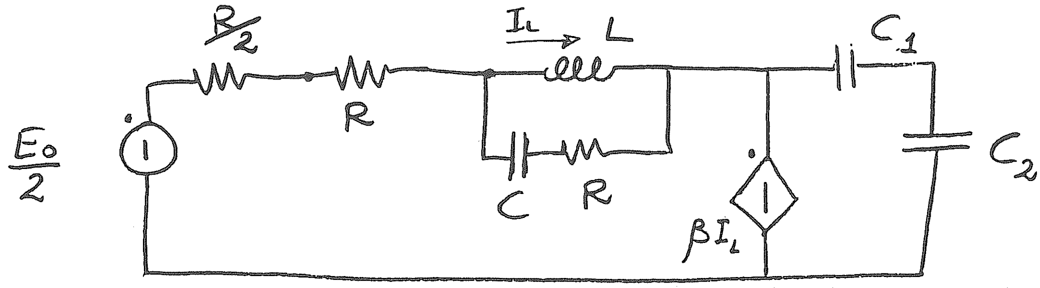
Esercizio n° 1 15/7/93

1

Determinazione delle condizioni iniziali.

Il circuito è in condizione di regime per effetto del generatore di tensione continua $E$.

Utilizzando il teorema di Thevenin si ha:

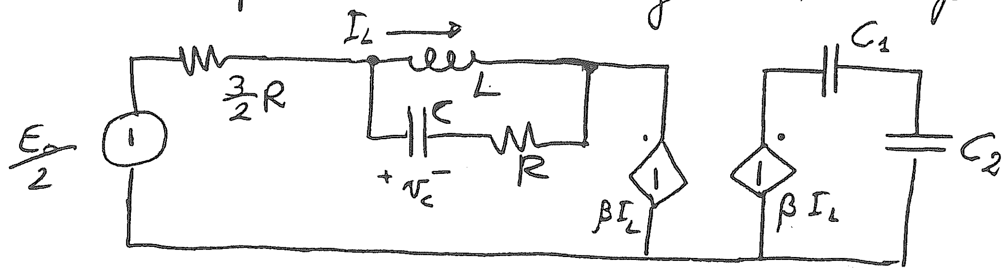



Osservando il circuito originale si vede che i condensatori $C_1$ e $C_2$ ed il generatore ideale $\beta i_L$ formano una maglia impropria. La tensione fra le armature di $C_2$ può essere scritta in funzione della tensione del generatore utilizzando le relazioni del partitore capacitivo:

$$v_{C_2} = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \beta i_L$$

che in questo caso (presenza della maglia impropria) vale qualunque sia l'andamento temporale di $\beta i_L$.
Basta allora valutare $i_L$ ed applicare la relazione sopra scritta.

Il circuito può essere ridisegnato nella forma:



L'equazione di equilibrio è quindi

16/7/89 (2)

$$\frac{E_0}{2} = \frac{3}{2} R I_L + \beta I_L$$

$$I_L = \frac{E_0}{3R + 2\beta}$$

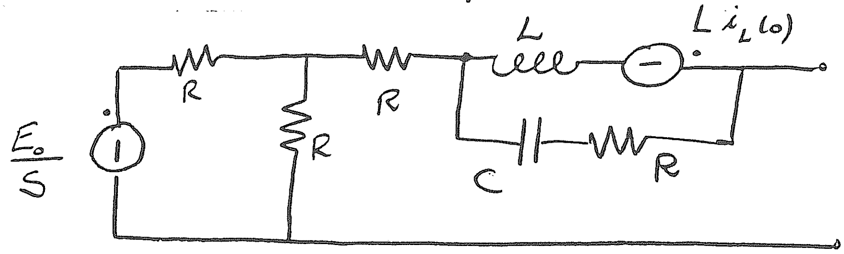
$$V_c = 0$$

$$V_{c_2} = \beta I_L \frac{C_2}{C_1 + C_2} = \beta \frac{E_0}{3R + 2\beta} \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

Transitorio (apertura del tasto)

Si può limitare lo studio alla sola parte di rete a sinistra.

Il circuito $\mathcal{L}$-trasformato è:




Per la valutazione di $I_L(s)$ è sufficiente l'equazione:

$$L\, i_L(0) = \left( R + Ls + \frac{1}{Cs} \right) I_L(s)$$

$$I_L(s) = \frac{L\, i_L(0)}{R + Ls + \frac{1}{Cs}} = i_L(0) \frac{s}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} =$$

$$= i_L(0) \frac{s}{s^2 + 2 \cdot 10^4 s + 10^8} = i_L(0) \frac{s}{(s + 10^4)^2}$$

Scomponendo la $I_L(s)$ in fratti semplici si ottiene 16/7/99 3

$$I_L(s) = i_L(0)\left[\frac{A}{s+10^4} + \frac{B}{(s+10^4)^2}\right]$$

la cui antitrasformata è:

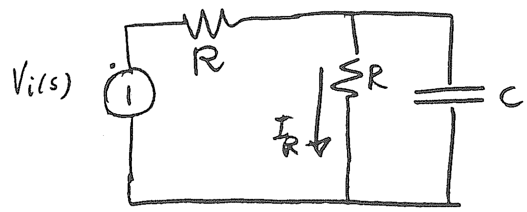
$$i_L(t) = i_L(0)\left[A e^{-10^4 t} + B t e^{-10^4 t}\right]$$

Quindi la tensione fra le armature di $C_2$ è

$$v_{C2}(t) = \beta i_L(0)\left[A e^{-10^4 t} + B t e^{-10^4 t}\right]\frac{C_1}{C_1+C_2}$$

## Esercizio 2

Per il circuito assegnato è possibile valutare $I_R(s)$, quindi sostituire la sua espressione per valutare $V_u(s)$.




Applicando la regola del partitore di corrente si ha:

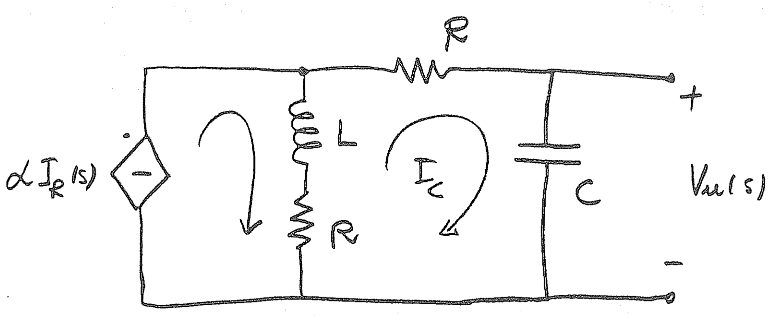
$$I_R(s) = \frac{V_i(s)}{R + \frac{R}{RCs+1}}\,\frac{\frac{1}{Cs}}{R+\frac{1}{Cs}} = V_i(s)\frac{1}{2R + R^2Cs}$$



18

16/7/99

5




$$0 = \left(2R + Ls + \frac{1}{Cs}\right) I_c(s) - (R + Ls)\,\alpha I_R(s)$$

$$I_c(s) = \alpha I_R(s) \frac{R + Ls}{2R + Ls + \frac{1}{Cs}} =$$

$$= \alpha I_R(s) \frac{Cs(R + Ls)}{2RCs + LCs^2 + 1}$$

$$V_u(s) = \frac{1}{Cs} I_c(s) = \alpha I_R(s) \frac{R + Ls}{LCs^2 + 2RCs + 1} =$$

$$= \alpha \frac{V_i(s)}{2R + R^2Cs} \cdot \frac{R + Ls}{LCs^2 + 2RCs + 1} =$$

$$W(s) = \frac{V_u(s)}{V_i(s)} = \alpha \frac{L\left(s + \frac{R}{L}\right)}{R^2C\left(s + \frac{2}{RC}\right) \cdot LC\left(s^2 + \frac{2R}{L}s + \frac{1}{LC}\right)} =$$

$$= \frac{\alpha}{R^2C^2} \frac{s + \frac{R}{L}}{\left(s + \frac{2}{RC}\right)\left(s^2 + \frac{2R}{L}s + \frac{1}{LC}\right)}$$



12

La valutazione di $\alpha$ viene effettuata imponendo che:

