Atômica

Eletrostática

Alisson Ferreira Martins

Junho de 2025

Sumário

1 Cargas elétricas

A história da eletricidade inicia-se no século VI a.C. com uma descoberta feita pelo matemático e filósofo grego **Tales de Mileto** (640-546 a.C.), um dos setes sábios da Grécia antiga. Ele observou que o atrito entre uma resina fóssil (o âmbar) e um tecido ou pele de animal produzia na resina a propriedade de atrair pequenos pedaços de palha e pequenas penas de aves. Como em grego a palavra usada para designar âmbar é élektron, dekla vieram as palavras **elétron** e **eletricidade**.

Figura 1: O âmbar é uma espécie de seiva vegetal petrificada, material fóssil cujo nome em grego é elektron.

Por mais de vinte séculos, nada foi acrescentado à descoberta de Tales de Mileto. No final do século XVI, William Gilbert (1540-16034), médico da rainha Elizabeth I da Inglaterra, repetiu a experiência com o âmbar e descobriu que é possível realizá-la com outros materiais. Nessa época, fervilhavam novas ideias, e o **método científico** criado por Galileu Galilei começava a ser utilizado. Gilbert realizou outros experimentos e publicou o livro De magnete, que trazia também um estudo sobre imãs. Nele, Gilbert fazia clara distinção entre a atração exercida por materiais eletrizados por atrito e a atração exercida

2 Campo Elétrico

2.1 Conceito e descrição do campo elétrico

Campo elétrico é uma propriedade estabelecida em todos os pontos do espaço que estão sob a influência de uma carga elétrica (carga fonte), tal que uma outra carga (carga de prova), ao ser colocada em um desses pontos, fica sujeita a uma força de atração ou de repulsão exercida pela carga fonte.

Carga de prova é uma carga elétrica de valor conhecido utilizada para detectar a existência de um campo elétrico. Ela é posicionada em um determinado local e, pelo efeito observado, pode-se saber se nele existe ou não um campo elétrico. Se confirmada a existência do campo elétrico, a carga de prova também auxilia a determinar sua intensidade.

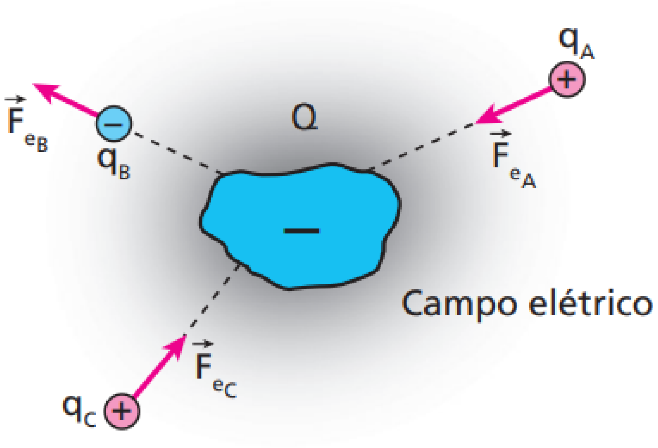


Figura 2: A carga elétrica Q gera um campo elétrico no espaço que a envolve. Quando uma outra carga elétrica, q (carga de prova), é colocada em um ponto dessa região, ela recebe uma força $\vec{F_e}$, que pode ser de atração ou de repulsão em relação à carga fonte Q.

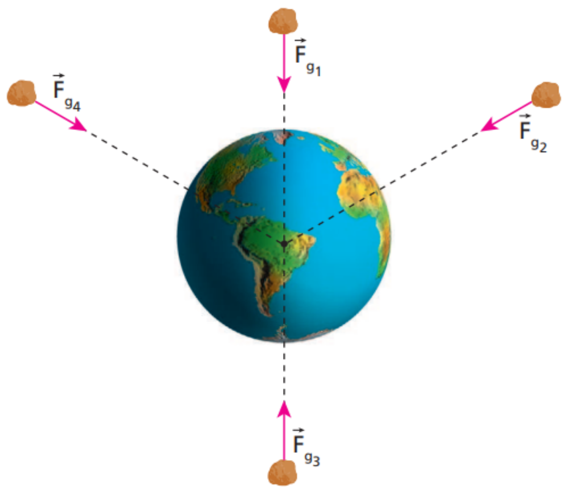


Figura 3: O campo gravitacional é exclusivamente atrativo, como indicam as forças gravitacional ($\vec{F_g}$) representadas no esquema.

