< [...] CSDN 首页 博客 学院 下载 论坛 问答 商城 活动 专题 招聘 ITeye GitChat APP VIP会员 编码时 Python进阶之路 Q № 学习图论(四)——最短路问题 < 2018-04-14 20:26:53 刻苦驴啊 阅读数 172 更多 > 版权声明:本文为博主原创文章,遵循 CC 4.0 BY-SA 版权协议,转载请附上原文出处链接和本声明。 本文链接: https://blog.csdn.net/D5\_J9/article/details/79943836

凸

学习时参考的博客: https://blog.csdn.net/qibofang/article/details/51594673

一、DFS或BFS搜索(单源最短路径)

思想:遍历所有从起点到终点的路径,选取一条权值最短的路径。

下面代码是参考博客中的代码,加上本人一些注释

```
void DFS(int u,int dist) //u 为当前节点; dist 为当前点到起点的距离
 1
 2
 3
          //min 表示目前起点到终点的最短距离,初始化为 无穷(用一个很大的数去表示)
 4
          if(dist>min) //当前距离已经大过目前起点终点的最短距离,没必要往下
 5
                 return :
 6
          if(u==dest) //到达目的地
 7
                 if(min>dist)
 8
                        min=dist:
9
10
                        return ;
11
                 }
12
          for(int i=1;i<=n;++i) //遍历每一条边,标记点
13
          {
                 //对于同一个点,edge[i][i] = 0,下面条件中让 edge[u][i]大于0,是为了防止陷入无限循环
14
                 //即老是搜索同一个点。
15
                 if(edge[u][i]!=INF&&edge[u][i]&&!vis[i])
16
17
18
                        vis[i]=1:
19
                        DFS(i,dist+edge[u][i]); //更新当前距离
                        vis[i]=0;
20
21
                 }
22
          }
23
          return ;
24 }
```

## 二、弗洛伊德算法 (多源最短路径)

思想:通过比较得出图中的任意两个点,依次通过0个,1个,2个...中介点所形成的路径中最短的那一条。

一开始如果两点(U和V)之间的路径(路径①)上没有其他点,那么这条路径必定是这两点过上的最短路径。现在如果两点之间有另外一条路径(路径 径上存在第三个点(T),若这条路径比原来的路径①短,则将该路径②更新为U和V之前的最短路径,而这条路径②,是由U-T,T-U两条直接相连的路 次往下,当存在一条路径连接U、T、V且上面有第四个点时,在这条路径上U到V的距离是否更小? ...

## 核小代码:

用了三层循环, 时间复杂度较高

(这篇博文对弗洛伊德算法解释很详细: https://blog.csdn.net/qq 34374664/article/details/52261672)

```
1 void Floyd(int all) //all 共有多少节点
 2
   {
            //三层循环表示的是: 从 \mathbf{j} 到 \mathbf{k} 经过点 \mathbf{i} 后 \mathbf{j}和\mathbf{k}之间的距离有没有缩小
3
 4
            for(int i=1;i<=all;++i)</pre>
 5
                    for(int j=1;j<=all;++j)</pre>
 6
                             for(int k=1;k<=all;++k)</pre>
                                                                                                                           0
 7
                                     //最好加入 egde[j][i] 和 egde[i][k] 都小于inf的条件,防止数据爆掉
 8
                                     if(egde[j][k]>egde[j][i]+egde[i][k]) //判断借助中转点后,路程是否缩小
                                              egde[j][k]=egde[j][i]+egde[i][k]; //每个 egde[i][j]都表示当前时刻下 i 到 j 的最短距
 9
10 }
                                                                                                                            \wedge
```

思想:通过 n-1 层循环,每一次,寻找距离起点最近的点,做标记(不再访问),然后用该点作为其他点到起点路径上的中介,更新其他点到起点定能即,假设起点为U,中介点为T,图上任意没有被标记过的点为V,判断U-V的距离是否大于U-T-V距离,是的话更新U-V的距离为U-T-V的距离。(用一存放在图上其他点到起点的距离),这种对两点直接距离的更新称为**松弛操作**(记住一些专业名词对以后的阅读有好处)。然后再次从未标记的点中寻的点,做同样的操作,知道遍历所有的点。最终得到的 dist数据中存放的是图上任意点到起点的最短距离。

为什么可以实现找到最短路?

