Esercizio (tratto dal problema 6.5 del Mazzoldi 2)

Un sistema è composto da tre particelle. La prima particella di massa $m_1 = 600\,\mathrm{gr}$ si trova nella posizione individuata dal vettore $\vec{r}_1 = (4\vec{u}_x + 2\vec{u}_y)\,\mathrm{m}$, la seconda di massa $m_2 = 300\,\mathrm{gr}$ si trova in $\vec{r}_2 = -3\vec{u}_x\,\mathrm{m}$, mentre la terza di massa $m_3 = 0.4\,\mathrm{Kg}$ è individuata dal vettore $\vec{r}_3 = (2\vec{u}_x - 2\vec{u}_y)\,\mathrm{m}$. Disegnare il sistema e calcolare la posizione del centro di massa.

SOLUZIONE

Dati Noti:

$$\begin{split} m_1 &= 0.6 \, \mathrm{Kg} \\ m_2 &= 0.3 \, \mathrm{Kg} \\ m_3 &= 0.4 \, \mathrm{Kg} \\ \vec{r}_1 &= \left(4 \vec{u}_x + 2 \vec{u}_y \right) \, \mathrm{m} \\ \vec{r}_2 &= -3 \vec{u}_x \, \mathrm{m} \\ \vec{r}_3 &= \left(2 \vec{u}_x - 2 \vec{u}_y \right) \, \mathrm{m} \end{split}$$

Il centro di massa è definito come

$$\vec{r}_{CM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + m_3 \vec{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \downarrow$$

$$\begin{cases}
x_{CM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \\
y_{CM} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}
\end{cases}$$
(2)

Sostituendo i dati otteniamo

$$x_{CM} = \frac{0.6 \,\text{Kg} \cdot 4 \,\text{m} + 0.3 \,\text{Kg} \cdot (-3 \,\text{m}) + 0.4 \,\text{Kg} \cdot 2 \,\text{m}}{(0.6 + 0.3 + 0.4) \,\text{Kg}} = 1.77 \,\text{m}$$

$$y_{CM} = \frac{0.6 \,\text{Kg} \cdot 2 \,\text{m} + 0.3 \,\text{Kg} \cdot 0 \,\text{m} + 0.4 \,\text{Kg} \cdot (-2 \,\text{m})}{(0.6 + 0.3 + 0.4) \,\text{Kg}} = 0.31 \,\text{m}$$
(3)

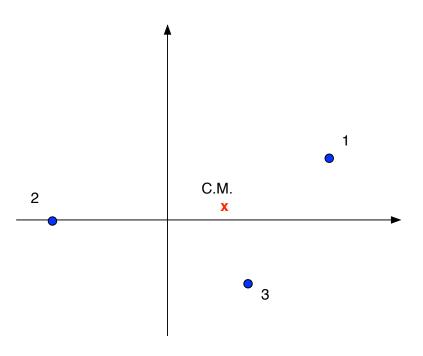


Figure 1: Il centro di massa del sistema di 3 particelle