# 591AA 21/22 – COMPITO, LEZIONI 8 E 9

**Data di scadenza**: Questo compito non sarà raccolto per la valutazione. Invece, circa una settimana dopo che è stato assegnato, le soluzioni saranno pubblicate.

Questi problemi sono trascritti da “Schaum’s Outlines, Linear Algebra, 3rd ed”, che include anche le soluzioni e molti problemi simili. Puoi trovare questo libro su Scribed e altrove. Purtroppo non sono riuscito a trovare una traduzione italiana di questo libro.

**Problema 1.** [3.22, pg. 100, pdf pg. 108] Risolvi ciascuno dei seguenti sistemi lineari utilizzando l’eliminazione gaussiana:

(a)

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= 3 \\ x + 3y + z &= 5 \\ 3x + 8y + 4z &= 17 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} x - 2y + 4z &= 2 \\ 2x - 3y + 5z &= 3 \\ 3x - 4y + 6z &= 7 \end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned} x + y + 3z &= 1 \\ 2x + 3y - z &= 3 \\ 5x + 7y + z &= 7 \end{aligned}$$

**Problema 2.** [3.23, pg. 101, pdf pg. 109] Trova la soluzione generale del seguente sistema lineare. Siano $x_3$ e $x_5$ le variabili indipendenti

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - 3x_3 - 2x_4 + 4x_5 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 - 8x_3 - x_4 + 6x_5 &= 4 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 5x_4 + 2x_5 &= 8 \end{aligned}$$

**Problema 3.** [3.26, pg 103, pdf pg. 111] Trova una base per le soluzioni del seguente sistema lineare: [Metodo: Algoritmo per trovare la base di $\ker(A)$, Lezione 9, pg 6].

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 3x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 6x_2 - 7x_3 + 4x_4 &= 0 \\ 5x_1 + 10x_2 - 11x_3 + 6x_4 &= 0 \end{aligned}$$

*Nota:* L’autore dice qualcosa di sbagliato nella soluzione della parte (b) di questo problema nel libro. Lo spazio vettoriale zero $\{0\}$ ha dimensione zero. La base di $\{0\}$ è l’insieme vuoto.

**Problema 4.** [4.41, pg. 150, pdf pg. 158] Trova una base per lo spazio delle righe di ciascuna delle seguenti matrici.

(a)
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 6 & -3 & -3 \\ 3 & 10 & -6 & -5 \end{pmatrix}$$

(b)
$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -2 & -3 \\ 1 & 4 & 3 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -4 & -7 & -3 \\ 3 & 8 & 1 & -7 & -8 \end{pmatrix}$$

[Metodo: Algoritmo per trovare una base di r(A), pg 5, Lezione 9.]

**Problema 5.** [4.30 & 4.31, pg 147, pdf pg 155] Trova una base per lo span lineare dei seguenti insiemi di vettori

(a)
$$u_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad u_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} u_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}$$

(b)
$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad v_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 3 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$$

[Metodo: Algoritmo per trovare una base di Im(A), pg. 6, Lezione 9]

**Problema 6.** [7.11, pg. 258, pdf 266]: Trova una base per il complemento ortogonale dello span lineare dei seguenti vettori in $\mathbb{R}^5$:

$$u = (1, 2, 3, -1, 2), \quad v = (2, 4, 7, 2, -1)$$

Usa il prodotto scalare standard su $\mathbb{R}^5$: $((x_1, \ldots, x_5), (y_1, \ldots, y_5)) = x_1y_1 + \cdots + x_5y_5$.
[Metodo: Algoritmo per trovare il complement ortogonale, pg. 7, Lezione 9]

**Problema 7.** [4.10 & 4.11, pg. 141, pdf pg 149] Verificare che i seguenti sottoinsiemi di funzioni W siano un sottospazio dello spazio vettoriale dato V:

(a) $V = \mathbb{R}[x]$, $W =$ polinomi di grado maggiore o uguale a 6 e il polinomio zero. [Il grado del polinomio zero è indefinito perché non ha termini].
(b) $V = \{\text{funzioni } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$ $(= \mathbb{R}^{\mathbb{R}})$, $W = \{f \in V \mid f(1) = f(3)\}$.
(c) $V = \{\text{funzioni } f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\}$, $W = \{f \in V \mid f(-x) = f(x)\}$.