因为这个算法先是找到和起点直接相连的距离最短的点,在更新其他点到起点的距离的时候,都是利用已计算过和起点的最短距离的点作为中介点去比 得到的必然都是最短距离。

```
<
1 void Dijkstra(int u)
2
   {
                                                                                                          >
3
          int min;//表示某一点到起点的最短距离
          int k;// k 记录为访问的点中距离起点最近的点
4
5
          for(int i=1; i<=n; ++i)</pre>
6
          {
                  flag[i]=0;// flag 用于标记节点是否已经访问过;
 7
                 //dist 数组,存储图上各点到起点的距离
8
                 dist[i]= edge[u][i]; // edge 存放的是两个节点之间的距离,若两个点之间没有边,则赋值为 INF(极大的数)
9
                 pre[i] = 0; //pre 数组用来存储 最短路径中节点 i 的上一个节点是哪一个
10
11
          }
12
          flag[u]=1;//标记起点,没必要访问
13
          dist[u]=0;
14
          //开始Dijkstra算法,遍历 n-1次,即遍历除起点外其他所有的点
15
          for(int i=1; i<n; ++i)</pre>
16
                 //寻找离起点最近的点
17
18
                 min = INF;
19
                  for(int j=1; j<=n; ++j)</pre>
20
                         if(!flag[j]\&min>dist[j])
21
                                min=dist[j];
22
23
                                k = j;
24
25
                 //相应的点后,更新图上其他点到起点的路径距离
26
27
                  for(int j=1; j<=n; ++j)</pre>
                         if(edge[k][j]!=INF)// k 和 j 之间存在边时
28
29
                         {
30
                                int temp = edge[k][j]+dis[k]; //i 到 j 的新路径
31
                                if(!flag[j]&&temp<dis[j]) //如果该路径距离小于原本 j到i 的距离,刷新替换
32
                                {
33
                                       dis[j]=temp;
34
                                       pre[i]=k:
35
                                }
36
                         }
37
38 }
```

此处补充四个小概念: (N表示节点数, M表示边数)

①稀疏图: M远比N2小的图称为稀疏图 ②稠密图: M相对较大的图称为稠密图

③大顶堆: 堆顶元素最大的堆 ④小顶堆: 堆顶元素最小的堆

紫书上对该算法进行了优化并且封装,其中涉及**优先队列**的知识,基本思想一致,用优先队列只是进行了优化,使得即使是稠密图,使用该优化算法的接矩阵的算法快。因为执行 push存在前提。

(用优先队列,是因为算法中d[i]越小,越应该先出队(每次先取和起点距离最近的点))

