Material Didático

Trabalho e potência

"Ser um ser humano (ser, ser, ser) e um verdadeiro herói (herói, herói, herói)"

Alisson Ferreira Martins
Físico

2024

"Este material foi desenvolvido para o estudo do Campo Magnético, um componente essencial da Física. As referências são todas do livro Helou et al., 2010: Helou, D., Gualter, J. B., and Newton, V. B. (2010). Tópicos de Física, volume 2. Editora Saraiva, São Paulo, 1ª edição, sendo, portanto, o material desenvolvido com o objetivo de simplificar o conteúdo.

Sumário

1 Introdução

Isaac Newton (1642-1727) não conjeturou em suas teorias o conceito de energia¿ para ele, toda a Mecânica era estruturada na noção de força. Foi o matemático, cientista e filósofo alemão Gottfried Wilhelm Von Leibniz (1646-1716) quem esboçou as primeiras ideais sobre energia, afirmando que o ímpeto de movimento manifestado por alguns corpos se devia a uma espécie de "força viva"intrínseca ao corpo, ao que ele chamou de vis viva, expressão extraída do latim. Leibniz também teria sido o descobridor do cálculo diferencial e integral, que abriu imensas possibilidades à ciência formal a partir do século XVII. Há, no entanto, controvérsias quanto à paternidade do cálculo, já que Newton apresentou na mesma época trabalhos importantes sobre o assunto. O físico e médico suíço Daniel Bernoulli (1700-1782) aprimorou a noção de energia ao publicar seus estudos sobre escoamento de fluidos. Ele notou que, em situações de pressão constante, um aumento na velocidade de certos líquidos ocorria sempre à custa da diminuição na altura da tubulação em relação a um nível de referência determinado. Mas quem estabeleceu os contornos definitivos do conceito foi o cientista inglês James Prescott Joule (1818-1889) ao analisar manifestações e conservação de energia em sistemas termodinâmicos. Definir amplamente energia de modo axiomático ou verbal é tarefa muito difícil.

A palavra energia tem origem grega - ergos - e significa **trabalho**. Realizar trabalho em Física implica a transferência de energia de um sistema para outro e, para que isso ocorra, são necessários uma força e um deslocamento adequados.

2 Trabalho de uma força constante

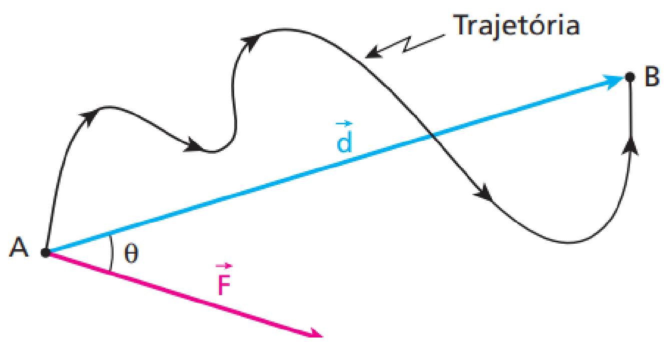


Figura 1: Partícula deslocada de A até B. Várias forças, não representadas, estão atuando na partícula, íncluindo $\vec{F}$ que é constante, ou seja, tem intensidade, direção e sentido invariáveis.

Seja $\vec{d}$ o deslocamento vetorial da partícula de A até B e θ o ângulo formado por $\vec{F}$ e $\vec{d}$. O trabalho (τ) da força $\vec{F}$ no deslocamento de A a B é a grandeza escalar denotada por

$$\tau = |\vec{F}||\vec{d}|\cos\theta$$

Ou de maneira simples:

$$\boxed{\tau = Fd\cos\theta}$$

Notas

- O produto $|\vec{d}|\cos\theta$ é a projeção de $\vec{d}$ na direção de $\vec{F}$;
- O produto $\vec{F}\cos\theta$, por sua vez, é a projeção de $\vec{F}$ na direção de $\vec{d}$;
- Se $\vec{F}$ ou $\vec{d}$ forem nulos, teremos $\tau = 0$;
- O deslocamento vetorial $\vec{d}$ tem origem no ponto de partida e extremidade no ponto de chegada da partícula.

