Dilatação térmica dos sólidos e dos líquidos

Alisson Ferreira Martins
IFSP

2024

Sumário

1 Introdução

No cotidiano, é comum observarmos que estruturas como trilhos ferroviários, pontes e viadutos possuem espaçamentos e fendas de dilatação. Esses espaçamentos são projetados para permitir que as estruturas se expandam e se contraiam com as variações de temperatura. Esse cuidado é fundamental para evitar a formação de trincas e garantir a integridade estrutural.

Figura 1: Exemplo de fendas de dilatação em estruturas para acomodar a expansão térmica.

Quando medimos a temperatura de uma pessoa, o nível de mercúrio (ou outro líquido termométrico) no termômetro varia com a temperatura. O líquido se expande quando a temperatura aumenta e se contrai quando a temperatura diminui.

Em quadras esportivas expostas ao sol, o piso é construído em blocos separados por material elástico. Esse espaçamento permite que o concreto se expanda e contraia com as variações de temperatura, evitando a formação de trincas.

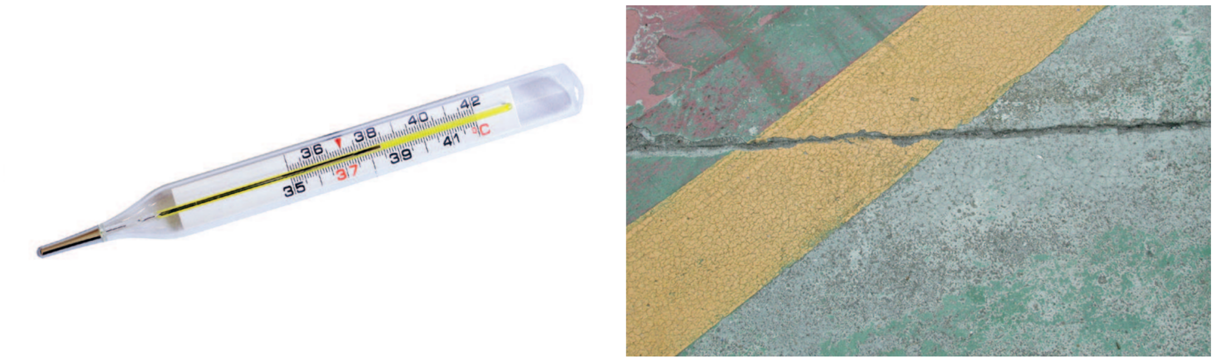

Figura 2: Exemplo de piso de quadra esportiva com blocos separados por material elástico para acomodar a dilatação térmica.

Sabemos que a temperatura está relacionada ao grau de agitação das partículas e moléculas de um corpo. Uma agitação maior do corpo indica uma temperatura mais alta. De maneira geral, um aumento no grau de agitação (temperatura) ocasiona, em um objeto, um aumento de suas dimensões. Esse fenômeno é denominado **dilatação térmica**.

2 Dilatação Linear dos Sólidos

Considere um fio metálico com comprimento inicial L_0 a uma temperatura θ_0. Quando aquecemos esse fio metálico até uma temperatura θ, onde $\theta > \theta_0$, o comprimento do fio passa a ser L, com $L > L_0$.

Sendo um fio homogêneo, cada unidade de comprimento do fio se dilata de maneira uniforme com a variação de temperatura. Ou seja, todos os centímetros do fio se expandem igualmente quando aquecidos.

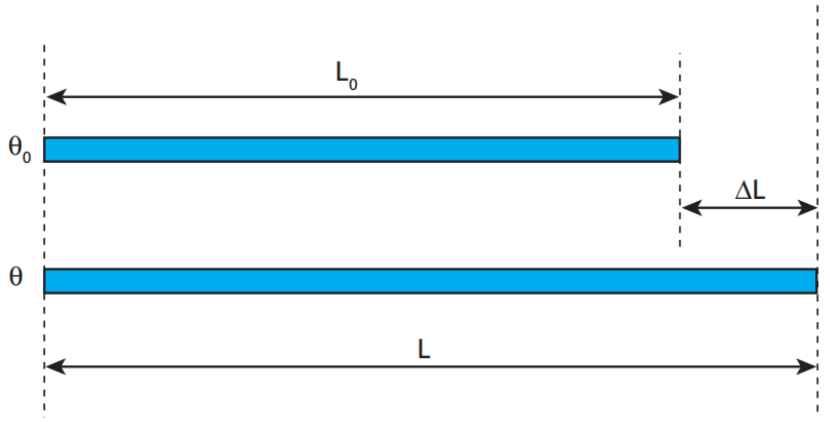

Figura 3: Fio metálico com comprimento inicial L_0 e comprimento L após o aquecimento a uma temperatura θ.