下面给出紫书把此算法封装成结构体的代码

链接所指大佬提供了迪杰斯特拉算法堆优化的另一种思路:不需要定义结构体重载 <, 而是直接对距离取相反数

```
//把整个算法以及所用到的数据结构封装到一个结构体中
struct Dijkstra {
    struct Edge {
        int from,to,dist;
        Edge(int u,int v,int d):from(u),to(v),dist(d) {}
}: //存放边的结构体
```

```
int n,m;
vector<Edge> edges;
vector<int> G[MAXN];
bool done[MAXN];// 标记是否访问过
int d[MAXN];//起点到各个点的距离
int p[MAXN];// 记录最短路径
void inti(int n)
{
       this->n=n; //赋值节点数
       //清空操作,是为了可以重复使用此结构体
       for(int i=1; i<=n; ++i)</pre>
             G[i].clear();
       edges.clear();
}
void AddEdge(int f,int t,int d)
{
       edges.push_back(Edge(f,t,d));
       m = edges.size(); //每次添加边后都把边数赋值给 m 最后得到总边数
       G[f].push_back(m-1); //m-1是保存了 边在edges中的编号(下标),可以通过此编号访问边
}
//定义一个结构体作为优先队列中的元素类型
struct HeapNode{
      int d,u; //d 是距离, u 是节点
       //表示优先级为从小到大
       bool operator<(const HeapNode& a)const</pre>
              return d>a.d; //小堆顶
              //个人理解,队列的每次push操作都要根据优先级判断再放置队顶元素,
              //即是否 队顶<新入队元素的操作(STL默认操作是大根堆)
              //重载<运算符后使得比较结果颠倒,优先级变成从小到大
       }
};
//主算法
void dijkstra(int u)
       priority_queue<HeapNode> q; //创建一个优先队列
       for(int i=1;i<=n;++i)</pre>
              d[i] = INF;
       d[u] = 0; //起点到起点的距离当然为0
       memset(done,0,sizeof(done));
       HeapNode v(0,u); //起点
       q.push(v);
       while(!q.empty())
       {
              v=q.top();
              q.pop();
              if(done[v.u]) //已经访问过的点不再访问
                    continue;
              done[v.u] = true;
              //可以省去done数组,改为 if(v.d!=d[v.u]) 防止节点重复扩展
              //思路同,只是实现方式改变
              for(int i=0;i<G[v.u].size();++i) //这种情况下每条边只被访问了一次
              {
                     Edge& e = edges[G[v.u][i]];
                     if(d[e.to]>d[v.u]+e.dist)
                     {
                            d[e.to]=d[v.u]+e.dist;
                            p[e.to]=v.u;
                            q.push((HeapNode){d[e.to],e.to});
                     }
             }
      }
}
```

₽

மீ

<

···

0

具体原因等我搞明白了再写一篇博客。

注意: 迪杰斯特拉算法不可以求含有负权边的最短路!

思想:(节点数N,边数M)进行**至多**N-1次循环,每一次都更新图上任意点到起点的距离(松弛操作)。其实个人觉得类似Dijkstra算法,对任意点到进行更新,只是每一次都遍历所有边去更新。至多N-1次,是考虑了最坏的情况,即每一次遍历所有边,只有和起点相连的边得到更新。

```
核心代码:
```

```
// u[i]和v[i] 分别存放第 i 条边的前后顶点,w[i]存放权值
                                                                                                                    bool BellmanFord()
 2
                                                                                                                    4
           for(int i=1;i<=n;++i)</pre>
                   d[i]=(i==1?0:INF);
 5
 6
           //至多遍历 n-1 次
           //考虑最坏的情况,即每一次遍历所有边,只有和起点相连的边得到更新
 7
 8
            for(int i=1;i<n;++i)</pre>
                   for(int j=1;j<=m;++j)</pre>
9
10
                           int x=u[i],y=v[i];
11
                           if(d[x]<INF)</pre>
12
13
                                   d[y]=min(d[y],d[x]+w[i]);
14
                   }
           //判断是否存在 含有负权的环
15
16
            for(int i=1;i<=m;++i)</pre>
                   if(d[v[i]]>d[u[i]]+w[i])
17
18
                           return false;
19
            return true;
20 }
```

参考此博客 (https://www.cnblogs.com/xiu68/p/7993514.html)

此算法的缺点是效率不高。因为要进行N-1次循环,但可能在第一次就已经得到答案了,亦即是做了很多无用的工作。 下面是对该算法的改进,一般称为SPFA算法。

思想:在Bellman-Ford算法的基础上,使用队列保存待松弛的点,对每个出队的点,遍历跟它相邻的点,如果这两点间的边能够松弛且相邻点不在队列邻点存入队列。(因为松弛操作可能对该相邻点的相邻点产生影响)

