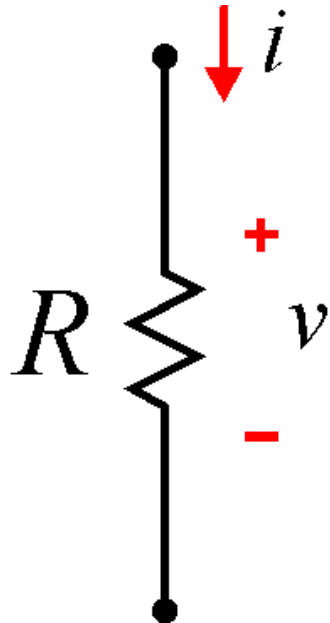
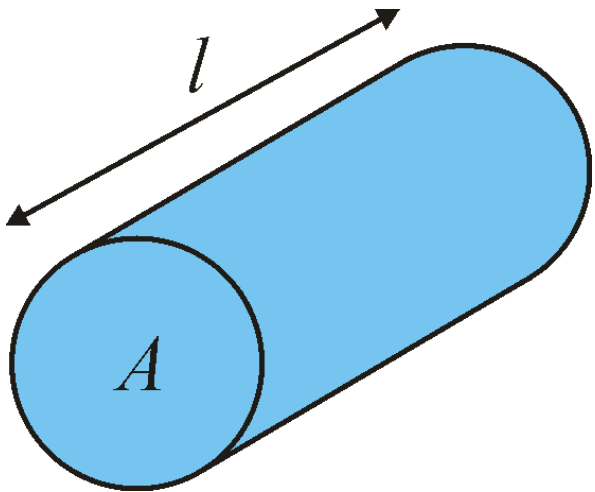


# Richiami di Elettrotecnica

# Legge di Ohm

La legge di Ohm stabilisce che la tensione  $v$  ai capi di un conduttore è proporzionale alla corrente  $i$  che lo attraversa. Il fattore di proporzionalità  $v/i$  è chiamato *resistenza* ( $R$ ).



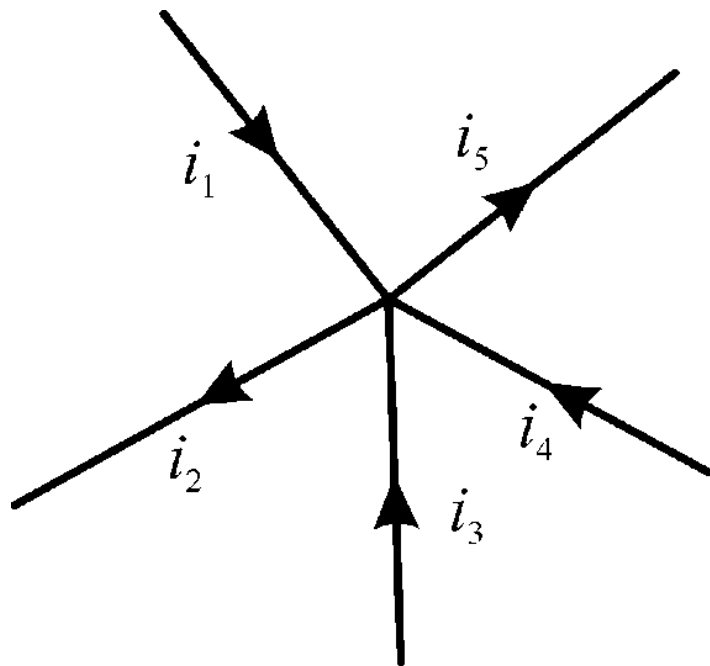
$$v = Ri$$

$$i = Gv$$

$$R = \frac{1}{G} = \rho \frac{l}{A}$$

# I legge di Kirchhoff (o ai nodi)

La I legge di Kirchhoff stabilisce che *la somma algebrica di tutte le correnti che confluiscono in un nodo di un circuito è nulla in ogni istante*. Un nodo di un circuito è un punto in cui si incontrano due o più elementi circuitali.



$$\sum_{n=1}^N i_n = 0$$

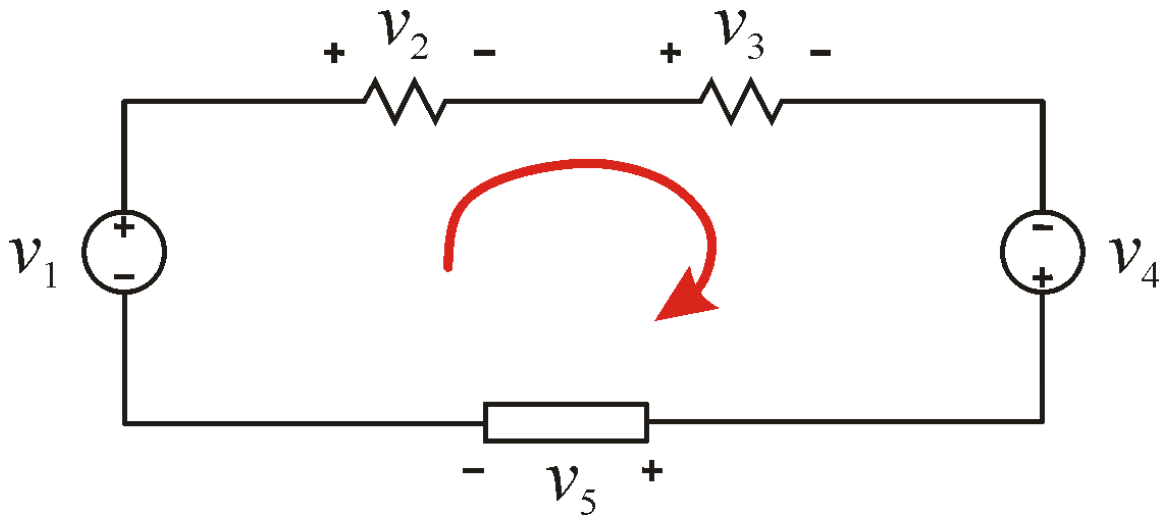
$$i_1 + (-i_2) + i_3 + i_4 + (-i_5) = 0$$