Para um maior aquecimento há uma maior dilatação, pois é evidente o afastamento entre as moléculas de acordo com o grau de agitação, assim ΔL é proporcional a variação temperatura, disso temos

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

Onde α é a constante de proporcionalidade denominada coeficiente de dilatação linear. O α é uma característica do material que sofre dilatação, não é em rigor científico constante devido a pressões, eventuais tratamentos térmicos e mecânicos.

A unidade de α (coeficiente de dilatação térmica) é o inverso da unidade de temperatura. Para as unidades Fahrenheit e Kelvin, temos:

$$\boxed{{}^\circ\mathrm{F}^{-1}, \mathrm{K}^{-1}, {}^\circ\mathrm{C}^{-1}}$$

Essa conclusão é tirada da relação empírica

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$$

Reorganizando

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta\theta}$$

3 Dilatação superficial dos sólidos

Considere uma placa metálica de forma quadrada com comprimento de lado inicial L_0, a uma temperatura θ_0. O coeficiente de dilatação linear do material é α. Quando a placa é aquecida até a temperatura θ, onde $\theta > \theta_0$, o comprimento do lado da placa se altera.

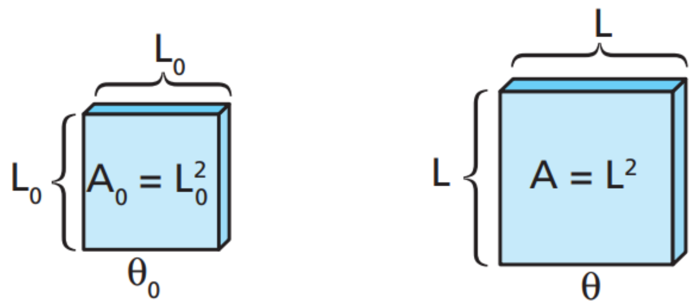

Figura 4: Placa metálica com comprimento de lado inicial L_0 e comprimento L após o aquecimento a uma temperatura θ.

3.1 Área Inicial

Antes do aquecimento, a placa metálica tem um comprimento de lado inicial L_0. Portanto, a área inicial da placa é:

$$A_0 = L_0^2$$

3.2 Área Após o Aquecimento

Após o aquecimento, o comprimento do lado da placa muda para L. O comprimento L é relacionado com o comprimento inicial L_0 pela fórmula:

$$L = L_0\,(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

onde $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ é a variação de temperatura.

A nova área A da placa, após o aquecimento, é dada por:

$$A = L^2$$

3.3 Relacionando L e L_0

Substituímos a expressão de L na fórmula da nova área A:

$$L^2 = [L_0\,(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)]^2$$

Aplicando a propriedade de potência:

$$L^2 = L_0^2\,(1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^2$$

3.4 Expressão Final para a Nova Área

Substituindo a expressão de L^2 na fórmula da nova área A:

$$A = L_0^2 \left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right)^2$$

Observe que a área inicial A_0 é:

$$A_0 = L_0^2$$

Portanto, a expressão final para a nova área A, em termos da área inicial A_0, é:

$$A = A_0 \left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right)^2$$

Vamos desenvolver o polinômio:

$$\left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right)^2 = 1 + 2\alpha \cdot \Delta\theta + \alpha^2 \cdot \Delta\theta^2$$

Portanto, a expressão para a nova área A é:

$$A = A_0 \left(1 + 2\alpha \cdot \Delta\theta + \alpha^2 \cdot \Delta\theta^2\right)$$

Expansão completa:

$$A = A_0 + 2A_0\alpha \cdot \Delta\theta + A_0 \underbrace{\alpha^2 \cdot \Delta\theta^2}_{\text{desprezível}}$$

Nota: Como a ordem de grandeza de α é 10^{-5}, ao elevarmos ao quadrado teremos 10^{-10}, que é desprezível se comparado a 10^{-5}, lembrando que $\Delta\theta$ não ultrapassa a ordem de 10^3 com o corpo ainda no estado sólido. Portanto, $\alpha^2 \cdot \Delta\theta^2$ é desprezível em comparação com $2\alpha \cdot \Delta\theta$.

