

# Estática dos sólidos

Alisson Ferreira Martins

2025

## Sumário

<b>1</b>	<b>Estática dos sólidos</b>	<b>2</b>
1.1	Estática do ponto material e estática do corpo extenso . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Equilíbrio do corpo extenso</b>	<b>5</b>
2.1	Condições de equilíbrio de corpo extenso . . . . .	9
<b>3</b>	<b>Centro de gravidade</b>	<b>9</b>
<b>4</b>	<b>Equilíbrio de corpos apoiados</b>	<b>12</b>
<b>5</b>	<b>Alavancas</b>	<b>15</b>
5.1	Alavanca interpolente . . . . .	17
5.2	Binário . . . . .	18
5.3	Momento escalar binário . . . . .	19

# 1 Estática dos sólidos

## Introdução

A estática dos sólidos é um dos ramos da Mecânica que mais desenvolveram alcance prático. O equilíbrio estático dos sólidos em situações em que eles não apresentam nenhum tipo de movimento macroscópico em relação a um dado referencial, que, bastante frequentemente, é o solo. Muitas são as estruturas em que o equilíbrio estático tem de ser garantido a fim de que sejam evitados acidentes. Essa preocupação é constante, por exemplo, durante a construção de edifícios, pontes, navios e aviões.

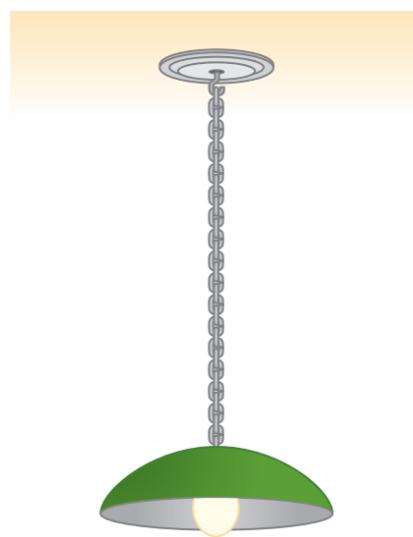
A Estática também propiciou o desenvolvimento de muitas máquinas elementares extremamente úteis, como alavancas, parafusos e cunhas, todas quase sempre destinadas à multiplicação das forças.

Além de ser empregada em todas essas utilidades práticas, a Estática também permite entender algumas situações de equilíbrio muito curiosas.

Na história do desenvolvimento da Estática, teve grande destaque o grego **Arquimedes** (287 a.C.-212 a.C.). Nascido em Siracusa, ele é considerado o pai da Mecânica. Em um de seus livros, Arquimedes expôs os princípios de funcionamento das alavancas e descreveu a determinação do centro de gravidade de um corpo qualquer, postulando as bases de toda a Estática.

### 1.1 Estática do ponto material e estática do corpo extenso

O sistema abaixo é formado por um lustre em repouso, suspenso no teto de uma sala por meio de uma corrente.



Quando esse sistema foi fixado no teto, certamente ninguém teve a preocupação de que seu equilíbrio pudesse ser comprometido por uma possível rotação. De fato, a possibilidade de rotação não é um fator relevante nessa situação, pois, para o equilíbrio acontecer, basta que a corrente suporte a tração exercida pelo lustre sem se romper, e que a fixação no teto seja bem-feita. Nesse caso, o lustre pode ser considerado uma partícula suspensa na extremidade da corrente.

A situação descrita acima se enquadra no que chamamos de **estática do ponto material ou estática da partícula**.

Considere agora a situação de repouso ilustrada na figura a seguir, em que uma barra com ganchos para pendurar vasos está suspensa no teto por meio de duas correntes  $C_1$  e  $C_2$ .

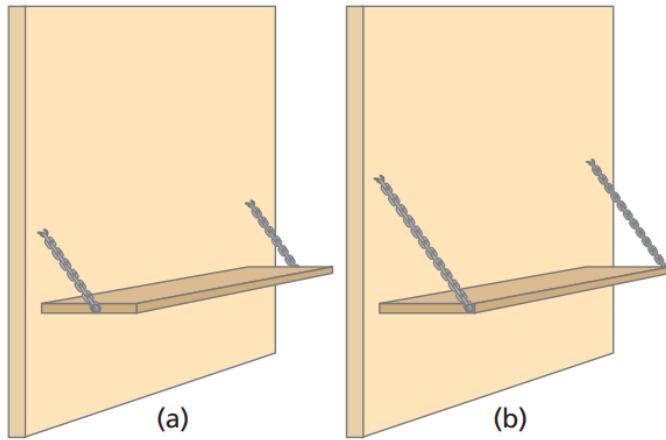
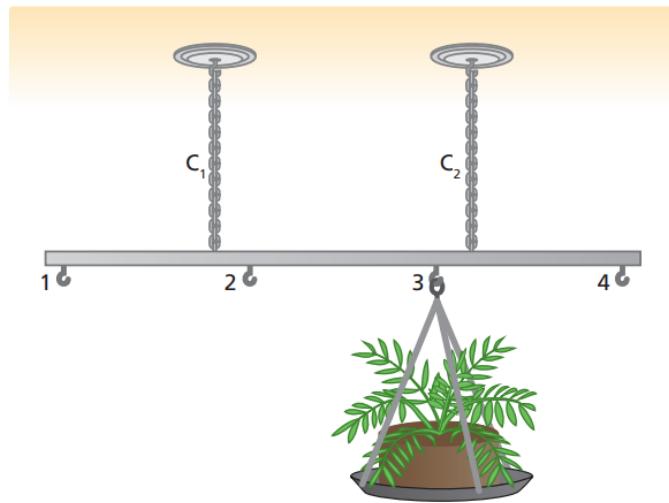


Figura 1: Nessa ilustração, temos outra situação que se enquadra na estática do corpo extenso. Uma mesma prateleira fixa numa parede pode suportar maior carga em (b) que em (a). Aqui, a escolha dos pontos de fixação das correntes na prateleira é muito importante.



Nesse caso, dependendo do gancho em que um mesmo vaso é dependurado, temos situações diferentes. Quando o vaso está no gancho 3, por exemplo, a corrente  $C_2$  suporta mais carga que a  $C_1$ . Suspensos, no gancho 2, porém, a corrente  $C_1$  passa a ser mais tracionada que a  $C_2$ . Observe que, nesse caso, a possibilidade de rotação da barra passa a ter importância, pois ela poderá ocorrer quando o vaso for colocado no gancho 1 (possível rotação em torno do ponto de suspensão da corrente  $C_1$ ) ou no gancho 4 (possível rotação em torno do ponto de suspensão da corrente  $C_2$ ).