$$i_1 + i_3 + i_4 = i_2 + i_5$$

*La somma delle correnti entranti è uguale alla somma delle correnti uscenti.*

# II legge di Kirchhoff (o alle maglie)

La II legge di Kirchhoff stabilisce che *la somma algebrica di tutte le cadute di tensione lungo un qualunque percorso chiuso di un circuito è nulla in ogni istante*. Un percorso chiuso in un circuito si definisce *anello* o *maglia*.



$$\sum_{n=1}^N v_n = 0$$

$$-v_1 + v_2 + v_3 - v_4 + v_5 = 0$$

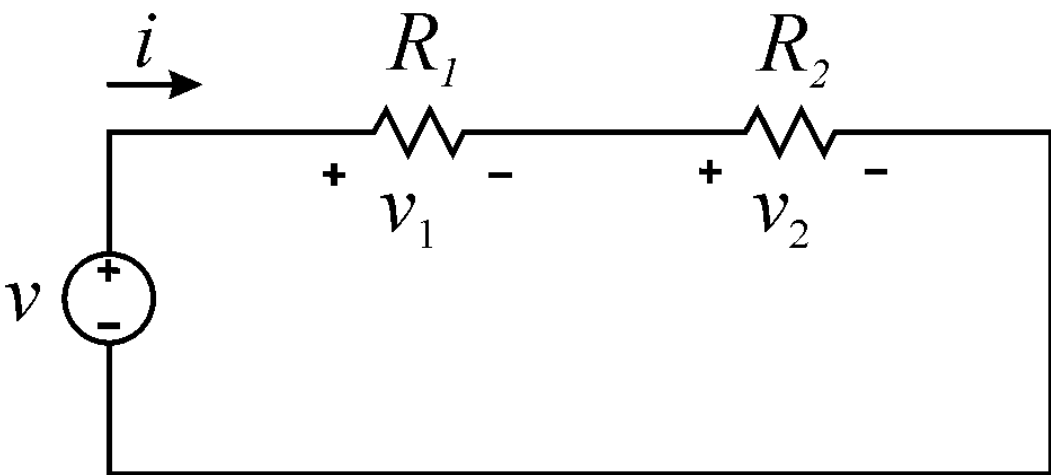
$$v_1 + v_4 = v_2 + v_3 + v_5$$

*La somma algebrica delle f.e.m. dei generatori è uguale alla somma algebrica delle cadute di tensione negli elementi circuitali passivi.*

# Resistori in serie

La resistenza equivalente di un qualunque numero di resistori in serie, ovvero percorsi dalla stessa corrente, è uguale alla somma delle singole resistenze.

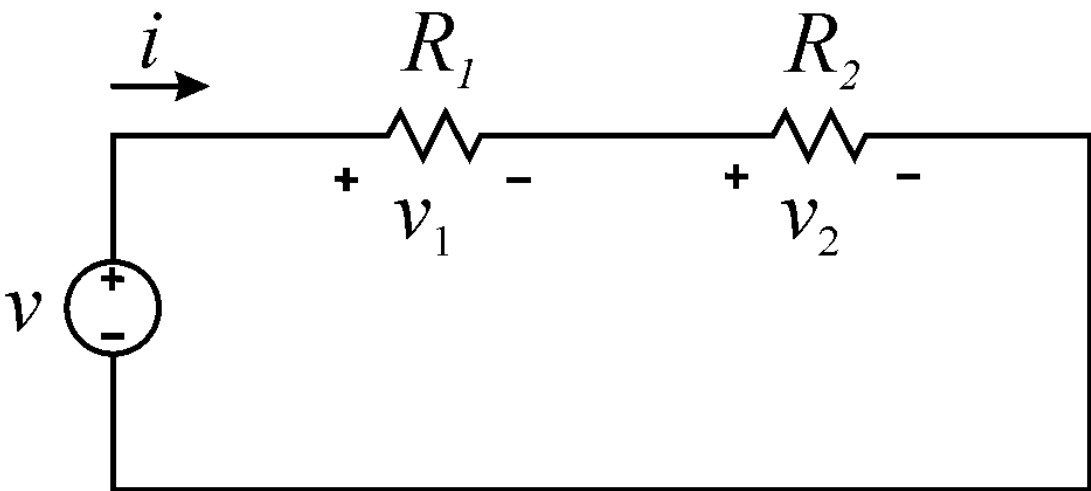
$$R_{eq} = \sum_{n=1}^N R_n$$



$$v = v_1 + v_2 = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

$$v = iR_{eq} \qquad R_{eq} = R_1 + R_2$$

# Partitore di tensione



$$v = iR_{eq} \quad \Rightarrow \quad i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$
$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