Existe uma notável analogia entre os campos elétrico e gravitacional. Apesar disso, é importante notar que, no campo elétrico, as forças manifestadas podem ser de atração ou de repulsão, enquanto, no campo gravitacional, essas forças são exclusivamente de atração.

O campo gravitacional é descrito pelo vetor aceleração da gravidade ($\vec{g}$). O campo elétrico, por sua vez, é descrito pelo vetor campo elétrico $\vec{E}$.

2.2 Definição do vetor campo elétrico

Considere uma região do espaço inicialmente livre da influência de qualquer carga elétrica. Coloquemos nessa região um corpo eletrizado com carga elétrica Q. A presença desse corpo produz nos pontos da região uma propriedade física a mais: o campo elétrico gerado por Q.
Se uma carga de prova q for colocada em um ponto P desse campo, uma força elétrica $\vec{F_e}$

atuará sobre ela. O vetor campo elétrico estabelecido no ponto P pela carga Q é então definido pelo quociente da força $\vec{F_e}$ pela carga de prova q:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F_e}}{q}$$

Da definição, obtêm-se as características do vetor $\vec{E}$

- **intensidade:** $E = \dfrac{F_e}{q}$
- **direção:** a mesma da força $\vec{F_e}$
- **sentido:** o mesmo da força $\vec{F_e}$, se q for positiva; contrário ao da força $\vec{F_e}$, se q for negativa.

A partir da definição, que a unidade de campo elétrico é o quociente da unidade de força pela unidade de carga elétrica. No SI, a intensidade de força é expressa em newton (N) e a carga elétric, em coulomb (C). Por isso, tems-se como unidade de campo elétrico:

$$\text{unid. } (E) = \frac{\text{unid. (F)}}{\text{unid. (q)}} = \frac{\text{newton}}{\text{coulomb}} = \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

A intensidade do vetor campo elétrico fornece o valor da força elétrica atuante por unidade de carga da carga de prova q colocada no ponto P, não dependendo dessa carga de prova.

2.3 Orientação do vetor campo elétrico

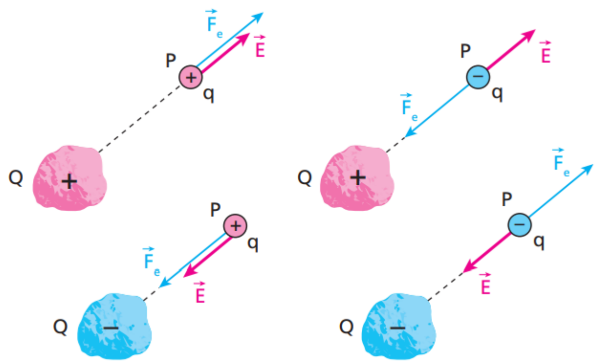


Figura 4: Orientações do vetor campo elétrico $\vec{E}$ devido a uma carga fonte Q.

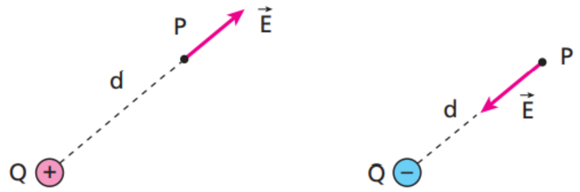
Quando a carga de prova q é positiva, os vetores força elétrica ($\vec{F_e}$) e campo elétrico ($\vec{E}$) têm a mesma direção e o mesmo sentido. Quando a carga de prova q é negativa, os vetores $\vec{F_e}$ e $\vec{E}$ têm mesma direção, mas sentidos opostos.

O vetor campo elétrico em um ponto P, devido a uma carga Q positiva, sempre tem sentido de afastamento em relação a ela, enquanto o vetor campo elétrico, devido a uma carga q negativa, sempre tem sentido de aproximação em relação a ela, independentemente do sinal da carga de prova q.