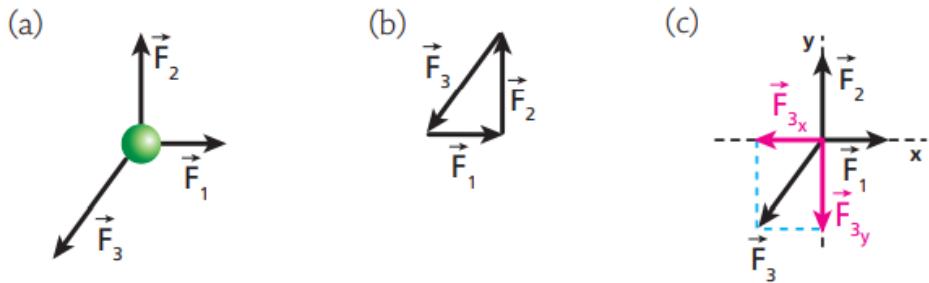
O equilíbrio da barra representada na figura anterior se enquadra na **estática do corpo extenso**, porque os efeitos produzidos por uma mesma carga dependem da posição em que ela é colocada. Além disso, é importante destacar a possibilidade de ocorrer rotação em torno de um ponto. Por tudo isso, a barra não pode ser encarada apenas como um ponto material.

## Equilíbrio do ponto material

Um ponto material está em equilíbrio em relação a um referencial quando se encontra em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme em relação a esse referencial. O repouso corresponde ao equilíbrio estático, enquanto o movimento retilíneo e uniforme corresponde ao equilíbrio dinâmico.

A condição para um ponto material estar em equilíbrio em relação a um referencial é que a resultante das forças que nele atuam seja nula.

As figuras a seguir representam uma partícula em equilíbrio e as forças atuantes.



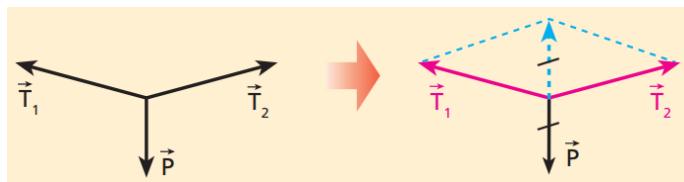
Em (a), a partícula está sob a ação exclusiva de três forças no plano do papel.

Em (b), as três forças são somadas pela regra do polígono, obtendo-se uma linha poligonal fechada, razão pela qual a força resultante é nula e a partícula encontra-se em equilíbrio.

Em (c), analisamos a força resultante por meio da decomposição das forças segundo duas retas perpendiculares  $x$  e  $y$ :  $\vec{F}_{3x}$  equilibra  $\vec{F}_1$  e  $\vec{F}_{3y}$  equilibra  $\vec{F}_2$ .



Em uma pessoa suspensa em um cabo de aço, as forças que nela atuam são seu peso e as trações do cabo de aço. Se a pessoa estiver em equilíbrio, a resultante dessas forças será nula.

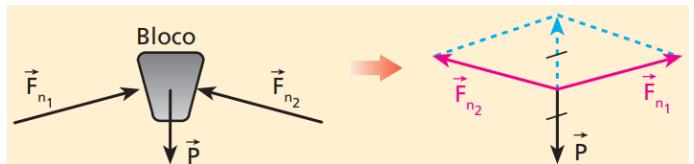


Note que a soma das trações  $\vec{T}_1$  e  $\vec{T}_2$ , obtida aqui pela regra do paralelogramo, equilibra o peso  $\vec{P}$ .

## Os belos arcos nas construções da Roma Antiga: sem cimento!

Na Roma Antiga, os arcos eram construídos com blocos de pedra simplesmente justapostos, sem nenhum material que ligasse um bloco a outro. Isso era possível porque cada bloco é equilibrado

pelas forças que recebe dos blocos adjacentes. Ao se considerar a não solicitação de atrito, as forças que cada bloco recebe são normais de compressão:



Blocos e forças atuantes no arco romano.

Observe que a soma de  $\vec{F}_{n1}$  com  $\vec{F}_{n2}$ , obtida novamente pela regra do paralelogramo, equilibra o peso  $\vec{P}$ .

## 2 Equilíbrio do corpo extenso

Tratar um corpo como um ponto material equivale a admitir que, na situação em que está sendo estudado só interessa considerar a possibilidade de ele adquirir algum movimento de translação, já que não se pode caracterizar o movimento de rotação de um corpo puntiforme. Por isso, dizemos que o equilíbrio de um ponto material é de translação.

O corpo extenso, por sua vez, pode apresentar tanto o movimento de translação como o de rotação. Por esse motivo, o estudo do equilíbrio do corpo extenso requer duas análises: uma referente à translação e outra referente à rotação.

### Equilíbrio de translação

Um corpo extenso está em **equilíbrio de translação** quando seu centro de massa está em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme em relação a um determinado referencial.

A condição para que o equilíbrio de translação de um corpo extenso ocorra é que a resultante das forças externas que nele atuam seja nula, pois desse modo, também será nula a aceleração de seu centro de massa:

$$\vec{F}_{ext} = m \cdot a_{CM} = m \cdot \vec{0} = \vec{0}$$

### Equilíbrio de rotação

Um corpo extenso está em **equilíbrio de rotação** quando está em repouso (não rota) ou em movimento de rotação uniforme (rota com velocidade angular constante) em relação a um referencial determinado.

Na Estática, são considerados apenas corpos extensos em equilíbrio estático, isto é, corpos em repouso tanto em relação à translação como em relação à rotação (corpos que não transladam nem rotam).

## Momento escalar de uma força em relação a um eixo

Procuraremos aqui uma grandeza capaz de medir a eficiência de uma força em produzir rotação em um corpo. Para isso, vamos considerar algumas situações práticas.

### Situação 1:

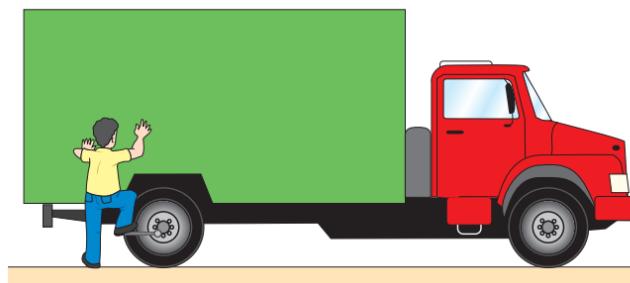
Uma pessoa deseja fechar uma porta, como sugere a figura.



Para tanto, ela precisa aplicar uma força que, vamos supor, seja perpendicular à porta. É fácil constatar que a eficiência da força em fazer a porta rotar é tanto maior quanto maiores forem sua intensidade e a distância entre o local onde ela é aplicada e o eixo de rotação (eixo das dobradiças).

### Situação 2:

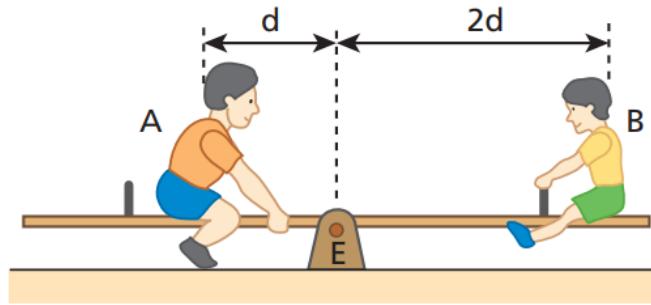
O motorista do caminhão representado na figura está tentando desapertar um parafuso de uma das rodas com uma chave.