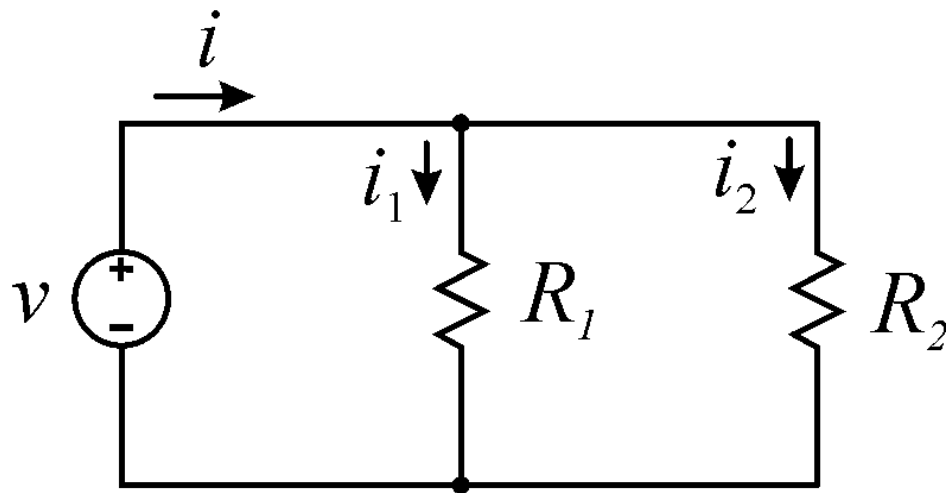
$$v_1 = iR_1 = \frac{v}{R_1 + R_2} R_1 = v \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_1 = v \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_2 = v \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

# Resistori in parallelo

La conduttanza equivalente di un qualunque numero di resistori in parallelo, ovvero con ai loro capi la stessa caduta di tensione, è uguale alla somma delle singole conduttanze.

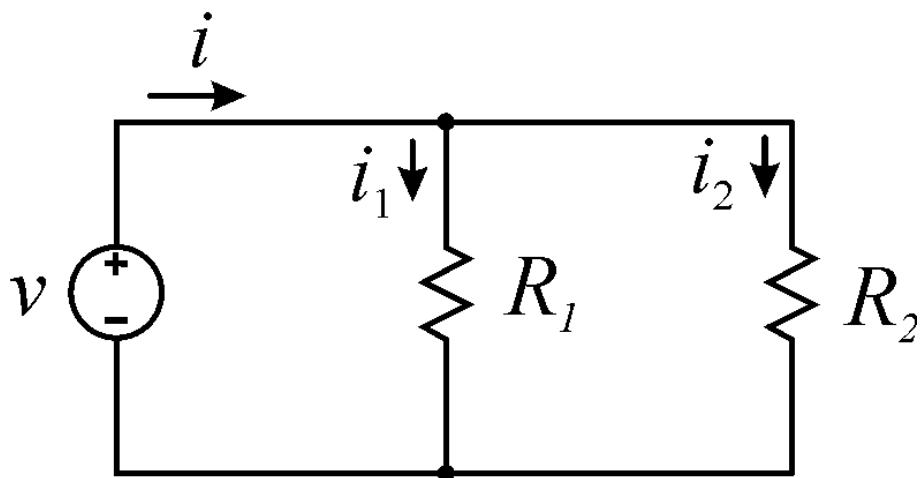


$$G_{eq} = \sum_{n=1}^N G_n$$

$$i = i_1 + i_2 = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$i = \frac{v}{R_{eq}} \qquad \frac{1}{R_{eq}} = G_{eq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

# Partitore di corrente



$$i = \frac{v}{R_{eq}} \quad \frac{1}{R_{eq}} = G_{eq} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{i R_{eq}}{R_1} = \frac{i}{R_1} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_1 = i \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_2 = i \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$



# Principio di sovrapposizione degli effetti

*La risposta di una rete lineare che contiene più generatori indipendenti può essere ricavata considerando un singolo generatore per volta e sommando tutte le risposte così ottenute.*

Una rete lineare è composta solamente da elementi circuitali lineari, generatori dipendenti lineari e generatori indipendenti.

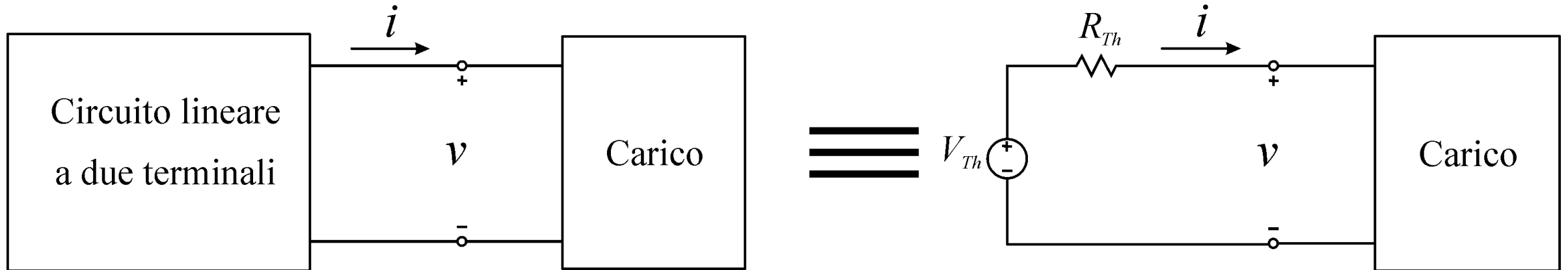
Un elemento circuitale è detto lineare quando la relazione  $i$ - $v$  soddisfa la proprietà di omogeneità e la proprietà additiva.