Portanto, a equação é simplificada para:

$$\boxed{A \approx A_0 \left(1 + 2\alpha \cdot \Delta\theta\right)}$$

Fazendo $2\alpha = \beta$, que é o coeficiente de dilatação superficial do material obtemos

$$\boxed{A = A_0(1 + \beta\Delta\theta) \text{ ou } \Delta A = A_0\beta\Delta\theta}$$

Essa equação pode ser utilizada para equação superficial, mesmo que a superfície não seja quadrada, seja retangular, circular ou de qualquer outra forma.

4 Como se comportam os buracos em uma dilatação?

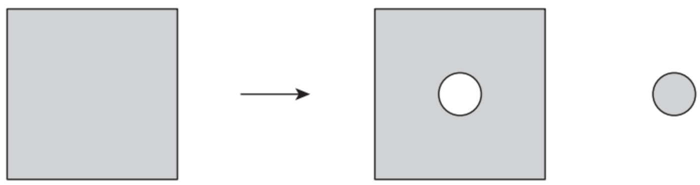

Figura 5: Placa metálica, quadrada de zinco, com recorte no meio.

Vamos agora colocar as duas partes no interior de um forno preaquecido. Depois de alguns minutos, usando luvas térmicas apropriadas, tentaremos encaixar no orifício a placa que foi retirada. O que vai acontecer? É claro que a parte que foi retirada encaixará dentro do orifício da placa. Isso ocorre porque, na placa, a aquecimento provocará uma dilatação "para fora", isto é, tudo se passa como se o buraco estivesse preenchido do material da placa. Assim, o devido cuidado irá se dilatar e o buraco, a uma temperatura que se eleva, irá pedir retorno, e o encaixe ocorrerá.

Do exposto podemos concluir que, ao se dilatar, os orifícios em placas ou blocos aumentam de tamanho e, no resfriamento, diminuem de tamanho. Tudo acontecendo como se o buraco estivesse preenchido do mesmo material que forma o bloco.

Nos cálculos para se determinar comprimentos, larguras, áreas ou volumes de buracos, usaremos as equações a seguir para calcular o coeficiente de dilatação do material do corpo que forma o buraco.

5 Dilatação volumétrica dos sólidos

Considere um cubo metálico de aresta L_0 e a uma temperatura θ_0 e feito de um material cujo o coeficiente de dilatação é α, aquecendo-se a uma temperatura θ onde $\theta > \theta_0$, o aumento de suas dimensões lineares provoca um aumento no seu volume, o cubo ainda continua em sua forma cubica porém maior.

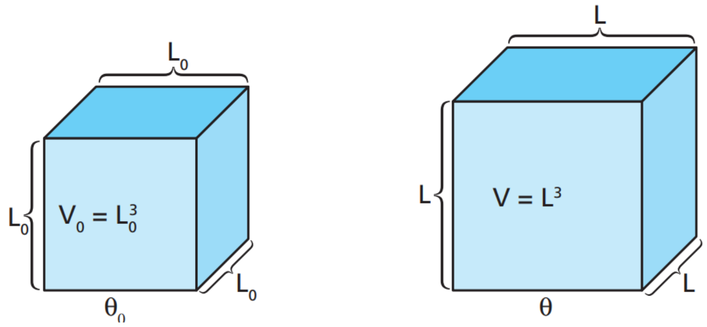

Figura 6: Cubo metálico com comprimento de lado inicial L_0 e comprimento L após o aquecimento a uma temperatura θ.

5.1 Volume Inicial

Antes do aquecimento, o comprimento da aresta do cubo é L_0. Portanto, o volume inicial do cubo é:

$$V_0 = L_0^3$$

5.2 Volume Após o Aquecimento

Após o aquecimento, o comprimento da aresta do cubo muda para L. O comprimento L é relacionado com o comprimento inicial L_0 pela fórmula:

$$L = L_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)$$

onde $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ é a variação de temperatura.

