

# **Algebra e Calcolo**

## **Relazionale**

### ***Esercizi***

# Esercizio

- Considerare una relazione  $R(A, \underline{B}, \underline{C}, D, E)$ . Indicare quali delle seguenti proiezioni hanno certamente lo stesso numero di  $n$ -uple di  $R$ :
  - $\pi_{ABCD}(R)$
  - $\pi_{AC}(R)$
  - $\pi_{BC}(R)$
  - $\pi_C(R)$
  - $\pi_{CD}(R)$

# Esercizio

- Considerare una relazione  $R(A, \underline{B}, \underline{C}, D, E)$ . Indicare quali delle seguenti proiezioni hanno certamente lo stesso numero di  $n$ -uple di  $R$ :
  - $\pi_{ABCD}(R)$  ✓
  - $\pi_{AC}(R)$  ✗
  - $\pi_{BC}(R)$  ✓
  - $\pi_C(R)$  ✗
  - $\pi_{CD}(R)$  ✗

# Esercizio

- Considerare le seguenti relazioni (tutte senza valori nulli):
  - $R_1(\underline{A}, B, C)$  con vincolo di integrità referenziale fra  $C$  e  $R_2$  e con cardinalità  $N_1 = 100$
  - $R_2(\underline{D}, E, F)$  con vincolo di integrità referenziale fra  $F$  e  $R_3$  e con cardinalità  $N_2 = 200$
  - $R_3(\underline{G}, H, I)$  con cardinalità  $N_3 = 50$
- Indicare la cardinalità del risultato di ciascuna delle seguenti espressioni:
  1.  $\pi_{AB}(R_1)$
  2.  $\pi_E(R_2)$
  3.  $\pi_{BC}(R_1)$
  4.  $\pi_G(R_3)$

# Esercizio

1.  $\pi_{AB}(R_1) = 100$

- La proiezione coinvolge la chiave della relazione

2.  $1 \leq \pi_E(R_2) \leq 200$

- Cardinalità minima 1 in quanto non possono essere presenti valori nulli e non essendo coinvolta la chiave tutti i valori di  $E$  potrebbero essere uguali
- Cardinalità massima 200 poiché tutti i valori di  $E$  potrebbero essere diversi ed al più saranno in numero tanti quanti la chiave

3.  $1 \leq \pi_{BC}(R_1) \leq 100$

- 1 come cardinalità minima in quanto non possono essere presenti valori nulli e non essendo coinvolta la chiave tutti i valori della proiezione su  $B$  e  $C$  potrebbero essere uguali
- 100 come cardinalità massima poiché tutti i valori della proiezione su  $B$  e  $C$  potrebbero essere diversi ed al più saranno in numero tanti quanti sono gli elementi della chiave

4.  $\pi_G(R_3) = 50$

- La cardinalità dell'operazione é esattamente 50 poiché  $G$  è chiave per  $R_3$

# Esercizio

- Considerare le seguenti relazioni (tutte senza valori nulli):
  - $R_1(\underline{A}, B, C)$  con vincolo di integrità referenziale fra  $C$  e  $R_2$  e con cardinalità  $N_1 = 100$
  - $R_2(\underline{D}, E, F)$  con vincolo di integrità referenziale fra  $F$  e  $R_3$  e con cardinalità  $N_2 = 200$
  - $R_3(\underline{G}, H, I)$  con cardinalità  $N_3 = 50$
- Indicare la cardinalità del risultato di ciascuna delle seguenti espressioni:
  1.  $R_1 \bowtie_{A=D} R_2$
  2.  $R_1 \bowtie_{C=D} R_2$
  3.  $R_3 \bowtie_{I=A} R_1$

# Esercizio

1.  $0 \leq R_1 \bowtie_{A=D} R_2 \leq 100$

- 0 come cardinalità minima in quanto il join potrebbe essere vuoto
- 100 come cardinalità massima poiché al più tutti i valori di  $A$  si combineranno al più con un valore di  $D$  poiché sia  $A$  che  $D$  sono delle chiavi per le due relazioni

2.  $R_1 \bowtie_{C=D} R_2 = 100$

- La cardinalità dell'operazione è esattamente 100 poiché esiste un vincolo di integrità referenziale tra  $C$  e  $D$  e quindi ogni valore di  $C$  si combina con esattamente un valore di  $D$