Nel valutare la risposta della rete ad un singolo generatore, occorre:

- disattivare gli altri generatori indipendenti ( $v=0$  per i generatori di tensione e  $i=0$  per i generatori di corrente);
- mantenere attivi i generatori dipendenti in quanto controllati da variabili ( $i, v$ ) del circuito

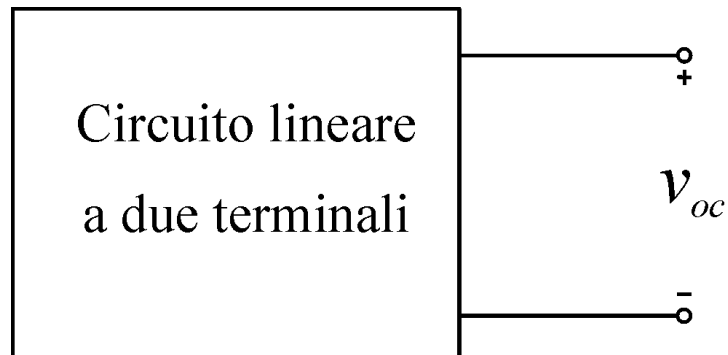
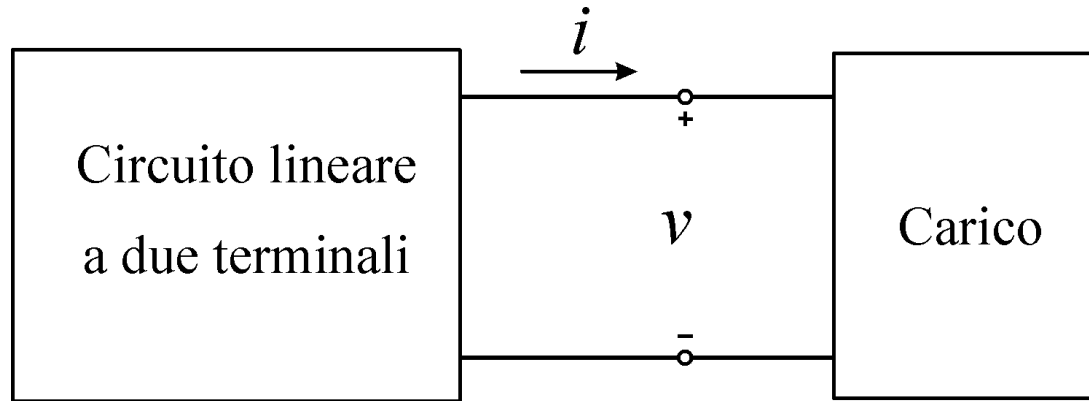
# Teorema di Thevenin

*Una qualsiasi rete lineare, rispetto a una coppia di suoi nodi, può essere sostituita da un circuito equivalente costituito da una generatore di tensione  $V_{Th}$  con in serie una resistenza  $R_{Th}$ .*



# Teorema di Thevenin

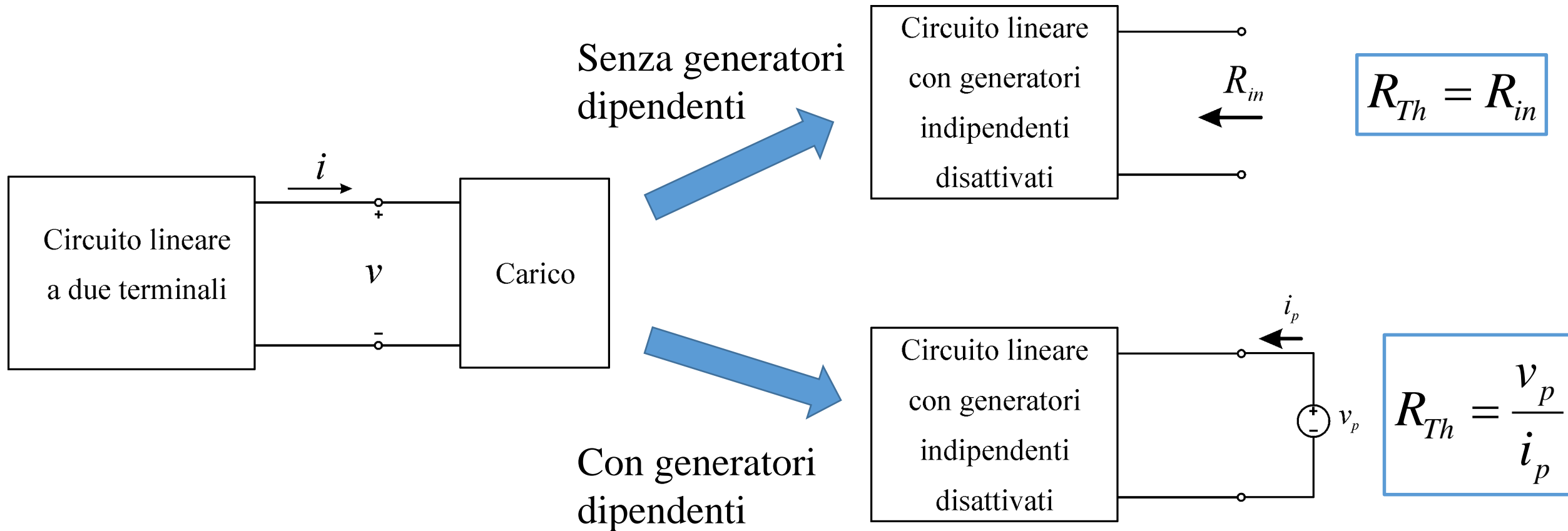
Il valore di  $V_{Th}$  è pari alla tensione a circuito aperto tra i due nodi