Se, esforçando-se ao máximo, ele não consegui seu intento, poderá fazê-lo acoplando um cano de ferro à chave, de modo a aumentar a distância do local onde aplica a força até o eixo de rotação do parafuso.

### Situação 3:

A gangorra também é um sistema que permite investigar a eficiência de uma força em produzir rotação:



Verifica-se que, se o peso do garoto A é o dobro do peso do garoto B, é necessário que a distância de B até o eixo E seja o dobro da distância de A até esse mesmo eixo para que ambos fiquem em equilíbrio.

## Definição

De acordo com as situações que acabamos de descrever, podemos concluir que a eficiência de uma força em produzir rotação em um corpo é tanto maior quanto maiores forem suas intensidade e a distância entre a reta que passa pela força - denominada **linha de ação** - e o eixo de rotação do corpo. A grandeza física que mede essa eficiência é denominada **momento ou torque**.

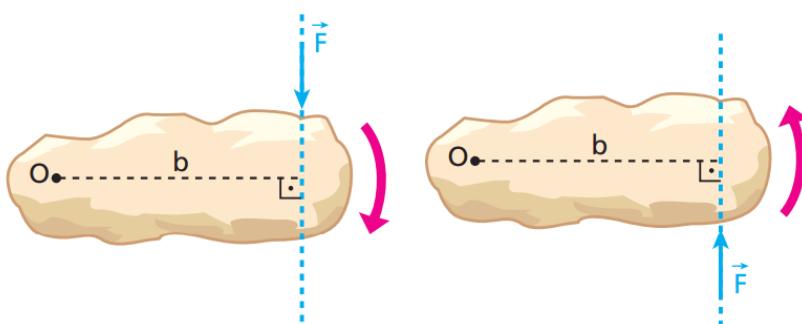
Para definir escalarmente essa grandeza, considere um corpo sob a ação da força  $\vec{F}$  e um eixo de rotação (real ou imaginário) perpendicular ao plano da figura e passando pelo ponto O (polo do momento). A força  $\vec{F}$  e o ponto O estão no plano do papel.

A distância  $b$ , de O até a linha de ação de  $\vec{F}$ , denomina-se braço de  $\vec{F}$  em relação a O. Assim, definimos:

Momento escalar ( $M$ ) da força  $F$  em relação a  $O$  é o produto da intensidade dessa força pelo seu braço em relação a  $O$ , precedido de um sinal algébrico arbitrário:

$$\tau = \pm Fb$$

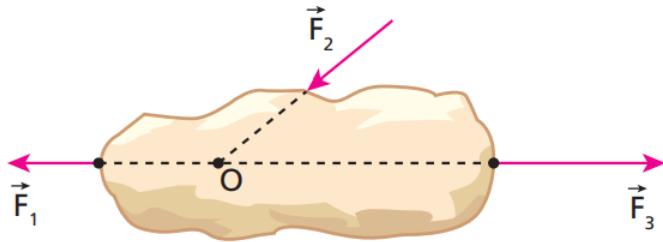
A finalidade do sinal algébrico (+ ou -) é distinguir os momentos que correspondem a uma tendência de rotação no sentido horário daqueles que correspondem a uma tendência de rotação no sentido anti-horário. Em cada problema, deve-se convencionar o sinal que será atribuído ao momento. Pode-se considerar positivo, por exemplo, o momento de uma força capaz de produzir rotação no sentido horário e negativo o momento de uma força capaz de produzir rotação no sentido anti-horário:



$$\tau = +Fb$$

$$M = -Fb$$

Observe que o momento será nulo em relação a O quando esse ponto pertencer à linha de ação da força, situação em que o braço é nulo:



Os momentos das forças  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$  são nulos em relação ao polo O.

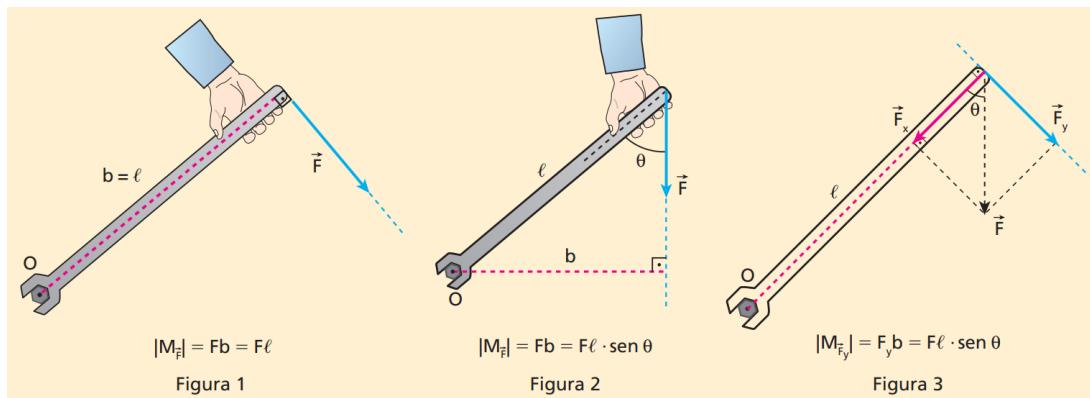
As unidades de medida de **momento** são obtidas pelo produto de uma unida de força por uma unidade de comprimento:

$$\text{unid}(\tau) = \text{unid}(F) \cdot \text{unid}(r)$$

Assim, a unidade de medida de torque, no SI, é o **newton metro** (**N · m**), que não haver deve ser chamada de joule, reservando-se essa denominação para a unidade de trabalho e energia, que são grandezas físicas diferentes do momento de uma força.

### Cuidado com o braço...

Para apertar um parafuso, uma pessoa pode aplicar na extremidade de uma chave, de comprimento  $\ell$ , uma força de intensidade  $\mathbf{F}$  em diversas direções.



O momento (torque) mais intenso é conseguido quando a força é perpendicular à chave (Figura 1). Nesse caso, o braço da força em relação ao eixo O de rotação do parafuso é igual ao comprimento da chave, e o módulo do torque ( $Fb$ ) é igual a  $F\ell$ . Com isso, podemos dizer que a força  $\vec{F}$  está sendo integralmente aproveitada para produzir momento em relação a **O**.

Entretanto, se a força não for perpendicular à barra, a intensidade do momento será menor, como se pode observar na Figura 2:

$$\text{sen } \theta = \frac{b}{\ell} \Rightarrow \boxed{b = \ell \cdot \text{sen } \theta}$$

O módulo do momento ( $Fb$ ) é igual a  $F \cdot \ell \cdot \text{sen } \theta$ , que é menor que  $F\ell$ . Podemos dizer, então, que a força  $\vec{F}$  não está sendo integralmente aproveitada para produzir o torque desejado. De fato, se ela for substituída pelas componentes representadas na Figura 3, só a componente  $\vec{F}_y$  produzirá o momento em relação a O. Observe que o ponto O pertence à linha de ação da componente  $\vec{F}_x$ . Por isso, o braço de  $\vec{F}_x$  em relação a **O** é igual a zero, ocorrendo o mesmo com o seu momento.