2.1 Sinais do trabalho

O trabalho é uma grandeza álgebra, isto é, admite valores positivos e negativos. O que faz variar o sinal do trabalho é o $\cos\theta$, já que $|\vec{F}|$ e $|\vec{d}|$ são quantidades sem sinal.

2.2 Trabalho motor

Para $0 \leq \theta < 90°$, temos $\cos\theta > 0$ e, por isso, $\tau > 0$. O trabalho é denominado motor. O trabalho de uma força é motor quando esta é "favorável"ao deslocamento.

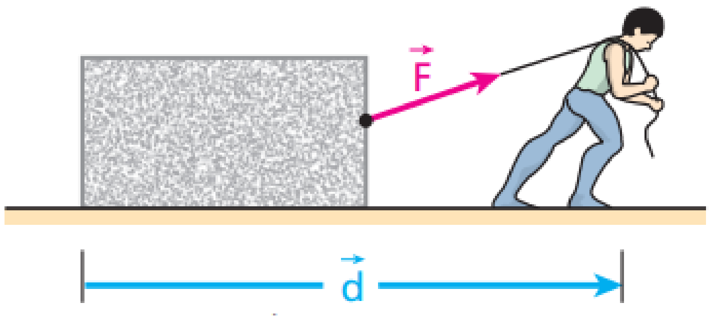


Figura 2: A força $\vec{F}$, que o homem exerce na caixa por meio da corda realiza trabalho motor (positivo). Ocorre pelo fato de $\vec{F}$ ser "favorável"ao deslocamento $\vec{d}$.

2.3 Trabalho resistente

Para $90° < \theta \leq 180°$, temos $\cos\theta < 0$ e, por isso, $\tau < 0$. O trabalho é denominado resistente. O trabalho de uma força é resistente quando esta é "desfavorável"ao deslocamento.

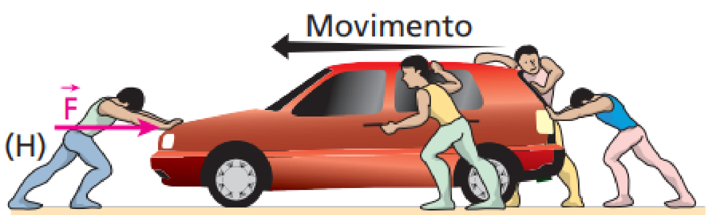


Figura 3: O trabalho da força exercidade pelo homem H sobre o carro é resistente (negativo). Isso ocorre pelo fato de a referida força ser "desfavorável"ao deslocamento do carro (para a esquerda).

2.4 Casos particulares importantes

$\vec{F}$ e $\vec{d}$ têm a mesma direção e mesmo sentido

$\theta = 0°$ e $\cos\theta = 1$. Portanto, o trabalho é calculado por:

$$\tau = Fd\cos\theta \Longrightarrow \tau = Fd \cdot 1$$

$$\boxed{\tau = Fd}$$

Esse é o caso em que a força realiza seu trabalho máximo.

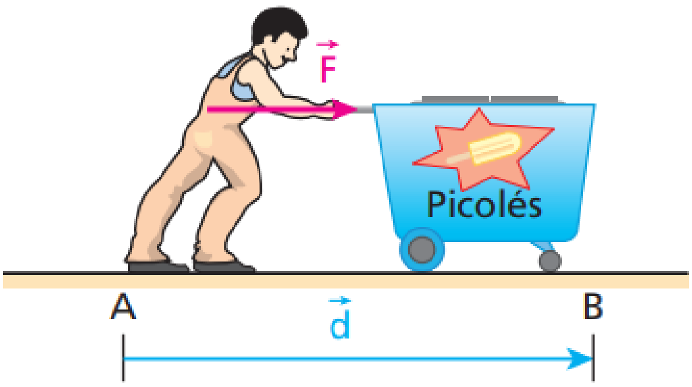


Figura 4: A força $\vec{F}$ (constante) que o vendedor de sorvetes exerce em seu carrinho tem a mesma direção e o mesmo sentido que o deslocamento vetorial $\vec{d}$ de A até B.