$$V_{Th} = v_{oc}$$

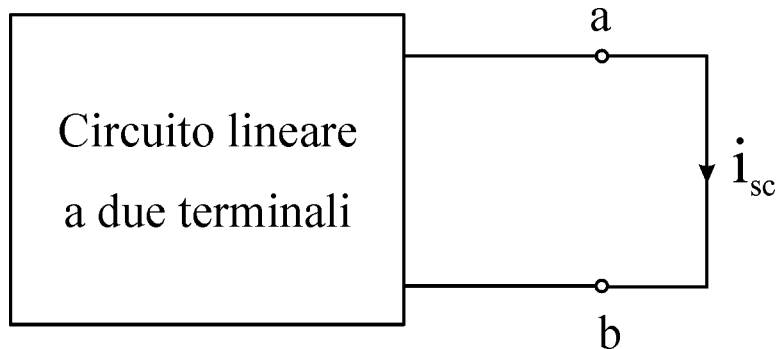
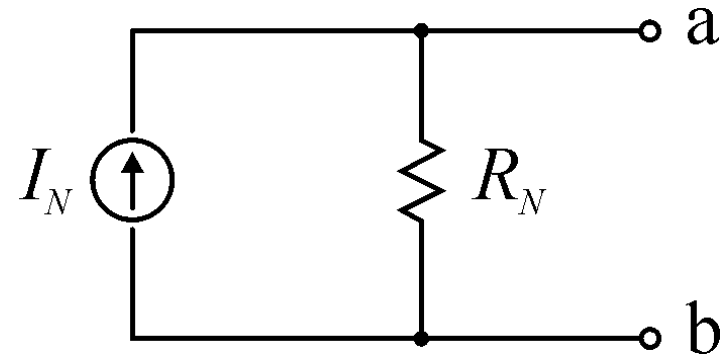
# Teorema di Thevenin

Il valore di  $R_{Th}$  è pari alla resistenza vista tra i due nodi, ovvero alla resistenza equivalente tra i due nodi quando i generatori indipendenti sono disattivati. I generatori dipendenti devono rimanere attivi.



# Teorema di Norton

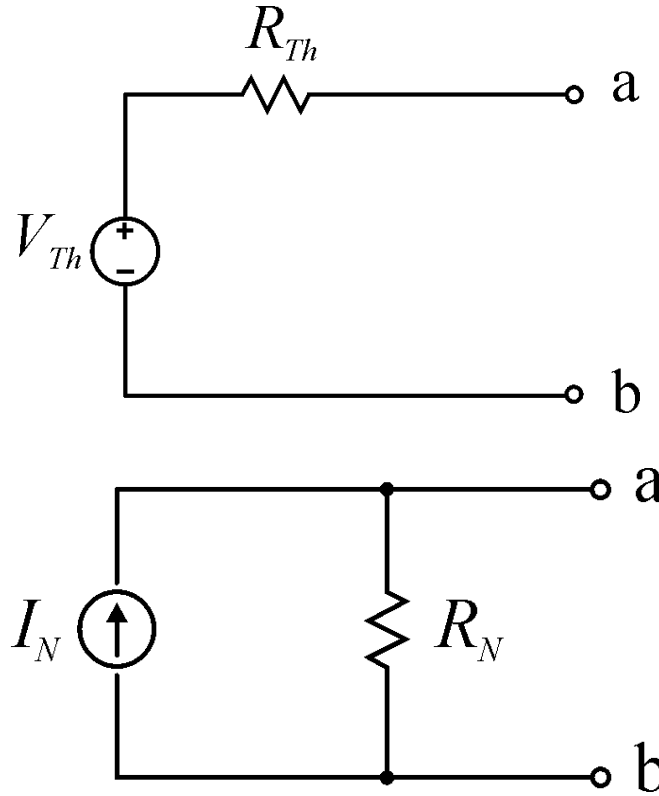
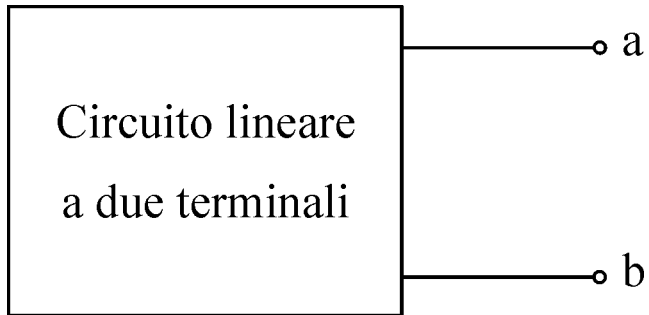
*Una qualunque rete lineare, rispetto a una coppia dei suoi nodi, può essere sostituita da un generatore di corrente  $I_N$  (di valore pari alla corrente di cortocircuito) in parallelo con la resistenza  $R_N$  vista tra i due nodi.*