2.4 Campo elétrico de uma partícula eletrizada

Imagine uma região do espaço onde não existam influências de massas ou de cargas elétricas. Colocando-se aí uma partícula eletrizada com carga Q, essa região ficará sob a influência dessa carga elétrica, existindo agora um campo elétrico $\vec{E}$ gerado por Q. Em cada ponto dessa região podemos indicar o campo elétrico por meio do vetor $\vec{E}$. Para calcularmos a intensidade do vetor campo elétrico em um ponto P situado a uma distância d da carga fonte Q, imagine uma carga de prova q nesse ponto. Nessa carga de prova atua uma força, cuja intensidade é dada pela Lei de Coulomb:

$$\boxed{F_e = K\frac{|Qq|}{d^2}} \tag{I}$$



O módulo do vetor campo elétrico no ponto P é dado por:

$$E = \frac{F_e}{|q|} \Rightarrow F_e = |q|E \tag{II}$$

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$$|q|E = K\frac{Qq}{d^2}$$

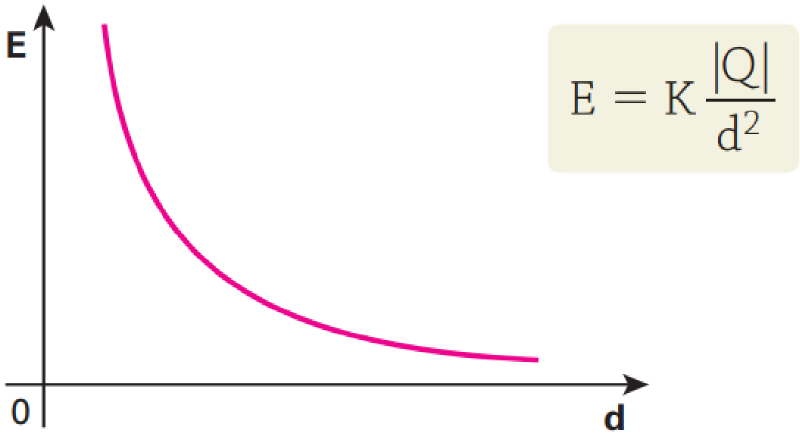
$$\boxed{E = K\frac{|Q|}{d^2}}$$

O módulo do vetor campo elétrico $\vec{E}$ depende de três fatores:

- da carga elétrica Q, fonte do campo;
- da distância d do ponto considerado à carga fonte Q;
- do meio (recorde-se de que K é a constante eletrostática, que depende do meio).

A intensidade do vetor $\vec{E}$ não depende da carga de prova q.

A representação gráfica da intensidade do vetor campo $\vec{E}$, em função da distância entre o ponto considerado e a carga fonte **Q**, é a curva observada no diagrama a seguir.



O gráfico representa a intensidade do vetor campo $\vec{E}$, criado por uma partícula eletrizada com carga Q, em função da distância d.

É importante saber que a carga **Q** gera campo no espaço que a envolve, mas não gera campo no ponto onde se encontra. Se isso não fosse verdade, **Q** poderia acelerar a si mesma sob a ação do seu próprio campo, o que seria absurdo: um corpo não pode, por si só, alterar sua velocidade vetorial (Princípio da Inércia). Portanto, não esqueça:

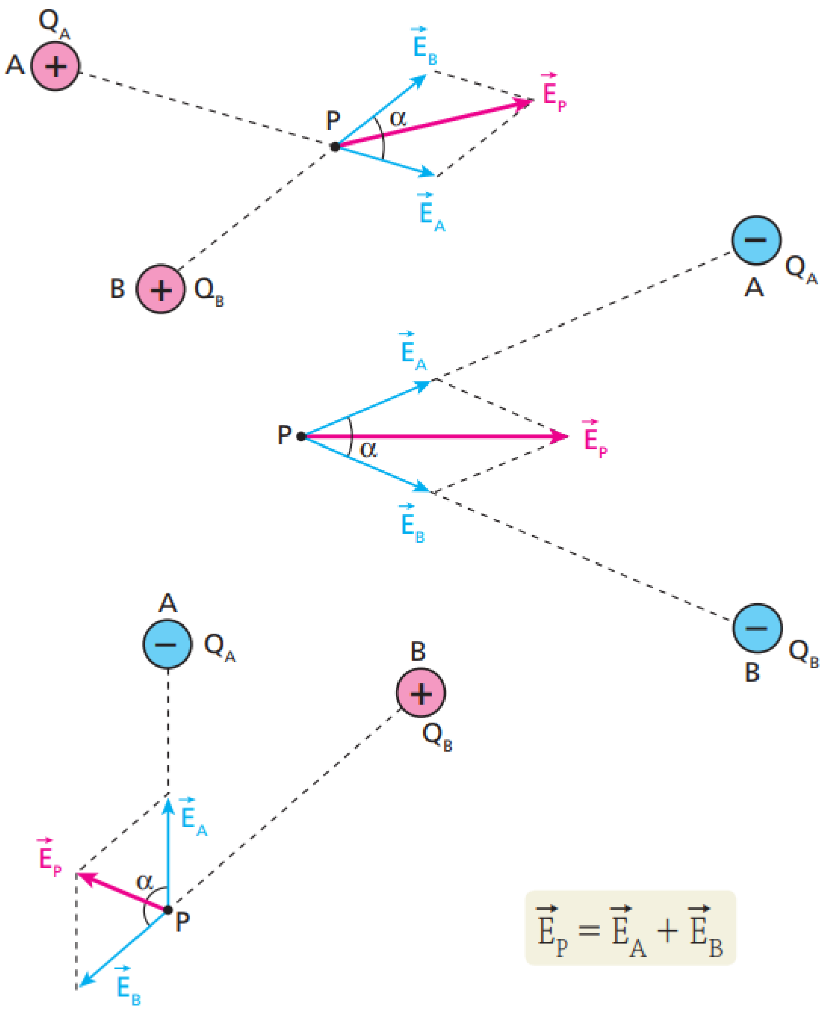
Uma partícula eletrizada gera campo elétrico na região do espaço que a circunda. Porém, no ponto onde ela foi colocada, o vetor campo, devido à própria partícula, é nulo.

Essa afirmativa leva-nos a concluir que uma carga de prova, ao ser colocada num ponto qualquer de um campo elétrico, não altera o campo existente nesse ponto. Assim, o vetor campo elétrico, num ponto, independe da carga de prova que possa existir ali.

2.5 Campo elétrico devido a duas ou mais partículas eletrizadas

Para determinar o campo elétrico resultante em um ponto de uma região onde existem duas ou mais partículas eletrizadas, devemos analisar separadamente a influência produzida por uma das cargas, depois pela outra, e assim por diante. Para entender melhor imaginemos um ponto **P** dessa região. Em outros dois pontos, A e B, são colocadas duas partículas eletrizadas com cargas Q_A e Q_B, respectivamente.

O ponto **P** fica sob a influência simultânea de dois campos elétricos, um devido a Q_A e outro devido a Q_B. O vetor campo elétrico resultante no ponto **P** é dado pela **soma dos vetores** $\vec{E}_A$ e $\vec{E}_B$, devido a $\vec{Q}_A$ e Q_B, respectivamente, como ilustram as figuras a seguir:



$$\vec{E}_P = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Se tivermos **n** partículas eletrizadas, em cada ponto do espaço que estiver sob a influência dessas cargas teremos **n** vetores, cada um representando o campo criado por uma carga. O vetor campo elétrico resultante será a soma desses **n** vetores:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n$$

2.6 Linhas de força

Com a finalidade de indicar a presença de campo elétrico em certas regiões do espaço, criou-se uma forma geométrica de representação, denominada **linha de força**.

Linha de força de um campo elétrico é uma linha que tangencia, em cada ponto, o vetor campo elétrico resultante associado esse ponto.

