Macchina Asincrona

Federico Balestri
Appunti

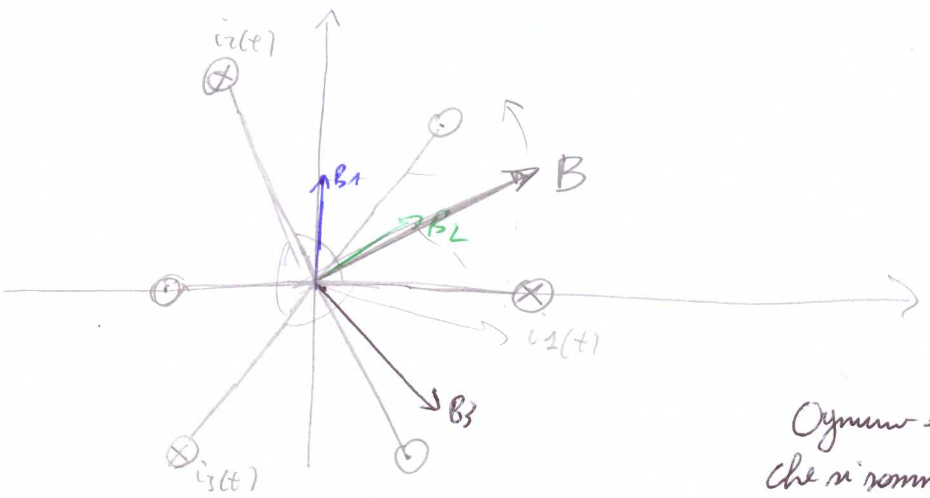
Licenza

MACCHINA ASINCRONA

Converte energia elettrica in meccanica (e viceversa, a volte).

Teorema di G. Ferraris

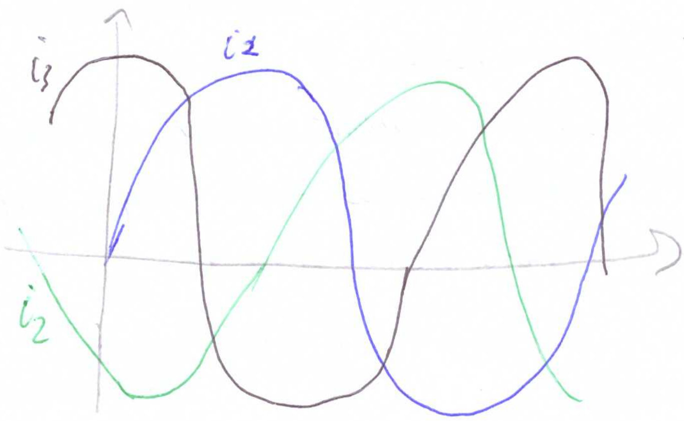
Se prendo tre bobine uguali e ci faccio passare corrente proveniente da una terna equilibrata, il flusso del campo magnetico è costante e la sua fase (= vel. angolare) è uguale alla pulsazione della terna di correnti:



Ⓧ ENTRANTE
⊙ USCENTE

(il campo è $\perp$ alla corrente che lo genera)

Ognuna delle correnti genera un campo che si somma agli altri per sovrapposizione degli effetti.



Il flusso è un vettore con centro nell'origine che gira tutto intorno come il raggio di una circonferenza.

$$B(t) = \vec{B_x}(t) + \vec{B_y}(t)$$

$$\begin{cases} B_x(t) = \frac{3}{2} B_M \cos \omega_0 t \\ B_y(t) = \frac{3}{2} B_M \cos \omega_0 t \end{cases}$$

$B_M = B_{MAX}$ di una delle tre correnti

$$\sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \frac{3}{2} B_M \qquad \vartheta = tg^{-1}\left(\frac{B_y}{B_x}\right) = \omega_0 t$$

l'angolo cresce linearmente con la velocità angolare ω_0

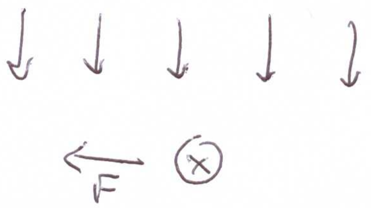
Tre bobine con questa proprietà si chiamano BOBINE DI FERRARIS

Ricordo la legge di Lorentz e i rapporti fra i e B:

J densità di corrente

$$\begin{array}{l|l} J & \vec{f} = \vec{J} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = \int f\,dv \\ \vec{v} & \vec{e} = \underset{\text{velocità}}{\vec{u}} \times \vec{B} \Rightarrow v = \int -\vec{e}\,dl \end{array}$$