16/7/93 5

$$20 \lg_{10} \left| \frac{\alpha}{R^2C^2} \frac{\frac{R}{L}}{\frac{2}{RC} \cdot \frac{1}{LC}} \right| = 20$$

$$\lg_{10} \left| \frac{\alpha}{2} \right| = 1 \qquad |\alpha| = 20$$

La funzione di trasferimento risulta (avendo supposto $\alpha > 0$):

$$W(s) = 20 \cdot 10^6 \frac{s + 10^4}{(s + 2 \cdot 10^3)(s^2 + 2 \cdot 10^4 s + 10^7)} =$$

$$= 20 \cdot 10^6 \frac{s + 10^4}{(s + 2 \cdot 10^3)(s + 0.513 \cdot 10^3)(s + 19.5 \cdot 10^3)}$$

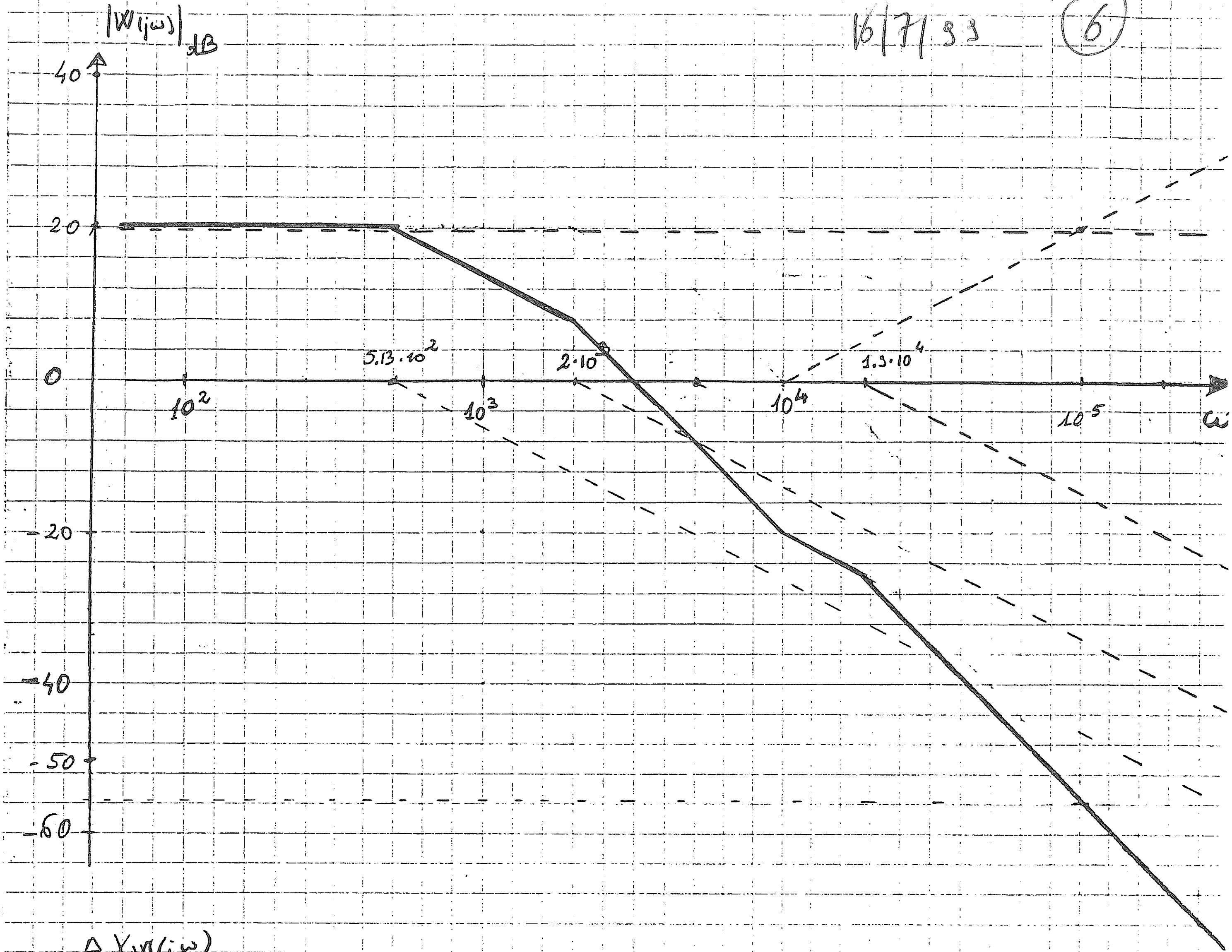
I diagrammi di Bode (asintotici) sono riportati nelle pg. seguenti.

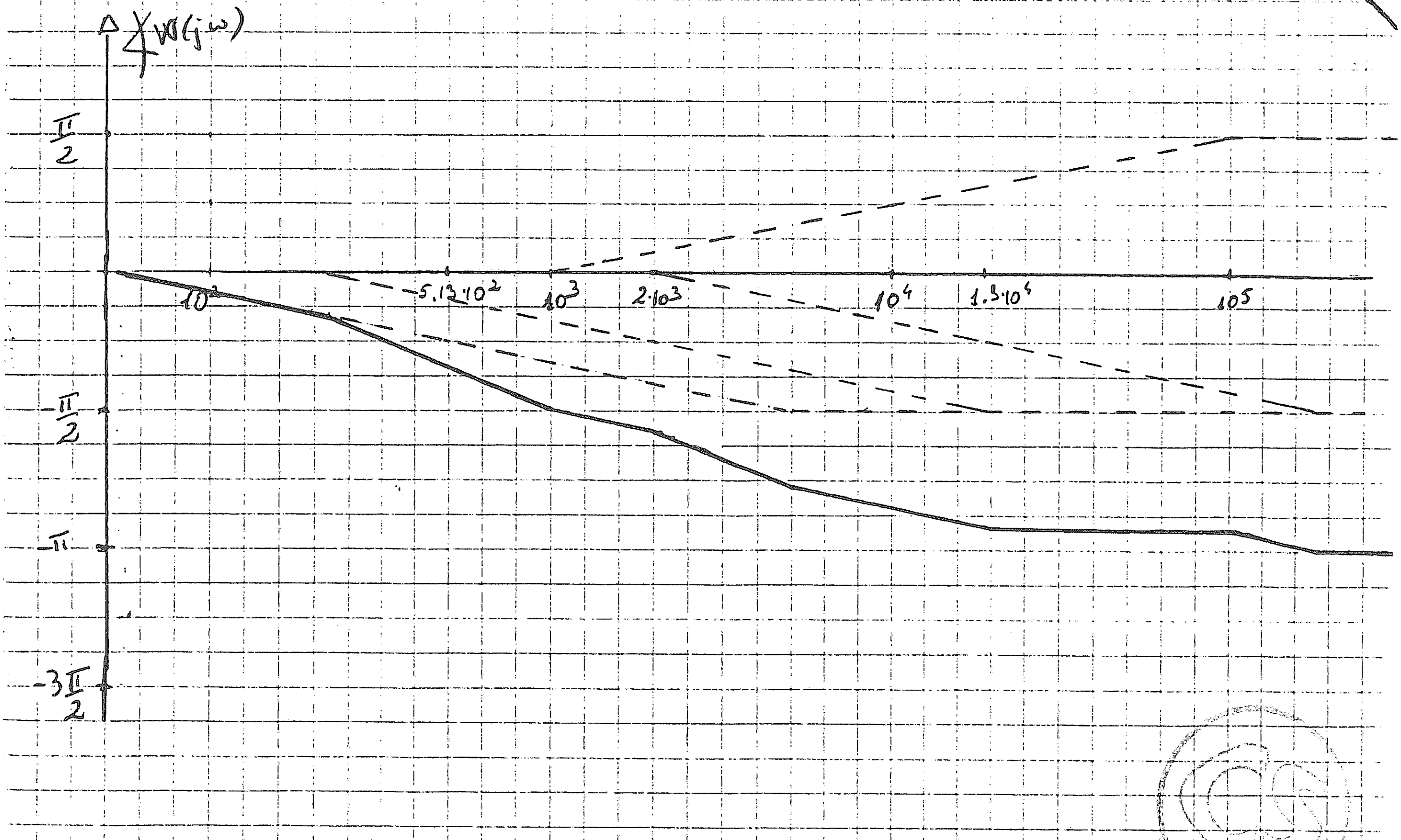
I contributi dei singoli termini sono tratteggiati

Quelli complessivi sono a tratto continuo.

Per verificare la correttezza dei diagrammi è utile valutare le grandezze disegnate per qualche valore della pulsazione e confrontare il risultato del calcolo con quello ricavato dai diagrammi.