$\vec{F}$ e $\vec{d}$ têm a mesma direção e sentidos opostos

$\theta = 180°$ e $\cos\theta = -1$. Portanto o trabalho é calculado por:

$$\tau = Fd\cos\theta \longrightarrow \tau = Fd \cdot (-1)$$

$$\boxed{\tau = -Fd}$$

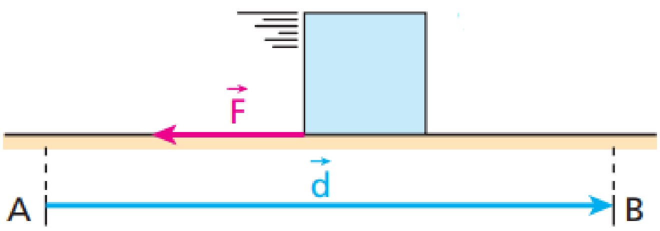


Figura 5: O bloco desloca-se de A para B ao longo de um plano horizontal áspero. Nesse deslocamento ($\vec{d}$), o bloco sofre a ação da força de atrito $\vec{F}$ (admita constante), cujo trabalho pode ser calculado por $\tau = -Fd$.

$\vec{F}$ e $\vec{d}$ são perpendiculares entre si

$\theta = 90°$ e $\cos\theta = 0$ Portanto o trabalho é calculado por:

$$\tau = Fd\cos\theta \longrightarrow \tau = Fd \cdot 0$$

$$\boxed{\tau = 0}$$

Sempre que a força e o deslocamento forem perpendiculares entre si, a força não realizará trabalho.

2.5 Cálculo gráfico do trabalho

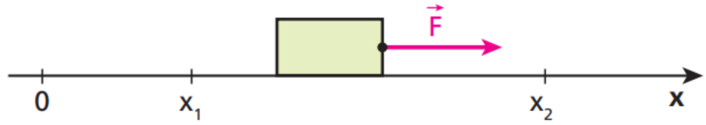


Figura 6: Bloco percorrendo o eixo 0x. Ele se desloca sob a ação exclusiva da força $\vec{F}$, paralela ao eixo.

O valor algébrico de $\vec{F}$ é o valor dessa força com relação ao eixo 0x. Esse valor é positivo quando $\vec{F}$ atua no sentido do eixo e negativo quando $\vec{F}$ atua em sentido oposto ao do eixo. Considerando $\vec{F}$ constante obtemos graficamente:

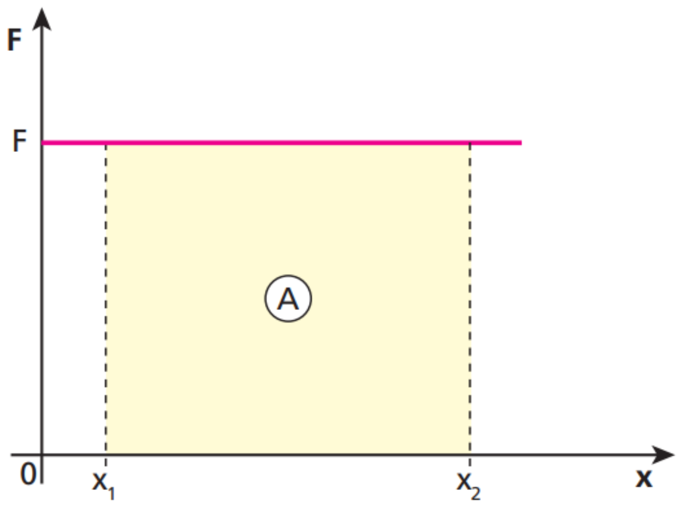


Figura 7: A área fornece uma medida do valor algébrico do trabalho da força $\vec{F}$ ao longo do deslocamento do bloco, do ponto de abscissa x_1 ao ponto de abscissa x_2.

