Il campo elettrico

- La forza elettrica esiste soltanto **nel momento in cui due cariche** “entrano in contatto”. Ma cosa significa “entrare in contatto”?

- La forza **agisce a distanza**, dunque essere “in contatto” vuol dire che la distanza *R* tra i due corpi non deve essere così grande da rendere la forza trascurabile

- C’è un altro modo di descrivere ed interpretare l’interazione tra le particelle: possiamo dire che **una carica genera un campo di forze (il CAMPO ELETTRICO) nello spazio circostante**

- Nel momento in cui una seconda carica **ENTRA nel CAMPO di FORZE generato dalla prima, si genera una forza tra le due cariche**

- Il concetto di **CAMPO di FORZA** fu elaborato dai grandi scienziati britannici M. Faraday e J.C. Maxwell, i padri dell’elettromagnetismo classico

Michael Faraday
(Londra, 1791 – 1867)

James Clerk Maxwell
(Edimburgo 1831-1879)

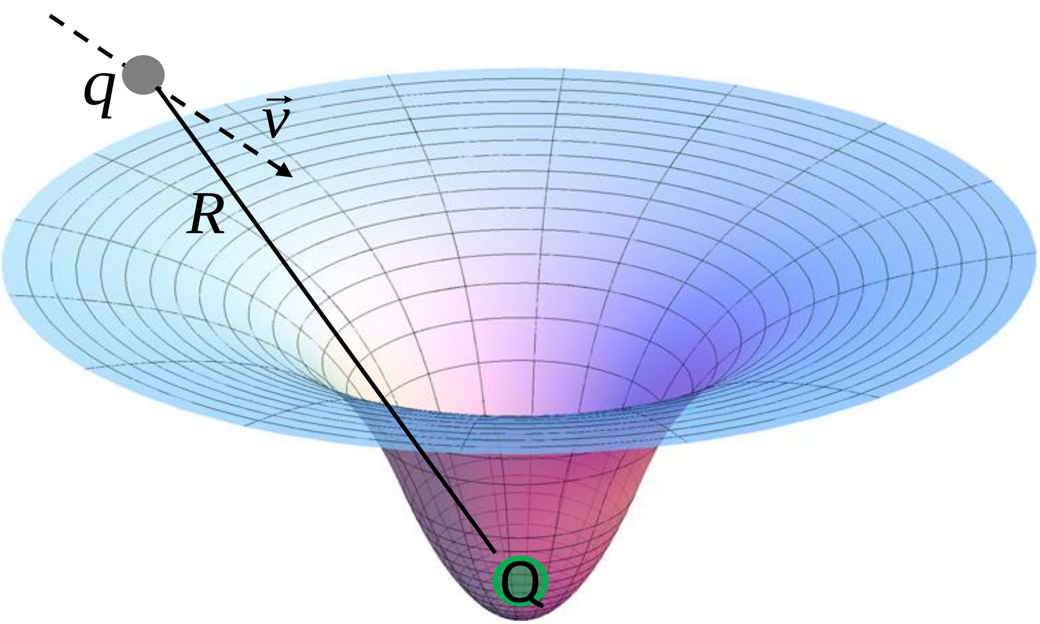
Il campo elettrico

Una carica *Q* **MODIFICA lo SPAZIO CIRCOSTANTE**, generando un **CAMPO ELETTRICO** attorno a sé; in un punto distante *R* dalla carica *Q* questo campo vale:

$$\vec{E} = k \frac{Q}{R^2} \hat{r}$$

Il campo elettrico è del tutto analogo al campo gravitazionale generato da una massa M:

$$\vec{a} = G \frac{M}{R^2} \hat{r}$$



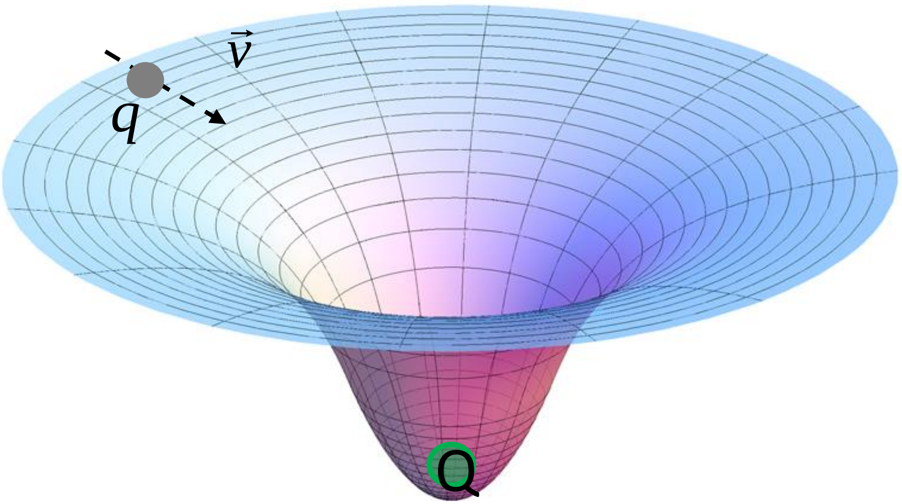
Il campo è come una RETE gettata nello spazio dalla carica (o dalla massa): quando una seconda particella entra nel campo, subisce una forza dovuta all'azione del campo; nel caso della forza gravitazionale:

$$F = m\,a = G \frac{mM}{R^2}$$

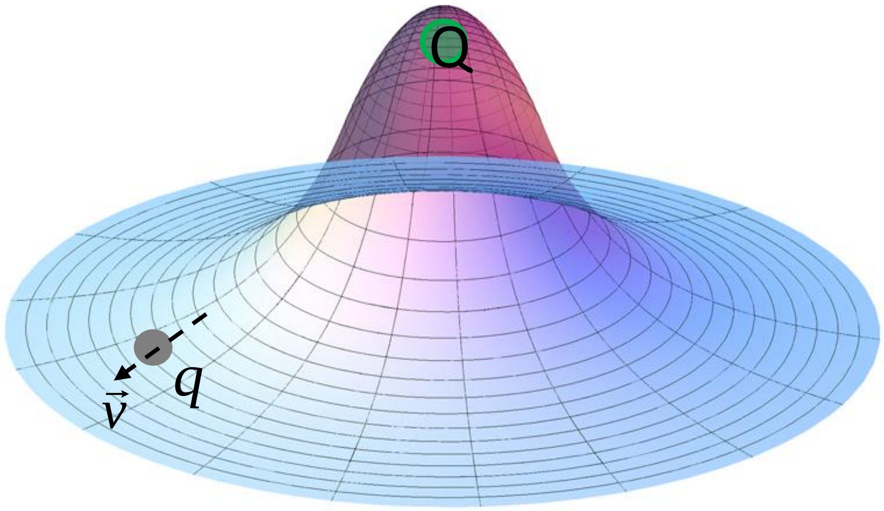
Il campo elettrico

C'è una differenza tra i due campi: nel caso del campo gravitazionale, la 'RETE' è sempre attrattiva, ovvero cattura le altre masse; nel caso del campo elettrico, può essere attrattiva o repulsiva

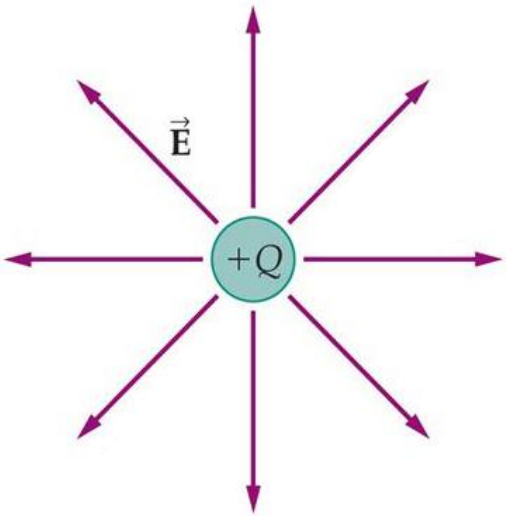
Q, q di segno differente



Q, q di segno uguale



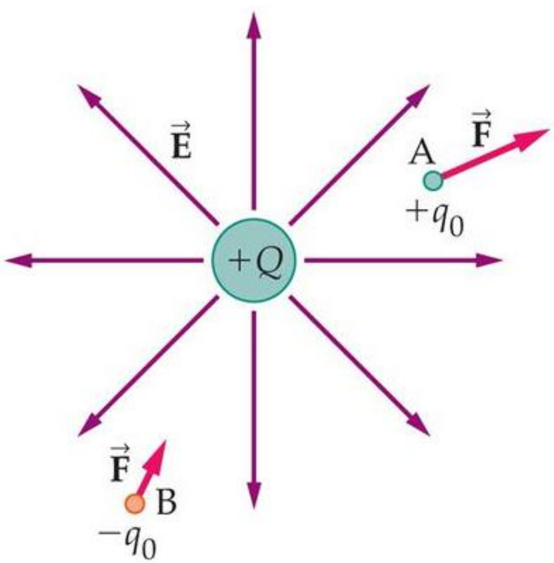
Il campo elettrico della carica puntiforme



1) La presenza di UNA CARICA *Q* crea un **CAMPO ELETTRICO** nello spazio attorno a *Q*; in un **punto distante** *R* dalla carica *Q* questo campo vale:

$$\vec{E} = k\frac{Q}{R^2}\hat{r}$$

il campo **esiste a prescindere dalla presenza di un'altra carica**, ma finché nessuna carica entra nel campo creato da *Q*, nessuna forza è generata



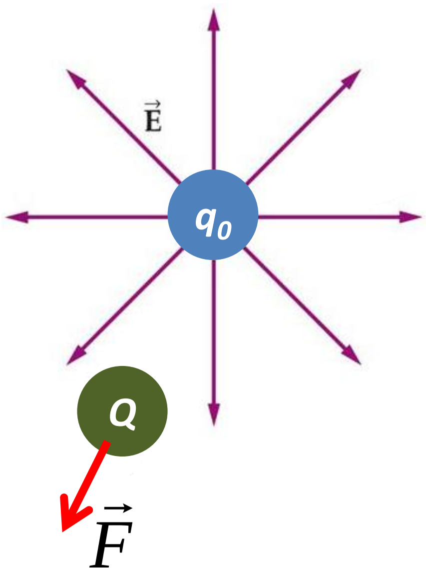
2) Una carica q_0 **ENTRA nel CAMPO** generato da *Q*: su q_0 si genera una forza uguale al prodotto della carica per il campo:

$$\vec{F} = q_0\vec{E}$$

Se q_0 è posizionata a distanza *R* da *Q*, la forza di Coulomb tra *Q* e q_0 è data da:

$$\vec{F} = k\frac{q_0 Q}{R^2}\hat{r}$$

Il campo elettrico della carica puntiforme



E’ ugualmente legittimo considerare prima il campo elettrico creato da q_0:

$$\vec{E} = k\frac{q_0}{R^2}\hat{r}$$

E poi considerare la forza esercitata da questo sulla carica Q quando questa entra nel campo:

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

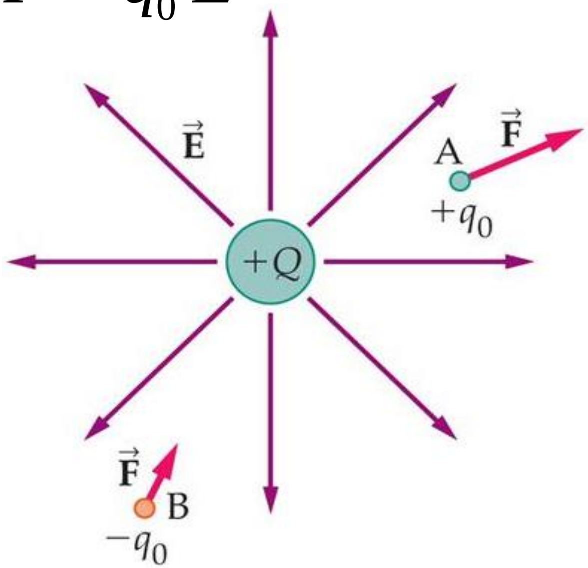
La forza di Coulomb è ovviamente sempre la stessa

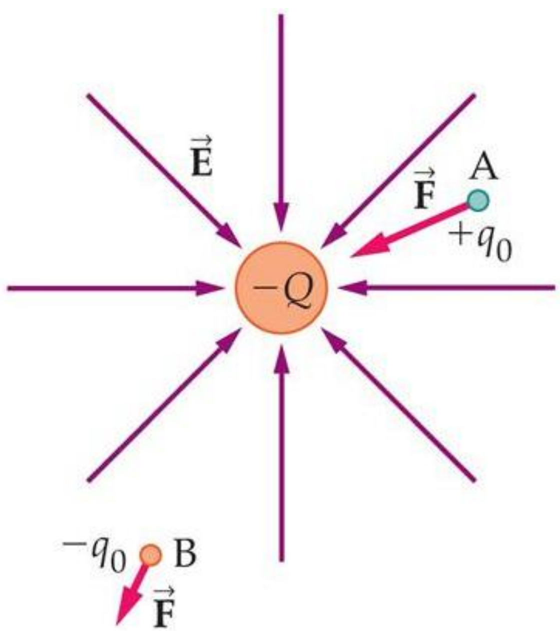
$$\vec{F} = k\frac{q_0 Q}{R^2}\hat{r}$$

- La **forza di Coulomb** tra due cariche puntiformi è uguale al **prodotto di una delle due cariche per il campo elettrico generato dall’altra**
- il **principio di azione e reazione vale per la forza, ma NON per il campo**: il campo è proprietà di UNA specifica carica, per cui cariche diverse generano campi diversi

Linee di forza del campo elettrico

$$\vec{F} = q_0\,\vec{E}$$





- ✓ le **LINEE di FORZA** (o LINEE di FLUSSO) sono un modo semplice e geniale inventato da Faraday per raffigurare il campo elettrico nello spazio: in ogni punto, la **direzione del campo è tangente alla linea di forza;** la freccia indica **il verso del campo**; nel caso della carica puntiforme, il campo elettrico ha **simmetria radiale**
- ✓ per qualsiasi campo elettrico, il **verso del campo** è **sempre USCENTE** dalla carica generatrice se essa è **positiva**, **sempre ENTRANTE** se la carica è **negativa**
- ✓ campo e forza elettrica hanno **stessa direzione,** mentre il verso è concorde se q_0 è positiva, discorde se q_0 è negativa
- ✓ la **densità delle linee di flusso indica l'intensità del campo**; ad esempio, per la carica puntiforme le linee si diradano allontanandosi dalla carica generatrice; questa diradazione raffigura l'andamento $1/R^2$