O novo volume V do cubo, após o aquecimento, é dado por:

$$V = L^3$$

5.3 Relacionando L e L_0

Substituímos a expressão de L na fórmula do novo volume V:

$$L^3 = [L_0 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)]^3$$

Aplicando a propriedade de potência:

$$L^3 = L_0^3 (1 + \alpha \cdot \Delta\theta)^3$$

5.4 Expressão Final para o Novo Volume

Substituindo a expressão de L^3 na fórmula do novo volume V:

$$V = L_0^3 \left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right)^3$$

Observe que o volume inicial V_0 é:

$$V_0 = L_0^3$$

Portanto, a expressão final para o novo volume V, em termos do volume inicial V_0, é:

$$V = V_0 \left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right)^3$$

Vamos desenvolver o polinômio:

$$\left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right)^3 = 1 + 3\alpha \cdot \Delta\theta + 3\alpha^2 \cdot \Delta\theta^2 + \alpha^3 \cdot \Delta\theta^3$$

Portanto, a expressão para o novo volume V é:

$$V = V_0 \left(1 + 3\alpha \cdot \Delta\theta + \underbrace{3\alpha^2 \cdot \Delta\theta^2 + \alpha^3 \cdot \Delta\theta^3}_{\text{desprezível}}\right)$$

A equação é simplificada para:

$$V = V_0(1 + 3\alpha\Delta\theta)$$

Fazendo $3\alpha = \gamma$, que é o coeficiente de dilatação volumétrica ou cúbica do material obtemos

$$\boxed{V = V_o(1 + \gamma\Delta\theta) \text{ ou } \Delta V = V_0\gamma\Delta\Theta}$$

A relação entre os coeficientes de dilatação é

$$\boxed{\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}}$$

6 Dilatação térmica dos líquidos

Um líquido devido as suas características, precisa estar em um recipiente sólido para determinarmos seu volume, em uma proveta podemos estudar seu comportamento tanto de aquecimento quanto de resfriamento.

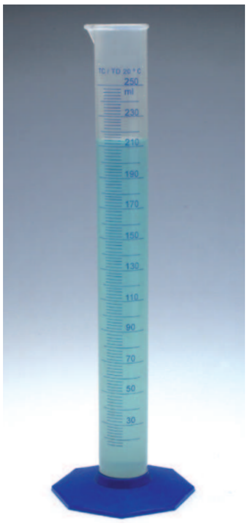

Figura 7: Água no interior de uma proveta graduada. O volume da água é lido na escala

Suponhamos um recipiente de vidro transparente, graduado corretamente em dm^3, a uma temperatura θ_0. Um líquido, também a temperatura θ_0, é colocado no interior do recipiente até a marca de 10 dm^3. Ao aquecermos o conjunto recipiente-líquido até uma temperatura θ, onde $\theta > \theta_0$, é notório que o líquido atinge 11 dm^3.

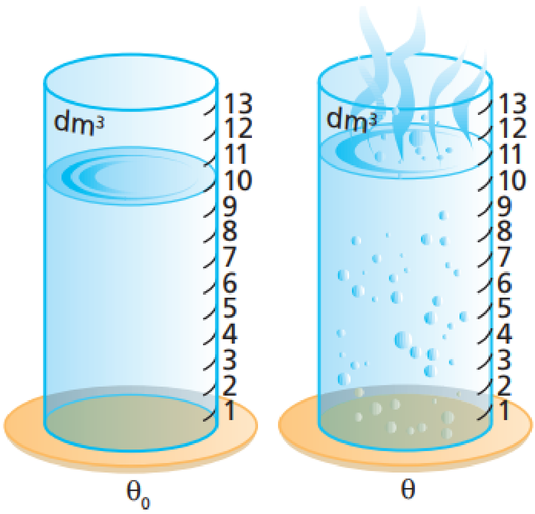

Figura 8: Recipiente de vidro graduado e o líquido dentro dele. À temperatura inicial θ_0, o líquido ocupa 10 dm^3. Após o aquecimento para uma temperatura θ, o volume total do líquido e recipiente é observado como 11 dm^3. Embora o líquido pareça ter se dilatado em 1 dm^3, é importante considerar que o recipiente também se dilatou. Assim, a dilatação observada é uma combinação da dilatação real do líquido e da dilatação aparente causada pela expansão do recipiente.