Conduttore in un campo magnetico

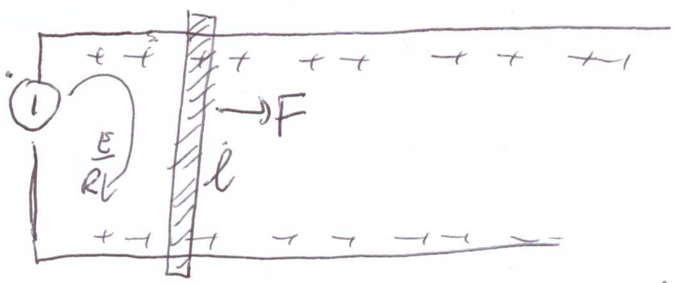


Se il conduttore è lungo l:

$$F = \int_{\text{Volume}} B\,J\,dv = \int_{\text{Vol}} B\,\frac{I}{S}\,dv = B \cdot \frac{I}{S} \cdot s \cdot l = B \cdot I \cdot l$$

Tensione agli estremi del conduttore: $v = B \cdot l u$

Conduttore in un campo magnetico



La sbarra può muoversi e ha resistenza R.
Per via della corrente, sulla sbarra agisce una forza $F = B l I$.
Man mano che acquista velocità si muove e taglia le linee di campo e il campo elettrico che si genera si oppone alla corrente $\frac{E}{R}$

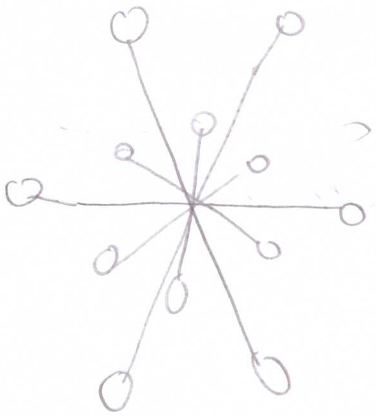
$$\underset{\text{I nella sbarra}}{I_C(t)} = \frac{E - B \cdot l u(t)}{R}$$

FORZA CONTRO ELETTROMOTRICE

Quando $u = \frac{E}{Bl}$ la sbarra non accelera più e si muove di moto rettilineo uniforme

YN

Se prendo tre piccole bobine cortocircuitate e le inserisco al centro di tre bobine di ~~...~~ Ferraris:



1° bobina

$$\phi = S\,\vec{B}\cdot\vec{n} = SB\cos\vartheta = SB\cos\omega_0 t$$

2° bobina

$$\phi = S\,\vec{B_2}\cdot\vec{n_2} = S\,\overset{B}{\overset{\shortparallel}{B_2}}\cos(\omega_0 t + \psi)$$

Se le tre bobine ~~ed~~ sono sfasate di 120°, i 3 flussi che si concatenano sono sfasati anche loro di 120°.

$$d\varphi = e_1(t) = \mathcal{E}_1$$
$$\vdots\ \mathcal{E}_2$$
$$\vdots\ \mathcal{E}_3$$

resistenza filo

autoinduzione

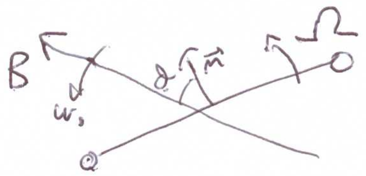
$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{\mathcal{E}_1}{R_1 + j\omega L_1} \\ I_2 = \dfrac{\mathcal{E}_2}{R_2 + j\omega L_2} \\ I_3 = \dfrac{\mathcal{E}_3}{R_3 + j\omega L_3} \end{cases}$$

le tre correnti sono uguali in modulo e sfasate di 120°

Anche le tre piccole bobine sono bobine di Ferraris

Il campo che generano le tre bobine piccole deriva da quello delle grandi; quindi si oppone a quest'ultimo.

Le tre bobine piccole subiscono una forza che le fa ruotare nello stesso verso del flusso rotante (antiorario) con velocità angolare Ω



$$\vartheta_1 = (\omega_0 - \Omega)t + \vartheta_{in}$$
$$\vartheta_2 = (\omega_0 - \Omega)t + \vartheta_{in} + \frac{2}{3}\pi$$
$$\vartheta_3 = (\omega_0 - \Omega)t + \vartheta_{in} + \frac{5}{3}\pi$$

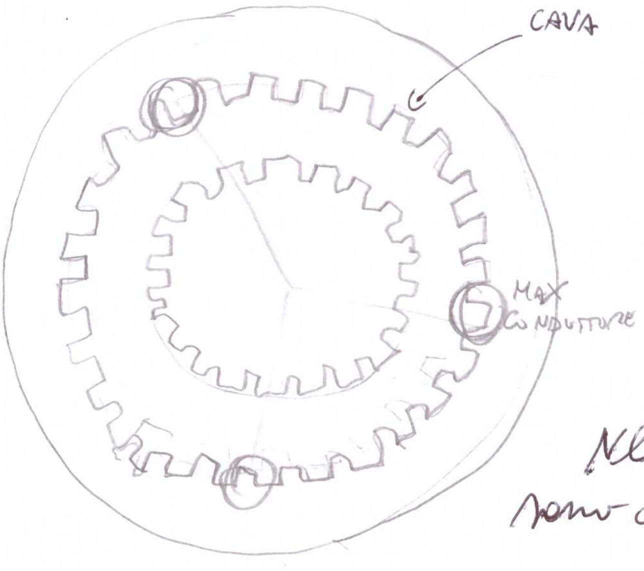
$$\phi_1(t) = BS\cos[(\omega_0 - \Omega)t + \vartheta_{in}]$$
$$\phi_2(t) = BS\cos[(\omega_0 - \Omega)t + \vartheta_{in} + \frac{2}{3}\pi]$$

$$\frac{d\phi_1}{dt} = \mathcal{E}_1 = +(\omega_0 - \Omega)BS\,\mathrm{sen}[(\omega_0 - \Omega)t]$$