Unità di misura del campo elettrico

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

$$[E] = \frac{[F]}{[q]} = \frac{N}{C}$$

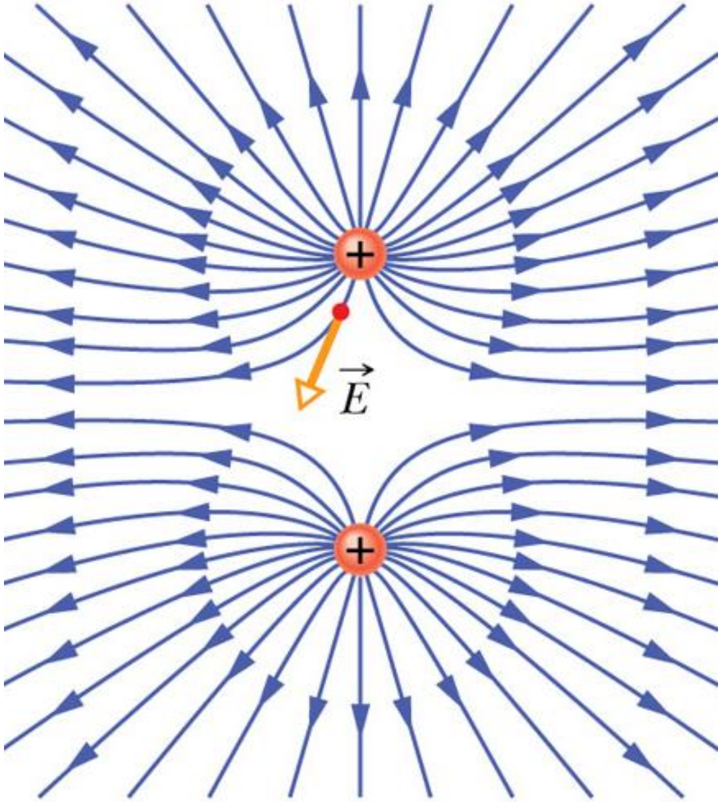
Campo	Valore (N/C)
Sulla superficie di un nucleo di uranio	$3 \cdot 10^{21}$
In un atomo di idrogeno, a un raggio di $5{,}29 \cdot 10^{-11}$ m	$5 \cdot 10^{11}$
Minimo valore per la scarica elettrica in aria	$3 \cdot 10^{6}$
Sul rullo carico di una fotocopiatrice	10^{5}
Vicino a un pettine di plastica caricato	10^{3}
Nella bassa atmosfera	10^{2}
All'interno di un filo di rame in circuiti elettrici domestici	10^{-2}

L'unità di misura del campo elettrico nel Sistema Internazionale è **Newton su Coulomb**

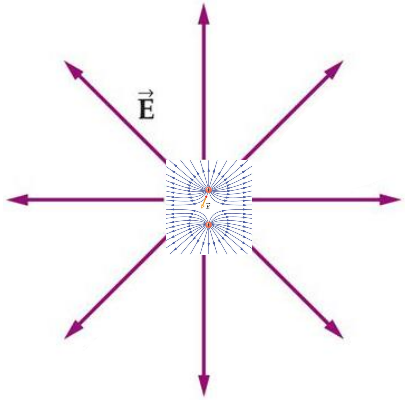
- ✓ All'interno dell'atomo i **campi elettrici sono enormi**
- ✓ all'esterno dell'atomo **NEUTRO** il campo elettrico si annulla a causa della compensazione di carica di protoni ed elettroni
- ✓ Con tempo sereno, i campi presenti in atmosfera sono ~ 10^2 N/C, ma in caso di temporali, in prossimità delle nuvole possono arrivare a ~ 3×10^3 N/C

Coppia di cariche puntiformi identiche

- ✓ Tra le cariche il campo si annulla
- ✓ A corta distanza il campo ha simmetria rotazionale attorno all'asse che congiunge le cariche, ovvero **simmetria cilindrica**

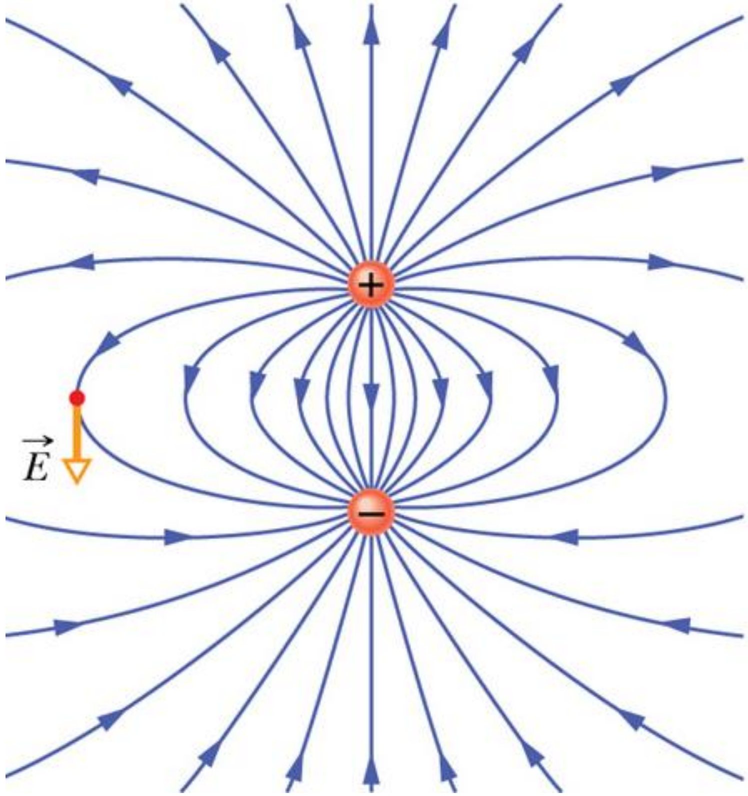


- ✓ Man mano che ci si allontana dal dipolo, la simmetria del campo torna radiale, poiché **a grande distanza** rispetto alla distanza tra le cariche, il campo deve diventare uguale a quello di una **carica puntuale +2q**