3.  $0 \leq R_3 \bowtie_{I=A} R_1 \leq 50$

- La cardinalità dell'operazione è compresa tra 0 e 50 poiché al più ogni valore di  $I$  si combina con esattamente un valore di  $A$

# Esercizio

- Considerare le seguenti relazioni (tutte senza valori nulli):
  - $R_1(\underline{A}, B, C)$  con vincolo di integrità referenziale fra  $C$  e  $R_2$  e con cardinalità  $N_1 = 100$
  - $R_2(\underline{D}, E, F)$  con vincolo di integrità referenziale fra  $F$  e  $R_3$  e con cardinalità  $N_2 = 200$
  - $R_3(\underline{G}, H, I)$  con cardinalità  $N_3 = 50$
- Indicare la cardinalità del risultato di ciascuna delle seguenti espressioni:
  1.  $(R_3 \bowtie_{I=A} R_1) \bowtie_{C=D} R_2$
  2.  $(R_3 \bowtie_{I=A} R_1) \bowtie_{C=E} R_2$



# Esercizio

1.  $0 \leq (R_3 \bowtie_{I=A} R_1) \bowtie_{C=D} R_2 \leq 50$

- La cardinalità della primo join è compresa tra 0 e 50
- La cardinalità del secondo join rimane invariata rispetto a quella ottenuta con il primo in quanto ogni valore di  $C$  si combina esattamente con un valore di  $D$  e sarà quindi compresa tra 0 e 50

2.  $0 \leq (R_3 \bowtie_{I=A} R_1) \bowtie_{C=E} R_2 \leq 10000$

- La cardinalità della primo join è compresa tra 0 e 50
- La cardinalità del secondo join sarà compresa tra 0 e 10000 in quanto se i valori di  $C$  e  $E$  sono tutti diversi si avrà un join vuoto, mentre se sono tutti uguali si avrà il prodotto cartesiano delle tuple

# Esercizio

- Con riferimento al seguente schema di base di dati:
  - CITTÀ (Nome, Regione, Abitanti)
  - ATTRAVERSAMENTI (Città, Fiume)
  - FIUMI (Fiume, Lunghezza)
- Formulare, in algebra relazionale, la seguente interrogazione:
  - Visualizza nome, regione e abitanti per le città che hanno più di 50000 abitanti e sono attraversate dal Po oppure dall'Adige.

# Esercizio

- Con riferimento al seguente schema di base di dati:
  - CITTÀ (Nome, Regione, Abitanti)
  - ATTRAVERSAMENTI (Città, Fiume)
  - FIUMI (Fiume, Lunghezza)
- Formulare, in algebra relazionale, la seguente interrogazione:
  - Visualizza nome, regione e abitanti per le città che hanno più di 50000 abitanti e sono attraversate dal Po oppure dall'Adige.

$\Pi_{\text{Nome, Regione, Abitanti}} ( \sigma_{(\text{Fiume}=\text{"Po"}) \vee (\text{Fiume}=\text{"Adige"})}(\text{ATTRAVERSAMENTO}) \bowtie \Join_{\text{Città}=\text{Nome}} \sigma_{\text{Abitanti} > 50000}(\text{CITTÀ}) )$

# Esercizio

- Con riferimento al seguente schema di base di dati:
  - CITTÀ (Nome, Regione, Abitanti)
  - ATTRAVERSAMENTI (Città, Fiume)
  - FIUMI (Fiume, Lunghezza)
- Formulare, in algebra relazionale, la seguente interrogazione:
  - Trovare le città che sono attraversate da (almeno) due fiumi, visualizzando il nome della città e quello del più lungo di tali fiumi.

# Esercizio

- Con riferimento al seguente schema di base di dati:
  - CITTÀ (Nome, Regione, Abitanti)
  - ATTRAVERSAMENTI (Città, Fiume)
  - FIUMI (Fiume, Lunghezza)
- Formulare, in algebra relazionale, la seguente interrogazione:
  - Trovare le città che sono attraversate da (almeno) due fiumi, visualizzando il nome della città e quello del più lungo di tali fiumi.