ϑ_{in} lo posso non considerare

Con l'aggiunta delle bobine piccole $\mathcal{E}$ è ridotta, perché c'è un campo magnetico che genera un flusso che si oppone a quello generato dalle bobine grandi; però le tre bobine sono state accelerate e girano con velocità angolare Ω.
Ad un certo punto $\Omega = \omega_0 \Leftarrow$ SINCRONISMO
ed essendo allora $\mathcal{E} = 0$ non ci sono correnti indotte e le bobine piccole continuano a girare in eterno.

Nella vita reale le macchine sono fatte con conduttore in rame o alluminio e un po' di ferro per avere linee di forza che si richiudono su di sé (conduzione magnetica massima).
Due cilindri:

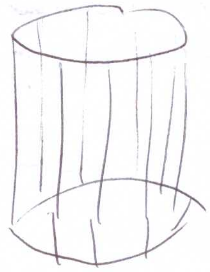


Nelle cave sono messi i conduttori (occupando più cave possibile, con apice a distanza di 120°)

Cilindro esterno (cavo) = STATORE (sta fermo)

Cilindro interno = ROTORE (si muove)

Nel rotore gli avvolgimenti del conduttore sono organizzati "a gabbia di scoiattolo"



La maggior parte delle linee di forza del conduttore dello statore si intersecano con il rotore. Lo ~~stato~~ spazio d'aria che c'è nel ~~mezzo~~ si chiama TRAFERRO.
~~Quelle~~ Quelle che escono dal ferro ortogonalmente nel traferro: $B(\theta) = B \operatorname{sen}(p\theta)$

$$\hookrightarrow \boxed{B(\theta, t) = B_M \operatorname{sen}(\omega_0 t - p\theta)}$$

$p \in I$ numero di coppie polari. Nello schema di Ferraris $p = 1$

La configurazione di campo si sposta con $v = \frac{\omega_0}{p}$
Quando la velocità del rotore è $\Omega = \frac{\omega_0}{p}$ c'è SINCRONISMO

Quando la macchina asincrona è ferma: ~~S SR~~ S STATORE

R ROTORE

$$E_{S,1} = j\omega_0 N_S \phi \qquad E_{S,2} = j\omega_0 N_S \phi e^{i\frac{2}{3}\pi} \qquad E_{S,3} = j\omega_0 N_S \phi e^{i\frac{4}{3}\pi}$$

$$E_{R,1} = j\omega_0 N_R \phi \qquad E_{R,2} = j\omega_0 N_R \phi e^{i\frac{2}{3}\pi} \qquad E_{R,3} = j\omega_0 N_R \phi e^{i\frac{4}{3}\pi}$$

Sono le ~~st~~ stesse leggi di un trasformatore trifase.

Definisco SCORRIMENTO $s = \dfrac{\frac{\omega_0}{p} - \Omega}{\frac{\omega_0}{p}} \Rightarrow \dfrac{\omega_0}{p} - \Omega = \dfrac{\omega_0}{p} s$

$$\phi = BS \cos\left[\left(\frac{\omega_0}{p} - \Omega\right)t\right] \to \left(\frac{\omega_0}{p} - \Omega\right) BS \operatorname{sen}\left[\left(\frac{\omega_0}{p} - \Omega\right)t\right] = \mathcal{E}$$

$$\frac{\partial \phi}{dt} = \frac{\omega_0}{p} B \operatorname{sen} \frac{\omega_0}{p} \quad \text{generalizzazione}$$

Se il rotore si muove:

$E_{S,1} = j\omega_0 N_S \phi \qquad E_{R,1} = j s\omega_0 N_R \phi \leftarrow$ E ~~flusso~~ le correnti prodotte da questo generano un flusso con $\omega_0 - \Omega + \Omega = \omega_0$ quindi posso immaginare il rotore fermo che ruota con $\omega = \omega_0$