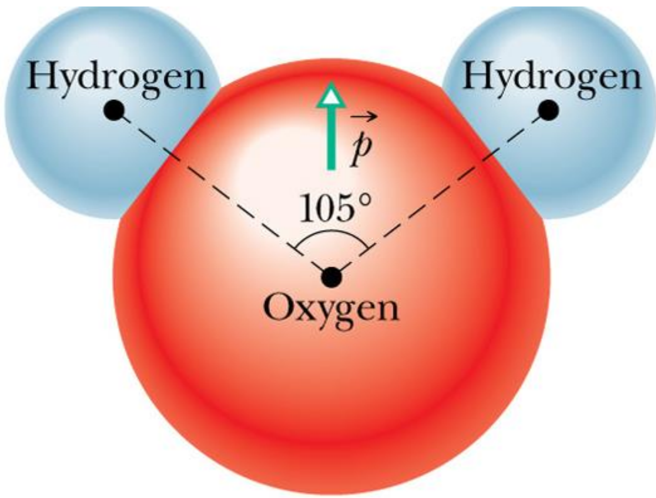
Coppia di cariche uguali in modulo ma di segno opposto: il dipolo elettrico

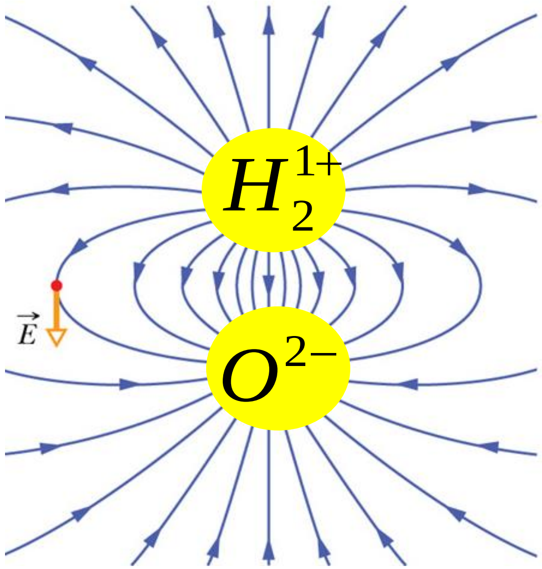
- ✓ Nel dipolo le **linee di flusso sono chiuse**: escono dalla carica positiva ed entrano (in ugual numero, essendo le cariche uguali in modulo) nella carica negativa
- ✓ Nella regione tra le cariche il campo è molto intenso, ma **allontanandosi dal dipolo, le linee si diradano rapidamente**, ovvero il campo tende rapidamente a indebolirsi, causa compensazione delle cariche



Il dipolo elettrico nelle molecole

Il dipolo elettrico è una quantità di **estrema importanza nella fisica e chimica dello stato solido e molecolare**. Molti fenomeni elettrici nei solidi e nei liquidi infatti coinvolgono non cariche singole ma dipoli

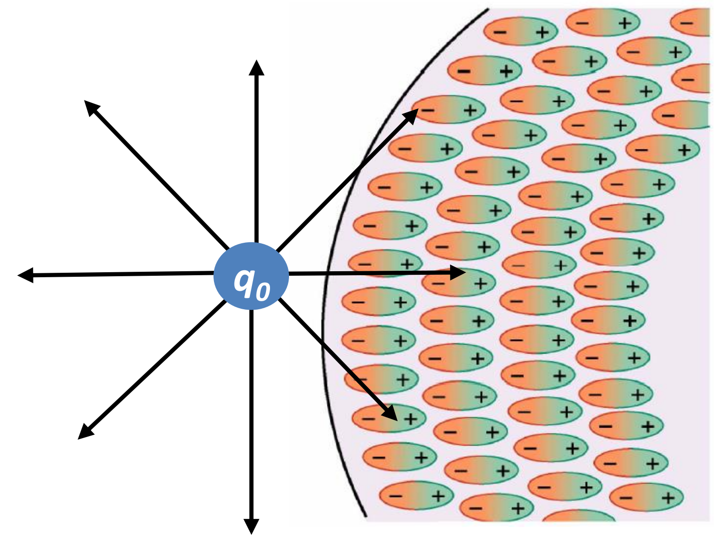


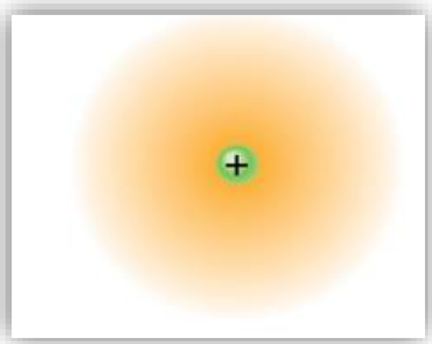


Ad esempio nella molecola dell'acqua H_2O i due idrogeni tendono a perdere gli elettroni, i quali si spostano verso l'ossigeno; in un modello semplificato la molecola quindi si può descrivere come un dipolo, il cui il polo negativo (carico -2*e*) è l'atomo O, ed polo positivo (carico +2*e*) è in posizione intermedia tra gli ossigeni