Per esempio $20 \lg |W(j\omega)|_{\omega = 10^5} \cong -54\,dB$, che è in ottimo accordo il dato ricavato dai diagrammi, così come risulta essere verificata la condizione $\lim_{\omega \to \infty} \measuredangle W(j\omega) = -\pi$


|W(jω)| dB
40
20
0
-20
-40
-50
-60
$10^2$
5.13·$10^2$
$10^3$
2·$10^3$
$10^4$
1.3·$10^4$
$10^5$
ω


∡W(jω)
π/2
-π/2
-π
-3π/2
$10^2$
5.13·$10^2$
$10^3$
2·$10^3$
$10^4$
1.3·$10^4$
$10^5$

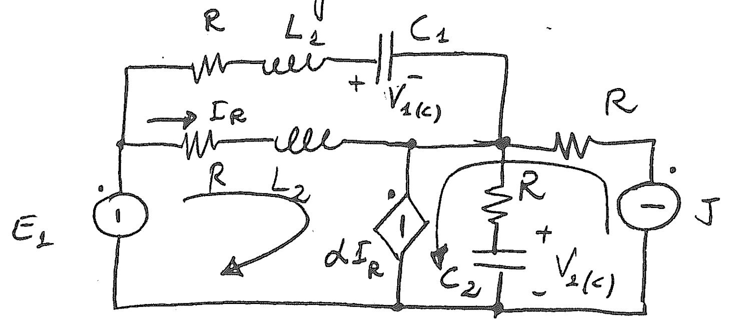
Per la valutazione dell'energia media immagazzinata in un condensatore occorre valutare il valore efficace della tensione fra le armature.

Nel caso in esame il circuito è in regime periodico. Quindi è sufficiente valutare i valori efficaci delle tensioni delle singole armoniche ed utilizzare la relazione

$$W_c = \frac{1}{2} C V_{(c)}^2 + \frac{1}{2} C V_{(sin)}^2$$

dove $V_{(c)}$ e $V_{(sin)}$ sono i valori efficaci della componente continua e di quella sinusoidale a 500 rad/sec, che possono essere calcolate usando la sovrapposizione degli effetti.

Agiscono i soli generatori costanti:




Nel circuito di figura i condensatori si comportano come circuiti aperti. L'equazione di equilibrio è quindi

$$E_1 = R I_R + \alpha I_R$$

$$I_R = \frac{E_1}{R+\alpha}$$

$$V_{1(c)} = R I_R = \frac{R E_1}{R+\alpha} \; ; \qquad V_{2(c)} = \alpha I_R = \frac{\alpha}{R+\alpha} E_1$$

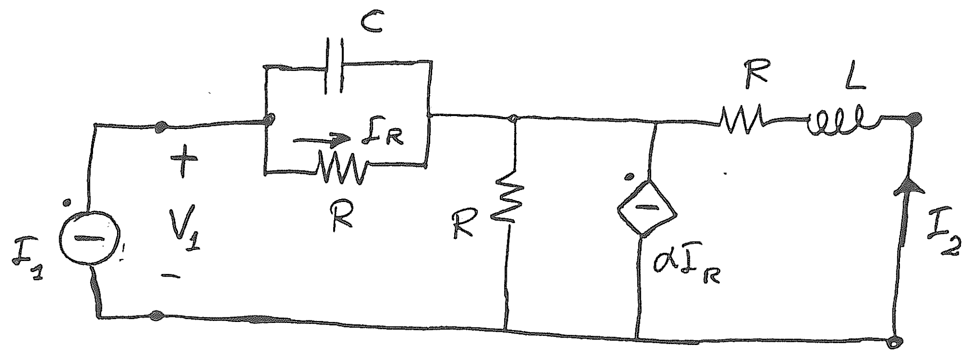
Determinazione dei parametri h.

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2$$

$$h_{11} = \left.\frac{V_1}{I_1}\right|_{V_2=0} \quad ; \quad h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{V_2=0}$$

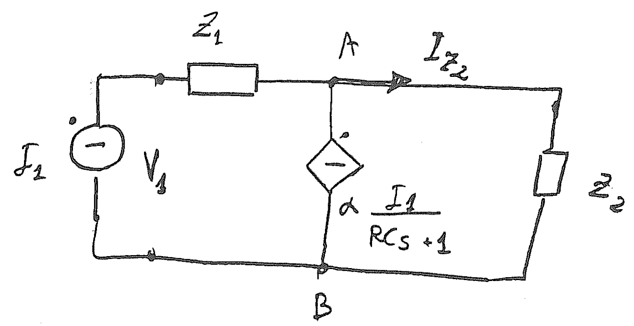
Il circuito per la determinazione di $h_{11}$ e $h_{21}$ è quindi:




$I_R$ può essere valutato immediatamente in funzione della $I_1$

$$I_R = I_1 \frac{1}{RCs+1}$$

Ai fini della valutazione di $h_{11}$ il circuito può essere ridisegnato nella forma:

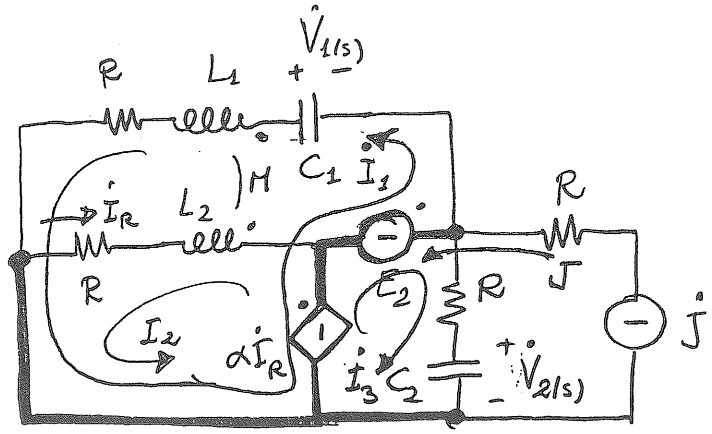



$$Z_1 = \frac{R}{RCs+1}$$

$$Z_2 = \frac{R(R+Ls)}{2R+Ls}$$

Agiscano i soli generatori a pulsazione 500 rad/sec. 16/7/99

9




Le equazioni di equilibrio alle maglie (scritte facendo riferimento all'albero indicato) sono:

$$
\begin{cases}
\alpha \dot I_R + \dot E_2 = \left(R + j\omega L_1 + \dfrac{1}{j\omega C_1}\right)\dot I_1 + j\omega M \dot I_2 \\
\alpha \dot I_R = \left(R + j\omega L_2\right)\dot I_2 + j\omega M \dot I_1 \\
\alpha \dot I_R + \dot E_2 = \left(R + \dfrac{1}{j\omega C_2}\right)\dot I_3
\end{cases}
$$

$$\dot I_R = -\dot I_2$$

Delle equazioni scritte solo le prime due sono da risolvere simultaneamente; la terza può essere risolta indipendentemente, una volta determinata $\dot I_2 = -\dot I_R$.

Le tensioni fra le armature dei condensatori sono:

$$\dot V_{1(s)} = -\frac{1}{j\omega C_1}\dot I_1 \qquad e \qquad \dot V_{2(s)} = \frac{1}{j\omega C_2}\dot I_3$$

Calcolandone i valori efficaci si ha quindi per le energie medie richieste:

$$W_1 = \frac{1}{2}C_1 V_{1(c)}^2 + \frac{1}{2}C_1 V_{1(s)}^2 \qquad e \qquad W_2 = \frac{1}{2}C_2 V_{2(c)}^2 + \frac{1}{2}C_2 V_{2(s)}^2$$

16/7/99 (10)

Per quanto riguarda $h_{21}$ occorre tenere presente che solo una parte della corrente in $Z_2$ è la $I_2$ che appare nella definizione di $h_{21}$.

$$V_1 = Z_1 I_1 + V_{AB}$$

$$V_{AB} = Z_2 I_{Z_2} = Z_2 \left( I_1 + \alpha \frac{I_1}{RCs+1} \right)$$

$$V_1 = \frac{R}{RCs+1} I_1 + \frac{R(R+Ls)}{2R+Ls} \left( 1 + \frac{\alpha}{RCs+1} \right) I_1$$