Note também que o braço de  $\vec{F}_y$  em relação a **O** é igual a  $\ell$ . Assim, o módulo do momento de  $\vec{F}_y$  é dado por:

$$\text{sen } \theta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow [F_y = F \cdot \text{sen } \theta]$$

$$|M_{\vec{F}_y}| = F_y b = F_y \ell = (F \sin \theta) \ell = F \ell \sin \theta.$$

Esse valor coincide com o módulo do momento total de  $\vec{F}$ . Logo, podemos escrever:

$$[|M_{\vec{F}}| = |M_{\vec{F}_y}|].$$

## 2.1 Condições de equilíbrio de corpo extenso

Para um corpo extenso estar em equilíbrio, é necessário satisfazer duas condições: uma referente ao equilíbrio de translação e outra ao equilíbrio de rotação.

### Condição de equilíbrio de translação

A condição de equilíbrio de translação de um corpo extenso (centro de massa em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme) é que a resultante das forças externas atuantes no corpo seja nula:

$$\vec{F}_{ext} = \vec{0}$$

### Condição de equilíbrio de rotação

A condição de equilíbrio de rotação de um corpo extenso sob a ação de um sistema de forças coplanares é que a soma algébrica dos momentos escalares de todas as forças em relação a **qualquer** eixo perpendicular ao plano das forças seja nula:

$$[\Sigma M = 0]$$

A condição de equilíbrio de rotação pode ser expressa de outra maneira. Considerando todos os momentos em módulo, podemos escrever que a soma de todos os momentos horários ( $\Sigma M_H$ ) é igual à soma de todos os momentos anti-horários ( $\Sigma M_{AH}$ ):

$$\Sigma M_H = \Sigma M_{AH}$$

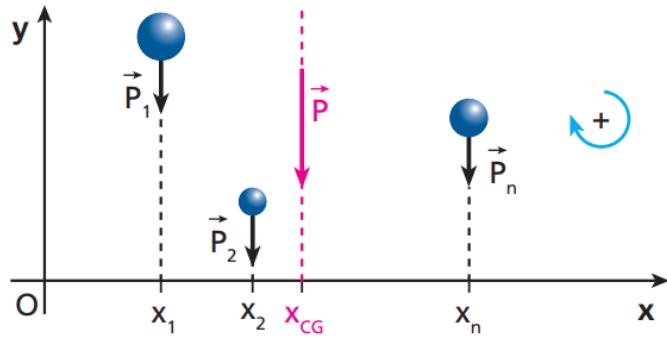
### Casos de equilíbrio apenas de rotação

Quando um corpo está em equilíbrio, a resultante das forças que atuam nele é nula e a soma dos momentos de todas as forças também o é em relação a um polo qualquer. Entretanto, se um corpo não apresenta rotação, mas a resultante das forças que atuam nele não é nula, a soma dos momentos de todas as forças não mais será nula em relação a um polo qualquer, mas o será em relação ao centro de massa. Essa restrição é demonstrada em Dinâmica da Rotação, assunto não estudado aqui.

## Demonstração

## 3 Centro de gravidade

Denomina-se **centro de gravidade (CG)**, de um corpo ou de um sistema de pontos materiais discretos, um determinado ponto onde podemos considerar aplicado o peso total do corpo ou do sistema.



## Centro de gravidade de um sistema de pontos materiais discretos

Considere uma distribuição plana de  $n$  pontos materiais de pesos  $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_n$  e seja  $\vec{P}$  o peso total (resultante) dessa distribuição. Associemos ao plano dos pontos um sistema de eixos ortogonais Oxy:

Como a resultante de um sistema de forças equivale ao sistema, temos que o momento do peso total é igual à soma algébrica dos momentos dos pesos de todas as partículas. Então, em relação a O, escrevemos:

$$M_{\vec{P}} = M_{\vec{P}_1} + M_{\vec{P}_2} + \dots + M_{\vec{P}_n}$$

$$P x_{CG} = P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_n x_n$$

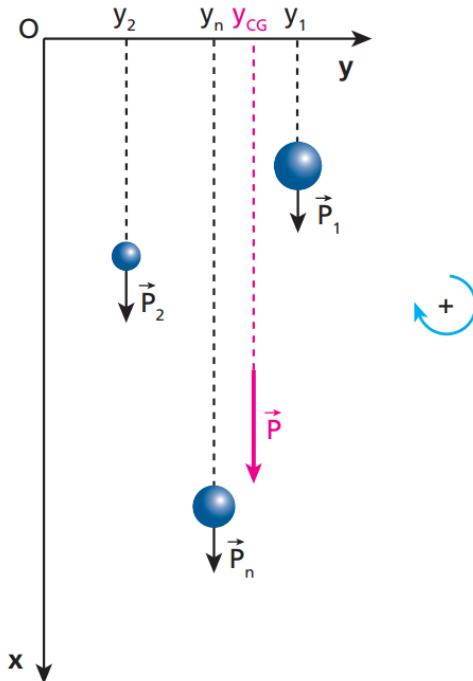
Em que

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$$

Assim, abscissa do centro de gravidade do sistema é dado por:

$$x_{CG} = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + \dots + P_n x_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}$$

Suponha, agora, que o sistema de partícula da figura anterior gire  $90^\circ$ , como mostra a figura a seguir:



Em relação a **O**, temos novamente que:

$$M_{\vec{P}} = M_{\vec{P}_1} + M_{\vec{P}_2} + \dots + M_{\vec{P}_n}$$

$$P y_{CG} = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n$$

Dessa forma, a ordenada do centro de gravidade do sistema é dada por:

$$y_{CG} = \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n}$$

De modo análogo, definiríamos uma terceira coordenada  $Z_{CG}$  uma terceira coordenada do centro de gravidade, caso os pontos materiais estivessem distribuídos no espaço (distribuição tridimensional).