Pode ser comprovado relacionando-se

$$A = F(x_2 - x_1)$$

É notório que $x_2 - x_1 = d$, em que d é o módulo do deslocamento vetorial do bloc. Portanto

$$A = Fd$$

O produto Fd corresponde ao trabalho de $\vec{F}$ então:

$$A = \tau$$

A validade dessa situação estende-se também ao caso de forças palaralelas ao deslocamento, porém de valor algébrico variável. Entretanto, para esses casos, sua verificação requer um tratamento matemático mais elaborado.

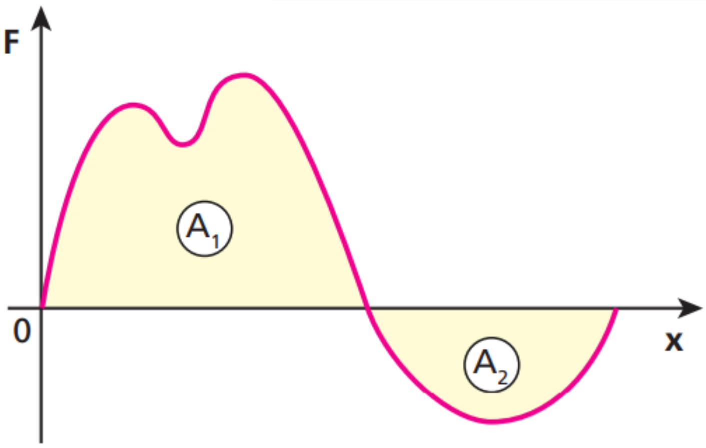


Figura 8: F é o valor algébrico da força responsável pelo trabalho.

$$A_1 + A_2 = \tau \quad \text{(Soma algébrica)}$$

Podemos enunciar da seguinte maneira:

Dado um diagrama do valor algébrico da força atuante em uma partícula em função de sua posição, a "área" compreendida entre o gráfico e o eixo das posições expressa o valor algébrico do trabalho da força. No entanto, a força considerada deve ser paralela ao deslocamento da partícula.

3 Trabalho da força peso

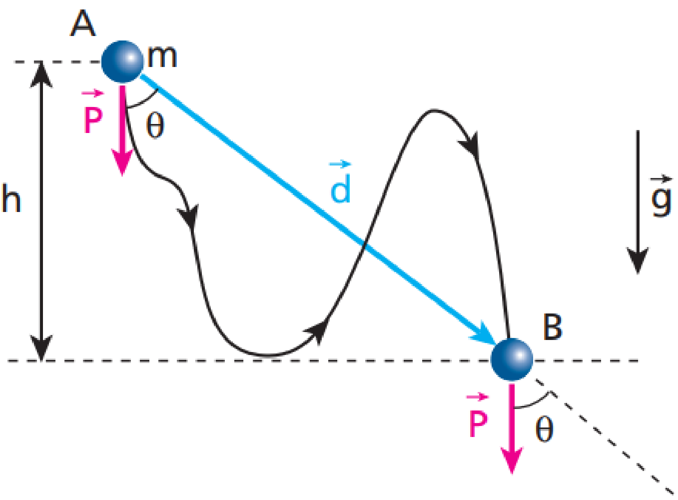


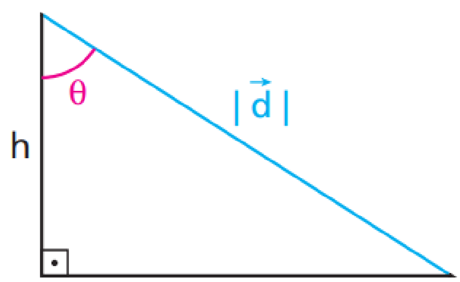
Figura 9: Partícula inicialmente situada no ponto A. Sob a ação de diversas forças, incluindo de seu peso $\vec{P}$, ela sofre o deslocamento $\vec{d}$, atingindo o ponto B.

- θ é o ângulo entre $\vec{P}$ e $\vec{d}$;
- m é a massa da partícula;
- g é a intensidade da aceleração da gravidade;
- h é o desnível (diferença de alturas) entre A e B

A gravidade ($\vec{g}$) de A até B é constante, como consequência, $\vec{P}$ é constante. O trabalho pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}||\vec{d}|\cos\theta \tag{I}$$

Observando a geometria proposta no problema:



Temos que

$$h = |\vec{d}|\cos\theta \tag{II}$$

Substituindo em obtemos:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}|h \Longrightarrow \tau_{\vec{P}} = mgh$$

Como $\tau_{\vec{P}}$ só depende de P e de h, podemos enunciar:

O trabalho da força peso é independente da trajetória descrita pela partícula.

