



Corso di Laurea in Ingegneria Informatica

COMUNICAZIONI NUMERICHE – 02-02-09

Esercizio 1

Facendo riferimento allo schema in Fig. 1 e sia il segnale in ingresso pari a $x(t) = 2AB \left[\text{sinc}(2Bt) + \text{sinc}^2(Bt) \cos(6\pi Bt) \right]$, l'intervallo di campionamento pari a $T_c = \frac{2}{3B}$ e sia $p(t)$ un interpolatore cardinale di banda B .

- 1) Calcolare e disegnare lo spettro di $x(t)$ e determinarne energia e potenza
- 2) Calcolare la espressione analitica del segnale $z(t)$
- 3) Calcolare e disegnare lo spettro di $z(t)$ e determinarne energia e potenza
- 4) Calcolare l'espressione analitica di $z[n]$

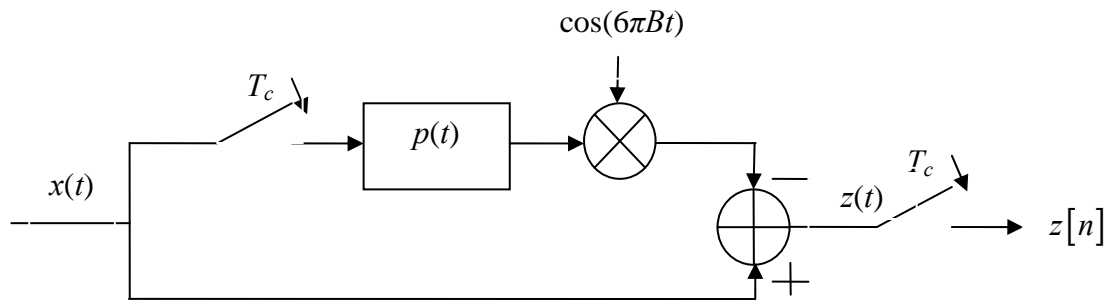


Fig. 1

Esercizio 2

All'ingresso del ricevitore di Fig.2 viene applicato un segnale QPSK del tipo $r(t) = \sum_i a_i g_T(t - iT) \cos(2\pi f_0 t) - \sum_i b_i g_T(t - iT) \sin(2\pi f_0 t) + w(t)$ con a_i, b_i simboli equiprobabili, indipendenti, tra loro e con se stessi, ed appartenenti all'alfabeto $(a_i, b_i) \in A \equiv (\pm 1)$. La risposta impulsiva del filtro in trasmissione è $g_T(t) = \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) \text{rect}(t/T)$, il canale è ideale e introduce un rumore $w(t)$ Gaussiano passa banda bianco con densità spettrale di potenza (d.s.p.) $S_W(f) = \frac{N_0}{2} \left[\text{rect}((f - f_0)/B) + \text{rect}((f + f_0)/B) \right]$ con B la banda dell'impulso $g_T(t)$. Il filtro in ricezione è $g_R(t) = A \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right)$. Il decisore decide separatamente sul canale in fase ed in quadratura con due

decisori a soglia zero. Si risponda alle seguenti domande:

- 1) L'energia media del segnale ricevuto;
- 2) Si disegni lo schema equivalente in banda base del ricevitore
- 3) Si calcoli la costante A affinché la risposta impulsiva del sistema in banda base sia di Nyquist;
- 4) Si calcoli la prob. d'errore su simbolo, inteso come simbolo complesso $c_k = (a_k, b_k)$.

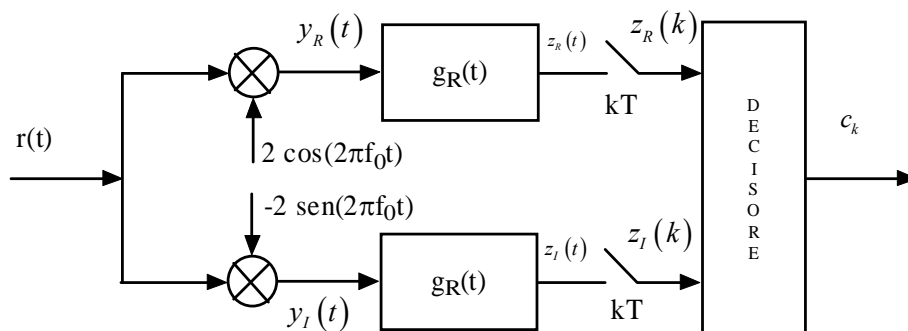
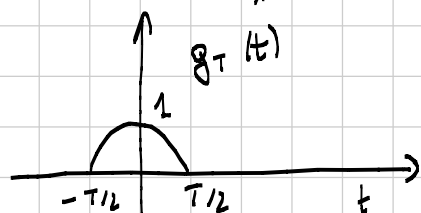