$$I_N = i_{sc}$$

$$R_N = R_{Th}$$

# Legame tra Thevenin e Norton

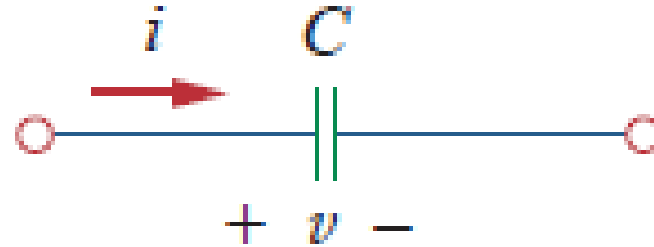
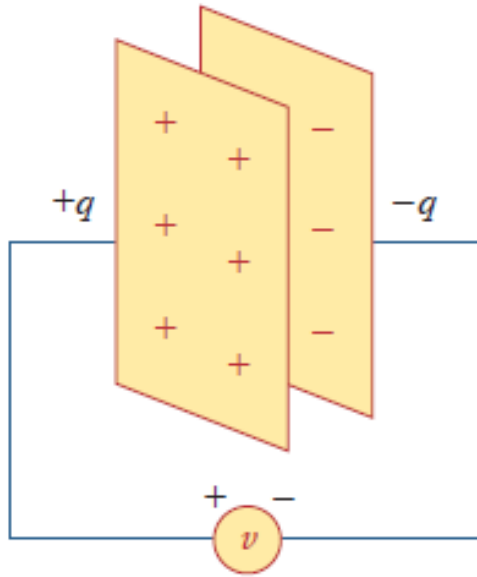


$$R_N = R_{Th}$$

$$I_N = i_{sc} = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

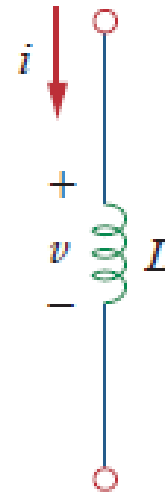
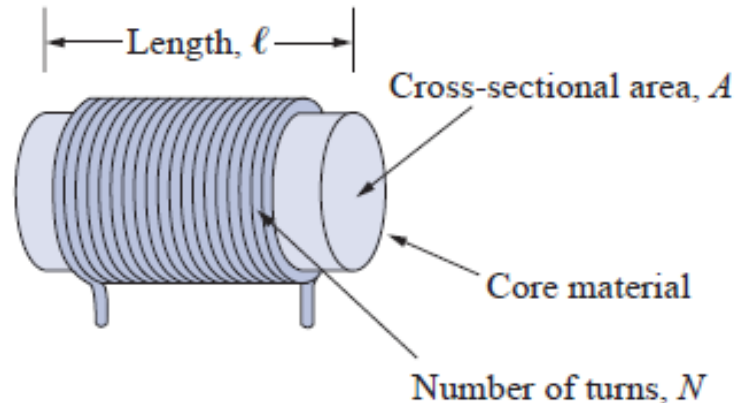
$$R_{Th} = \frac{V_{Th}}{I_N} = \frac{v_{oc}}{i_{sc}}$$

# Condensatore - Induttore



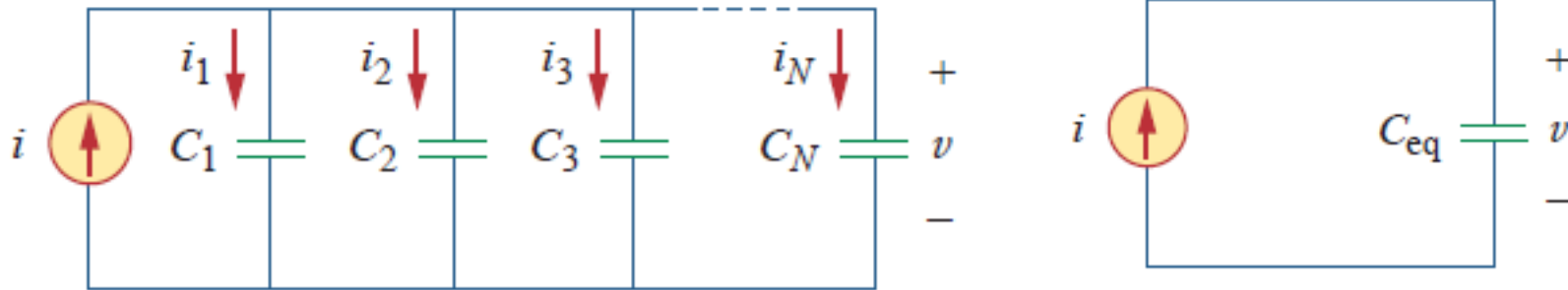
$$q = Cv$$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{dv}{dt}$$