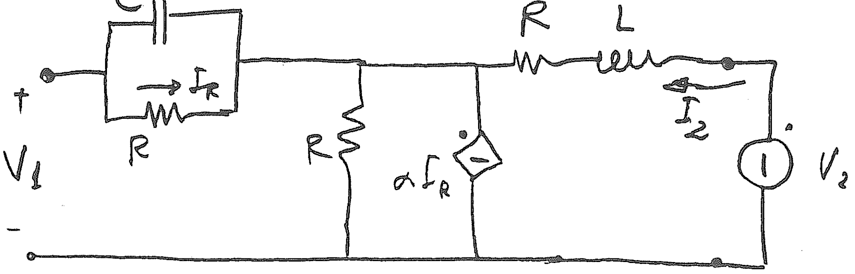
$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} = \frac{R}{RCs+1} + \frac{R(R+Ls)}{2R+Ls} \left( 1 + \frac{\alpha}{RCs+1} \right)$$

$$I_2 = - I_{Z2} \frac{R}{2R+Ls} = - I_1 \left( 1 + \frac{\alpha}{RCs+1} \right) \frac{R}{2R+Ls}$$

$$h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} = - \left( 1 + \frac{\alpha}{RCs+1} \right) \frac{R}{2R+Ls}$$

Per valutare $h_{12}$ e $h_{22}$ si fa riferimento al circuito:

$$h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} \qquad h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$



Essendo $I_R = 0$ il generatore di corrente $\alpha I_R$ è disattivato, quindi è rappresentabile mediante un ramo aperto:

16/7/99 11

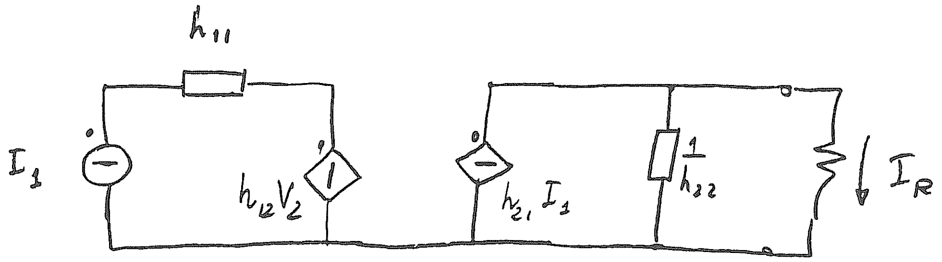
$$V_1 = \frac{R}{2R + Ls} V_2$$

$$h_{12} = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{R}{2R + Ls}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{2R + Ls}$$

$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{I_1=0} = \frac{1}{2R + Ls}$$

Per la valutazione della $W(s) = \frac{I_R}{I_1}$ conviene fare uso del circuito equivalente del doppio bipolo:




$$I_R = h_{21} I_1 \frac{\frac{1}{h_{22}}}{\frac{1}{h_{22}} + R} = h_{21} I_1 \frac{1}{1 + h_{22} R}$$

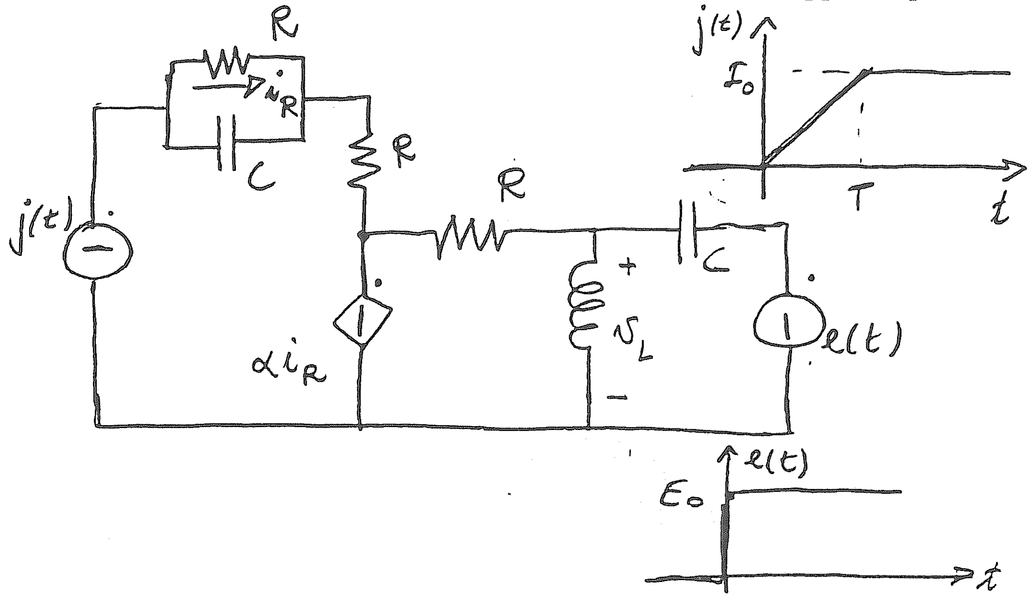
Quindi $W(s) = \dfrac{h_{21}}{1 + h_{22} R}$

# PROVA SCRITTA DI ELETTROTECNICA

Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

Pisa, 10 settembre 1999 Allievo: ......................

1) Determinare l'espressione temporale della tensione fra i morsetti dell'induttore $L$. Si supponga il circuito in condizioni di regime sotto l'azione dei generatori applicati per $t < 0$.




$R = 10\ \Omega$

$C = 10\mu F$

$\alpha = 5$

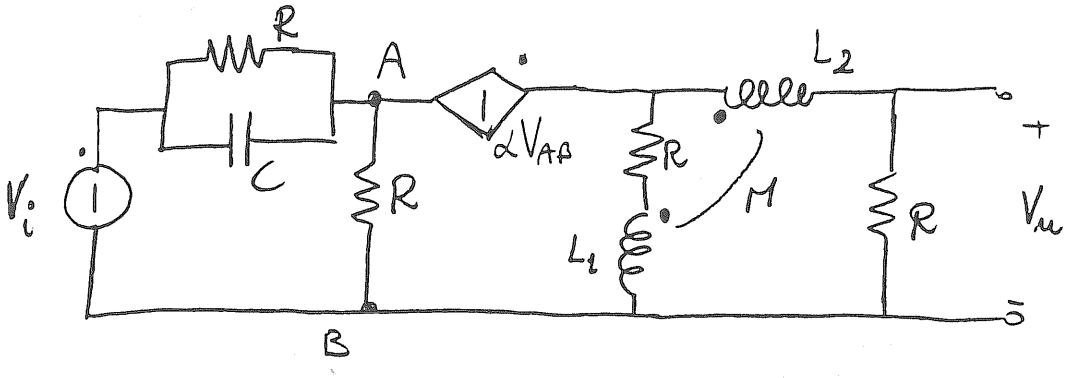
$L = 1mH$

$I_0 = 10A$

$E_0 = 10V$

$T = 10m\text{sec}$

2) Per il circuito di figura determinare la funzione di trasferimento $W(s) = V_u(s)/V_i(s)$ e discuterne la stabilita' al variare del parametro $\alpha$. Determinare quindi il valore di $\alpha$ tale che la rete risulti marginalmente stabile.e per il valore determinato tracciare i diagrammi di Bode del modulo e della fase della relativa risposta in frequenza.




$R = 10\ \Omega$

$C = 10\mu F$

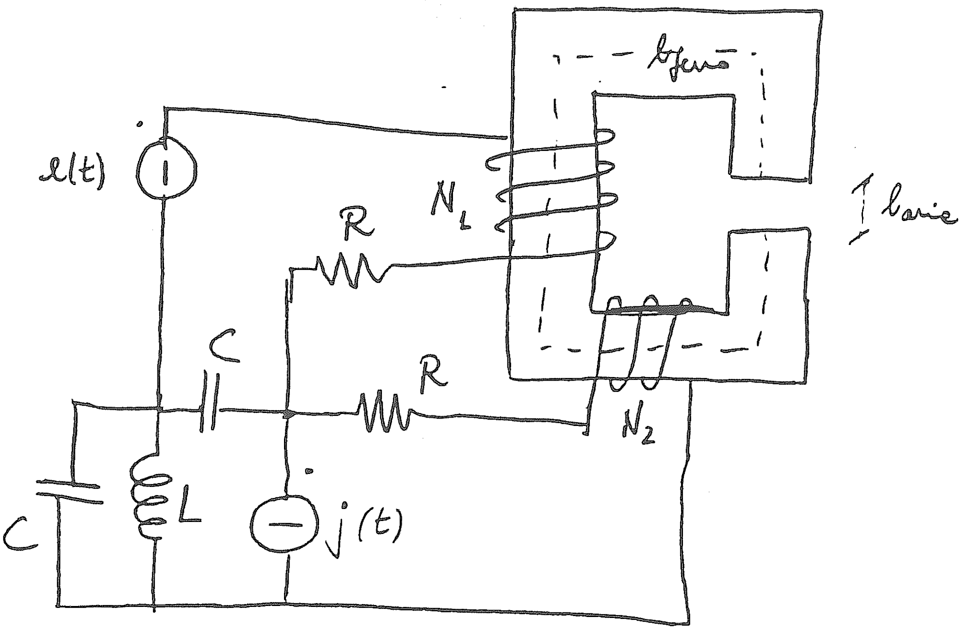
$L_1 = 3mH$

$L_2 = 5mH$

$M = 2mH$

10/3/99

3) Il circuito rappresentato in figura è in condizione di regime stazionario per effetto dei generatori applicati. Determinare il valore del flusso istantaneo nel traferro ed i valori medi dell'energie magnetiche immagazzinate nel nucleo ferromagnetico e nell'induttore $L$.