Em todas as situações de nosso interesse, as distâncias entre os pontos materiais são pequenas o suficiente para que o campo gravitacional ao qual estão submetidos possa ser considerado uniforme. Então, temos:

$$x_{CG} = \frac{m_1 g x_1 + m_2 g x_2 + \dots + m_n g x_n}{m_1 g + m_2 g + \dots + m_n g}$$

$$x_{CG} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

$$y_{CG} = \frac{m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \dots + m_n g y_n}{m_1 g + m_2 g + \dots + m_n g}$$

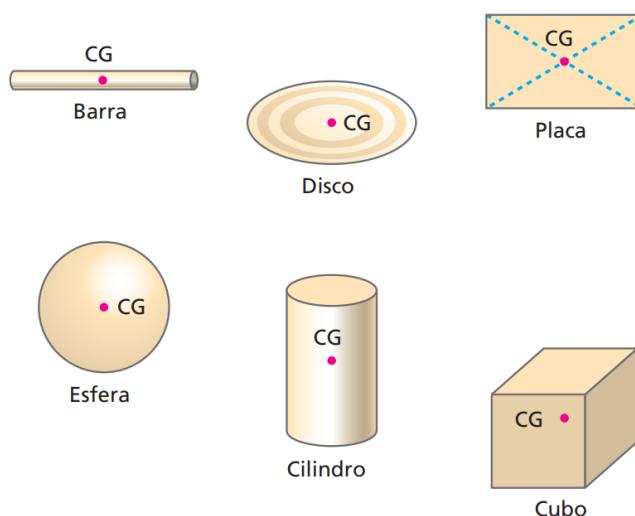
$$y_{CG} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + \dots + m_n y_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$$

Disso, concluímos que:

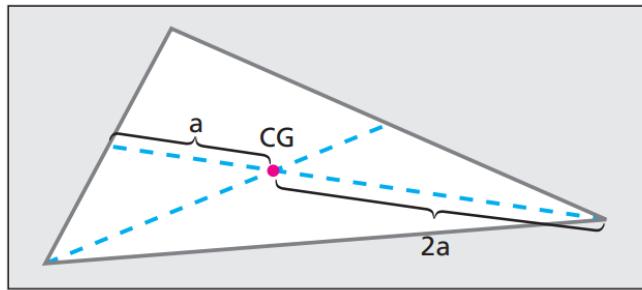
Em campo gravitacional uniforme, o centro de gravidade coincide com o centro de massa.

## Centro de gravidade de alguns corpos homogêneos ( em campo gravitacional uniforme)

O centro de gravidade de uma barra cilíndrica ou prismática, de um disco ou de uma placa retangular de espessura uniforme, de uma esfera, de um cilindro ou de um cubo encontra-se no centro geométrico desses corpos, desde que sejam homogêneos.



O centro de gravidade de uma placa triangular homogênea de espessura uniforme está no ponto de encontro de suas medianas (baricentro). O baricentro divide as medianas na razão 2:1.



## 4 Equilíbrio de corpos apoiados

Exemplos em que um corpo apoiado poderá estar ou não em equilíbrio.

### Exemplo 1:

As figuras 1 e 2 ao lado representam uma prismática e homogênea, simplesmente apoiada em uma mesa.

Em 1, a linha de ação do peso da barra (reta vertical, passando pelo seu centro de gravidade) intercepta a região de apoio, destacada em azul. Nesse caso, a barra não tomba.

Já em 2, a linha de ação do peso da barra não intercepta a região de apoio e ela tomba ao ser abandonada.

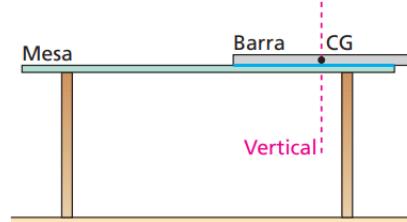


Figura 1

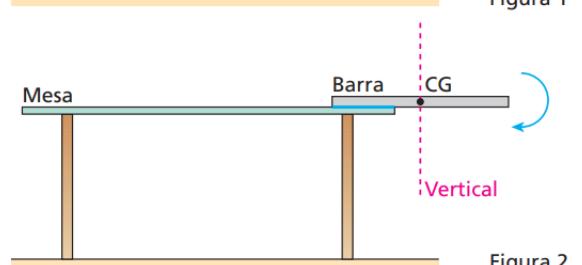


Figura 2

### Exemplo 2:

Nas situações das figuras 3 e 4 a seguir, supondo que o atrito impeça o escorregamento do bloco, ele não tomba em 3, mas tomba em 4. Observe que, em 3, a linha de ação do peso do bloco intercepta a região de apoio no plano inclinado, o que não acontece em 4:

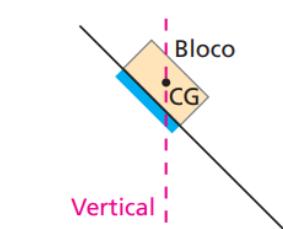


Figura 3

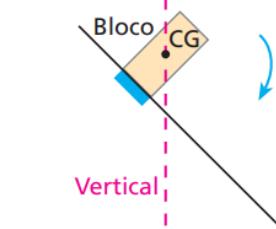


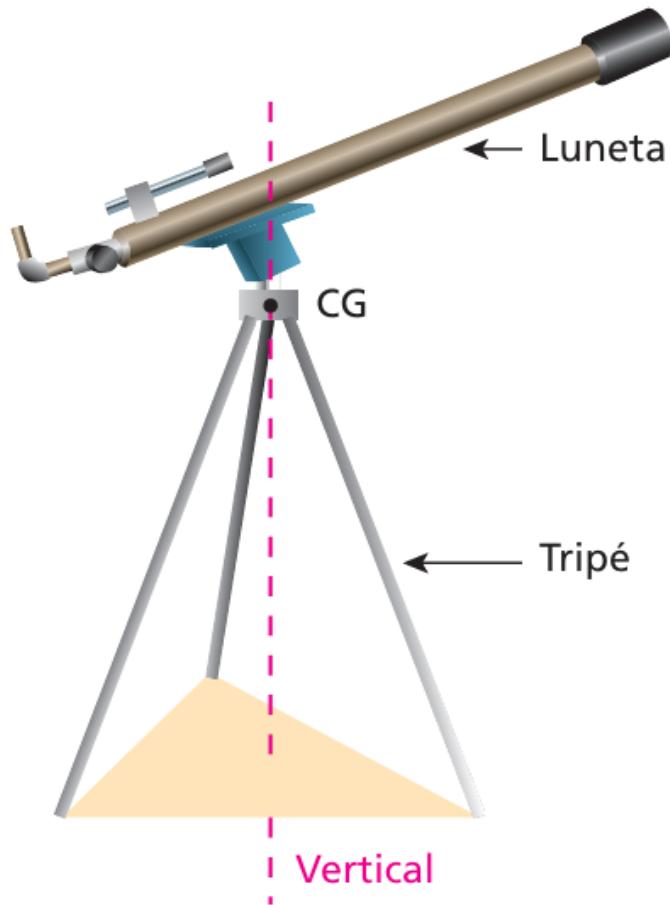
Figura 4

Em 3, a vertical que passa pelo centro de gravidade do bloco intercepta a região de apoio: o bloco não tomba.

Em 4, a vertical que passa pelo centro de gravidade do bloco não intercepta a região de apoio: o bloco tomba.

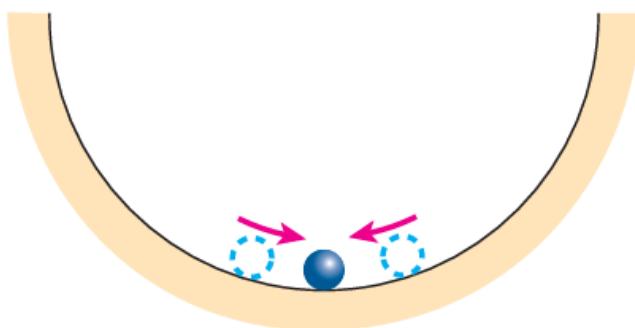
### Exemplo 3:

Numa situação como esta, devemos considerar a menor superfície convexa definida pelos pontos de apoio, que, no caso, é uma região triangular. Para o sistema não tombar, a vertical que passa pelo centro de gravidade deve interceptar essa região.