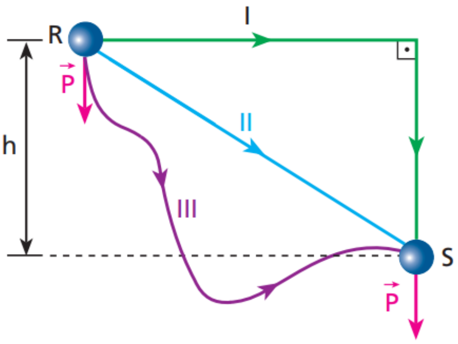


Figura 10: Qualquer que seja a trajetória descrita pela partícula ao se deslocar do ponto R ao ponto S, o trabalho de seu peso será o mesmo.

Em qualquer das trajetórias, I, II ou III acima, o trabelho de $\vec{P}$ vale:

$$\tau_{\vec{P}=Ph=mgh}$$

Se imaginarmos uma situção em que a partícula faça o deslocamento oposto, saia de B e atinja A. O trabalho de $\vec{P}$ fica determinado ao se fazer:

$$\tau_{\vec{P}} = |\vec{P}||\vec{d}| \cos 180° - \theta$$

Como $\cos\theta$ é uma função par temos que $\cos 180° - \theta = -\cos\theta$, portanto:

$$\tau_{\vec{P}} = -|\vec{P}||\vec{d}| \cos\theta$$

Sabemos que $h = |\vec{d}| \cos\theta$ obtemos:

$$\tau_{\vec{P}} = -|\vec{P}|h \Longrightarrow \tau_{\vec{P}} = -Ph = -mgh$$

Podemos escrever de forma generalizada

$$\tau_{\vec{P}} = \pm Ph = \pm mgh$$

4 Trabalho da força elástica

Imagine uma mola sendo deformada em regime elástico, ao ser deformada, a mola em contato com uma mão, trocam na região de contato forças de ação e reação. A força aplicada pela mola na mão é chamada de força elástica ($\vec{F_e}$). Essa força sempre "aponta" para a posição em que estaria a extremidade livre da mola, caso esta não estivesse deformada, por isso é chamada de força de restituição

A intensidade da $\vec{F_e}$ é calculada pela Lei de Hooke:

$$F_e = K\Delta X$$

- K é a constante elástica da mola
- ΔX é a deformação da mola (alongamento ou compressão)

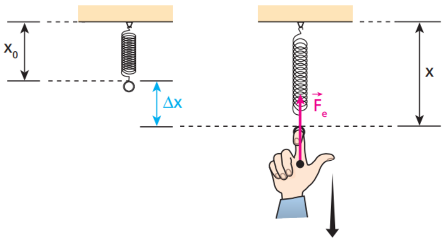


Figura 11: À medida que a mão do operador é deslocada verticalmente para baixo, provocando alongamento na mola, ela recebe a força elástica ($\vec{F_e}$) dirigida verticalmente para cima.

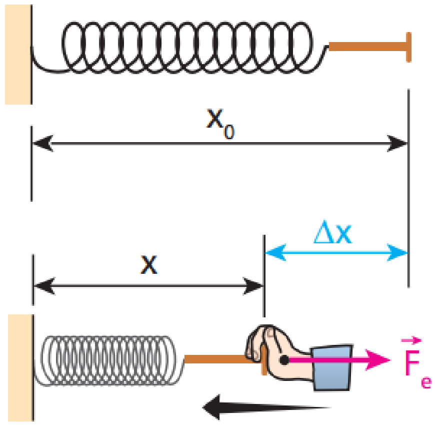


Figura 12: Á medida que a mão do operador é deslocada horizontalmente para a esquerda, provocando compressão na mola, ela recebe a força elástica ($\vec{F_e}$) dirigda horizontalmente para a direita.