$R = 10\ \Omega$

$C = 200\mu F$

$L = 20mH$

$N_1 = 100$

$N_2 = 200$

$l_{ferro} = 25cm$

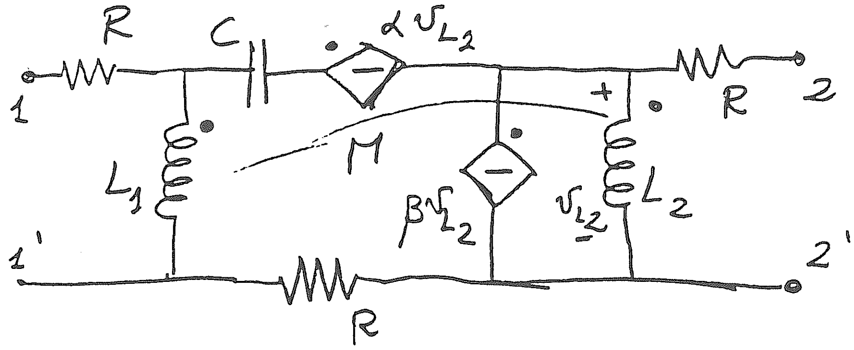
$l_{aria} = 0.5cm$

$S = 4\ cm^2$

$\mu_{r,fe} = 1000$

$e(t) = 30sin(500t + \pi / 6) + 20\ V;\ \ j(t) = 5 \cdot sin(500t + \pi / 4) + 6\ A$

4) Determinare la matricedei parametri Z del doppio bipolo rappresentato in figura.




$R = 5\ \Omega$

$C = 10\mu F$

$L_1 = 0.5mH$

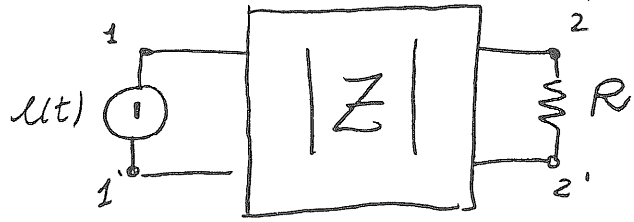
$L_2 = 0.3mH$

$M = 0.1mH$

$\alpha = 3$

$\beta = 5$

La resistenza R viene inserita fra i morsetti delle porta 2 del doppio bipolo, ed il sistema e' alimentato con un generatore di tensione, come schematizzato nella seguente figura:




$e(t) = 30sin500t\ \ V;$

$R = 5\Omega$

Determinare la potenza erogata dal generatore e quella assorbita dalla resistenza.

000002

ESERCIZIO N° 1

10/9/99 ①

Applichiamo la sovrapposizione degli effetti fra i generatori $j(t)$ ed $e(t)$.

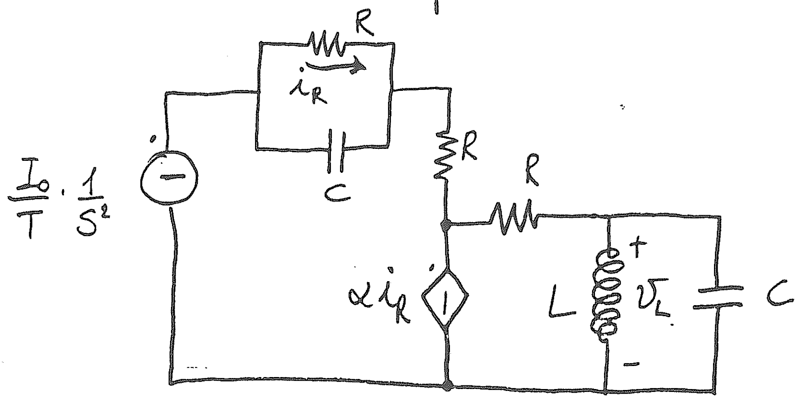
Agisce $j(t)$:

$j(t)$ può essere scomposto come segue:

$$j(t) = \frac{I_0}{T} t \cdot u(t) - \frac{I_0}{T}(t-T)\, u(t-T)$$

Basta trovare la risposta della rete alla rampa.

Il circuito $\mathcal{L}$-trasformato è:




$$I_R(s) = \frac{I_0}{Ts^2} \cdot \frac{\frac{1}{Cs}}{R + \frac{1}{Cs}} = \frac{I_0}{T} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\cancel{\frac{1}{Cs}}}{\frac{RCs+1}{\cancel{Cs}}} = \frac{I_0}{T} \frac{1}{s^2} \cdot \frac{1}{RCs+1}$$

$$Z_{LC} = \frac{\frac{1}{Cs} \cdot Ls}{Ls + \frac{1}{Cs}} = \frac{Ls}{LCs^2+1}$$

$$V_L'(s) = \alpha I_R \cdot \frac{Z_{LC}}{R + Z_{LC}} = \frac{I_0}{T} \frac{\alpha}{s^2} \cdot \frac{1}{RCs+1} \cdot \frac{\frac{Ls}{LCs^2+1}}{R + \frac{Ls}{LCs^2+1}} =$$

$$= \frac{I_0}{T} \frac{\alpha}{s^{\cancel{2}}} \cdot \frac{1}{RCs+1} \cdot \frac{L\cancel{s}}{RLCs^2 + Ls + R} =$$

$$= \frac{I_0}{T} \frac{\alpha L}{s(RCs+1)(RLCs^2+Ls+R)} = \frac{I_0}{T} \frac{\alpha}{R^2C^2} \cdot \frac{1}{s\left(s+\frac{1}{RC}\right)\left(s^2+\frac{1}{RC}s+\frac{1}{LC}\right)}$$

CONT. →

Sostituendo: 10/9/99

$$V_L'(s) = 5\cdot 10^{11}\cdot \frac{1}{s(s+10^4)(s^2+10^4 s+10^8)} =$$

$$= 5\cdot 10^{11}\,\frac{1}{s(s+10^4)(s+5\cdot 10^3+j\,8{,}66\cdot 10^3)(s+5\cdot 10^3-j\,8{,}66\cdot 10^3)}$$

Scomponendo in fratti semplici:

$$V_L'(s) = 5\cdot 10^{11}\cdot\left[\frac{A}{s}+\frac{B}{s+10^4}+\frac{C}{s+5\cdot 10^3+j\,8{,}66\cdot 10^3}+\frac{C^*}{s+5\cdot 10^3-j\,8{,}66\cdot 10^3}\right]$$

da cui: $$A = \frac{1}{10^4\cdot 10^8} = \frac{1}{10^{12}}$$

$$B = \frac{1}{-10^4(\cancel{10^8}-\cancel{10^8}+10^8)} = -\frac{1}{10^{12}}$$

$$C = \frac{1}{-(5\cdot 10^3+j\,8{,}66\cdot 10^3)(10^4-5\cdot 10^3-j\,8{,}66\cdot 10^3)(\cancel{-5\,10^3}-j\,8{,}66\cdot 10^3+\cancel{5\,10^3}-j\,8{,}66\cdot 10^3)}$$

$$C = \frac{1}{10^8(j\,2\cdot 8{,}66\cdot 10^3)} = \frac{1}{j\,1.732\cdot 10^{12}} = -j\,0{,}5774\cdot 10^{-12}$$

$$C^* = j\,0{,}5774\cdot 10^{-12}$$

quindi

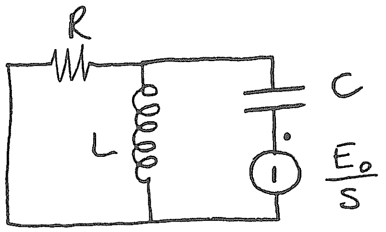
$$V_L'(s) = 5\cdot 10^{11}\cdot 10^{-12}\left[\frac{1}{s}-\frac{1}{s+10^4}-\frac{j\,0{,}5774}{s+5\cdot 10^3+j\,8{,}66\cdot 10^3}+\frac{j\,0{,}5774}{s+5\cdot 10^3+j\,8{,}66\cdot 10^3}\right]$$

