
Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 20/09/2014



COGNOME NOME

MATRICOLA...

--	--	--	--	--	--

RISPOSTE

1)

--

2)

--

3)

--

4)

--

5)

--

N.B. Le risposte devono essere giustificate e tutto deve essere scritto a penna con la massima chiarezza.

Test di Calcolo Numerico

Ingegneria Informatica 20/09/2014



- 1) Si determini l'errore relativo nel calcolo della funzione

$$f(x, y) = x - y^2 .$$

- 2) È data l'equazione

$$e^{-x} + x^2 - 2 = 0 .$$

Determinare il numero delle radici reali indicando per ciascuna di esse un intervallo di separazione di ampiezza non superiore a 1.

- 3) È data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 5 & i & -2i \\ -i & 0 & 1 \\ 2i & 1 & 1 \end{pmatrix} .$$

- a) La matrice A è hermitiana?
- b) $\lambda = 1 + i$ è autovalore della matrice?
- c) $\lambda = 11$ è autovalore della matrice?

- 4) Determinare i valori reali α per i quali il sistema lineare sovradeterminato

$$\begin{pmatrix} 1 & \alpha \\ 1 & \alpha^2 \\ 2 & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

ha un'unica soluzione nel senso dei minimi quadrati.

- 5) Calcolare il peso a_0 ed il nodo x_0 in modo tale che la formula di quadratura

$$\int_0^1 e^{-x} f(x) dx \simeq a_0 f(x_0)$$

abbia grado di precisione (algebrico) massimo. Indicare il grado di precisione ottenuto.

SOLUZIONE

- 1) Seguendo l'algoritmo $r_1 = y \cdot y$ e $r_2 = x - r_1$ si ha l'errore relativo dato da

$$\epsilon_f = -\frac{y^2}{x-y^2}\epsilon_1 + \epsilon_2 + \frac{x}{x-y^2}\epsilon_x - \frac{2y^2}{x-y^2}\epsilon_y .$$

- 2) Da una semplice separazione grafica si verifica che l'equazione data ha due soluzioni reali $\alpha_1 \in]-1, 0[$ e $\alpha_2 \in]1, \sqrt{2}[$.
- 3) La matrice A è hermitiana.
Il numero $1+i$ non può essere autovalore perché gli autovalori di una matrice hermitiana sono tutti numeri reali.
Il numero 11 non è autovalore di A perché, sul piano complesso, è esterno all'unione dei cerchi di Gershgorin.
- 4) Il sistema ha una unica soluzione nel senso dei minimi quadrati se la matrice dei coefficienti ha rango uguale a 2 (rango massimo). Tale rango si ha per ogni valore reale $\alpha \neq 0$.
- 5) Imponendo che la formula risulti esatta per $f(x) = 1, x$ si ricava $a_0 = \frac{e-1}{e}$ e $x_0 = \frac{e-2}{e-1}$. Il grado di precisione ottenuto è $m = 1$ risultando $E(x^2) \neq 0$.