## 核心代码:

```
1 | void SPFA()
   {
3
           vector<int> d(n+1,INF); //距离
 4
           vector<int> cnt(n+1,0); //记录每个点遍历的次数
 5
 6
           vector<int> inq(n+1,0); //记录节点是否在队列内
 7
           d[s]=0;
 8
           cnt[s]=inq[s]=1;
9
           deque<int> q(1,s);
           while(!q.empty())
10
11
                   int u=q.front(),i=0,to,dist;
12
13
                   inq[u] = 0; //出队
                  q.pop_front();
14
15
                   for(; i<g[u].size(); ++i)</pre>
16
17
                          to=g[u][i].to;//g[u][i].to表示u-i边箭头端(末端)的点
                          dist=g[u][i].dist;
18
                          if(d[to]>d[u]+dist)
19
2ģ
222222222223434
                                 d[to]=d[u]+dist;
                                 if(!inq[to]) //如果点不在队列内再入队
                                  {
                                         //若有负权环,则会无限循环下去,所以肯定有一个点遍历的次数大于 n
                                         if(n==++cnt[to])return 0; //判断是否为负权环
                                         ina[to]=1:
                                         //SLF优化:减少重复扩展的次数。
                                         if(!q.empty()&&d[to]<q.front()) //确保队列非空才能访问q.front()
                                                q.push_front(to);
                                         else
                                                                                                               0
                                                q.push_back(to);
                                 }
                                                                                                                0
                         }
                  }
           }
```

其中医用了SLF优化 (关于此优化,好像还没有确切的证明,但实际运用上确实优化了不少,如果有读者知晓麻烦评论告知一下,多谢) SLPAC化: 判断将要入队的节点到源点的距离是否比队首元素小,是的话插入队首,否则插入队尾。所以上面代码用了双向队列。这样做可能会减少原格 接点或者一些本来没有SLF优化时需要入队的点的入队次数,即减少了扩展次数。但是存在反例使得使用了SLF优化反而使程序变慢。所以一般可以用, 都能用。 (我对此的理解还很浅薄) ··· 学好图论的路,还很长... 26 27 文章最后发布干: 2018 28 29 有 0 个人打赏 < 30 31 最短路四种算法浅理解(大佬请无视) 阅读数 134 第\_3為 ~~~~~~~~dijkstra~~~~(加边法)这个题目就是一个dijkstra... 博文 来自: ecjtu\_17\_... 34 35 <del>\$3</del>6 思对作者说点什么 37 38 39 40 41 图论基础——最短路问题 −。**4单**源最短路问题1。(Bellman-Ford)1.当图为DAG时,把图拓扑排序一下,然… 博文 来自: 叶子心情… 图论初步——最短路(2) 47 Dijkstra算法优化关于Dijkstra详见图论初步——最短路(1)前面的文章中,我们提到了...博文来自:wljoi的博客 图论初步——最短路(1) 最适路分类单源最短路:从一个点到其他所有点的最短路算法:Dijkstra,spfaDijkstra,...博文来自:wljoi的博客 52 53 STEEDERS AND STEED AND STE 高一数学向量知识点 高等数学补课 57 图论中的常见问题,有三种常用算法,以及许多拓展内容。松弛操作对于每条有向边(...博文 来自:又又大柚... 61 图论2-最短路是图论中十分常见的一个问题,可分为单源最短路与全源最短路。对... 博文 来自: Alex\_Mc... 65 **图论**6 -最短路,最小生成树。 Dijkstra:每次拓展当前未拓展的最近点X,因为X不可能被再次更新,... 博文 来自:weixin\_3... 最短路 图论9\_ - 最短路 —— Floyd 算法 Floyd算法又称为插点法,是一种用于寻找给定的加权图中多源点之间最短路... 博文 来自: Alex\_Mc... 72 -最短路算法学习笔记 最短路算法1.FLOYD算法多源最短路预处理:二维数组储存两点之间的边距离,初始... 博文 来自: Sensente... 75 学<mark>习图</mark>论(四)——最短路问题 - CSDN博客 78 基础最短路四 POJ3268 - Hide in Code - CSDN博客 年度榜单: Python三连冠, 碾压Java!你怎么看? IEEE Spectrum近日发布了2019年度编程语言排行榜,令人些许意外的是,Python连续三年问鼎巅峰,你怎么看? ብ ን **图论 —— 最短路 —— Johnson 算法** 阅读数 25 【概述】对于单源最短路来说,有时间复杂度为O(E+VlogV)要求权值非负的Dijkstra... 博文 来自:Alex\_Mc... 0 极其简单的最短路问题【BFS】【图论】 -! - CSDN博客

