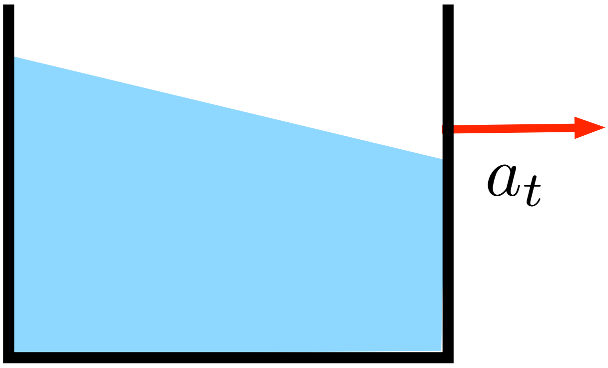
Esercizio **(tratto dall'Esempio 9.12 del Mazzoldi 2)**
Una vasca piena d'acqua avanza con accelerazione a_t orizzontalmente. Calcolare l'inclinazione della superficie libera.



Fabrizio Dolcini (http://staff.polito.it/fabrizio.dolcini/)
Dipartimento di Scienza Applicata e Tecnologia, Politecnico di Torino - Esercitazioni di Fisica I

SOLUZIONE

- La superficie dell'acqua è una superficie a pressione costante (isobarica). Se non lo fosse, non rimarrebbe tale. Le superfici isobariche coincidono con le superfici equipotenziali. Pertanto dobbiamo trovare le superfici equipotenziali.

- Mettiamoci nel sistema di riferimento (NON inerziale) della vasca e consideriamo le forze che agiscono su un qualunque corpo di massa m. L'energia potenziale $U(x, y, z)$ deve soddisfare

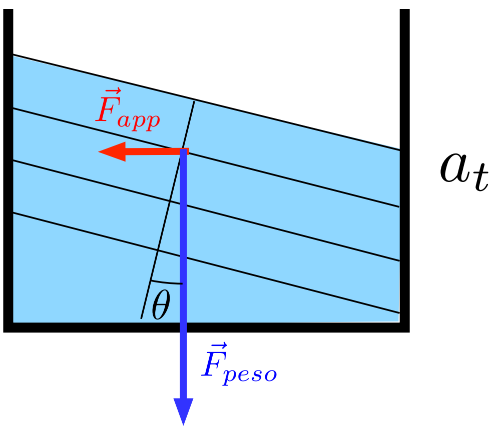
$$\vec{\nabla} U = -\vec{F} \tag{1}$$

dove, dato che il sistema è non-inerziale, la forza $\vec{F}$ è data da

$$\vec{F} = \vec{F}_{reale} + \vec{F}_{app} \tag{2}$$

  - forza reale $\rightarrow$ forza peso $\vec{F}_{reale} = \vec{F}_{peso} = -mg\hat{k}$;

  - forza apparente (dovuta all'accel. rispetto al sistema del lab) $\rightarrow$ $\vec{F}_{app} = -m\vec{a}_t = -ma_t\,\hat{\imath}$;



- Pertanto l'Eq.(1) per l'energia potenziale diventa

$$\vec{\nabla} U = mg\hat{k} + ma_t\,\hat{\imath} \tag{3}$$

e, in componenti:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} & = & ma_t \\ \frac{\partial U}{\partial y} & = & 0 \\ \frac{\partial U}{\partial z} & = & mg \end{cases} \tag{4}$$

E' facile vedere che le equazioni (4) sono risolte da

$$U(x, y, z) = ma_t\,x + mgz + C \tag{5}$$

con C una costante arbitraria, che possiamo porre uguale a 0 senza perdere di generalità.

- Le superfici equipotenziali sono date per definizione da

$$U(x, y, z) = \text{cost} \tag{6}$$

che sono i piani

$$U(x, y, z) = m(a_t\, x \,+\, gz) = \text{cost} \tag{7}$$

Per determinare l'angolazione delle superfici è sufficiente considerare

$$U(x, y, z) = m(a_t\, x \,+\, gz) = 0 \tag{8}$$

ossia

$$\frac{z}{x} = -\frac{a_t}{g} \qquad \rightarrow \qquad \theta = \arctan\frac{a_t}{g} \tag{9}$$

dove θ è l'angolo d'inclinazione.

$$\tag{10}$$