

Отчёт по лабораторной работе №6 (2 семестр)
Тема «Задача динамики для балки Бернулли-Эйлера»
По дисциплине "Вычислительная механика"
Вариант 15

Выполнил студент гр. 5030103/00101:
Преподаватель:

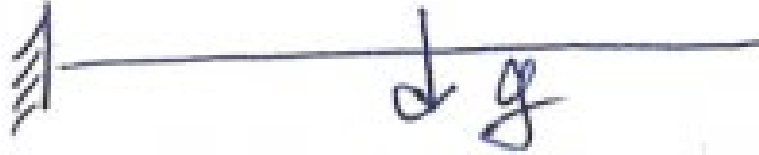
А.Д.Работинский
Е. Ю. Витохин

Содержание

Постановка задачи.....	2
Алгоритм метода	3
Результаты.....	5
Выводы	13

Постановка задачи

Требуется решить задачу динамики для балки Бернулли-Эйлера: балка находится под нагрузкой с 0 до 0.5 сек, далее происходят свободные колебания. Для этого потребуются некоторые свойства материала, из которого изготовлена балка: $\rho = 7800 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}$. Сечение балки представляет угол с высотой $h = 20 \text{ мм}$, шириной $b = 20 \text{ мм}$, толщиной $t = 4 \text{ мм}$.



Метод решения

Для решения задачи воспользуемся уравнением Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right) + \frac{\partial \Pi}{\partial u} = \{F\} \quad (1)$$

,где лагранжиан: $L = T - \Pi$ (2)

Подставим (2) в (1), получим: $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}} + \frac{\partial \Pi}{\partial u} = \{F\}$

Вспомнив, что

$$\frac{\partial \Pi}{\partial u} = [K]\{u\}$$

Уравнение динамики балки для системы КЭ: $[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}$

, где $[M]$ - матрица масс; $[K]$ – матрица жесткости системы; $\{u\}$ – столбец узловых перемещений; $\{F\}$ – нагрузки

Кинетическая энергии системы: $T = \frac{1}{2} S \int_l (\dot{u})^2 \rho dx$ (#)

Выразим u^2 : $u = [N]\{u^e\} \rightarrow u^2 = \{u^e\}^T [N]^T [N] \{u^e\}$ (*)

Подставим (*) в (#): $T = \frac{1}{2} S \rho \{\dot{u}^e\}^T \int_l [N]^T [N] dx \{u^e\}$

Переобозначим $[M^e] = \rho S \int_l [N]^T [N] dx$

Где $[M^e]$ – матрица масс для одного элемента

Матрица масс всей системы находится аналогично матрице жесткости.

Возьмем производную $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{u}} \right)$, зная, что $\frac{\partial \Pi}{\partial \dot{u}} = 0$, в таком случае уравнение Лагранжа в общем виде с учетом вязкости, будет выглядеть следующим образом:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [D]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}$$

Для решения полученной задачи мы будем использовать неявную схему интегрирования, а именно алгоритм Ньюмарка-Ньютона, поскольку вычислительных мощностей для решения задачи с помощью явной схемы (в силу ее условной устойчивости), в нашем случае не хватило. Однако ускорения в начальный момент времени мы найдем с помощью явной схемы:

k – номер момента времени, $dt = 0.01$ – выбранный временной шаг.

Явная схема:

Ускорения: $\{\ddot{u}_k\} = [M]^{-1}(\{F_k\} - [K]\{u_k\})$

Скорости: $\{\dot{u}_{k+1}\} = \{\dot{u}_k\} + dt\{\ddot{u}_k\}$

Перемещения: $\{u_{k+1}\} = \{u_k\} + dt\{\dot{u}_{k+1}\}$

Алгоритм Ньюмарка-Ньютона:

Этот алгоритм работает по принципу предиктор-корректор и может быть реализован следующим образом (вязкости в нашем случае нет, поэтому $[D]=0$):

Сначала предсказываются значения:

$$\begin{cases} \tilde{u}_{k+1} = u_k + \dot{u}_k dt + \ddot{u}_k (\frac{1}{2} - \beta) dt^2 \\ \dot{\tilde{u}}_{k+1} = \dot{u}_k + \ddot{u}_k (1 - \gamma) dt \end{cases}$$

Далее решается линейное уравнение:

$$\ddot{u}_{k+1} = ([M] + K\beta dt^2)^{-1}(\{F_{k+1}\} - K\tilde{u}_{k+1})$$

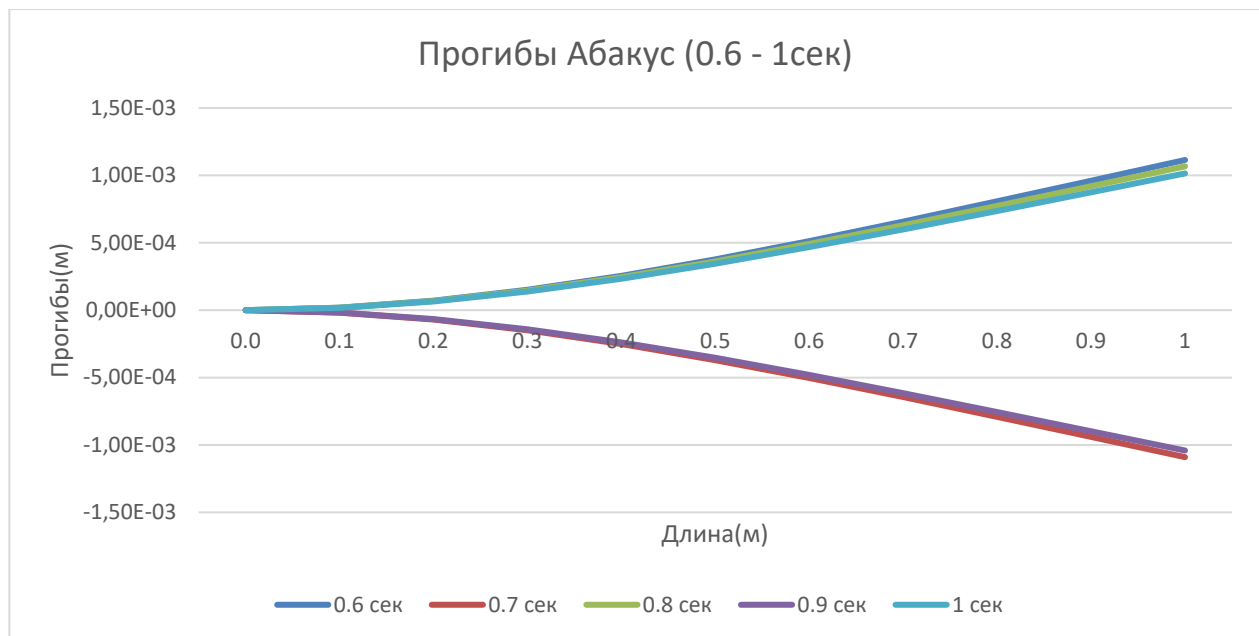
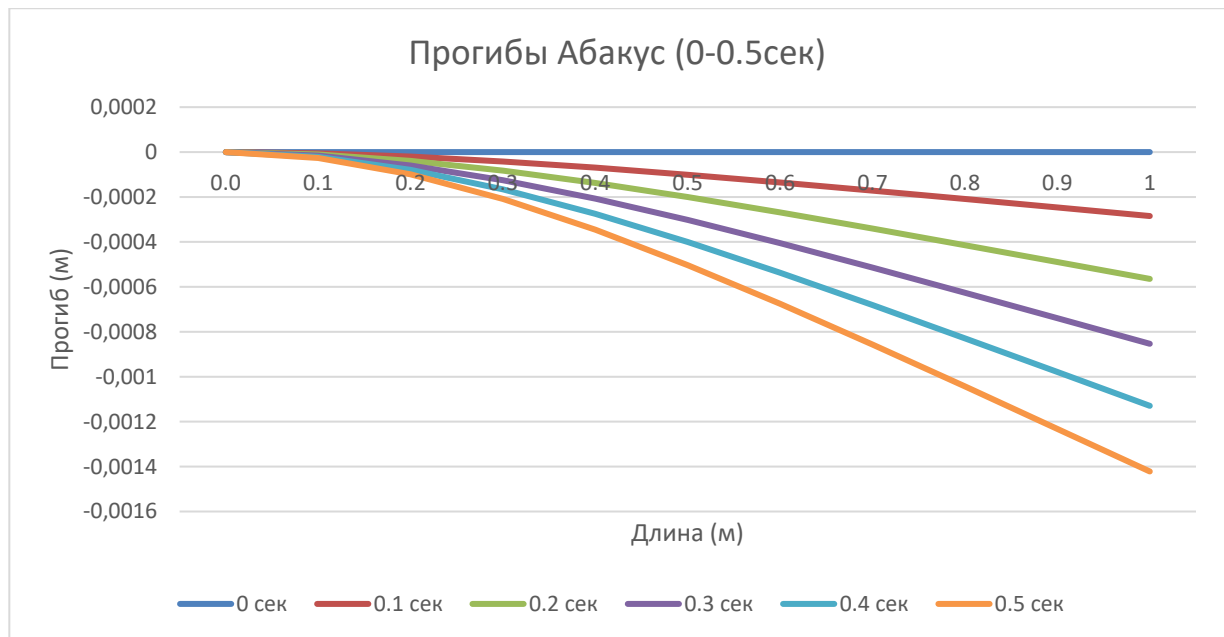
И далее предсказанные значения корректируются:

$$\begin{cases} u_k = \tilde{u}_{k+1} + \ddot{u}_{k+1} \beta dt^2 \\ \dot{u}_{k+1} = \dot{\tilde{u}}_{k+1} + \ddot{u}_{k+1} \gamma dt \end{cases}$$

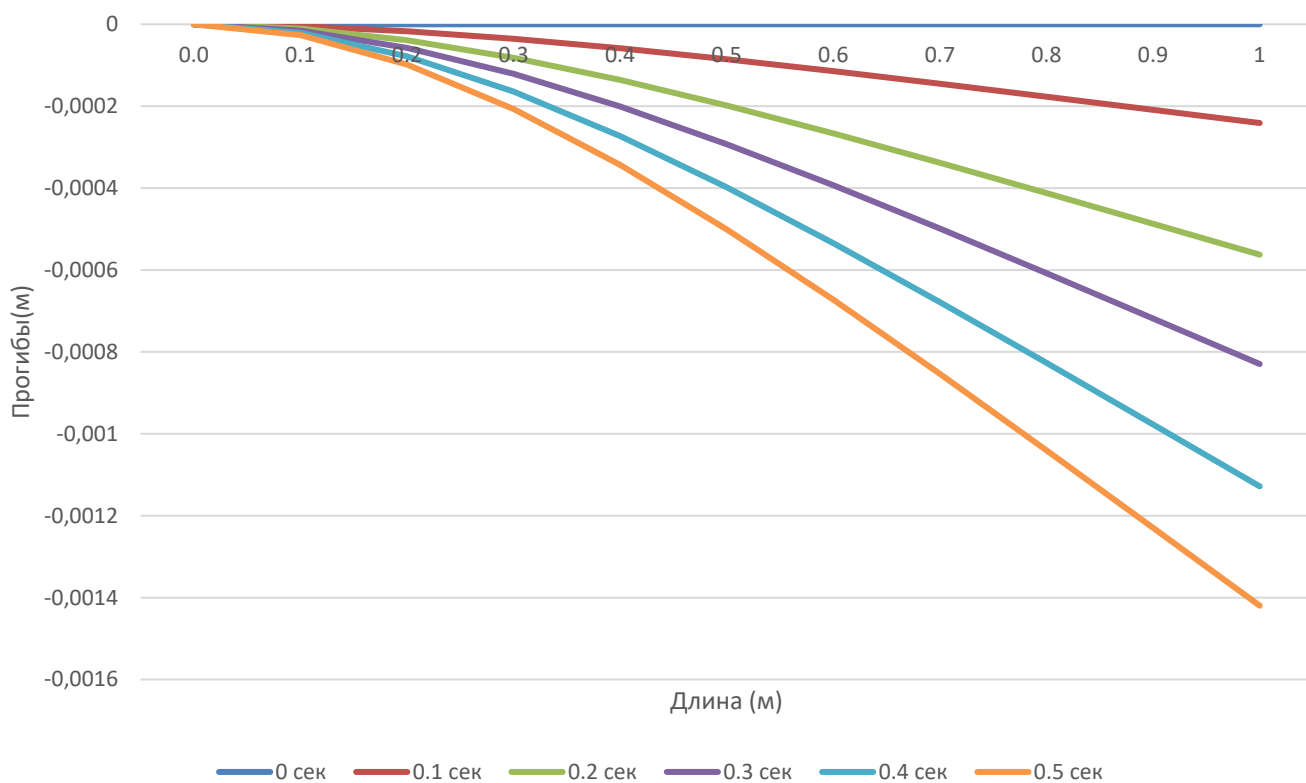
, где β, γ – константы интегрирования, для обеспечения устойчивости они были взяты: $\beta = \frac{1}{4}, \gamma = \frac{1}{2}$