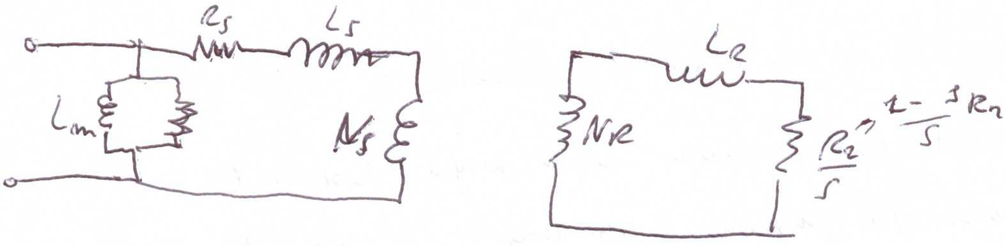
$$\frac{E_{R,1}}{R_R + js\omega_0 L_R} = I_{R,1} = \frac{j\omega_0 s N_R \phi}{R_R + js\omega_0 L_R} = \boxed{\frac{j\omega_0 N_R \phi}{\frac{R_R}{s} + j\omega_0 L_R}}$$

È l'eq del secondario di un trasformatore ideale.

La macchina asincrona si comporta come un trasformatore ideale

STATORE $\Leftrightarrow$ primario ROTORE $\Leftrightarrow$ secondario

Monofase $\times 3$



$$E_2 = j\omega_0 N_R \phi = \left(\frac{R_2}{s} + j\omega_0 L\right) I_R = (R_2 + j\omega_0 L) I_2 + R_2 \frac{1-s}{s} I_2$$

$$E_2 I_2^* = R_2 I_{R2}^2 + j\omega_0 L_2 I_2^2 + R_2 \frac{1-s}{s} I_2^2$$

$\nwarrow$ potenza attiva sviluppata dalla macchina ...

energia meccanica. È $\frac{1}{3}$ di quella totale $P_m = 3\,\frac{1-s}{s} R_2 I_2^2 = C\,\Omega$

coppia

La resistenza R_c viene aggiunta per rappresentare meglio la formula.

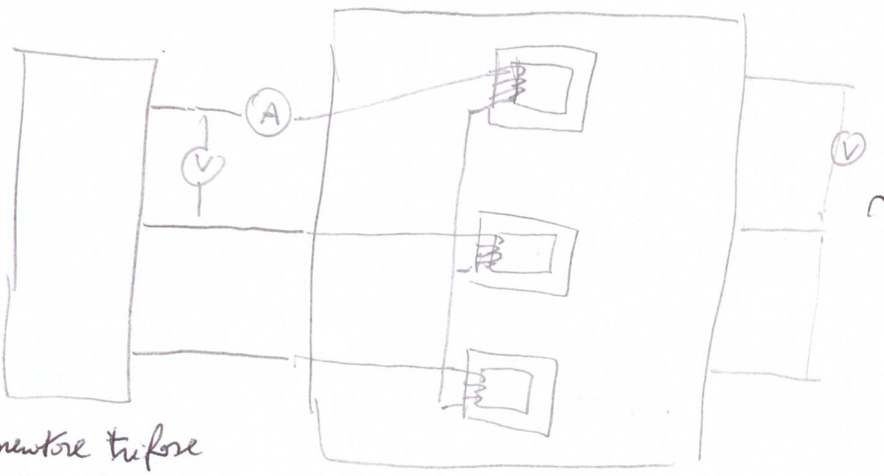
Stesso discorso per E_{s2} e E_{s3} quindi in realtà la macchina è un triplo trasformatore monofase (= un trasformatore trifase).

PROVE PER DETERMINARE I PARAMETRI DEL ~~DELLA MACCHINA~~ TRASFORMATORE

(V) = Voltmetro
(A) = Amperometro
(W) = Wattmetro

Gli strumenti misurano i valori efficaci.

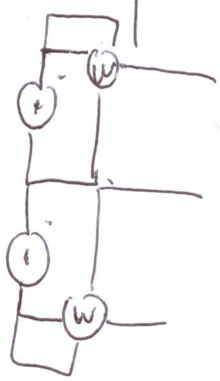
Collegamenti tutti a stella



Con un (V) misuro le tensioni, tanto sono uguali in modulo.

Con un (V) extra trovo anche il numero di spire facendo il rapporto fra le tensioni.

Generatore trifase simmetrico



Disegno solo due generatori tanto $E_3 = -E_1 - E_2$. La somma delle indicazioni dei due (W) ~~de~~ indica la potenza assorbita

Per la prova a vuoto trovo: P_{10}, V_{10}, I_{10}

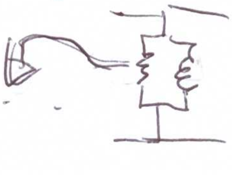
P assorbita da un singolo trasformatore $= \frac{P_{10}}{3}$

Corrente sul primario di un singolo trasformatore $= I_{10}$

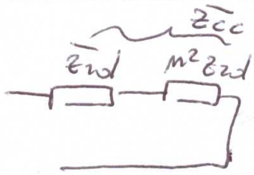
Tensione sul primario di un singolo trasformatore $= \frac{V_{10}}{\sqrt{3}}$

Con la prova a vuoto posso ricavare G_m

$G_m = \frac{P}{V^2} = \frac{\frac{P_{10}}{3}}{\frac{V_{10}^2}{3}} = \frac{P_{10}}{V_{10}^2}$ $\quad Y = \frac{I_{10}}{\frac{V_{10}}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}\,\frac{I_{10}}{V_{10}}$ $\quad B_m = \sqrt{Y^2 - G_m^2} =$



Nella prova in cortocircuito si trova:



Si mettono in cortocircuito i morsetti del secondario. Si aumenta la tensione partendo da 0 finché l'(A) non segna la corrente nominale della macchina.