L' antitrasformata è del tipo: 10/3/99 ③

$$v'(t) = \left[K_0 - K_1 e^{-\alpha_1 t} - K_2 e^{-\alpha_2 t} \sin(\omega t + \varphi_2)\right] u(t) \quad V$$

Agisce solo $e(t)$:

se $j(t)$ è disattivato allora $i_R(t)$ è nulla quindi:




$$V_L''(s) = \frac{E_0}{S} \cdot \frac{\frac{RLS}{R+LS}}{\frac{1}{CS} + \frac{RLS}{R+LS}} = \frac{E_0}{\cancel{S}} \cdot \frac{RLCS^{\cancel{2}}}{RLCS^2 + LS + R} =$$

$$= E_0 \frac{S}{S^2 + \frac{1}{RC} S + \frac{1}{LC}}.$$

$$V_L''(s) = E_0 \left[\frac{K}{S + 5 \cdot 10^3 + j\, 8{,}66 \cdot 10^3} + \frac{K^*}{S + 5 \cdot 10^3 - j\, 8{,}66 \cdot 10^3}\right]$$

da cui:

$$K = j\, 5{,}774 \cdot 10^{-5} \quad ; \quad K^* = -j\, 5{,}774 \cdot 10^{-5}$$

$$v_L''(t) = \left[10^{-5} E_0\, e^{-\alpha_2 t} \sin(\omega t + \varphi_3)\right] u(t) \quad V$$

Sommando gli effetti ed aggiungendo il contributo dovuto al 2° termine in cui abbiamo scomposto la forma d'onda di $j(t)$ risulta:

$$\boxed{v_L(t) = v_L'(t) - v_L'(t-T) + v_L''(t)}$$

(Per ottenere $v_L'(t-T)$ occorre traslare nel tempo la $v'(t) \cdot u(t)$ e cambiarla di segno.)

000005

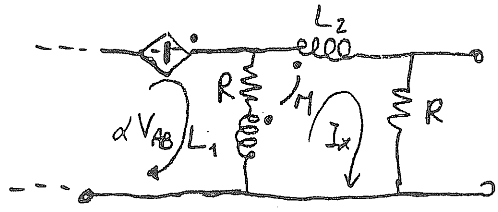
ESERCIZIO N° 2 10/9/99 

$$-\alpha V_{AB} = V_{AB}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}+Cs\right)-\left(\frac{1}{R}+Cs\right)V_i$$

$$\left(\frac{1}{R}+Cs\right)V_i = V_{AB}\left(\alpha+\frac{2}{R}+Cs\right)$$

$$V_i\left(\frac{1+RCs}{\cancel{R}}\right) = V_{AB}\left(\frac{\alpha R+2+RCs}{\cancel{R}}\right)$$

$$V_{AB} = V_i\left[\frac{RCs+1}{RCs+\alpha R+2}\right]$$




$$0 = (R+L_1 s+L_2 s-2Ms)I_x-(R+L_1 s)\alpha V_{AB}+Ms\alpha V_{AB}$$

$$I_x = \alpha V_{AB}\,\frac{R+(L_1-M)s}{2R+(L_1+L_2-2M)s}$$

$$V_u = RI_x = R\alpha V_i\cdot\frac{RCs+1}{RCs+\alpha R+2}\cdot\frac{R+(L_1-M)s}{2R+(L_1+L_2-2M)s}$$

$$W(s) = \alpha R\cdot\frac{L_1-M}{L_1+L_2-2M}\cdot\frac{s+\frac{1}{RC}}{s+\frac{2+\alpha R}{RC}}\cdot\frac{s+\frac{R}{L_1-M}}{s+\frac{2R}{L_1+L_2-2M}}$$

Per lo studio della stabilità:

$2+\alpha R>0 \Rightarrow$ stabilità

$\alpha = -\frac{2}{R} \Rightarrow$ marginale stabilità

altrimenti $\Rightarrow$ instabilità.

000006

Per $\alpha = -0{,}2$ disegno i diagrammi di Bode di ampiezza e fase: (5)