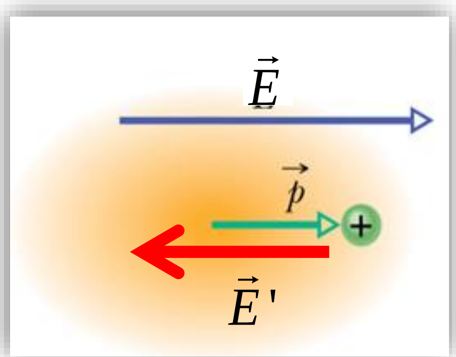
Dipoli di carica nei solidi isolanti

Se si applica un campo elettrico su un materiale isolante neutro, **la materia si POLARIZZA**: in ogni particella (atomo o molecola) di cui è composto il materiale, a causa del campo elettrico il baricentro delle cariche negative si sposta rispetto a quello delle cariche negative, formando un dipolo di carica





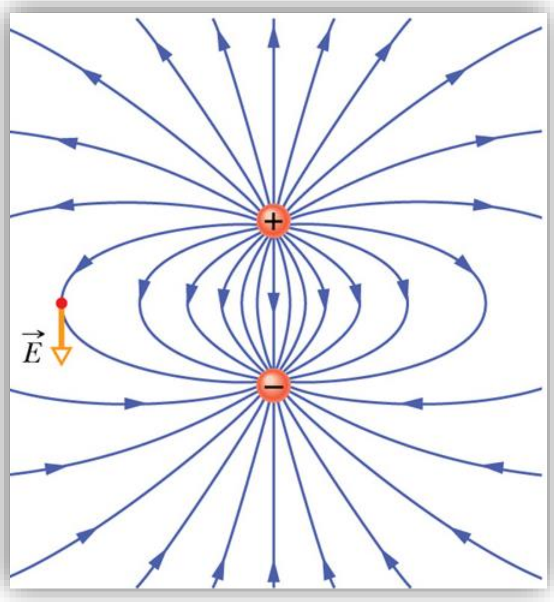
Atomo neutro non polarizzato: la nuvola elettronica (giallo) è centrosimmetrica rispetto al nucleo positivo

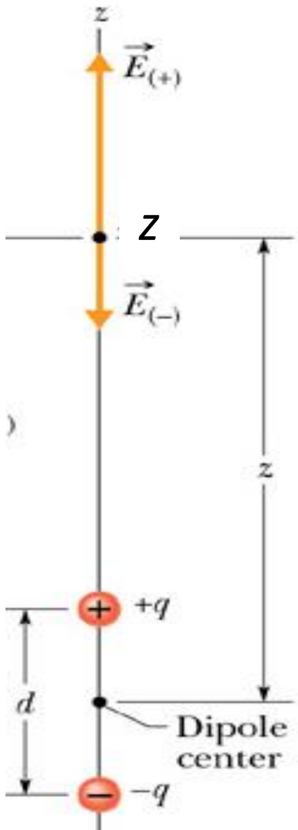


In presenza di campo elettrico ***E*** (blu) l'atomo si polarizza: elettroni e nucleo si spostano in verso opposto formando un dipolo microscopico ***p*** (verde); il campo elettrico ***E'*** del dipolo (rosso) è orientato in verso opposto, ovvero si oppone, al campo esterno

Esercizio di analisi: espressione del campo elettrico generato dal dipolo

Il campo totale generato da due sole cariche è già **troppo complesso per poter essere valutato ANALITICAMENTE in un punto qualsiasi**; ci limitiamo perciò a considerare il campo nei punti dell'asse dipolare z; l'origine di *z* è posta nel centro del dipolo:





$$E(z) = k\frac{q}{\left(z-(d/2)\right)^2} - k\frac{q}{\left(z+(d/2)\right)^2}$$

$$= \frac{kq}{z^2}\left[\frac{1}{\left(1-(d/2z)\right)^2} - \frac{1}{\left(1+(d/2z)\right)^2}\right]$$

Sostituzione di variabile: definisco *x=d/(2z)* cosicché:

$$E(z) = \frac{kq}{z^2}\left[\frac{1}{(1-x)^2} - \frac{1}{(1+x)^2}\right]$$

Esercizio: calcolo del campo del dipolo

Facciamo una semplificazione ulteriore: supponiamo che sia $x << 1$, ovvero che il punto z in cui valutiamo il campo sia distante dalle due cariche; possiamo così sviluppare in serie al 1° ordine in x

$$\frac{1}{1-x} \approx 1+x \qquad \frac{1}{1+x} \approx 1-x \qquad \Rightarrow \frac{1}{(1-x)^2} - \frac{1}{(1+x)^2} \approx 4x$$