Fig. 2

Soluzione Es. 2 del 02-02-09

$$r(t) = m_R(t) \cos(2\pi f_0 t) - m_I(t) \sin(2\pi f_0 t) + u(t)$$

$$m_R(t) = \sum_i a_i g_T(t - iT) \quad m_I(t) = \sum_i b_i g_T(t - iT)$$



$$g_R(t) = A \text{rect}(t/T)$$

1) $E_r = ?$ $\bar{E}_r = \bar{E}_{r_R} + \bar{E}_{r_I}$ dove

\bar{E}_{r_R} è l'energia media di $m_R(t) \cos(2\pi f_0 t)$ (PAM-DSB)

\bar{E}_{r_I} è l'energia media di $m_I(t) \sin(2\pi f_0 t)$ (PAM-DSB)

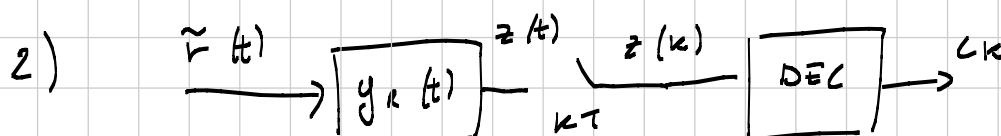
l'energia media mutua è nulla perché a_i e b_i sono indipendenti

È noto dalla teoria che per una PAM-DSB binaria

$$\bar{E}_{r_R} = \bar{E}_{r_I} = \bar{E}_{g_T} / 2 \quad \text{dove}$$

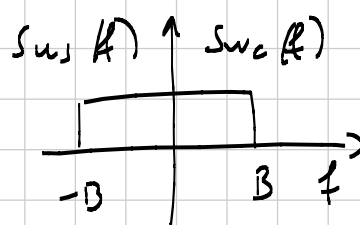
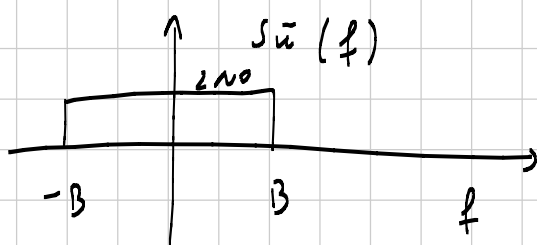
$$\bar{E}_{g_T} = 2 \int_{-T/2}^{T/2} \cos^2(\pi t/T) dt = \int_{-T/2}^{T/2} dt + \int_{-T/2}^{T/2} \cos(2\pi t/T) dt = T$$

$$\boxed{\bar{E}_r = \bar{E}_{r_R} + \bar{E}_{r_I} = T/2}$$



$$\tilde{r}(t) = \tilde{m}(t) + u(t)$$

$$\tilde{m}(t) = m_R(t) + j m_I(t)$$



$$\tilde{w}(t) = u_c(t) + j u_s(t)$$

3) $g(t) = g_R(t) \otimes g_T(t)$ è definita nell'intervallo $[-T, T]$
e vale 0 in $\pm k\pi$ $k \neq 0$

Per usare di Nyquist basta che

$$g(0) = \int_{-\infty}^{\infty} g_R(t) g_T(t) dt = \int_{-T/2}^{T/2} A \cos(\pi t/T) dt =$$

$$= 2A \frac{T}{\pi} \sin(\pi t/T) \Big|_0^{T/2} = \frac{2A}{\pi} T = 1 \Rightarrow$$

$$\boxed{A = \pi / 2T}$$

4) Dalla teoria è noto che

$$\mathcal{P}(e) = 2\mathcal{P}(e_R) = 2\mathcal{P}(e_T)$$

e_R = errore su simbolo in fase

Essendo $z_R(k) = e_k + n_c(k) \Rightarrow$

$$\mathcal{P}(e_R) = Q\left(\frac{1}{\sigma_{n_c}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{4T}{N_0 \pi^2}}\right)$$

$$\sigma_{n_c}^2 = N_0 \int_{-\infty}^{\infty} |G_R(f)|^2 df = N_0 A^2 T = \frac{N_0 \cdot \pi^2}{4 T^2} T = \frac{N_0 \pi^2}{4 T}$$

$$\boxed{\mathcal{P}(e) = 2 \cdot Q\left(\sqrt{\frac{4T}{N_0 \pi^2}}\right)}$$