$P_{1cc}, V_{1cc}, I_{1cc} \Rightarrow \frac{P_{1cc}}{3}, \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}}, I_{1cc}$ per un trasformatore

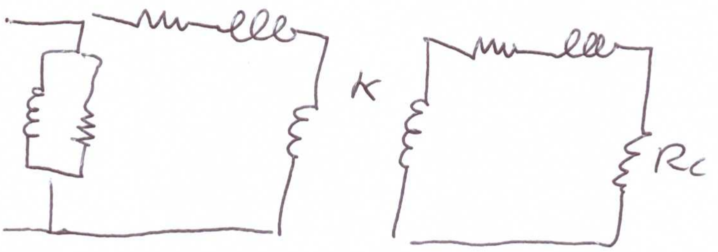
$$Z_{1cc} = \frac{V}{I} = \frac{\frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}}}{I_{1cc}} = \frac{V_{1cc}}{\sqrt{3} I_{1cc}} \qquad \cos\varphi = \frac{\frac{P_{1cc}}{3}}{\frac{V_{1cc}}{\sqrt{3}} \cdot I_{1cc}} = \frac{\frac{P_{1cc}}{\sqrt{3}}}{V_{1cc} I_{1cc}}$$

modulo di $\bar{Z}_{cc}$ — fase di $\bar{Z}_{cc}$

PROVE PER DETERMINARE I PARAMETRI DELLA MACCHINA ASINCRONA

Due prove simili a quelle per il trasformatore:

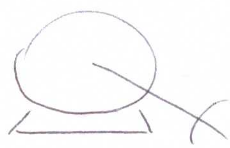
Il circuito equivalente di una macchina asincrona è:



Prova a vuoto $\Longleftrightarrow$ ROTORE LIBERO ($\Omega \to \omega_s$ e $R_{c} \to +\infty$. È come se il secondario fosse aperto)

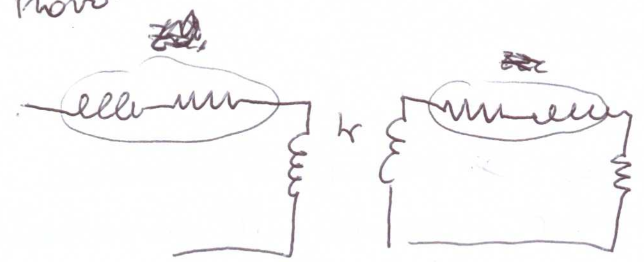
Calcolo $P_{10}, V_{10}, I_{10} \rightarrow G_m = \frac{P}{V^2}$

Prova in cortocircuito $\Longleftrightarrow$ ROTORE BLOCCATO



si blocca con una morsa o qualcosa di simile.