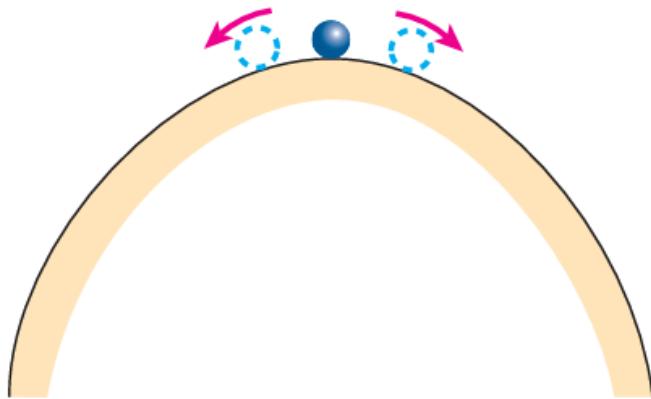
### Equilíbrio estável, instável e indiferente

A posição de equilíbrio de um corpo é denominada **estável** quando, após ele ter sido abandonado em um ponto ligeiramente afastado dela, alguma força age procurando trazê- de volta a essa posição, como exemplifica a figura a seguir.



No ponto mais baixo da depressão indicada, a bolinha está em equilíbrio estável porque, quando for abandonada em suas proximidades, a componente tangencial de seu peso procurará levá-la de volta a essa posição.

Já a posição de equilíbrio de um corpo é denominada **instável** quando, após ele ter sido abandonado em suas proximidades, algumas força age procurando afastá-lo ainda mais dessa posição, como ocorre na situação ilustrada a seguir.



No ponto mais alto da lombada representada, a bolinha está em equilíbrio instável.

Nesse caso, ao ser ligeiramente afastada da posição de equilíbrio, a componente tangencial de seu peso procurará afastá-la ainda mais dessa posição.

Para finalizar, a posição de equilíbrio é denominada **indiferente** quando o corpo, após ter sido abandonado em suas vizinhanças, continua em equilíbrio, como exemplifica a figura.



As situações de equilíbrio estável, instável e indiferente também podem ser observadas com um corpo de centro de gravidade CG, suspenso por um eixo E, em torno do qual ele possa girar livremente. Suponha, por exemplo, que o eixo passe acima do centro de gravidade, como na situação de equilíbrio representada na figura 1.

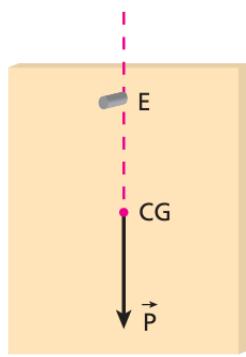


Figura 1

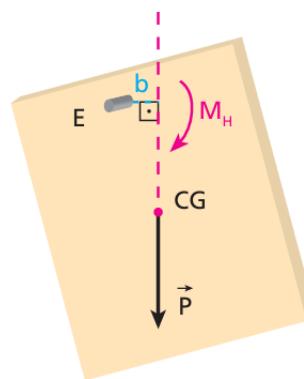


Figura 2

Afastando esse corpo ligeiramente da posição de equilíbrio e abandonando-o, como ilustra a figura 2, seu peso produzirá um momento horário  $M_H$  em relação ao eixo, procurando levá-lo de volta à posição de equilíbrio. Assim, concluímos que a situação representada em 1 é de equilíbrio **estável**.

Entretanto, se o eixo passar **abaixo** do centro de gravidade, a situação será de equilíbrio **instável**, como na figura 3.

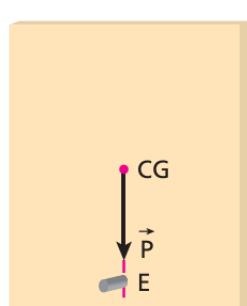


Figura 3

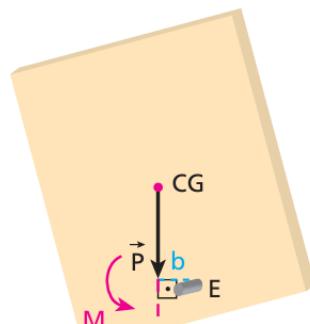


Figura 4

De fato, se o corpo for ligeiramente afastado da posição de equilíbrio e, em seguida, abandonado, como na figura 4, seu peso produzirá um momento anti-horário em relação ao eixo, procurando afastá-lo ainda mais da posição de equilíbrio representada na figura 3.

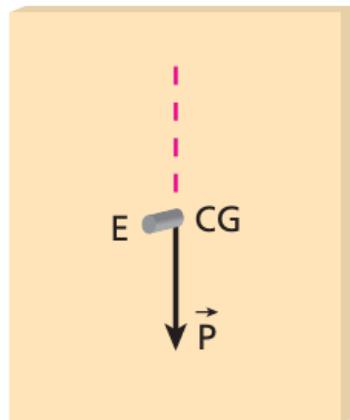


Figura 5

Finalmente, se o eixo passar pelo centro de gravidade, o equilíbrio será **indiferente**, como está representado na figura 5. Isso ocorre porque o peso não produzirá momento em relação ao eixo quando o corpo for afastado da posição em que se encontra.

## 5 Alavancas

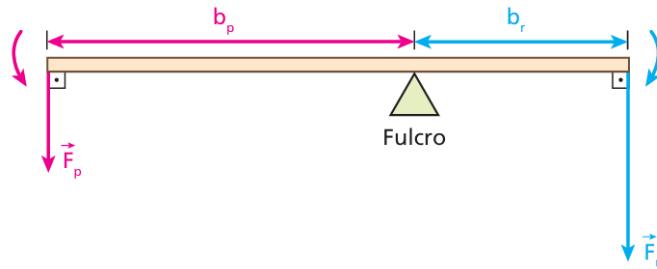
**Alavancas** são barras geralmente utilizadas para ampliar a intensidade de forças. Para que possam operar, elas necessitam de um ponto de apoio denominado **fulcro**.

Chamaremos de **força potente** ( $\vec{F}_p$ ) a força exercida na alavanca por quem a usa e de **força resistente** ( $\vec{F}_r$ ) a força que se pretende vencer com a alavanca.

Existem três tipos de alavanca: interfixa, inter-resistente e interpotente.