Результаты

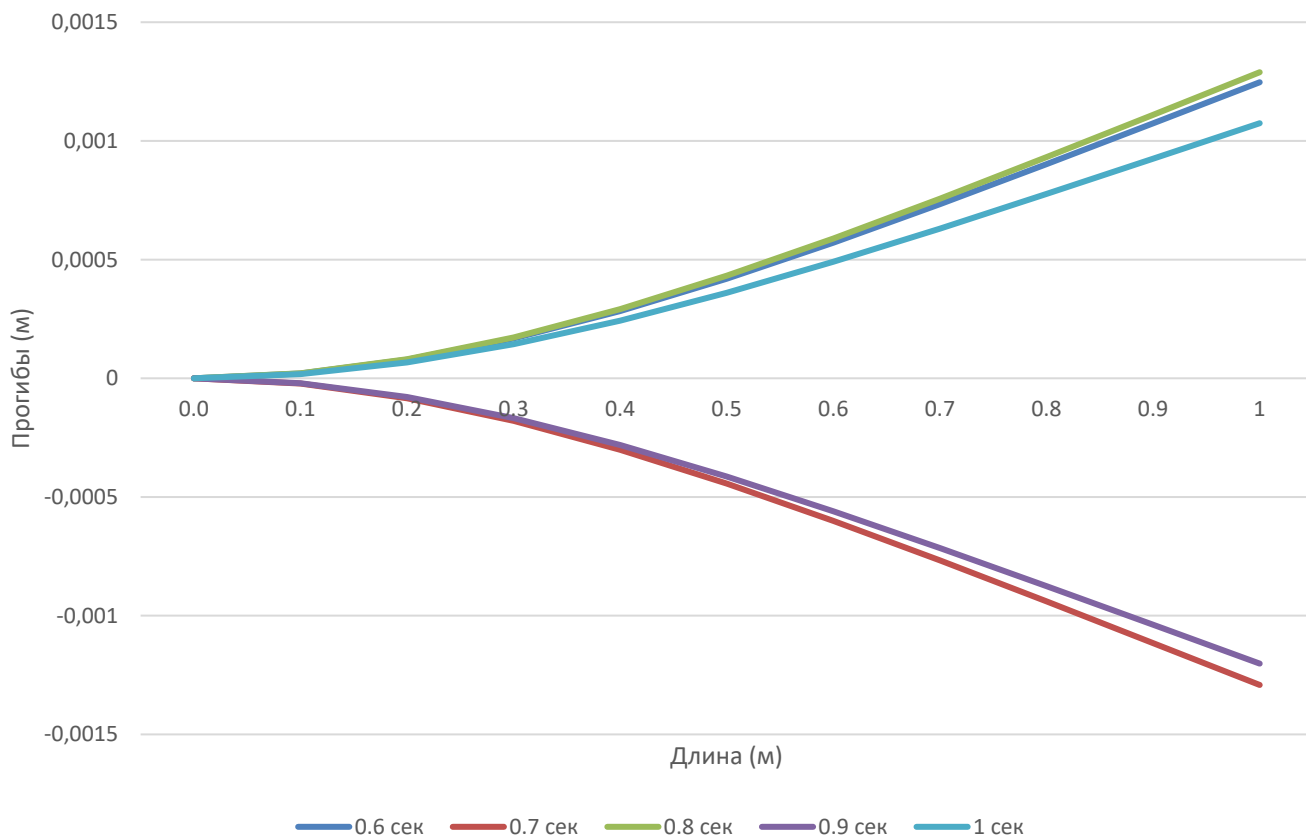
1) Прогибы:



Прогибы Матлаб (0-0.5 сек)



Прогибы Матлаб (0.6 - 1 сек)



Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,2	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,3	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,4	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,5	0		0,00E+00	0,00E+00
0,6	0		0	0,00E+00
0,7	0		0	0,00E+00
0,8	0		0	0,00E+00
0,9	0		0	0,00E+00
1	0		0	0,00E+00

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,1 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	7,74E-38		0	7,74E-38
0,1	-5,32E-06		-4,51E-06	8,13E-07
0,2	-1,99E-05		-1,68E-05	3,04E-06
0,3	-4,17E-05		-3,54E-05	6,40E-06
0,4	-6,92E-05		-5,86E-05	1,06E-05
0,5	-0,0001		-8,53E-05	1,55E-05
0,6	-0,00014		-0,00011	2,08E-05
0,7	-0,00017		-0,00015	2,63E-05
0,8	-0,00021		-0,00018	3,21E-05
0,9	-0,00025		-0,00021	3,78E-05
1	-0,00028		-0,00024	4,36E-05

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,2 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	-1,73E-38		0	1,73E-38
0,1	-1,06E-05		-1,04E-05	1,50E-07
0,2	-3,95E-05		-3,90E-05	4,96E-07
0,3	-8,28E-05		-8,19E-05	9,21E-07
0,4	-0,00014		-0,00014	1,34E-06
0,5	-0,0002		-0,0002	1,69E-06
0,6	-0,00027		-0,00027	1,94E-06
0,7	-0,00034		-0,00034	2,08E-06
0,8	-0,00041		-0,00041	2,11E-06
0,9	-0,00049		-0,00049	2,08E-06
1	-0,00056		-0,00056	2,01E-06

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,3 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	4,08E-38		0	4,08E-38
0,1	-1,60E-05		-1,54E-05	5,51E-07
0,2	-5,96E-05		-5,76E-05	2,00E-06
0,3	-0,00013		-0,00012	4,10E-06
0,4	-0,00021		-0,0002	6,64E-06
0,5	-0,0003		-0,00029	9,43E-06
0,6	-0,00041		-0,00039	1,23E-05
0,7	-0,00051		-0,0005	1,53E-05
0,8	-0,00063		-0,00061	1,82E-05
0,9	-0,00074		-0,00072	2,10E-05
1	-0,00085		-0,00083	2,38E-05

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,4 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	-3,04E-38		0	3,04E-38
0,1	-2,11E-05		-2,09E-05	2,10E-07
0,2	-7,89E-05		-7,83E-05	6,82E-07
0,3	-0,00017		-0,00016	1,24E-06
0,4	-0,00027		-0,00027	1,76E-06
0,5	-0,0004		-0,0004	2,13E-06
0,6	-0,00054		-0,00053	2,32E-06
0,7	-0,00068		-0,00068	2,29E-06
0,8	-0,00083		-0,00083	2,06E-06
0,9	-0,00098		-0,00098	1,70E-06
1	-0,00113		-0,00113	1,29E-06

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,5 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	3,38E-38		0	3,38E-38
0,1	-2,66E-05		-2,63E-05	2,60E-07
0,2	-9,93E-05		-9,85E-05	8,51E-07
0,3	-0,00021		-0,00021	1,57E-06
0,4	-0,00035		-0,00034	2,24E-06
0,5	-0,0005		-0,0005	2,76E-06
0,6	-0,00068		-0,00067	3,06E-06
0,7	-0,00086		-0,00085	3,10E-06
0,8	-0,00104		-0,00104	2,90E-06
0,9	-0,00123		-0,00123	2,52E-06
1	-0,00142		-0,00142	2,09E-06

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,6 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	-6,19E-36		0	6,19E-36
0,1	1,86E-05		2,06E-05	-1,99E-06
0,2	7,08E-05		7,85E-05	-7,68E-06
0,3	0,000151		0,000168	-1,66E-05
0,4	0,000255		0,000284	-2,84E-05
0,5	0,000377		0,00042	-4,26E-05
0,6	0,000513		0,000571	-5,87E-05
0,7	0,000657		0,000734	-7,62E-05
0,8	0,000808		0,000902	-9,47E-05
0,9	0,000961		0,001074	-1,14E-04
1	0,001114		0,001247	-1,33E-04