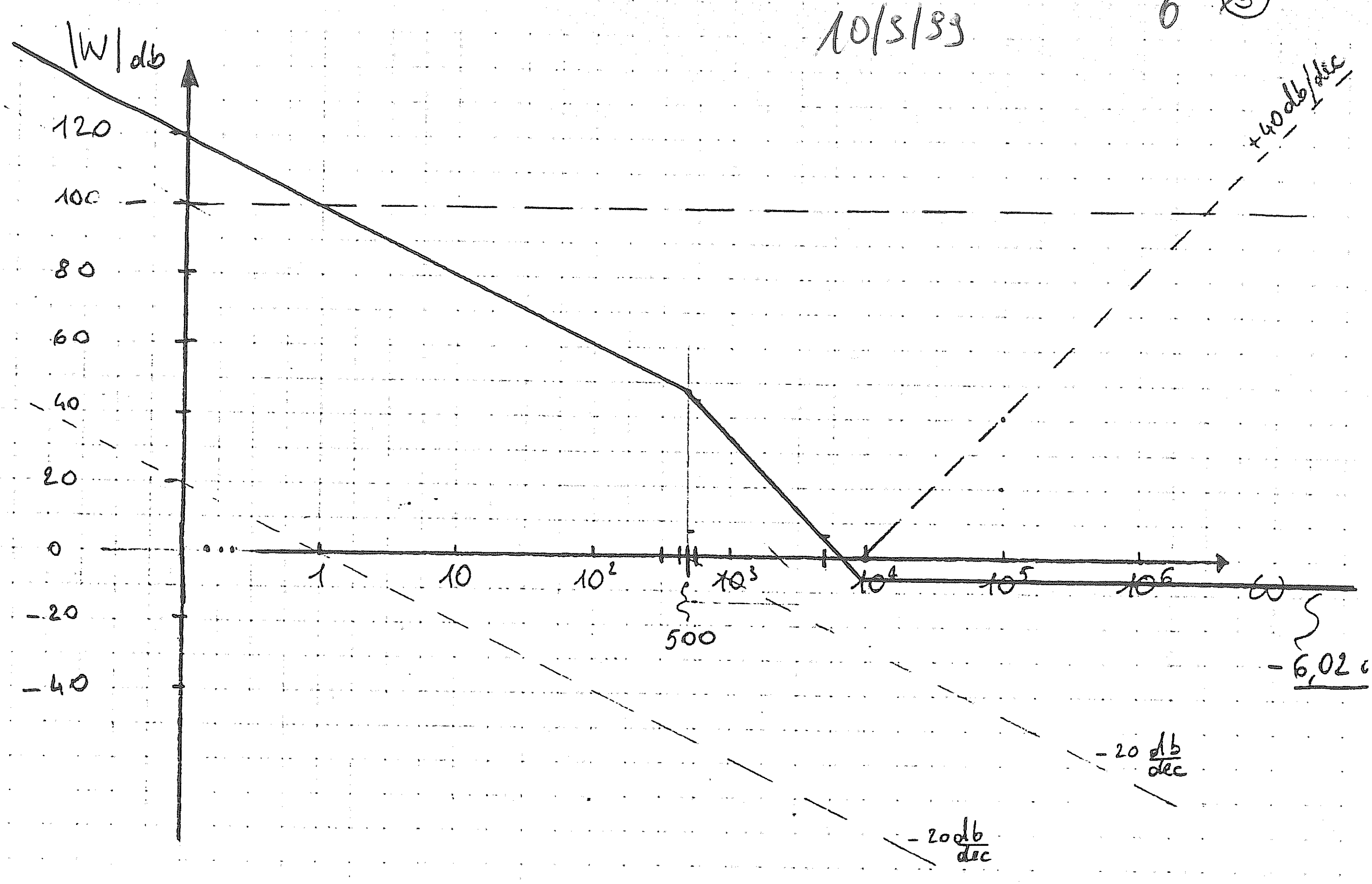
10/3/93

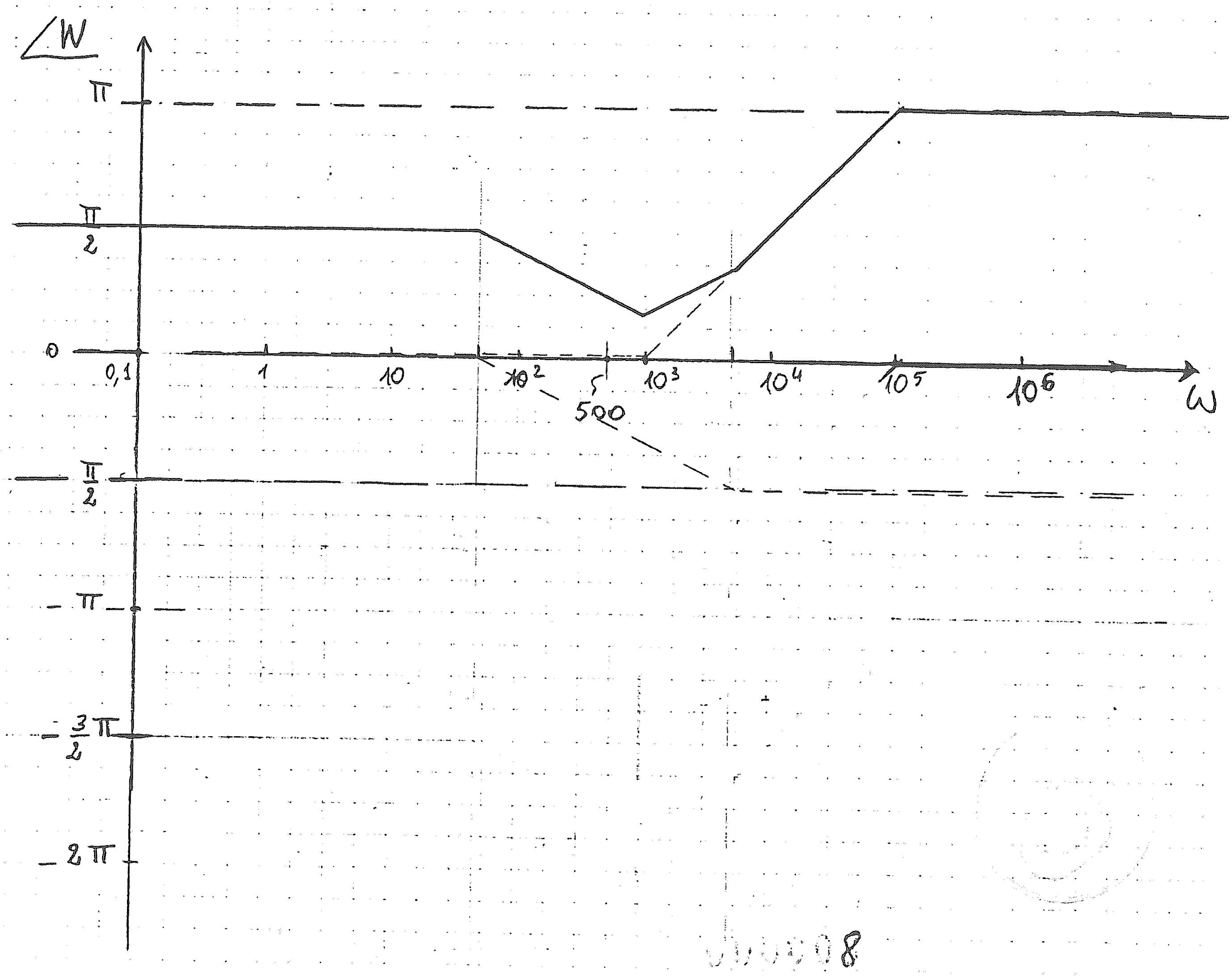
$$W(s) = -0{,}5 \cdot \frac{s+10^4}{s} \cdot \frac{s+10^4}{s+500}$$

$$W(j\omega) = -\frac{\cancel{0{,}5}\cdot 10^4 \cdot 10^4}{\cancel{0{,}5}\cdot \cancel{10^3}} \cdot \frac{\frac{j\omega}{10^4}+1}{j\omega} \cdot \frac{\frac{j\omega}{10^4}+1}{\frac{j\omega}{5\cdot 10^2}+1}$$

$$W(j\omega) = -10^5 \cdot \frac{\left(\frac{j\omega}{10^4}+1\right)^2}{j\omega\left(\frac{j\omega}{5\cdot 10^2}+1\right)}$$

10/3/99 6 3




000908

ESERCIZIO N° 3

10/3/99 7 ~~1~~

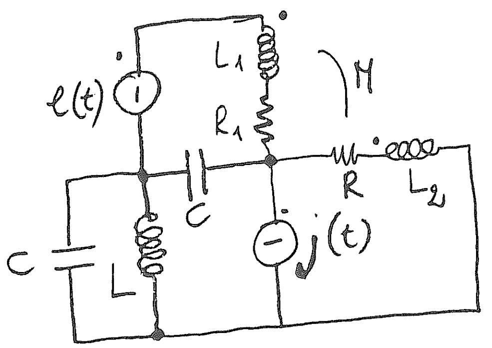
Calcolo i parametri del circuito magnetico:

$$\mathcal{R} = \frac{l_{fe}}{\mu_0 \mu_{fe} S} + \frac{l_{aria}}{\mu_0 S} = 1{,}0445 \cdot 10^{7} \ H^{-1}$$

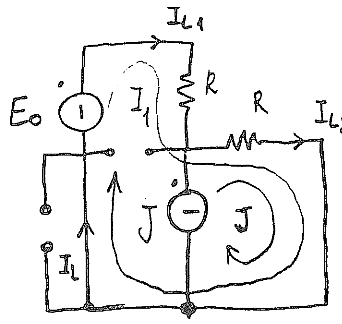
$$L_1 = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}} = 9{,}57 \cdot 10^{-4} \ H \ ; \ L_2 = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}} = 0{,}0038 \ H$$

$$M = \frac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} = \sqrt{L_1 L_2} = 0{,}0019 \ H$$

Il circuito elettrico equivalente diviene:




calcoliamo le componenti continue:




$$E_0 = 2RI_1 + RJ$$

$$I_{L1} = I_1 = \frac{E_0 - RJ}{2R} = -2 \ A$$

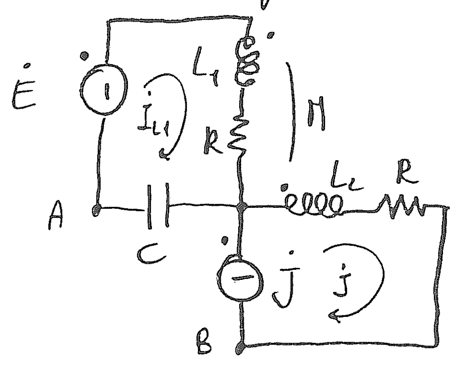
$$I_{L_2} = I_1 + J = \frac{E_0}{2R} + \frac{J}{2} = 4 \ A$$

$$I_L = I_1 = -2 \ A$$

Calcolo delle componenti sinusoidali. 10/3/99 (8) (2)

Alla pulsazione $\omega = 500 \frac{rad}{sec}$ il gruppo L-C è in risonanza.