### Alavanca interfixa

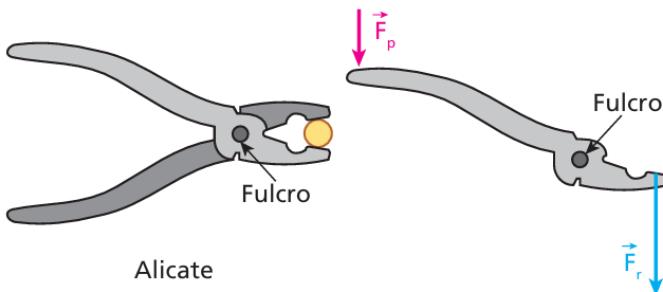
É um tipo de alavanca em que o fulcro (ponto de apoio) está entre os pontos de aplicação de  $\vec{F}_p$  e  $\vec{F}_r$  como ilustra a figura abaixo em que  $b_p$  é o braço da força potente e  $b_r$  é o braço da força resistente, ambos em relação ao fulcro.



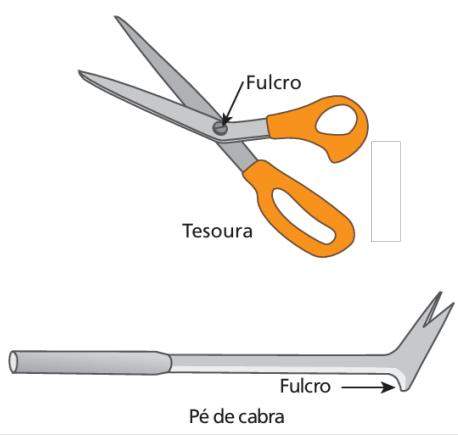
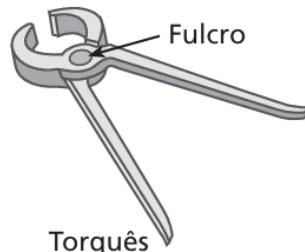
Se desconsiderarmos a massa da alavanca, suposta em equilíbrio, podemos afirmar que, em relação ao fulcro, o momento horário da força resistente é, em módulo, igual ao momento anti-horário da força potente:

$$F_p b_p = F_r b_r \quad \Rightarrow \quad F_p = \frac{F_r b_r}{b_p}$$

Fazendo  $b_r$  menor que  $b_p$ , temos  $F_p$  menor que  $F_r$ . Essa é a vantagem do uso da alavanca interfixa. Num alicate, por exemplo, temos um par de alavancas interfixas operando em conjunto:

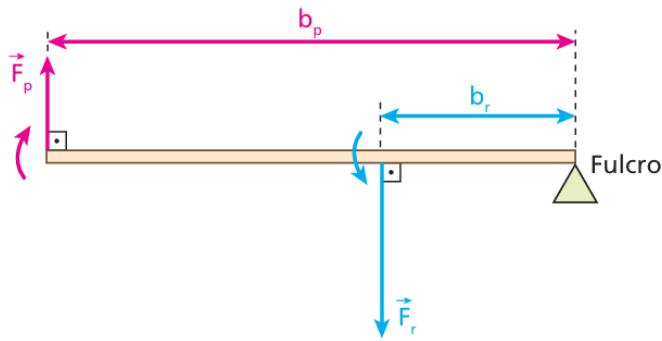


Outros exemplos de alavanca interfixa:



## Alavanca inter-resistente

É um tipo de alavanca em que a força resistente está aplicada entre a força potente e o fulcro.

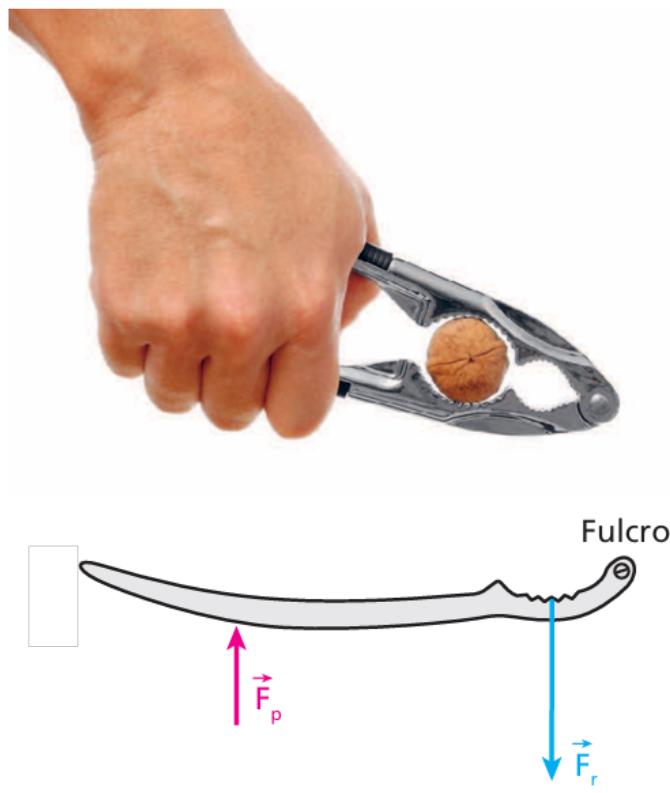


Ignorando a massa da alavanca e considerando-a em equilíbrio, temos:

$$F_p b_p = F_r b_r \quad \Rightarrow \quad F_p = \frac{F_r b_r}{b_p}$$

Como  $b_r$  é **menor** que  $b_p$ , continuamos obtendo  $F_p$  **menor** que  $F_r$ . Essa é a vantagem do uso desse tipo de alavanca.

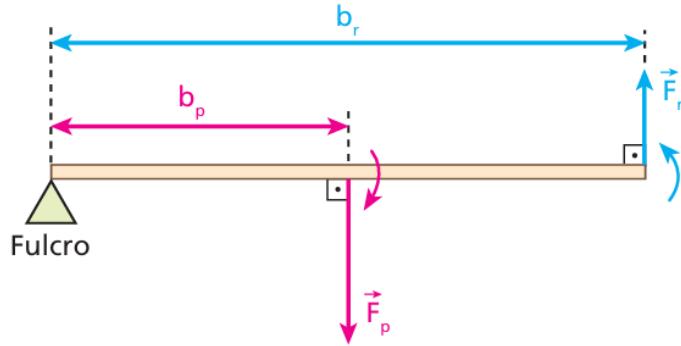
Em um quebra-nozes, por exemplo, temos um par de alavancas inter-resistentes operando em conjunto.



O carrinho de mão também é um exemplo de alavanca inter-resistente. A força resistente corresponde ao peso total do carrinho e seu conteúdo, que pode ser considerado aplicado no centro de gravidade do conjunto. A força potente é a força total exercida pela pessoa nos braços do carrinho. O fulcro está na região do solo em que a roda se apoia.

## 5.1 Alavanca interpotente

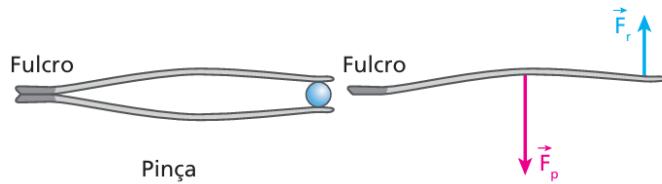
Nesse tipo de alavanca, a força potente está aplicada entre o fulcro e o ponto de aplicação da força resistente.