Trovo

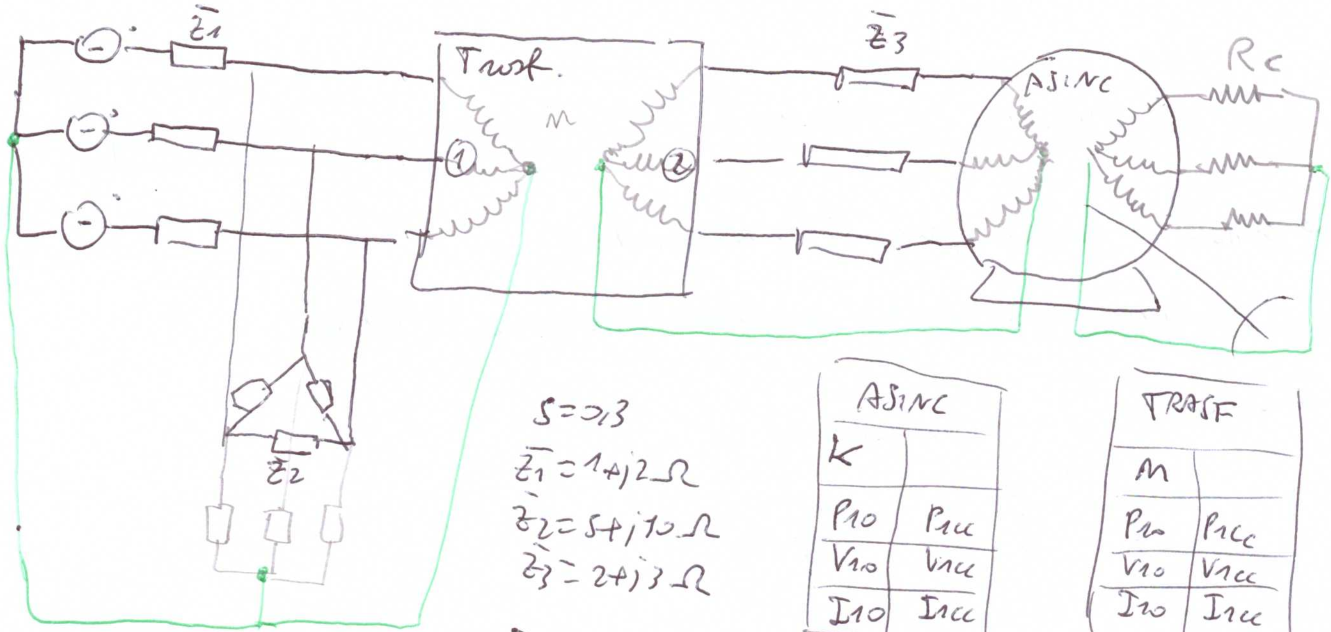


$$\bar{Z}_{cc}^{A} = R_{1s} + j\omega L_{1s} + K^2 (R_2 + j\omega L_2)$$

Normalmente si dovrebbe fare anche una prova extra per trovare R_{1s} e L_{1s} ma non importa

---

Exe: 27/7/15 Determinare Pfe (potenza dispersa nel ferro), la corrente che scorre su Z_2 e la Pmeccanica dissipata



$s = 0.3$

$\bar{Z}_1 = 1 + j2\ \Omega$

$\bar{Z}_2 = 5 + j10\ \Omega$

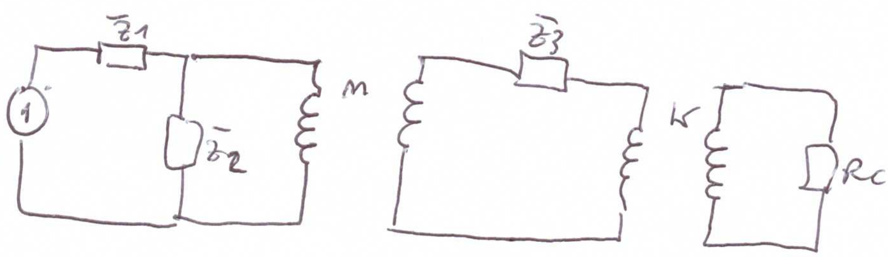
$\bar{Z}_3 = 2 + j3\ \Omega$

$\bar{Z}_{1s} = 0.2 + j1.3\ \Omega$

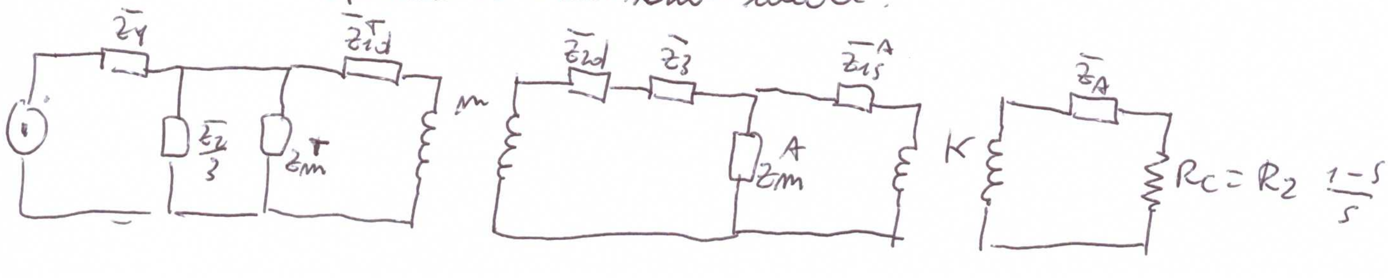
ASINC	
K	
P_{10}	P_{1cc}
V_{10}	V_{1cc}
I_{10}	I_{1cc}

TRASF	
m	
P_{10}	P_{1cc}
V_{10}	V_{1cc}
I_{10}	I_{1cc}

Sostituisco le impedenze a ~~stella~~ triangolo con l'equivalente a stella.
Immagino che i trasformatori siano ideali e costruisco il circuito monofase equivalente collegando i centri stella.