$$v = L \frac{di}{dt}$$

# Condensatori in parallelo



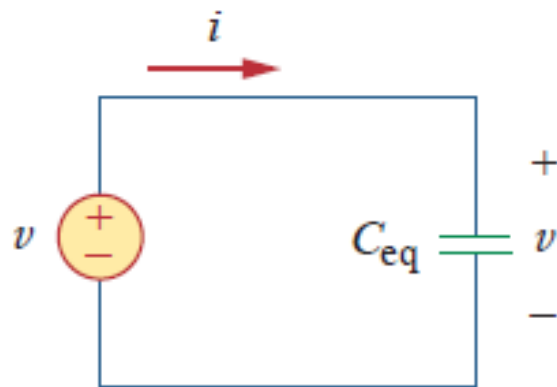
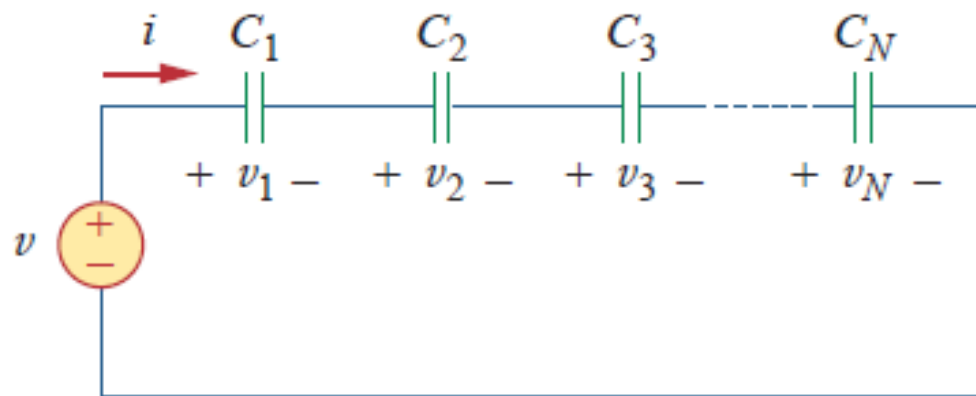
$$C_{eq} = \left( \sum_{i=1}^N C_i \right)$$

$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_N$$

$$i = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} + C_3 \frac{dv}{dt} + \dots + C_N \frac{dv}{dt} = \left( \sum_{i=1}^N C_i \right) \frac{dv}{dt}$$



# Condensatori in serie

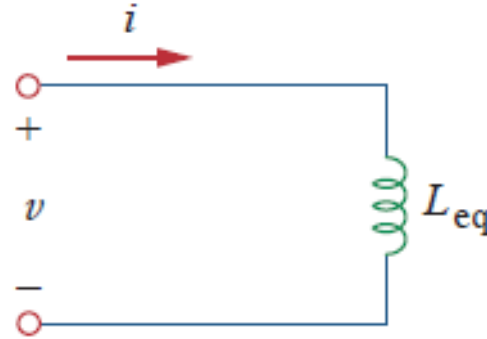
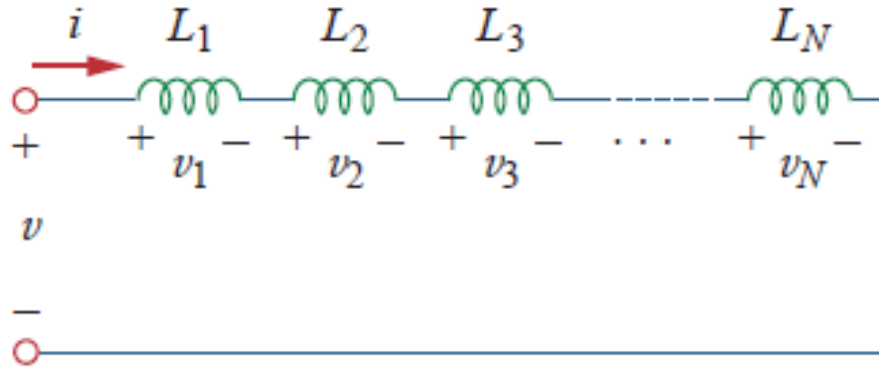


$$\frac{1}{C_{eq}} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \right)$$

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N$$

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{C_1} \int_{t_0}^t i dt + v_1(t_0) + \frac{1}{C_2} \int_{t_0}^t i dt + v_2(t_0) + \dots + \frac{1}{C_N} \int_{t_0}^t i dt + v_N(t_0) = \\ &= \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} \right) \int_{t_0}^t i dt + \left( \sum_{i=1}^N v_i(t_0) \right) = \frac{1}{C_{eq}} \int_{t_0}^t i dt + v(t_0) \end{aligned}$$