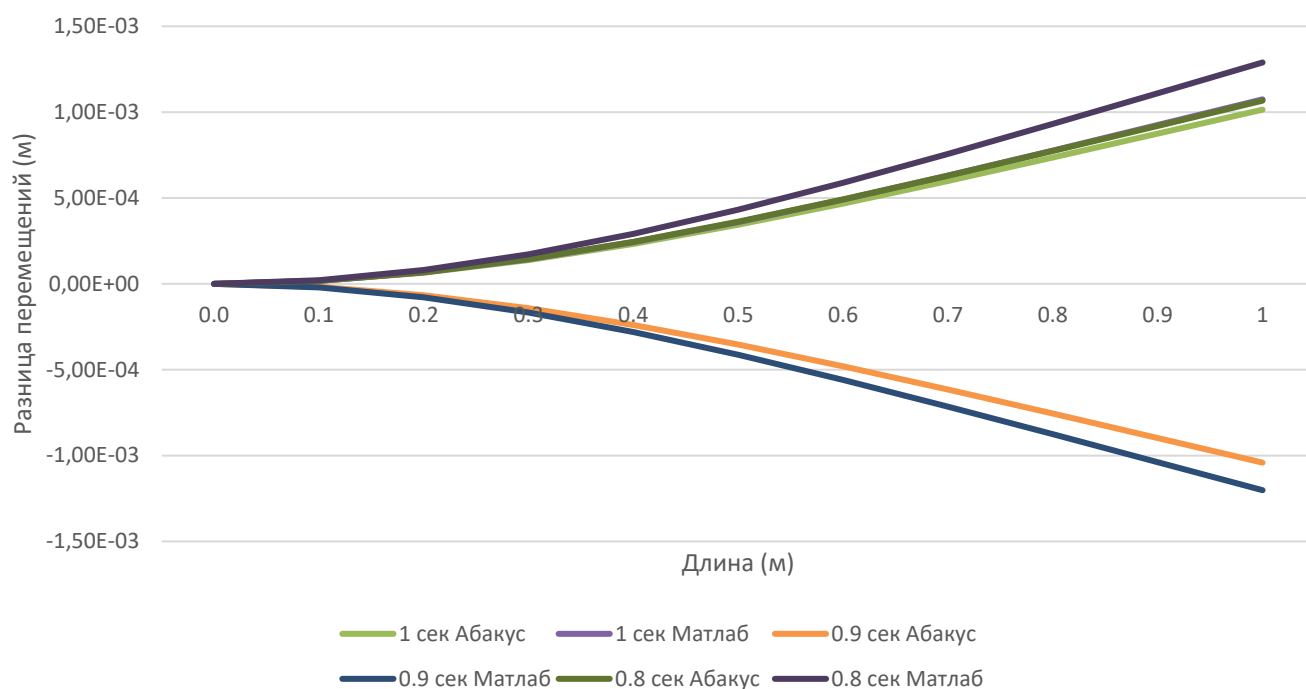
Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,7 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	1,13E-36		0	1,13E-36
0,1	-1,83E-05		-2,22E-05	-3,84E-06
0,2	-6,98E-05		-8,42E-05	-1,44E-05
0,3	-0,00015		-0,00018	-3,03E-05
0,4	-0,00025		-0,0003	-5,01E-05
0,5	-0,00037		-0,00044	-7,26E-05
0,6	-0,0005		-0,0006	-9,71E-05
0,7	-0,00064		-0,00077	-1,23E-04
0,8	-0,00079		-0,00094	-1,49E-04
0,9	-0,00094		-0,00112	-1,75E-04
1	-0,00109		-0,00129	-2,01E-04

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,8 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	-2,78E-36		0	2,78E-36
0,1	1,79E-05		2,10E-05	-3,17E-06
0,2	6,81E-05		8,04E-05	-1,23E-05
0,3	0,000145		0,000172	-2,69E-05
0,4	0,000245		0,000291	-4,64E-05
0,5	0,000362		0,000432	-7,00E-05
0,6	0,000492		0,000589	-9,71E-05
0,7	0,00063		0,000757	-1,27E-04
0,8	0,000774		0,000932	-1,58E-04
0,9	0,00092		0,00111	-1,90E-04
1	0,001067		0,001289	-2,22E-04

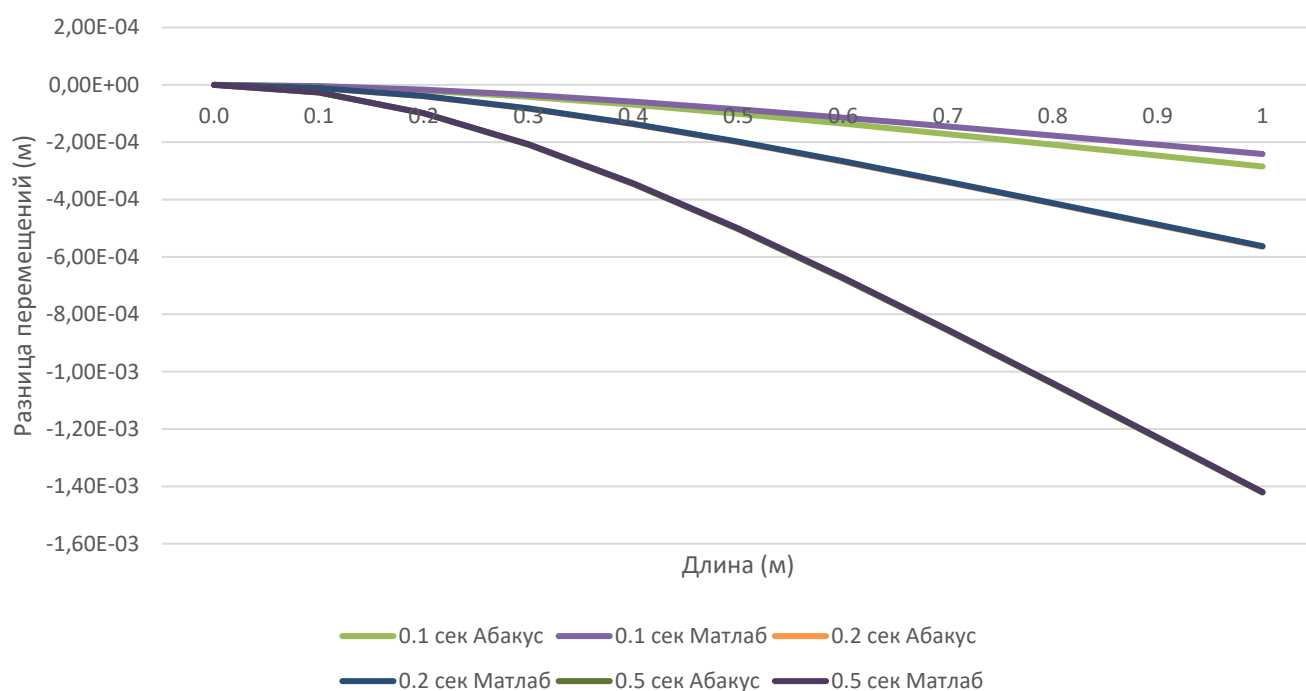
Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,9 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	1,86E-36		0	1,86E-36
0,1	-1,75E-05		-2,07E-05	-3,23E-06
0,2	-6,65E-05		-7,86E-05	-1,21E-05
0,3	-0,00014		-0,00017	-2,52E-05
0,4	-0,00024		-0,00028	-4,15E-05
0,5	-0,00035		-0,00041	-5,99E-05
0,6	-0,00048		-0,00056	-7,95E-05
0,7	-0,00062		-0,00072	-9,97E-05
0,8	-0,00076		-0,00088	-1,20E-04
0,9	-0,0009		-0,00104	-1,40E-04
1	-0,00104		-0,0012	-1,61E-04