$$|\tau_{\vec{F_e}}| = A \longrightarrow |\tau_{F_e}| = \frac{K\Delta x \cdot \Delta x}{2}$$

$$|\tau_{\vec{F_e}}| = \frac{K(\Delta x)^2}{2}$$

$\tau_{\vec{F_e}}$ pode ser motor (+) ou resistente (-) podemos denotar da seguinte forma:

$$|\tau_{\vec{F_e}}| = \pm\frac{K(\Delta x)^2}{2}$$

O trabalho da força elástica é motor (+) na fase em que a mola está retornando ao seu comprimento natural e é resistente (-) na fase em que ela é deformada (alongada ou comprimida).

O trabalho da força elástica independe da trajetória de seu ponto de aplicação.

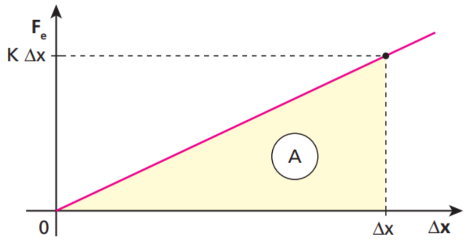


Figura 13: O trabalho de $\vec{F_e}$, é calculado através de um gráfico F_e em função de Δx o módulo do trabalho de $\vec{F_e}$ é dado pela "área" A.

5 Forças conservativas e não conservativas

6 O Teorema da Energia Cinética

6.1 Energia cinética

Consideremos uma partícula de massa m que, em dado instante, tem, em relação a um determinado referencial, velocidade escalar v. Pelo fato de estar em movimento, dizemos que a partícula está energizada, ou seja, dizemos que ela possui uma forma de energia denominada cinética. A energia cinética (E_c) é a modalidade de energia associada aos movimentos, sendo quantificada pela expressão:

$$\boxed{E_c = \frac{mv^2}{2}}$$

6.2 O teorema

O trabalho total, das forças internas e externas, realizado sobre um corpo é igual à variação de sua energia cinética.

$$\tau_{total} = \Delta E_c = E_{c_{final}} - E_{c_{inicial}}$$

6.3 Demonstração

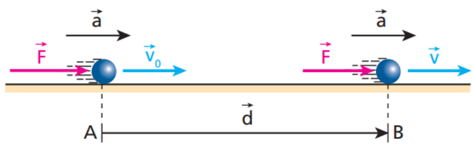


Figura 14: Pequena esfera maciça sujeita à ação da força resultante constante $\vec{F}$, paralela ao deslocamento. Sejam $\vec{a}$ a aceleração comunicada por $\vec{F}$, $\vec{v_0}$ a velocidade da esfera no ponto A e $\vec{v}$ sua velocidade no ponto B. Seja, ainda, $\vec{d}$ o deslocamento da esfera de A até B.

O trabalho de $\vec{F}$ no deslocamento de A até B (τ_{total}) é dado por:

$$\tau_{total} = Fd \tag{I}$$

Do Princípio Fundamental da Dinâmica, podemos denotar por:

$$F = ma \tag{II}$$

A esfera de acordo com as condições iniciais, realiza um movimento uniformemente variado. Na subida, desprezando a influência do ar, apenas duas forças agem no corpo: a exercida de pelo agente externo e a da gravidade (peso). Durante o erguimento pretendemos calcular o trabalho do agente externo (τ_{agen}) durante o erguimento do corpo, portanto:

$$\tau_{total} = \tau_{agen} + \tau_{peso} \tag{I}$$

Pelo Teorema da Energia Cinética, temos que

$$\tau_{total} = E_{CB} - E_{CA} \tag{II}$$

Comparando em obtemos:

$$\tau_{agen} + \tau_{peso} = E_{CB} - E_{CA} \tag{III}$$

Na subida, o trabalho do peso é resistente (negativo), sendo dado por:

$$\tau_{peso} = -mgh$$

É dado que

$$E_{CB} = \frac{mv_B^2}{2} \quad \text{e} \quad E_{CA} = \frac{mv_A^2}{2}$$

Substituindo na expressão *temos* :