Il circuito equivalente è:




$\dot{E} = 30\, e^{j\pi/6}$

$\dot{J} = 5\, e^{j\pi/4}$

$$\dot{E} = \left(R + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C}\right)\dot{I}_{L1} + j\omega M \dot{J}$$

$$\dot{I}_{L1} = \frac{\dot{E} - j\omega M \dot{J}}{R + j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C}} = 0,96 + j\,2,08 \text{ A} \quad ; \quad \dot{I}_{L2} = \dot{J}$$

$$\dot{V}_{AB} = -\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_{L1} + (R + j\omega L_2)\dot{J} + j\omega M \dot{I}_{L1} = 5,84 + j\,52,65 \text{ V}$$

$$\dot{I}_L = -\frac{\dot{V}_{AB}}{j\omega L} = -5,26 + j\,0,58 \text{ A}$$

Il flusso ha una componente sinusoidale ed una continua. Entrambe vanno calcolate con Hopkinson:

$$\Phi_{cont} = \frac{f.m.m_{cont.}}{\mathcal{R}} = \frac{N_1 I_{L1} + N_2 I_{L2}}{\mathcal{R}} = 0,0574 \text{ mWb}$$

$$\dot{\Phi}_{sin} = \frac{f.m.m._{sin.}}{\mathcal{R}} = \frac{N_1 \dot{I}_{L1} + N_2 \dot{I}_{L2}}{\mathcal{R}} = 7,69 \cdot 10^{-5} + j\,8,76 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

$$\phi(t) = 0,0574 + 0,165 \cdot \sin(500t + 0,85) \text{ mWb}$$

...010

Il valor medio dell' energia immagazzinata nel nucleo magnetico è:

$$W_{m_{nucleo}} = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 + M I_1 I_2 +$$

$$+ \frac{1}{2} L_1 I_{L1}^2 + \frac{1}{2} L_2 I_{L2}^2 + M I_{L1} I_{L2} \cos(\widehat{I_{L1} I_{L2}}) =$$

$$= 0{,}0171 + 0{,}0477 = 0{,}0648 \ \underline{\text{Joule}}$$

Il valor medio dell' energia nell'induttore L è:

$$W_L = \frac{1}{2} L I_{L\,cont.}^2 + \frac{1}{2} L I_{L\,sin}^2 = 0{,}0365 \ \underline{\text{Joule}}$$

.....041

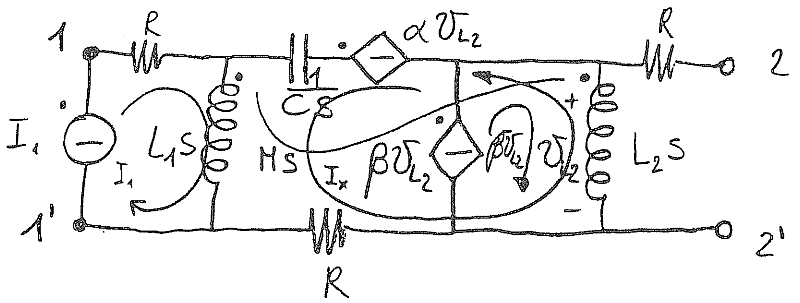
ESERCIZIO N° 4 10/3/99 10

$$\begin{cases} V_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 \\ V_2 = z_{21} I_1 + z_{22} I_2 \end{cases}$$

$z_{11} = \left.\dfrac{V_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$ ; $z_{21} = \left.\dfrac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$ ; prova con generatore di corrente fittizio $I_1$ sulla porta di ingresso e porta di uscita a vuoto;

$z_{22} = \left.\dfrac{V_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$ ; $z_{12} = \left.\dfrac{V_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$ ; prova con generatore di corrente fittizio $I_2$ sulla porta di uscita porta di ingresso a vuoto.

Calcoliamo $z_{11}$ e $z_{21}$ .




$$\begin{cases} \alpha v_{L_2} = \left(R + \dfrac{1}{Cs} + (L_1 + L_2 - 2M)s\right) I_x + (L_1 - M)s\, I_1 - (L_2 - M)s\, \beta v_{L_2} \\ v_{L_2} = -(L_2 - M)s\, I_x + Ms\, I_1 + L_2 s\, \beta v_{L_2} \\ V_1 = (L_1 - M)s\, I_x + (R + L_1 s) I_1 + Ms\, \beta v_{L_2} \end{cases}$$

Sostituendo $s$ con $j\omega$ (con $\omega = 500 \frac{rad}{sec}$) e sostituendo i valori dei parametri si ottiene:

12

10/3/99 (11) ~~(2)~~

dalla prima equazione:

$$\dot{I}_x = j0{,}5\,\dot{I}_1 + \dot{v}_{L2}(7{,}5 + j10)$$

dalla seconda: (avendo sostituito $\dot{I}_x$)

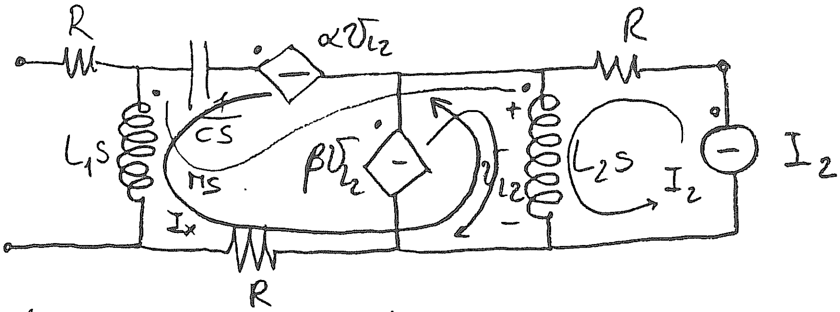
$$\dot{v}_{L2} = -0{,}0319 - j0{,}0242\;\dot{I}_1$$

dalla terza si ha:

$$\dot{V}_1 = (5{,}0062 + j\,0{,}2425)\dot{I}_1 \Rightarrow \boxed{\bar{Z}_{11} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1}\right|_{I_2=0} = 5{,}0062 + j0{,}2425\ \Omega}$$

$$\dot{V}_2 = \dot{v}_{L2} \Rightarrow \boxed{\bar{Z}_{21} = \left.\frac{V_2}{I_1}\right|_{I_2=0} = -0{,}0319 - j0{,}0242\ \Omega}$$

Calcoliamo $Z_{22}$ e $Z_{12}$.




$$\begin{cases} \alpha v_{L2} = \left(R + \frac{1}{CS} + (L_1 + L_2 - 2M)\right) I_x - (L_2 - M)s\,I_2 - (L_2 - M)s\,\beta v_{L2} \\ v_{L2} = -(L_2 - M)s\,I_x + L_2 s\,I_2 + L_2 s\,\beta v_{L2} \\ V_2 = v_{L2} + R\,I_2 \end{cases}$$

Sostituendo $s$ con $j\omega$ (con $\omega = 500\ \frac{rad}{sec}$) e sostituendo i valori dei parametri si ottiene:

... 13

dalla prima equazione: 10/3/99 12 ~~3~~

$$\dot{I}_x = j\,1{,}5\,\dot{I}_2 + \dot{V}_{L_2}(7{,}5 + j10)$$

dalla seconda (avendo sostituito $\dot{I}_x$):

$$\dot{V}_{L_2} = (0{,}096 + j\,0{,}072)\,\dot{I}_2$$

dalla terza:

$$\dot{V}_2 = (5{,}096 + j\,0{,}072)\,\dot{I}_2$$ da cui:

$$\boxed{\bar{Z}_{22} = \left.\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0} = 5{,}096 + j\,0{,}072\ \Omega}$$

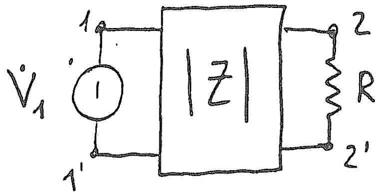
Calcoliamo $\dot{V}_1$:

$$\dot{V}_1 = j\omega(L_1 - M)\,\dot{I}_x + j\omega M\,\dot{I}_2 + j\omega M \beta\,\dot{V}_{L_2}$$ sostituendo:

$$\dot{V}_1 = (3{,}8621 - j\,0{,}6336)\,\dot{I}_2$$ da cui:

$$\boxed{\bar{Z}_{12} = \left.\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2}\right|_{\dot{I}_1=0} = 3{,}8621 - j\,0{,}6336\ \Omega}$$

— . — . —




$$(1)\begin{cases}\dot{V}_1 = \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{12}\dot{I}_2\\ \dot{V}_2 = \bar{Z}_{21}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{22}\dot{I}_2\end{cases} ;\quad (2)\begin{cases}\dot{V}_1 = 30\ \text{V}\\ \dot{V}_2 = -R\dot{I}_2\end{cases}$$

sostituendo la (2) in (1) si ha: $\begin{cases}30 = \bar{Z}_{11}\dot{I}_1 + \bar{Z}_{12}\dot{I}_2\\ \dot{I}_1 = -\dfrac{R + \bar{Z}_{22}}{\bar{Z}_{21}}\dot{I}_2\end{cases}$

da cui: $\dot{I}_2 = -0{,}0195 - j\,0{,}0131$ A ; $\dot{I}_1 = 5{,}91 - j\,0{,}285$ A

$\boxed{\bar{S}_{gen} = \dot{V}_1 \dot{I}_1^* = 177{,}5 + j\,8{,}552\ \text{VA}}$ Quindi la $\boxed{P_{attiva} = \mathrm{Re}\{\bar{S}\} = 177{,}5\ \text{W}}$

$\boxed{P_{resist} = R|\dot{I}_2|^2 = 175{,}5\ \text{W}}$

16