Перемещения(м)				
Длина(м)	Шаг времени t=1 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	-1,99E-36		0	1,99E-36
0,1	1,70E-05		1,75E-05	-4,63E-07
0,2	6,48E-05		6,68E-05	-2,05E-06
0,3	0,000138		0,000143	-5,02E-06
0,4	0,000233		0,000243	-9,51E-06
0,5	0,000344		0,00036	-1,55E-05
0,6	0,000468		0,000491	-2,29E-05
0,7	0,000599		0,000631	-3,14E-05
0,8	0,000736		0,000777	-4,06E-05
0,9	0,000875		0,000925	-5,02E-05
1	0,001015		0,001074	-5,99E-05

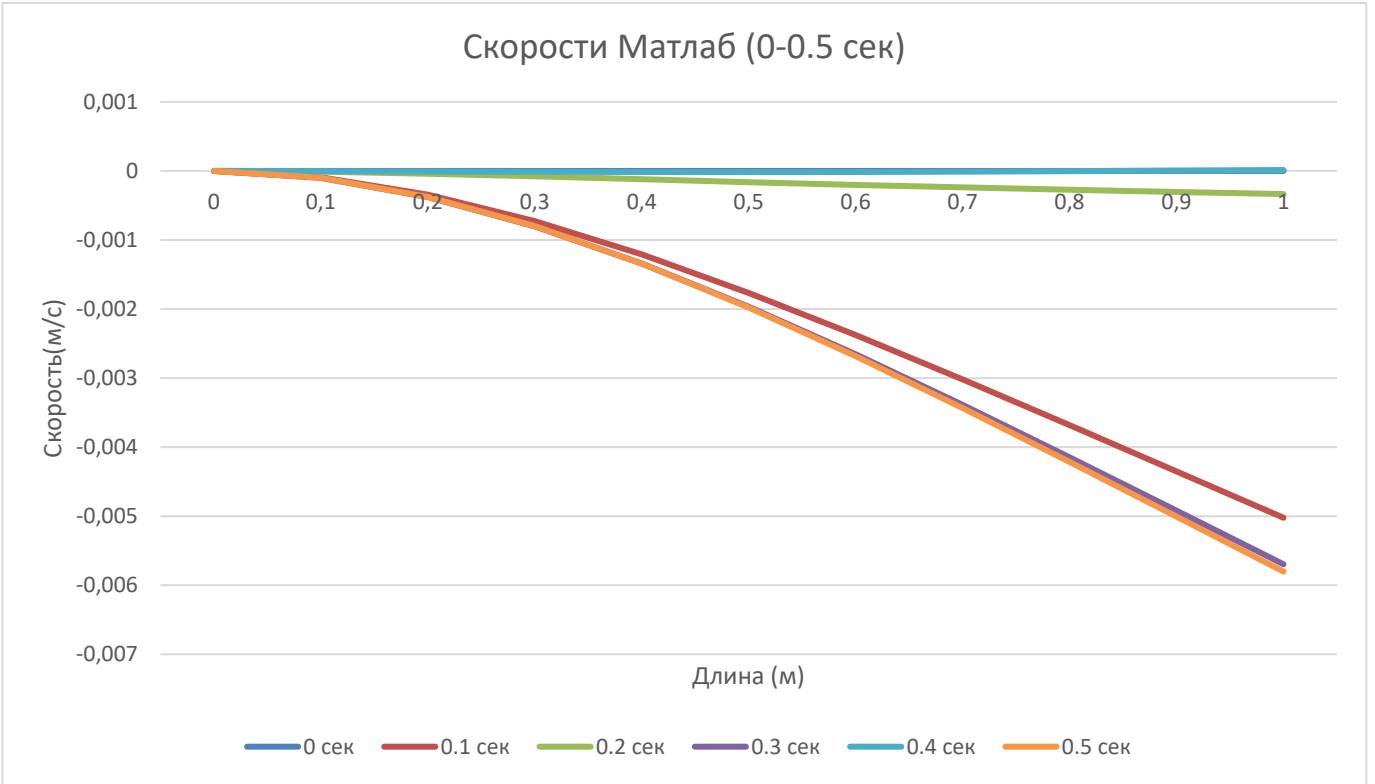
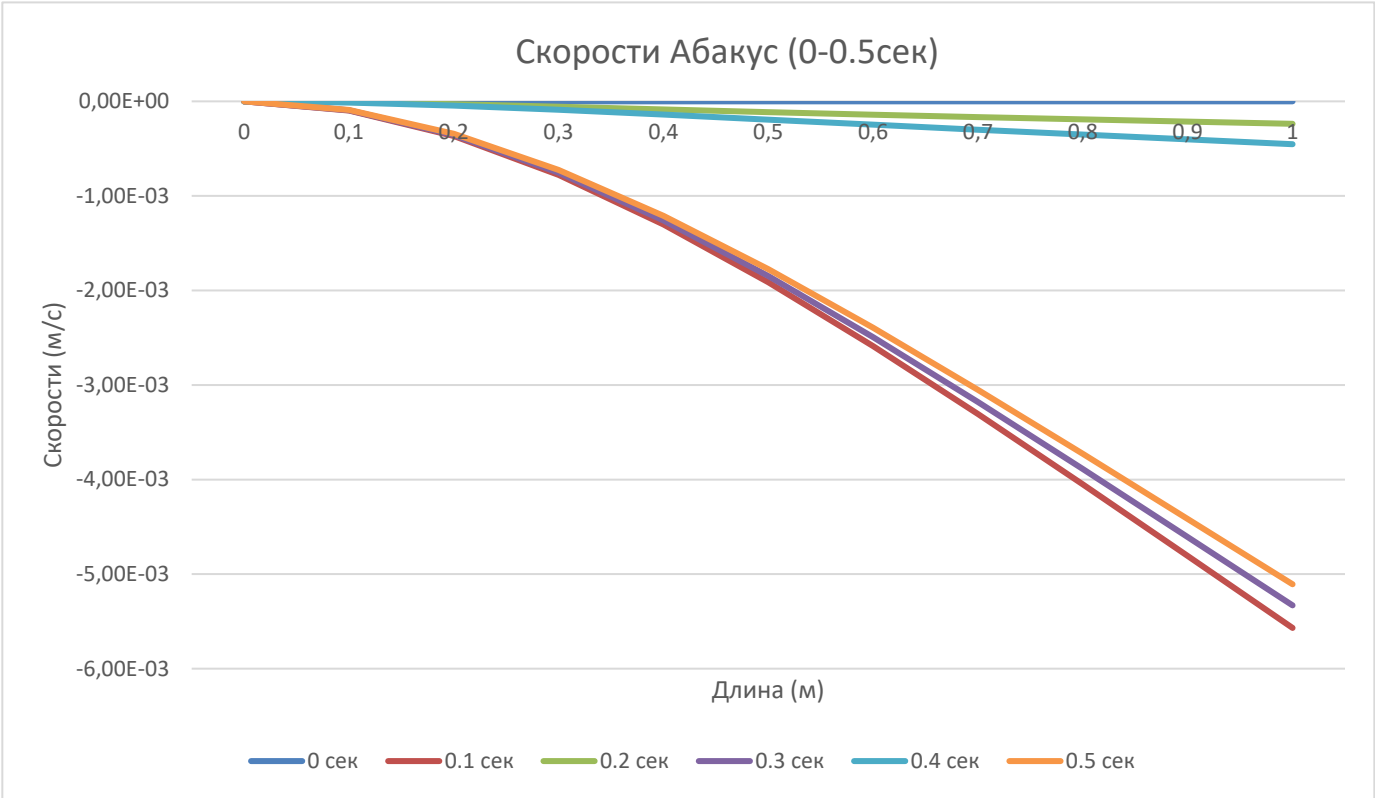
Прогибы Матлаб+Абакус (метры)