凸 最短路学习记录 - qq\_40723554的博客 - CSDN博客 < **图论 —— 最短路 —— Dijkstra 算法** 【概述】Dijkstra算法是单源最短路径算法,即计算起点只有一个的情况到其他点的最...博文来自: Alex\_Mc... [...] 信天翁\_ ママ大柚纸 叶子心情你不懂 NDMZ WLJ55 42篇文音 54篇文章 43篇文章 131篇文章 关注 排名:干里之外 **关注** 排名:千里之外 <del>关注</del> 排名:干里之外 排名:干里之外 < 【BFS】【图论】极其简单的最短路问题 - giaogiao - CSDN博客 > 图论总结(6)最短路问题 - qq\_30802053的博客 - CSDN博客 图论算法——最短路系列 阅读数 4 最短路经典算法整理1.弗洛伊德: 三重循环例题: codevs1020孪生蜘蛛时间限制:1s空... 博文 来自: weixin\_3... 图论——最短路——算法 (3.0) 一、只有5行代码的floyd算法: 1、什么是floyd算法弗洛伊德算法是解决多元最短路... 博文 来自: T.J的博客 知识点四 图论:Floyd(任意两点最短路) - Authur gyc - CSDN博客 最短路线问题【图论】【最短路】(四种方法) - 菜鸡的bl... CSDN博客 图论基础算法——最短路之Dijstra算法 1.单源最短路:介绍Dijstra算法之前先介绍单源最短路的概念吧!而Dijstra算法常常用... 博文 来自: ly's Blog 反转! "只问了1个框架,就给了35K的Python岗" ş 学Python的程序员建议收藏! [数模笔记]图论-最短路问题 - 济川的博客 - CSDN博客 图论最短路例题总结&&分享做法 - 一只酷酷光儿的博客 - CSDN博客 图论 —— 最短路 —— Bellman-Ford 算法与 SPFA 【概述】Bellman-Ford算法适用于计算单源最短路径,即:只能计算起点只有一个的... 博文 来自: Alex\_Mc... 图论——最短路——Dijkstra算法 对图论有一定了解的人,一定知道最短路。最短路算法一共有4中,严格来说是3种,.... 博文 来自: weixin 3... 图论——最短路之Floyd&Dijkstra 概念: 求图上一点到另一点的最短距离。算法: 一: Floyd (弗洛伊德) Floy... 博文 来自: chenkain... 程序员实用工具网站 目录1、搜索引擎2、PPT3、图片操作4、文件共享5、应届生招聘6、程序员面试题库... 博文 来自: 不脱发的... 程序员真是太太太太太有趣了!!! 阅读数 5万+ 网络上虽然已经有了很多关于程序员的话题,但大部分人对这个群体还是很陌生。我… 博文 来自:程序猿DD 那些拿到 60K Offer 的 AI 程序员,后来都怎么样了? 刚刚拿到阿里offer, 工作地点杭州。值得去吗? 1行Python代码制作动态二维码 目录1、普通二维码2、艺术二维码3、动态二维码在GitHub上发现了一个比较有意思.... 博文 来自: 不脱发的...

阅读数 8273

全球最厉害的 14 位程序员!

来源||TWorld整理自网络全球最厉害的14位程序员是谁?今天就让我们一起来了解一...博文 来自:GitHubD...

^

阅读数 3万+

为什么程序员在学习编程的时候什么都记不住?

在程序员的职业生涯中,记住所有你接触过的代码是一件不可能的事情!那么我们该...博文 来自: CSDN资讯

"一个程序员写了个爬虫程序,整个公司200多人被端了。" "不可能吧!" 刚从朋...

我之前里的文章,写的大部分都是与计算机基础知识相关的,这些基础知识,就像我...

别在学习框架了, 那些让你起飞的计算机基础知识。

凸



博文

博文

阅读数 5万+



01、前言 Emoji 在我们生活中真的是越来越常见了,几乎每次发消息的时候不带个 E...









博文

©2019 CSDN 皮肤主题: 书香水墨 设计师: CSDN官方博客