$$\Pi_{\text{Città}, \text{Fiume}} (\sigma_{\text{Fiume} \neq \text{Fiume}_1} (\text{ATTRAVERSAMENTO} \bowtie_{\text{Città}=\text{Città}_1} \rho_{\text{Città}_1, \text{Fiume}_1 \leftarrow \text{Città}, \text{Fiume}} (\text{ATTRAVERSAMENTO})))) -$$

$$\begin{aligned} & \Pi_{\text{Città}, \text{Fiume}} (\sigma_{(\text{Fiume} \neq \text{Fiume}_1) \wedge (\text{Lughezza} < \text{Lughezza}_1)} ((\text{FIUMI} \bowtie_{\text{Città}=\text{Città}_1} \text{ATTRAVERSAMENTO})) \\ & \bowtie_{\text{Città}=\text{Città}_1} \rho_{\text{Città}_1, \text{Fiume}_1, \text{Lughezza}_1 \leftarrow \text{Città}, \text{Fiume}, \text{Lughezza}} (\text{FIUMI} \bowtie \text{ATTRAVERSAMENTO})) \end{aligned}$$

# Esercizio

- Considerare lo schema di base di dati contenente le relazioni:
  - Film(CodiceFilm, Titolo, Regista, Anno, CostoNoleggio)
  - Artisti(CodiceAttore, Cognome, Nome, Sesso, DataNascita, Nazionalità)
  - Interpretazioni(CodiceFilm, CodiceAttore, Personaggio)
- Formulare in algebra relazionale, in calcolo su domini, e in calcolo su tuple le interrogazioni che trovano:
  1. i titoli dei film nei quali Henry Fonda sia stato interprete;
  2. i titoli dei film per i quali il regista sia stato anche interprete;
  3. i titoli dei film in cui gli attori noti siano tutti dello stesso sesso.

Regista e  
CodiceAttore  
sono attributi sullo  
stesso dominio

# Soluzione 1

- Film(CodiceFilm, Titolo, Regista, Anno, CostoNoleggio)
- Artisti(CodiceAttore, Cognome, Nome, Sesso, DataNascita, Nazionalità)
- Interpretazioni(CodiceFilm, CodiceAttore, Personaggio)

1. i titoli dei film nei quali Henry Fonda sia stato interprete

Algebra Relazionale:

$$\Pi_{\text{Titolo}}( \text{FILM} \bowtie (\sigma_{(\text{Nome}=\text{"Henry"}) \wedge (\text{Cognome}=\text{"Fonda"})} (\text{ARTISTI}) \bowtie \text{INTERPRETAZIONI} )$$

Calcolo dei Domini:

$$\{ \text{Titolo: t} \mid \text{FILM}(\text{CodiceFilm: fn}, \text{Titolo: t}, \text{Regista: d}, \text{Anno: y}, \text{CostoNoleggio: pc}) \wedge \\ \text{ARTISTI}(\text{CodiceAttore: an}, \text{Cognome: cogn}, \text{Nome: n}, \text{Sesso: s}, \\ \text{DataNascita: b}, \text{Nazionalità: naz}) \wedge \\ \text{INTERPRETAZIONI}(\text{CodiceFilm: fn}, \text{CodiceAttore: an}, \text{Personaggio: ch}) \wedge \\ (\text{cogn} = \text{"Fonda"}) \wedge (\text{n} = \text{"Henry"}) \}$$

Calcolo delle Tuple:

$$\{ \text{F.titolo} \mid \text{F}(\text{FILM}), \text{A}(\text{ARTISTI}), \text{I}(\text{INTERPRETAZIONI}) \mid \\ \text{F.CodiceFilm} = \text{I.CodiceFilm} \wedge \text{A.CodiceAttore} = \text{I.CodiceAttore} \wedge \\ \text{A.Cognome} = \text{"Fonda"} \wedge \text{A.Nome} = \text{"Henry"} \}$$

# Soluzione 2

- Film(CodiceFilm, Titolo, Regista, Anno, CostoNoleggio)
- Artisti(CodiceAttore, Cognome, Nome, Sesso, DataNascita, Nazionalità)
- Interpretazioni(CodiceFilm, CodiceAttore, Personaggio)

2. i titoli dei film per i quali il regista sia stato anche interprete

Algebra Relazionale:

$\Pi_{\text{Titolo}} (\sigma_{(\text{Regista}=\text{CodiceAttore})}(\text{INTERPRETAZIONI} \bowtie \text{FILM}))$

Calcolo dei Domini:

$\{ \text{Titolo: } t \mid \text{FILM ( CodiceFilm : fn, Titolo: t, Regista: d, Anno: y, CostoNoleggio: pc) } \wedge$   
 $\text{INTERPRETAZIONI( CodiceFilm : fn, CodiceAttore:d, Personaggio: ch ) } \}$

Calcolo delle tuple:

$\{ \text{F.Titolo} \mid \text{F(FILM), I(INTERPRETAZIONI)} \mid$   
 $\text{F. CodiceFilm = I. CodiceFilm } \wedge \text{F.Regista=I.CodiceAttore} \}$



# Soluzione 3

- Film(CodiceFilm, Titolo, Regista, Anno, CostoNoleggior)
- Artisti(CodiceAttore, Cognome, Nome, Sesso, DataNascita, Nazionalità)
- Interpretazioni(CodiceFilm, CodiceAttore, Personaggio)

3. i titoli dei film in cui gli attori noti siano tutti dello stesso sesso

Algebra Relazionale:

$\Pi_{\text{Titolo}}(\text{FILM}) -$

$\Pi_{\text{Titolo}}(\text{FILM}) \triangleright \triangleleft \sigma_{\text{Sex} \neq \text{Sex1}}((\text{ARTISTI} \triangleright \triangleleft \text{INTERPRETAZIONI}) \triangleright \triangleleft$   
 $\rho_{\text{Sex1} \leftarrow \text{Sex}}(\Pi_{\text{CodiceFilm}, \text{Sex}}(\text{ARTISTI} \triangleright \triangleleft \text{INTERPRETAZIONI}))$

# Soluzione 3

- Film(CodiceFilm, Titolo, Regista, Anno, CostoNoleggio)
- Artisti(CodiceAttore, Cognome, Nome, Sesso, DataNascita, Nazionalità)
- Interpretazioni(CodiceFilm, CodiceAttore, Personaggio)

3. i titoli dei film in cui gli attori noti siano tutti dello stesso sesso

Calcolo dei Domini:

$$\{ \text{Titolo: } t \mid \begin{aligned} & \text{FILM (CodiceFilm: fn, Titolo:t, Regista:d, Anno: y, CostoNoleggio: pc) } \wedge \\ & \neg \exists t1 (\exists d1 (\exists y1 (\exists pd1 (\text{FILM ( CodiceFilm: fn, Titolo:t1, Regista:d1, Anno: y1, CostoNoleggio:pd1 )} \\ & \wedge \\ & \quad \text{ARTISTI (CodiceAttore: an1, Cognome: sur1, Nome: n1, Sesso: s1,} \\ & \quad \quad \text{DataNascita: b1, Nazionalità :nat1) } \wedge \\ & \quad \text{ARTISTI (CodiceAttore: an2, Cognome: sur2, Nome: n2, Sesso: s2,} \\ & \quad \quad \text{DataNascita: b2, Nazionalità :nat2) } \wedge \\ & \quad \text{INTERPRETAZIONI (CodiceFilm: fn, CodiceAttore: an1, Personaggio: ch1) } \\ & \quad \wedge \\ & \quad \text{INTERPRETAZIONI (CodiceFilm: fn, CodiceAttore: an2, Personaggio: ch2) } \\ & \quad \wedge \\ & \quad (s1 \neq s2) \text{ )} \text{ )} \text{ )} \text{ )} \} \end{aligned}$$

# Soluzione 3

- Film(CodiceFilm, Titolo, Regista, Anno, CostoNoleggior)
- Artisti(CodiceAttore, Cognome, Nome, Sesso, DataNascita, Nazionalità)
- Interpretazioni(CodiceFilm, CodiceAttore, Personaggio)

3. i titoli dei film in cui gli attori noti siano tutti dello stesso sesso

Calcolo delle Tuple:

$$\{ F.Titolo \mid F(FILM) \mid \\ \neg(\exists F1(FILM)(\exists A1(ARTISTI) (\exists A2(ARTISTI) (\exists I1(INTERPRETAZIONI) \\ (\exists I2( INTERPRETAZIONI ) \wedge \\ A1.CodiceAttore=I1.CodiceAttore \wedge F1.CodiceFilm=I1.CodiceFilm \wedge \\ A2.CodiceAttore=I2. CodiceAttore \wedge I1.CodiceFilm =I2.CodiceFilm \wedge \\ A1.Sesso \neq A2.Sesso ))))) \}$$