Прогибы Матлаб+Абакус (метры)



2)Скорости:



Скорости(м/с)				
Длина(м)	Шаг времени t=0 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,2	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,3	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,4	0,00E+00		0,00E+00	0,00E+00
0,5	0		0,00E+00	0,00E+00
0,6	0		0	0,00E+00
0,7	0		0	0,00E+00
0,8	0		0	0,00E+00
0,9	0		0	0,00E+00
1	0		0	0,00E+00

Скорости(м/с)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,1 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-9,68E-05		-9,17E-05	5,10E-06
0,2	-3,66E-04		-3,44E-04	2,19E-05
0,3	-7,77E-04		-7,26E-04	5,13E-05
0,4	-1,30E-03		-1,21E-03	9,31E-05
0,5	-0,00191		-1,77E-03	1,47E-04
0,6	-0,00259		-0,00238	2,12E-04
0,7	-0,00331		-0,00302	2,88E-04
0,8	-0,00405		-0,00368	3,70E-04
0,9	-0,00481		-0,00435	4,58E-04
1	-0,00557		-0,00502	5,46E-04

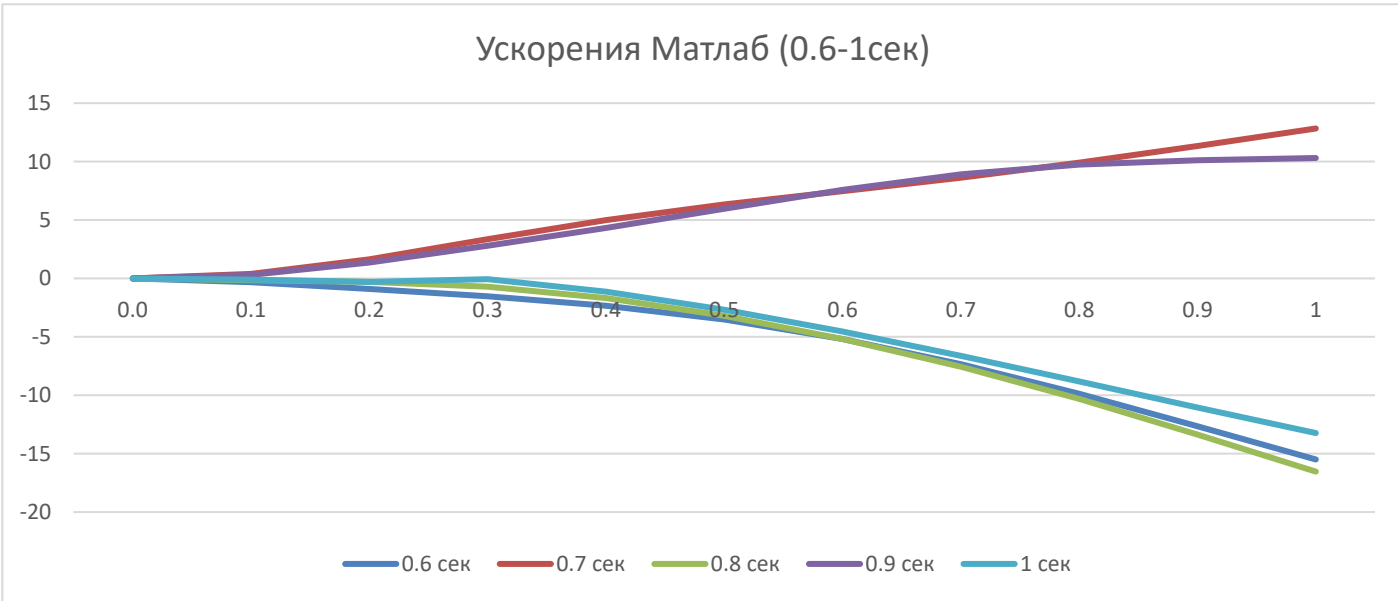
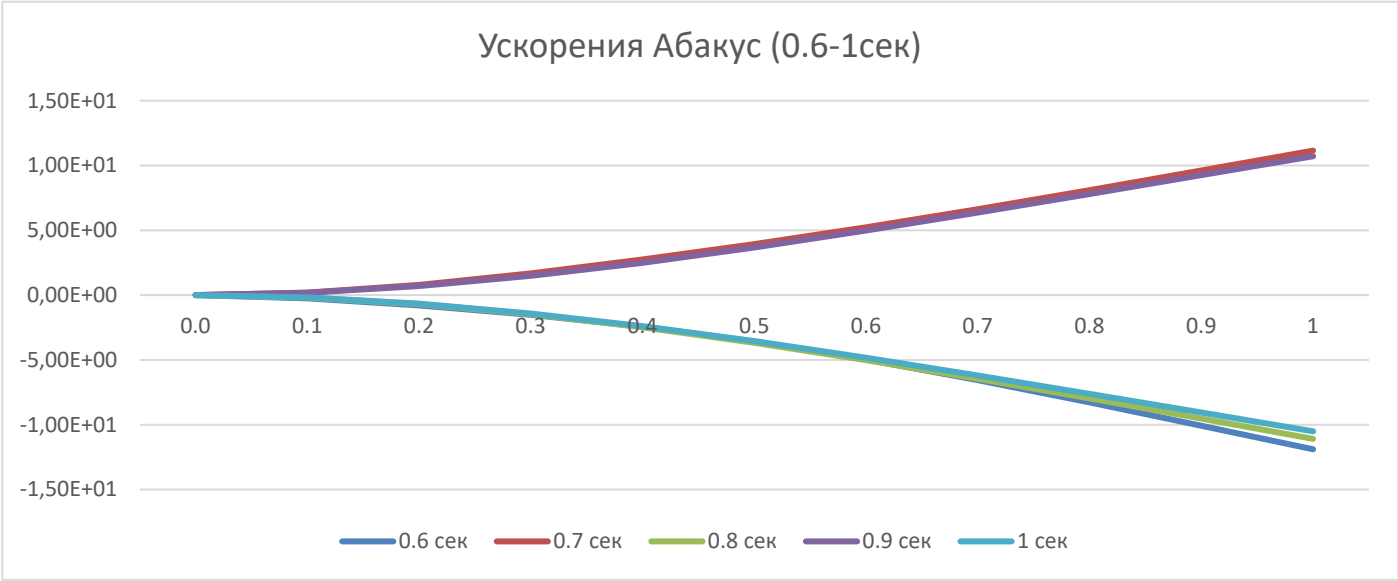
Скорости(м/с)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,2 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-8,57E-06		-1,13E-05	-2,77E-06
0,2	-2,93E-05		-3,95E-05	-1,02E-05
0,3	-5,62E-05		-7,75E-05	-2,13E-05
0,4	-8,51E-05		-0,00012	-3,48E-05
0,5	-0,00011		-0,00016	-4,88E-05
0,6	-0,00014		-0,0002	-6,16E-05
0,7	-0,00017		-0,00024	-7,24E-05
0,8	-0,00019		-0,00027	-8,15E-05
0,9	-0,00021		-0,0003	-8,95E-05
1	-0,00024		-0,00033	-9,72E-05