3 Teorema de Gauss

3.1 Fluxo do vetor campo elétrico

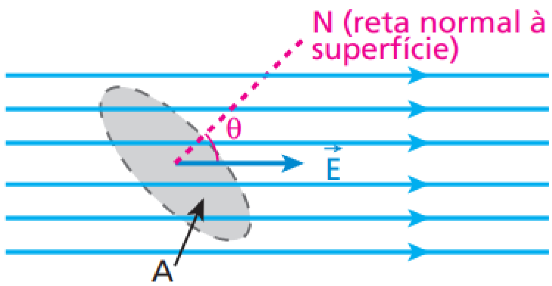
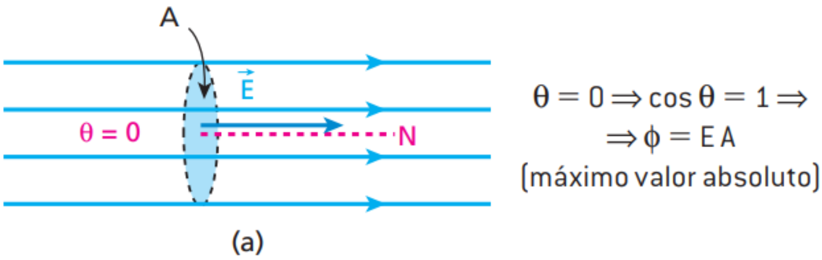
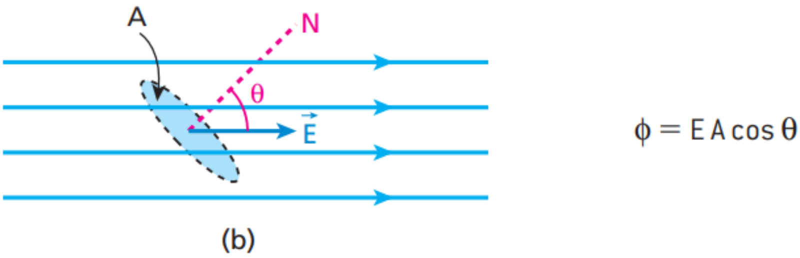


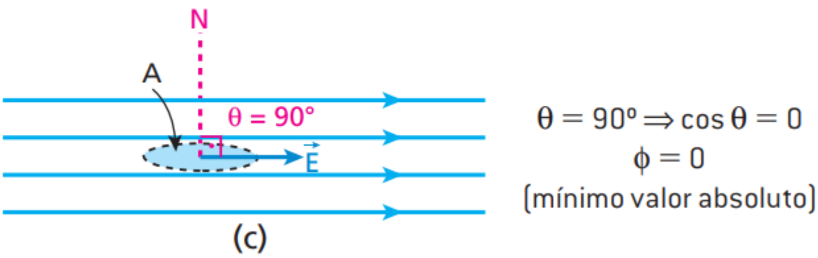
Figura 5: Campo elétrico uniforme e uma superfície plana e imaginária de área A, interceptada pelas linhas de força desse campo.

O fluxo do vetor $\vec{E}$ através da superfície de área A é a grandeza escalar $\phi = \mathrm{E}\ A\cos\theta$ $\Big($Unidade no SI: N

O valor absoluto dessa grandeza é tanto maior quanto maior é a quantidade de linhas de força que atravessam a superfície.







No caso a, observe que o fluxo elétrico é máximo e também é máxima a quantidade de linhas de força que atravessam a superfície. Ao contrário, no caso c, o fluxo é nulo: nenhuma linha de força atravessa a superfície.

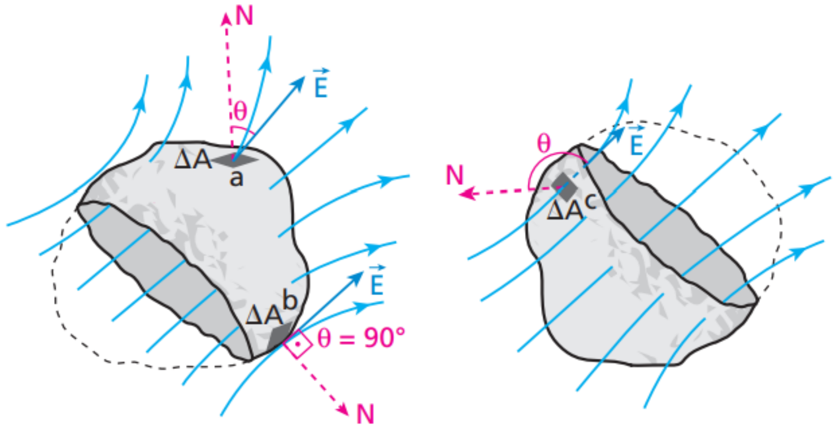
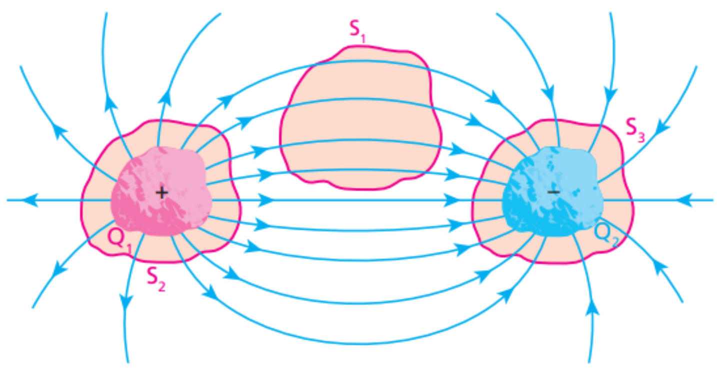