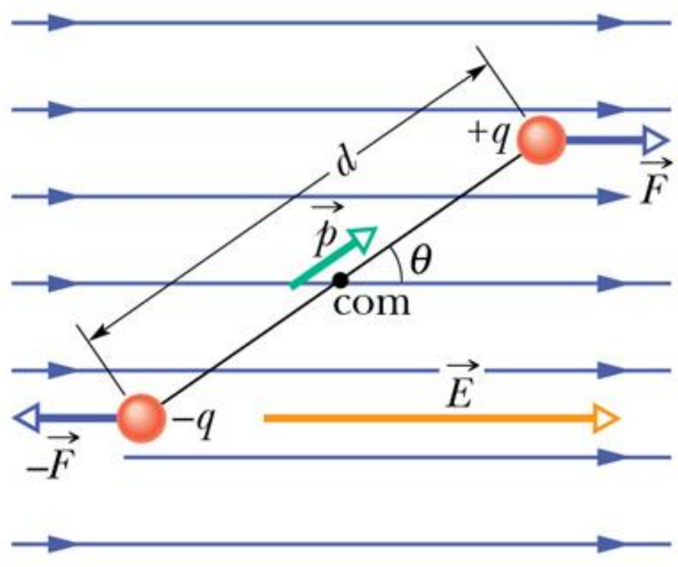
Otteniamo quindi: $$E(z) = \frac{kq}{z^2} 4x = 2k \frac{q\,d}{z^3} \qquad \vec{P} = q\vec{d}$$

Definiamo ***P* momento di dipolo elettrico** (si misura in C·m); dunque il campo generato dal dipolo di carica ***P*** lungo l'asse del dipolo, in punti lontani dal dipolo, è dato da:

$$\vec{E}(z) = 2k \frac{\vec{P}}{z^3}$$

✓***P*** ed ***E*** sono paralleli lungo l'asse z (lo sono anche nel piano mediano tra le cariche, non nelle altre zone dello spazio, si vedano le linee di flusso)
✓ notiamo la dipendenza da z^{-3}: il campo di dipolo si annulla molto prima di quello della carica puntiforme

Dipolo all’interno di un campo uniforme



Consideriamo un dipolo di carica $+q$ e $-q$ all’interno di un campo uniforme: la forza esercitata dal campo elettrico sulle cariche tende a **ruotare le cariche attorno all’asse perpendicolare alle linee di campo,** e ad allineare l’asse del dipolo lungo le linee. Questa coppia di forze esercitata sui poli del dipolo genera un **momento torcente**.

Matematicamente il **momento torcente** è anch’esso un vettore, e si calcola come prodotto vettoriale dei vettori lunghezza del dipolo e forza:

$$\vec{\tau} = \vec{d} \times \vec{F} = \vec{P} \times \vec{E}$$

$$\tau = d\,F\,sen(\theta) = d\,qE\,sen(\theta) = P\,E\,sen(\theta)$$

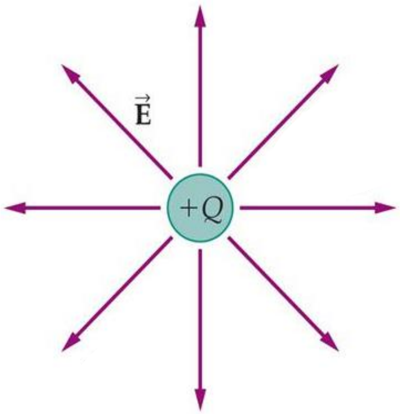
Un **dipolo di carica *P*** all’interno di un campo elettrico subisce una torsione data dal **prodotto vettore del dipolo e del campo elettrico** (NB: ciò è vero in generale, non solo per un campo uniforme !)

Riepilogo: carica puntiforme vs. dipolo

Carica puntiforme: Q

Campo generato dalla carica:

$$\vec{E} = k\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$



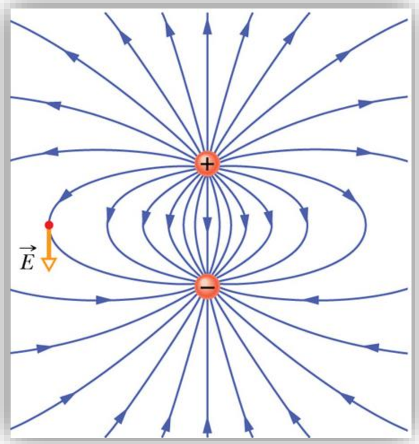
carica all'interno di un campo elettrico ***E***:

$$\vec{F} = Q\vec{E}$$

dipolo: $\vec{P} = Q\vec{d}$

Campo generato dal dipolo:

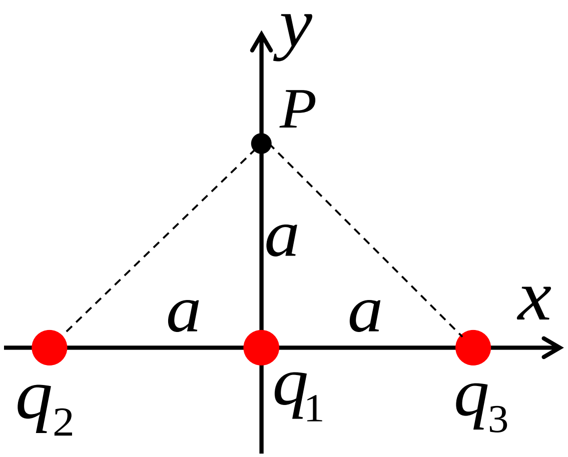
$$\vec{E} = \frac{2k}{z^3}\vec{P}$$

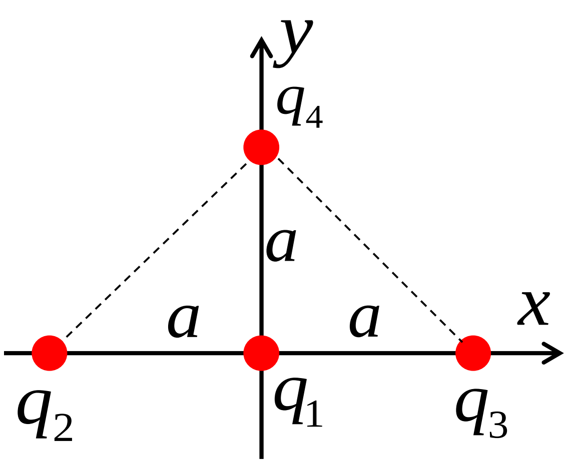


dipolo all'interno di un campo elettrico ***E***:

$$\vec{\tau} = \vec{P} \times \vec{E}$$

Esercizio





Consideriamo 3 cariche in figura con q_1=-q, q_2 = $2q$, q_3 =-$2q$, q=1 μC; sia a =3 cm.

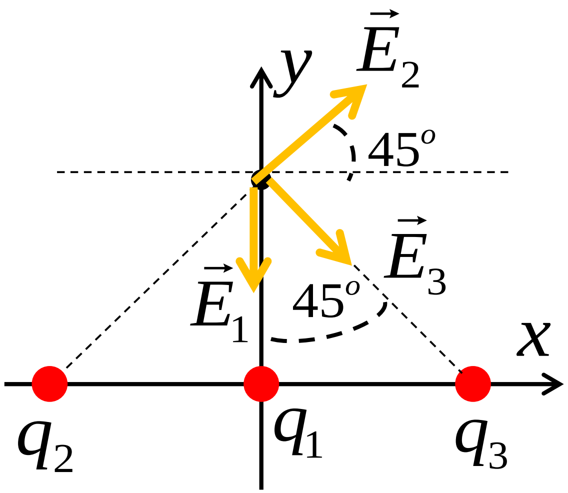
a) Calcolare le componenti lungo gli assi E_x, E_y del campo elettrico totale generato dalle 3 cariche nel punto P (x=0, y=a)

b) Poniamo una quarta carica nel punto P, q_4= 3q; calcolare le componenti lungo gli assi F_x, F_y della forza esercitata dal campo elettrico sulla carica q_4.

c) Di questa forza, calcolare modulo F e angolo α che la forza forma con l'asse x.

d) Disegnare con una freccia la forza in figura, indicando approssimativamente direzione e verso.

Esercizio



Consideriamo separatamente i campi generati nel punto P dalle 3 cariche, espressi in coordinate cartesiane:

$$\vec{E}_1 = -k\frac{q}{a^2}\hat{y}$$

$$\vec{E}_2 = k\frac{2q}{2a^2}\cos(45^o)\hat{x} + k\frac{2q}{2a^2}\sin(45^o)\hat{y}$$

$$\vec{E}_3 = k\frac{2q}{2a^2}\cos(45^o)\hat{x} - k\frac{2q}{2a^2}\sin(45^o)\hat{y}$$

La geometria ci dice che:

$$r_1 = a; \quad r_2 = \sqrt{2}a; \quad r_3 = \sqrt{2}a$$

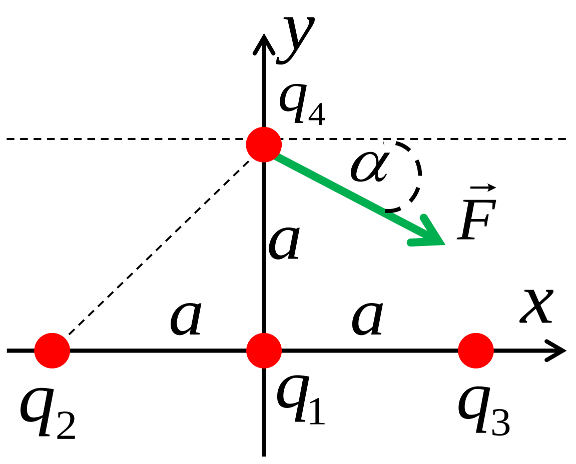
Il campo totale in coordinate cartesiane è quindi:

$$\vec{E} = k\frac{\sqrt{2}q}{a^2}\hat{x} - k\frac{q}{a^2}\hat{y}$$

$$E_x = 9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{\sqrt{2}\mu C}{(3cm)^2} = 1.41\times10^7\frac{N}{C}$$

$$E_y = -9\times10^9\frac{Nm^2}{C^2}\frac{1\mu C}{(3cm)^2} = -1.0\times10^7\frac{N}{C}$$

Esercizio



Forza sulla carica q_4 in coordinate cartesiane:

$$F_x = q_4 E_x = 3\mu C \times 1.41 \times 10^7 \frac{N}{C} = 42.3N$$

$$F_y = q_4 E_y = -3\mu C \times 1.0 \times 10^7 \frac{N}{C} = -30N$$

$$F = \sqrt{4.23^2 + 3^2} \times 10N = 51.9N$$

$$\tan(\alpha) = \frac{F_y}{F_x} = -0.71 \Rightarrow \alpha = -35.3^o$$