Скорости(м/с)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,3 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-9,44E-05		-1,01E-04	-6,19E-06
0,2	-3,56E-04		-3,79E-04	-2,33E-05
0,3	-0,00075		-0,0008	-4,91E-05
0,4	-0,00126		-0,00134	-8,16E-05
0,5	-0,00185		-0,00197	-1,19E-04
0,6	-0,00249		-0,00266	-1,61E-04
0,7	-0,00318		-0,00339	-2,07E-04
0,8	-0,00389		-0,00415	-2,58E-04
0,9	-0,00461		-0,00492	-3,12E-04
1	-0,00533		-0,0057	-3,66E-04

Скорости(м/с)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,4 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-1,29E-05		-2,50E-06	1,04E-05
0,2	-4,54E-05		-7,56E-06	3,78E-05
0,3	-8,98E-05		-1,26E-05	7,72E-05
0,4	-0,00014		-1,59E-05	1,25E-04
0,5	-0,00019		-1,64E-05	1,77E-04
0,6	-0,00025		-1,41E-05	2,33E-04
0,7	-0,0003		-9,43E-06	2,90E-04
0,8	-0,00035		-2,92E-06	3,49E-04
0,9	-0,0004		4,71E-06	3,98E-04
1	-0,00045		1,28E-05	4,41E-04

Скорости(м/с)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,5 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-9,10E-05		-9,92E-05	-8,11E-06
0,2	-3,43E-04		-3,76E-04	-3,28E-05
0,3	-0,00073		-0,0008	-7,42E-05
0,4	-0,00121		-0,00134	-1,32E-04
0,5	-0,00177		-0,00198	-2,04E-04
0,6	-0,00239		-0,00268	-2,89E-04
0,7	-0,00305		-0,00344	-3,84E-04
0,8	-0,00373		-0,00421	-4,86E-04
0,9	-0,00442		-0,00501	-5,90E-04
1	-0,00511		-0,0058	-6,95E-04

3)Ускорения:



Ускорения(м/с^2)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,6 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-2,46E-01		-3,28E-01	-8,26E-02
0,2	-7,90E-01		-9,07E-01	-1,17E-01
0,3	-1,5176		-1,53591	-1,83E-02
0,4	-2,438		-2,34185	9,62E-02
0,5	-3,58742		-3,52057	6,68E-02
0,6	-4,97183		-5,18921	-2,17E-01
0,7	-6,55635		-7,34292	-7,87E-01
0,8	-8,27946		-9,87959	-1,60E+00
0,9	-10,0753		-12,6501	-2,57E+00
1	-11,8938		-15,4978	-3,60E+00

Ускорения(м/с^2)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,7 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	1,98E-01		3,83E-01	-1,85E-01
0,2	7,88E-01		1,63E+00	-8,47E-01
0,3	1,67264		3,353074	-1,68E+00
0,4	2,74336		4,995321	-2,25E+00
0,5	3,93619		6,335018	-2,40E+00
0,6	5,23078		7,469821	-2,24E+00
0,7	6,62066		8,616406	-2,00E+00
0,8	8,0901		9,911039	-1,82E+00
0,9	9,60948		11,33923	-1,73E+00
1	11,1467		12,83369	-1,69E+00

Ускорения(м/с^2)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,8 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-1,86E-01		-1,41E-01	4,47E-02
0,2	-6,90E-01		-2,95E-01	3,95E-01
0,3	-1,46955		-0,70564	7,64E-01
0,4	-2,48484		-1,6753	8,10E-01
0,5	-3,68494		-3,20594	4,79E-01
0,6	-5,02234		-5,18638	-1,64E-01
0,7	-6,46076		-7,56076	-1,10E+00
0,8	-7,97063		-10,3115	-2,34E+00
0,9	-9,52246		-13,3667	-3,84E+00
1	-11,0891		-16,5368	-5,45E+00

Ускорения(м/с ²)				
Длина(м)	Шаг времени t=0,9 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	1,83E-01		3,03E-01	-1,21E-01
0,2	6,98E-01		1,37E+00	-6,67E-01
0,3	1,48541		2,792816	-1,31E+00
0,4	2,4919		4,323939	-1,83E+00
0,5	3,67119		5,957051	-2,29E+00
0,6	4,97792		7,577081	-2,60E+00
0,7	6,36749		8,906307	-2,54E+00
0,8	7,802		9,738861	-1,94E+00
0,9	9,25513		10,11226	-8,57E-01
1	10,71290		10,30573	4,07E-01

Ускорения(м/с ²)				
Длина(м)	Шаг времени t=1 сек			
х	Абакус		Матлаб	Разница
0	0,00E+00		0	0,00E+00
0,1	-1,74E-01		-1,00E-01	7,36E-02
0,2	-6,63E-01		-2,93E-01	3,70E-01
0,3	-1,4214		-0,06289	1,36E+00
0,4	-2,40113		-1,137	1,26E+00
0,5	-3,55338		-2,68805	8,65E-01
0,6	-4,83299		-4,54375	2,89E-01
0,7	-6,19938		-6,62504	-4,26E-01
0,8	-7,6173		-8,82423	-1,21E+00
0,9	-9,05923		-11,0496	-1,99E+00
1	-10,5079		-13,2374	-2,73E+00

Выводы

По итогам работы была решена задача динамики для балки Бернулли-Эйлера при помощи метода конечных элементов и вычислены перемещения, скорости и ускорения в узлах. Результаты, полученные с помощью конечно-элементного пакета Abaqus и непосредственно в MatLab дали очень близки.