Ignorando a massa da alavanca e considerando-a em equilíbrio, temos:

$$F_p b_p = F_r b_r \Rightarrow F_p = \frac{F_r}{b_r} b_p$$

Note que, pela primeira vez,  $b_r$  é **maior** que  $b_p$ . Então,  $F_p$  é **maior** que  $F_r$ , de modo que esse tipo de alavanca não apresenta a vantagem dos outros tipos analisados. Entretanto, nem por isso ela deixa de ter sua utilidade. É o caso, por exemplo, de uma pinça, em que que temos duas alavancas interpotentes operando em conjunto.

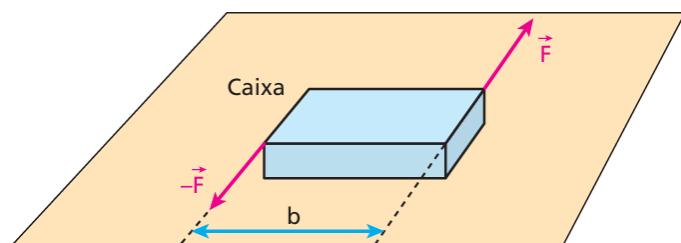


## 5.2 Binário

### Definição

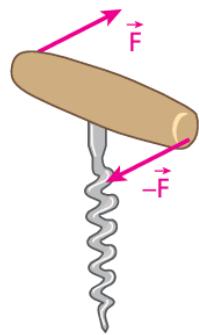
Um sistema de forças que merece destaque é aquele constituído por duas forças de mesma intensidade, mesma direção, sentidos opostos e linhas de ação **não-coincidentes**, atuantes em um mesmo corpo. Esse sistema é denominado **binário**.

As forças  $\vec{F}$  e  $-\vec{F}$  aplicadas na caixa representada na figura a seguir constituem um binário. A distância  $b$  entre as linhas de ação das duas forças é o braço do binário.

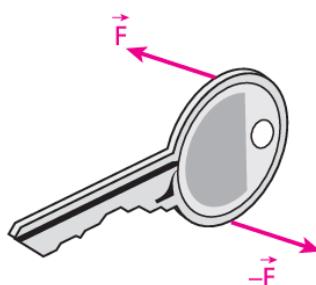


Como a resultante dessas forças é nula, um binário não pode acelerar o centro de massa do corpo em que atua, mas é capaz de produzir rotação acelerada. Assim, se a caixa está inicialmente em repouso na superfície lisa, ao receber o binário seu centro de massa permanece em repouso, embora ela inicie rotação acelerada em torno dele.

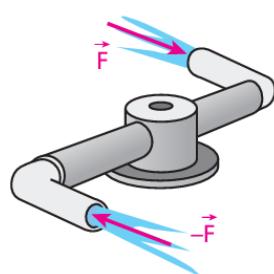
Os objetos representados a seguir exemplificam utilizações binários:



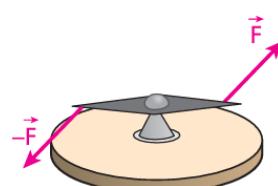
Saca-rolhas



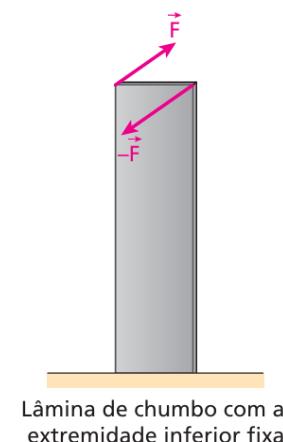
Chave



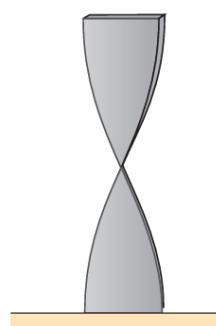
Regadeira de jardim



Agulha magnética  
colocada na direção  
Leste-Oeste



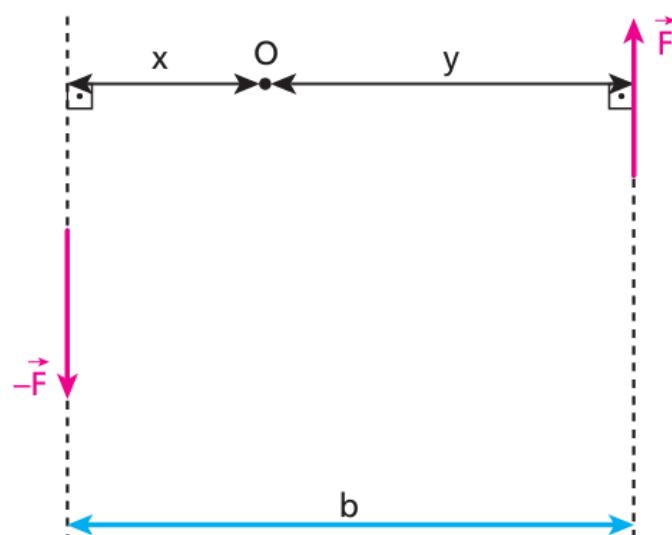
Lâmina de chumbo com a  
extremidade inferior fixa



Lâmina torcida  
pelo binário

### 5.3 Momento escalar binário

Na figura a seguir,  $O$  é o ponto em que um eixo intercepta perpendicularmente o plano de um binário.



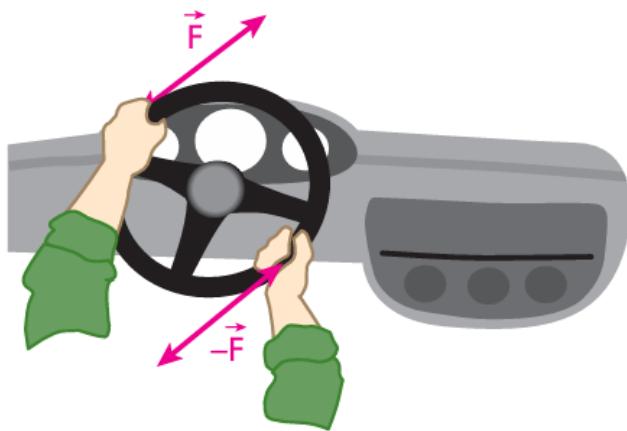
O módulo do momento escalar do binário ( $|M_B|$ ) em relação a  $\mathbf{O}$  é a soma dos módulos dos momentos escalares das duas forças em relação a  $O$ , já que ambas produzem tendência de rotação no mesmo sentido:

$$|M_B| = F_x + F_y = F(x + y)$$

$$\boxed{|M_B| = F b}$$

Temos, então, que o módulo do momento do binário é dado pelo produto da intensidade de uma das suas forças pelo braço  $b$  do binário, independentemente da posição do ponto  $O$ .

## Exemplo



Para fazer uma curva à direita, o motorista está girando o volante por meio da aplicação de um binário. Em volantes esportivos, que tem diâmetros menores, são necessários esforços mais intensos para produzir um mesmo torque, já que o braço do binário é menor.