# Induttori in serie

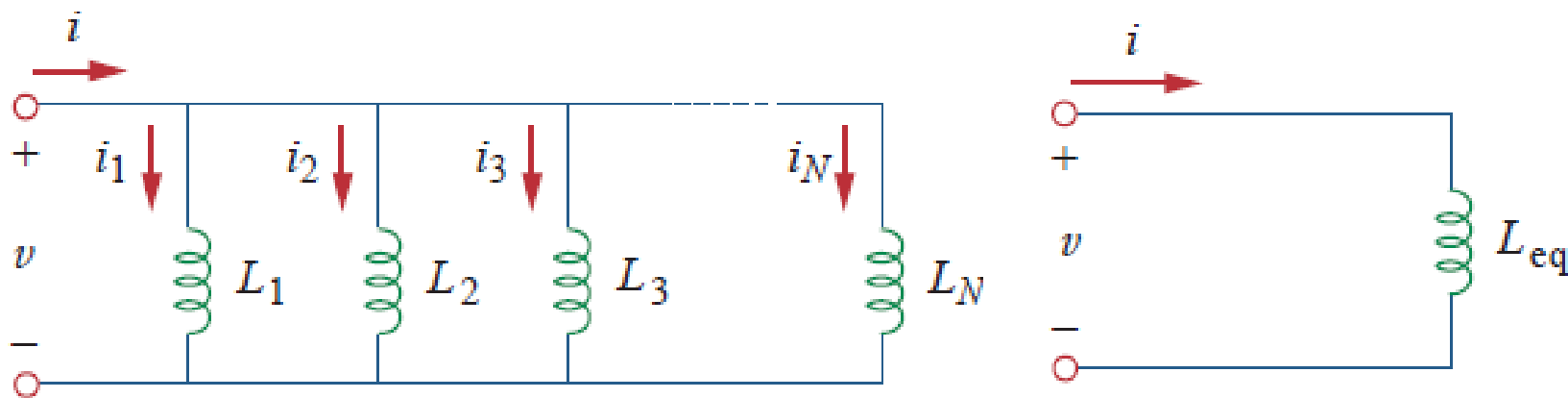


$$L_{eq} = \left( \sum_{i=1}^N L_i \right)$$

$$v = v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N$$

$$v = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + L_3 \frac{di}{dt} + \dots + L_N \frac{di}{dt} = \left( \sum_{i=1}^N L_i \right) \frac{di}{dt}$$

# Induttori in parallelo



$$\frac{1}{L_{eq}} = \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i} \right)$$

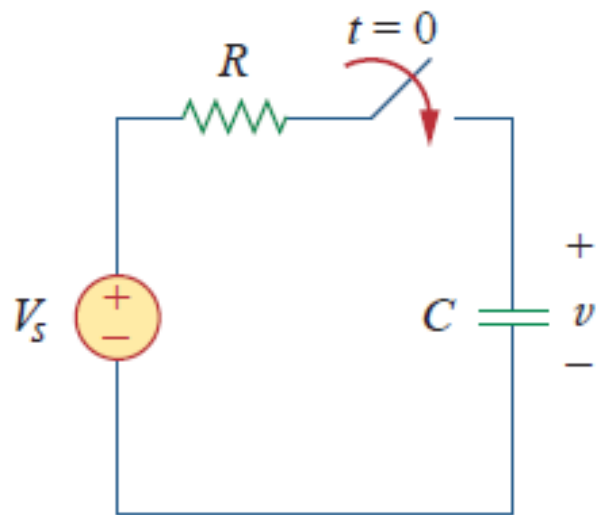
$$i = i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_N$$

$$\begin{aligned} i &= \frac{1}{L_1} \int_{t_0}^t v dt + i_1(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_{t_0}^t v dt + i_2(t_0) + \dots + \frac{1}{L_N} \int_{t_0}^t v dt + i_N(t_0) = \\ &= \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i} \right) \int_{t_0}^t v dt + \left( \sum_{i=1}^N i_i(t_0) \right) = \frac{1}{L_{eq}} \int_{t_0}^t v dt + i(t_0) \end{aligned}$$

# Riassunto

Relazione	Resistore (R)	Condensatore (C)	Induttore (L)
$v-i$	$v = Ri$	$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + v(t_0)$	$v = L \frac{di}{dt}$
$i-v$	$i = v/R$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v dt + i(t_0)$
Serie	$R_{eq} = R_1 + R_2$	$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	$L_{eq} = L_1 + L_2$
Parallelo	$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$C_{eq} = C_1 + C_2$	$L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$
Alimentazione DC	Inalterato	Circuito aperto	Corto circuito
Variabile che non può cambiare istantaneamente	Non applicabile	Tensione ( $v$ )	Corrente ( $i$ )

# Transitorio di un condensatore



$$\frac{V_s - v}{R} = C \frac{dv}{dt} \qquad \frac{dv}{v - V_s} = - \frac{dt}{RC}$$

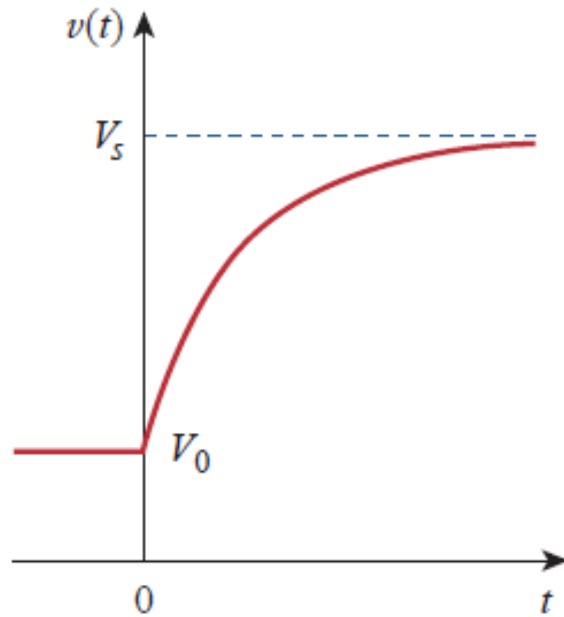
$$\ln(v - V_s) \Big|_{V_0}^{v(t)} = - \frac{t}{RC} \Big|_0^t$$

$$\ln \left( \frac{v(t) - V_s}{V_0 - V_s} \right) = - \frac{t}{RC}$$

$$\frac{v(t) - V_s}{V_0 - V_s} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$v(t) = V_s + (V_0 - V_s) e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad \tau = RC$$

# Transitorio di un condensatore



$$v(t) = V_s + (V_0 - V_s) e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = RC$$

$V_0$  : tensione iniziale presente sul condensatore

$V_s$  : tensione finale presente sul condensatore

$\tau$  : costante di tempo