Figura 6: Superfície imaginária fechada, qualquer, em um campo elétrico qualquer. Convenção para a reta normal N: sempre apontada para fora da superfície considerada.

Tomando um elemento de superfície de área infinitesimal ΔA ("pedacinho"de superfície), tão pequeno a ponto de permitir que o consideremos plano e que também possamos considerar uniforme o campo através dele, temos:

- no elemento a: $\phi = E \cdot \Delta A \cdot \cos\theta$ (positivo , pois $\cos(\theta) > 0$.) Note que ϕ é positivo nos elementos de superfície em que as linhas de força estão saindo.
- no elemento b: $\phi = 0$ (nulo, pois $\cos\theta = \cos 90° = 0$).
- no elemento c: $\phi = E \cdot \Delta A \cdot \cos\theta$ (negativo, pois $\cos\theta < 0$) . Note que ϕ é **negativo** nos elementos de superfície em que as linhas de força estão **entrando**.

Para determinar ϕ em uma superfície inteira, devemos somar os fluxos em todos os seus elementos de superfície, procedimento simples apenas em alguns casos particulares. No caso de uma superfície fechada, o fluxo total devido a cargas **externas** é igual a zero, porque a quantidade de linhas de força que entra na superfície, produzindo fluxo negativo, é igual à quantidade de linhas de força que sai dessa superfície, produzindo fluxo positivo.

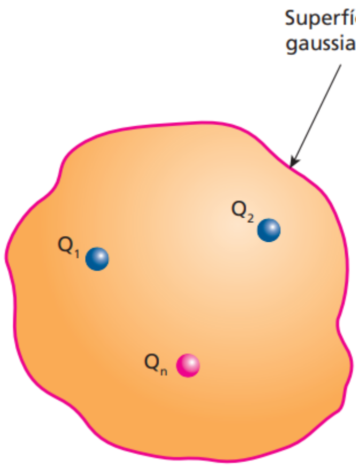


Linhas de forças do campo elétrico gerado por dois corpos eletrizados e três superfície fechadas, S_1, S_2 e S_3.

Em relação à superfície S_1, as cargas Q_1 e Q_2 são externas. Então, o fluxo elétrico nessa superfície é nulo. Na superfície S_2, o fluxo é positivo e, na superfície S_3, negativo.

3.2 Teorema de Gauss

Considere uma distribuição qualquer de cargas elétricas e uma superfície imaginária **fechada** qualquer envolvendo essas cargas. A superfície citada recebe o nome de **superfície gaussiana**.

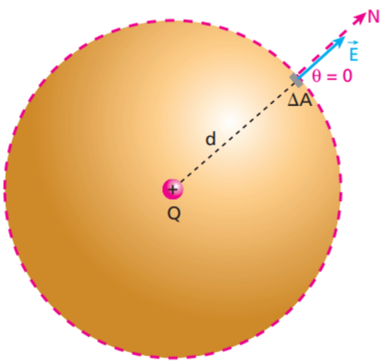


O Teorema de Gauss estabelece que o fluxo total ($\phi_{(\text{total})}$ através da superfície gaussiana é igual à carga total interna à superfície (Q_{interna}) dividida pela permissividade elétrica do meio (ε):

$$\boxed{\phi_{\text{total}}} = \frac{Q_{\text{interna}}}{\varepsilon}$$

$$(Q_{\text{interna}} = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n)$$

Demonstração: Caso particular do campo elétrico devido a uma única partícula eletrizada com carga positiva Q. situada em um meio de permissividade elétrica ε.



Superfície esférica de raio d (superfície gaussiana) em cujo centro está a carga Q.