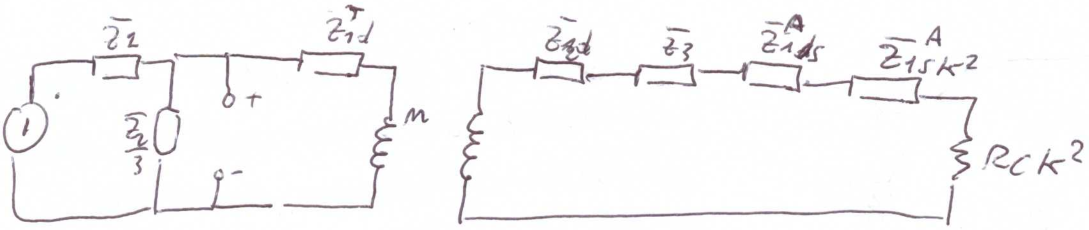
Mi ricordo che i trasformatori non sono ideali:



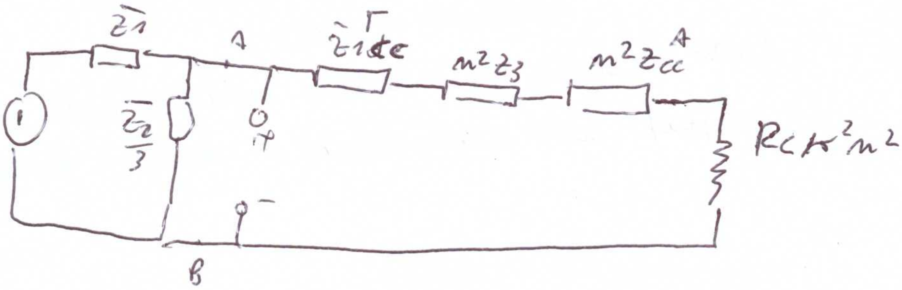
ABN

Posso risolvere il circuito senza $\bar{Z}_m^A$ e $\bar{Z}_m^T$.

Trasporto $II^A \rightarrow I^A$



Trasporto $II^T \rightarrow I^T$



$\bar{Z}_{cc}^A = \bar{Z}_{1ds}^A + \bar{Z}_{1s}^A k^2$

$\bar{Z}_{cc}^T = \bar{Z}_{1d}^T + m^2 \bar{Z}_{2d}^T$

Per Millman:

$$V_{AB} = \frac{\dfrac{E_1}{\bar{Z}_1}}{\dfrac{1}{\bar{Z}_1} + \dfrac{3}{\bar{Z}_2} + \dfrac{1}{\bar{Z}_{cc}^T + m^2 \bar{Z}_3 + m^2 \bar{Z}_{cc}^A + m^2 k^2 R_c}}$$

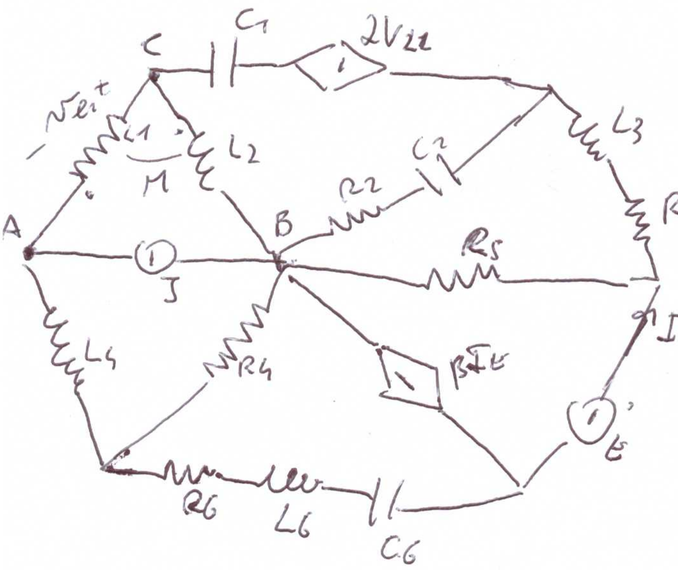
$$P_{fe} = 3 V_{AB}^2 \, Re\left\{\frac{1}{\bar{Z}_m^T}\right\}$$

$$\frac{V_{AB}}{\frac{\bar{Z}_2}{3}} = I_{Z_2}^{(\text{triangolo})} \rightarrow I_{Z_2}^{(\text{stella})}$$

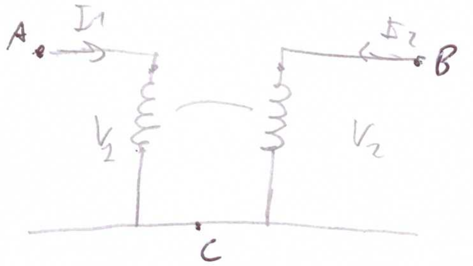
Calcolo I_{Rc} direttamente dall'ultimo circuito e lo uso per calcolare P_{mecc} perché tanto la potenza è invariante rispetto a dove si calcola

$$P_{mecc} = R_c \cdot I_{Rc}^2$$

Exe: Risolvere con tensioni di nodo:



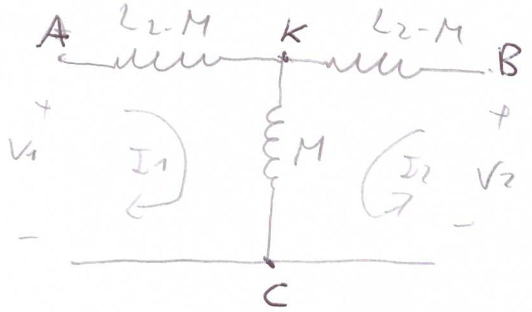
Quando ci sono induttori mutuamente accoppiati non si può applicare bene il metodo delle tensioni di nodo.
Se però gli induttori hanno un punto in comune (o anche un punto in comune con una R in serie, perché posso scambiarli di posto)
posso sostituire gli induttori mutuamente accoppiati con equivalente a stella o triangolo