À primeira vista, podemos pensar que o líquido dilatou 1 dm^3, porém será que foi isso mesmo? Como o recipiente dilatou junto, o líquido efetivamente dilatou mais que 1 dm^3.

Observam-se em líquidos dois tipos de dilatação: a real (que não depende do recipiente) e a aparente (que é afetada pela dilatação do recipiente).

Em líquidos o nosso interesse é na dilatação volumétrica que é regida pela mesma equação da dilatação volumétrica dos sólidos.

$$V = V_0(1 + \gamma\Delta\theta)$$

6.1 Dilatação real e aparente

Consideremos o frasco abaixo, que está totalmente cheio com líquido. Ao aquecermos o frasco, notamos um extravasamento parcial do líquido.

A quantidade de líquido perdido para o outro recipiente representa a dilatação aparente do líquido, considerando que o recipiente também se dilatou.

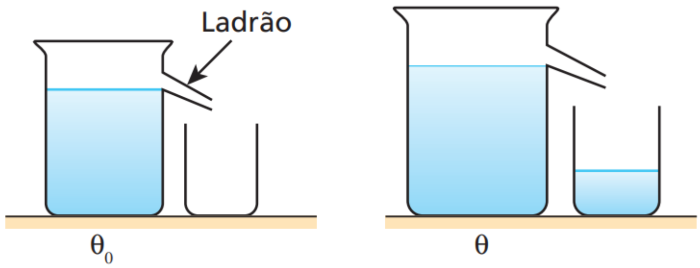

Figura 9: Frasco cheio com líquido. Ao ser aquecido, o líquido extravasa parcialmente. A quantidade de líquido que sai do frasco e é transferida para outro recipiente reflete a dilatação aparente do líquido, levando em conta a dilatação do recipiente. Esta dilatação aparente é a diferença entre a dilatação real do líquido e a contribuição da dilatação do frasco.

A dilatação real do líquido corresponde à variação da capacidade do frasco mais o volume do líquido extravasado, portanto

$$\Delta V_{Real} = \Delta V_{Frasco} + \Delta V_{Aparente}$$

Assim,

$$V_0\gamma_r\Delta\theta = V_0\gamma_f\Delta\theta + V_0\gamma_a\Delta\theta$$

Dessa forma,

$$\gamma_r = \gamma_f \pm \gamma_a$$

O coeficiente de dilatação real do líquido é igual à soma do seu coeficiente de dilatação aparente com o coeficiente de dilatação do frasco que o contém.

7 Temperatura e massa específica

A temperatura influencia a massa específica de uma substância. A massa específica, também conhecida como densidade absoluta μ, é definida como o quociente da massa m pelo volume V:

$$\mu = \frac{m}{V}$$

Com o aumento da temperatura, o grau de agitação das moléculas aumenta. Embora a massa m permaneça constante, o volume V varia, o que afeta a massa específica da substância. Para uma temperatura inicial θ_0, temos:

$$\mu_0 = \frac{m}{V_0} \Longrightarrow m = \mu_0 V_0$$

Quando a temperatura é aumentada para θ, a nova massa específica da substância é dada por:

$$\mu = \frac{m}{V} \Longrightarrow m = \mu V$$

Igualando as duas expressões para m, obtemos:

$$\mu_0 V_0 = \mu V$$

Para relacionar a variação do volume com a temperatura, usamos a expressão da dilatação volumétrica:

$$V = V_0(1 + \gamma \Delta\theta)$$

onde $\Delta\theta = \theta - \theta_0$ é a variação de temperatura e γ é o coeficiente de dilatação volumétrica. Substituindo esta expressão na igualdade das massas, temos:

$$\mu_0 V_0 = \mu \left[V_0(1 + \gamma \Delta\theta)\right]$$

Simplificando, obtemos:

$$\mu_0 V_0 = \mu V_0(1 + \gamma \Delta\theta)$$

Dividindo ambos os lados por V_0:

$$\mu_0 = \mu(1 + \gamma \Delta\theta)$$

Isolando μ, temos:

$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \gamma \Delta\theta}$$

Observando esta equação, notamos que a massa específica μ diminui com o aumento da temperatura, uma vez que o denominador da fração aumenta com $\Delta\theta$, resultando em uma diminuição da massa específica.