Код (выполнен в MatLab)

```
clc
clear all
g = 9.81;
s = 0.000144;
dens = 7900;
TS = 1000000;
dt = 1/TS;
l = 0.1;
nodes = 11;
els = 10;
I = 5.027555555555557e-9;
E = 2e11;
x = [0,0.1,0.2,0.3,0.4,0.5,0.6,0.7,0.8,0.9,1];
asc = [[1,2];[2,3];[3,4];[4,5];[5,6];[6,7];[7,8];[8,9];[9,10];[10,11]];
ftmp = 1/2*-g*dens*s*[1;1/6;1; -1/6];
F = zeros(2*nodes,1);
% for i=1:els
%     F(2*i-1:2*i+2,1)=F(2*i-1:2*i+2,1) + ftmp;
% end
F(1)=0;
F(2)=0;
% fe =
[f_e_tmp(1);f_e_tmp(2);f_e_tmp(3)+f_e_tmp(1);f_e_tmp(4)+f_e_tmp(2);f_e_
tmp(3)+f_e_tmp(1);f_e_tmp(4)+f_e_tmp(2);f_e_tmp(3)+f_e_tmp(1);f_e_tmp(4)
)+f_e_tmp(2);f_e_tmp(3)+f_e_tmp(1);f_e_tmp(4)+f_e_tmp(2);f_e_tmp(3)+f_e_
tmp(1);f_e_tmp(4)+f_e_tmp(2);f_e_tmp(3)+f_e_tmp(1);f_e_tmp(4)+f_e_tmp(
2);f_e_tmp(3)+f_e_tmp(1);f_e_tmp(4)+f_e_tmp(2);f_e_tmp(3)+f_e_tmp(1);f_
e_tmp(4)+f_e_tmp(2);f_e_tmp(3)+f_e_tmp(1);f_e_tmp(4)+f_e_tmp(2);f_e_tmp
(1);f_e_tmp(2)];

for i=2:nodes-1
    F(2*i-1)=ftmp(1)+ftmp(3);
    F(2*i)=ftmp(2)-ftmp(4);
end
F(2*nodes-1)=ftmp(3);
F(2*nodes)=ftmp(4);
% F(11)=-dens*g*s;
matrix_for_k_e = zeros(4);
matrix_for_k_e(1,1)=12;
matrix_for_k_e(1,2)=6*l;
matrix_for_k_e(1,3)=-12;
matrix_for_k_e(1,4)=6*l;
matrix_for_k_e(2,1)=6*l;
matrix_for_k_e(2,2)=4*l*l;
matrix_for_k_e(2,3)=-6*l;
```

```

matrix_for_k_e(2,4)=2*1*1;
matrix_for_k_e(3,1)=-12;
matrix_for_k_e(3,2)=-6*1;
matrix_for_k_e(3,3)=12;
matrix_for_k_e(3,4)=-6*1;
matrix_for_k_e(4,1)=6*1;
matrix_for_k_e(4,2)=2*1*1;
matrix_for_k_e(4,3)=-6*1;
matrix_for_k_e(4,4)=4*1*1;

me = [156, 12 * 1, 54, -13 * 1; 22 * 1, 4 * 1 * 1, 13 * 1, -3 * 1 * 1;
54, 13 * 1, 156, -22 * 1; -13 * 1, -3 * 1 * 1, -22 * 1, 4 * 1 * 1;];
me = s * dens * 1 / 420 * me;
ke= E*I/(0.1^3)*matrix_for_k_e;

K = zeros(2*nodes);
m = zeros(2*nodes);
for i=1:els
    j = asc(i,1);
    v = asc(i,2);
    a_v = 2*j-1;
    a_t = 2*j;
    b_v = 2*v-1;
    b_t = 2*v;
    A = zeros(4,2*nodes);
    A(1,a_v)=1;
    A(2,a_t)=1;
    A(3,b_v)=1;
    A(4,b_t)=1;
    mtmp = A'*me*A;
    ktmp = A'*ke*A;
    K = K+ktmp;
    m = m+mtmp;
end
K(1,:)=0;
K(:,1)=0;
K(1,1)=1;

K(2,:)=0;
K(:,2)=0;
K(2,2)=1;

r = linsolve(K,F);
m(1,:)=0;
m(:,1)=0;
m(1,1)=1;

m(2,:)=0;
m(:,2)=0;
m(2,2)=1;

u = zeros(22);
du = zeros(22);
ddu = zeros(22);
result_u = zeros;
result_du = zeros;

```

```

result_ddu = zeros;

dt =0.01;
% ddu(:, 1) = [0;0;-2.221E-07;0;-2.06545E-07;0;-1.99988E-07;0;-
1.97584E-07;0;-1.96706E-07;0;-1.96385E-07;0;-1.96267E-07;0;-1.96223E-
07;0;-1.96206E-07;0;-1.96178E-07;0]
ddu(:, 1) = linsolve(m,zeros(2*nodes,1));
preu = zeros(2*nodes,1)
prev = zeros(2*nodes,1)
for k=1:99
    fnext = zeros(2*nodes,1);
    tmp = k-1;
    if(k+1<=50)
        fnext= F*2*(tmp+1)/100;
    end
    preu = u(:,k)+du(:,k)*dt + 0.25*ddu(:,k)*dt^2;
    prev = du(:,k) + 0.5*ddu(:,k)*dt;
    ddu(:,k+1) = inv(m+0.25*K*dt^2)*(fnext - K*preu);
    u(:,k+1)=preu+ddu(:,k+1)*0.25*dt^2;
    du(:,k+1)=prev+ddu(:,k+1)*0.5*dt;
    for j = 1:11
        result_ddu(j, k+1) = ddu(2 * j - 1, k+1);
        result_du(j, k+1) = du(2 * j - 1, k+1);
        result_u(j, k+1) = u(2 * j - 1, k+1);
    end
end

% for i=1:TS
%     Fs = zeros(2*nodes,1);
%     if(i<=TS/2)
%         Fs = F*((i-1)/TS/2);
%     end
%     ddu(:, i) = m \ (Fs - K * u(:, i));
%     du(:, i + 1) = du(:, i) + dt * ddu(:, i);
%     u(:, i + 1) = u(:, i) + dt * du(:, i + 1);
%     for j = 1:11
%         result_ddu(j, i) = ddu(2 * j - 1, i);
%         result_du(j, i) = du(2 * j - 1, i);
%         result_u(j, i) = u(2 * j - 1, i);
%     end
% end

```