Como sabemos, a intensidade do campo elétrico em todos os pontos da superfície esférica é dada por:

$$E = K\frac{|Q|}{d^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Q}{d^2} \qquad \text{(I)}$$

O fluxo no elemento de área ΔA é dado por:

$$\phi = E\,\Delta A\cos 0 = E\,\Delta A$$

O fluxo total na superfície esférica é a soma dos fluxos em todos os elementos de superfície:

$$\phi_{\text{total}} = E\,\Delta A + E\,\Delta A + \ldots + E\,\Delta A = E\,(\underbrace{\Delta A + \Delta A + \ldots + \Delta A}_{\text{Área total da superfície esférica } 4\pi d^2})$$

Então

$$\phi_{\text{total}} = E\,4\pi\,d^2 \qquad \text{(II)}$$

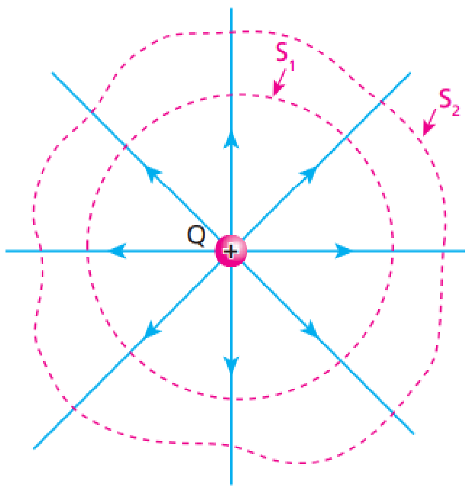
Substituindo (I) em (II), temos:

$$\phi_{\text{total}} = E\,4\pi d^2 = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon}\cdot\frac{Q}{d^2}\right)4\pi d^2 = \frac{Q}{\varepsilon}$$

Com isso, confirmamos a validade do Teorema de Gauss, em que **Q** é a carga interna à superfície gaussiana.

Se considerássemos como superfície gaussiana outra superfície qualquer envolvendo a carga, o teorema continuaria válido porque o fluxo total através dessa superfície é igual ao fluxo total através da superfície esférica.

Se considerássemos como superfície gaussiana outra superfície qualquer envolvendo a carga, o teorema continuaria válido porque o fluxo total através dessa superfície é igual ao fluxo total através da superfície esférica. De fato, todas as linhas de força que atravessam uma das superfícies também atravessa a outra.



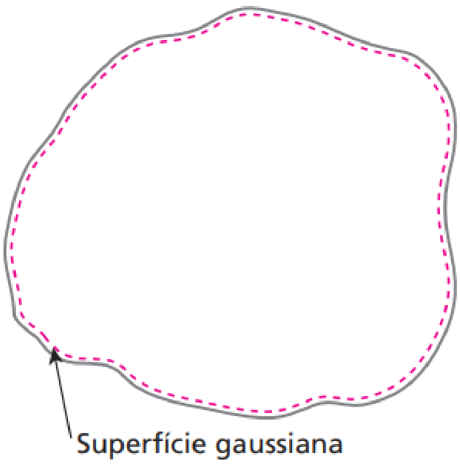
O fluxo na superfície S_2 é igual ao fluxo na superfície S_1.

- A expressão apresentada para o Teorema de Gauss é válida, dese que não haja cargas distribuídas ao longo da superfície gaussiana.

3.3 Algumas aplicações do Teorema de Gauss

3.3.1 Distribuição da carga elétrica de um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático

Em um condutor qualquer em equilíbrio eletrostático, considere uma superfície gaussiana bem próxima da superfície externa, porém **dentro do condutor**.



Como sabemos, o campo elétrico é nulo no interior desse condutor. Então, observando que o fluxo em cada elemento de superfície ($E\,\Delta A\cos\theta$) é nulo, pois $\mathbf{E}$ é igual a zero, temos que ϕ_{total} também é igual a zero:

$$\phi_{\text{total}} = \frac{Q_{\text{interna}}}{\varepsilon}$$

$$0 = \frac{Q_{\text{interna}}}{\varepsilon}$$

$$\boxed{Q_{\text{interna}} = 0}$$

Provamos, portanto, que a carga em excesso em um condutor eletrizado em equilíbrio eletrostático não está em seu interior. Consequentemente, essa carga está distribuída na superfície externa do condutor.