$V_1 = j\omega L_2 I_1 + j\omega M I_2$

$V_2 = j\omega L_2 I_2 + j\omega M I_1$

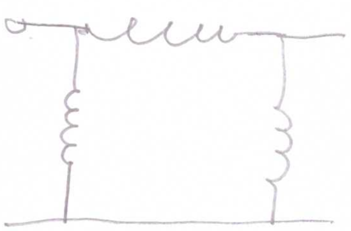
$\Updownarrow$



$V_1 = j\omega (L_1 - M) I_1 + j\omega M (I_1 + I_2)$

$V_2 = j\omega (L_2 - M) I_2 + j\omega M (I_1 + I_2)$

Conversione stella-triangolo $\Updownarrow$

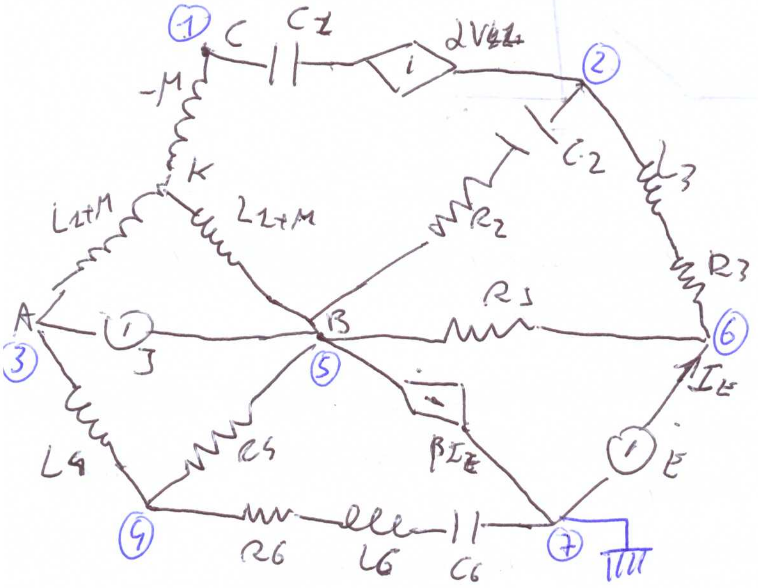


I segni di $\pm M$ e $L_1 \pm M$ $L_2 \pm M$ dipendono dai ~~pallini~~ puntini sugli induttori.

Utilizzare una equivalenza o l'altra può far risparmiare una eq. nella scrittura del circuito ma a meno di non vederlo a occhio mi fa a caso.

Sostituiamo l'eq. stella

ACN



$$-\alpha V_{L1} = V_K\left(\frac{1}{j\omega(L_1+M)} + \frac{1}{j\omega(L_2+M)}\right) - \frac{V_3}{j\omega(L_1+M)} - \frac{V_5}{j\omega(L_2+M)}$$

$$\alpha V_{L1} = V_2\left(\frac{1}{R_3+j\omega L_3} + \frac{1}{R_2+\frac{1}{j\omega C_2}}\right) - V_5\,\frac{1}{R_2+\frac{1}{j\omega C_2}} - \frac{V_6}{R_3+j\omega L_3}$$

$$V_{L1} = V_1 - V_3 = V_2 - V_K + V_3 = -\alpha V_{L2}\cdot j\omega(-M) + V_K - V_3$$

$$I_E = \frac{V_6 - V_2}{R_3 + j\omega L_3} + \frac{V_6 - V_5}{R_5}$$

$$J = V_3\left(\frac{1}{j\omega(L_1+M)} + \frac{1}{j\omega L_4}\right) - \frac{1}{j\omega L_4}V_4 - \frac{1}{j\omega(L_1+M)}V_K$$

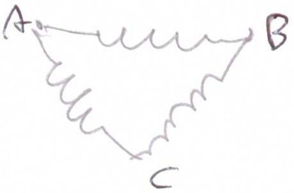
$$0 = V_4\left(\frac{1}{R_4} + \frac{1}{j\omega L_4} + \frac{1}{R_6 + j\omega L_6 + \frac{1}{j\omega C_6}}\right) - \frac{1}{R_4}V_5 - \frac{1}{j\omega L_4}V_3$$

$V_5 = \beta I_E$

$V_6 = E$

$\cancel{V_1 = 0}$

Se avessimo usato l'equivalente a triangolo:



Sarebbe stato più semplice la scrittura perché non ci sarebbe stato il nodo K, però devo comunque calcolare le tre induttanze con la trasformazione stella-triangolo