$$\tau_{agen} - mgh = \frac{mv_B^2}{2} - \frac{mv_A^2}{2}$$

Sabemos que $v_A = v_B = 0$, pois o corpo partiu do repouso em A e foi deixado em repouso em B. Portanto:

$$\tau_{agen} - mgh$$

$$\boxed{\tau_{agen} = mgh}$$

7 Introdução ao conceito de potência

A potência de um sistema consiste na rapidez com que ele realiza suas atribuições. A potência é tanto maior quanto menor é o intervalo de tempo utilizado na execução de uma mesma tarefa. Dependendo do que estudamos, a potência recebe especificações diferentes, exemplo: potência elétrica nos geradores, potência térmica nos aquecedores e de potência mecânica quando estudamos viabilidade de uma cachoeira para a instalação de um sistema de conversão hidrelétrico.

7.1 Potência média

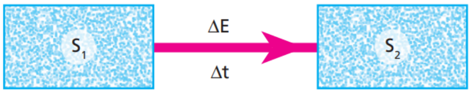


Figura 15: Sistema mecânicaco S_1 durante um intervalo de tempo Δt, transfere para um sistema mecânico S_2 uma quantidade de energia ΔE.

Define-se potência média (Pot_m) como o quociente da energia transferida (ΔE) pelo intervalo de tempo (Δt) em que essa transferência ocorreu:

$$Pot_m = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

Essa energia transferida equivale a um trabalho τ. Assim, a potência mecânica média também pode ser dada por:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t}$$

A unidade de potência é obitda pelo quociente da unidade de trabalho (ou energia) pela unidade de tempo:

$$\text{unid (Pot)} = \frac{unid(\tau)}{unid(t)}$$

No Sistema Internacional (SI):

$$\text{unid } (\tau) = \text{joule (J)}$$
$$\text{unid (t)} = \text{segundo (s)}$$

Portanto

$$\boxed{\textbf{unid (Pot)} = \frac{J}{s} = \textbf{watt (W)}}$$

Um múltiplo muito usado do watt é o quilowatt (kW):

$$1\,\text{kW} = 10^3\,\text{W}$$

Outro múltiplo também usado frequentemente é o megawatt (MW):

$$1\,\text{MW} = 10^6\,\text{W}$$

Embora não pertencentes ao Sistema Internacional (SI), são também muito empregadas as seguintes unidades de potência:

- 1 cv (cavalos-vapor) $\approx 735,5\,\mathrm{W}$
- 1 HP (horsepower) $\approx 745,7\,\mathrm{W}$

7.2 Potência instantânea

Definimos a potência média em um intervalo de tempo Δt. Se fizermos esse intervalo de tempo tender a zero, teremos, no limite, a potência instântanea, que pode ser denotada matematicamente da seguinte maneira:

$$Pot = \lim_{\Delta t \to 0} Pot_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\tau}{\Delta t}$$

Nota: Em uma situação em que a potência é constante, o valor instantâneo iguala-se ao valor médio.

7.3 Relação entre potência instantânea e velocidade

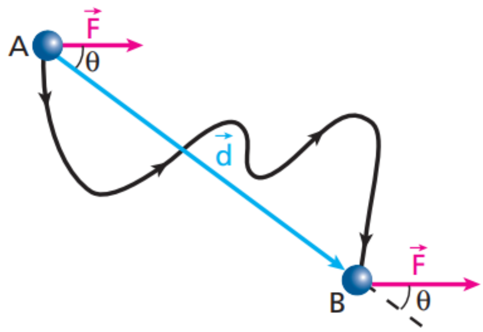


Figura 16: Partícula deslocada de A para B ao longo da trajetória indicada, sob a ação da força $\vec{F}$ (constante), dentre outras forças

Sejam $\vec{d}$ o deslocamento vetorial de A a B e θ ângulo entre $\vec{F}$ e $\vec{d}$. O trabalho de $\vec{F}$ de A até B é calculado por

$$\tau = |\vec{F}||\vec{d}|\cos\theta \tag{I}$$

A potência média de $\vec{F}$ nesse deslocamento é denotado por:

$$Pot_m = \frac{\tau}{\Delta t} \tag{II}$$

Substituindo em , *obtemos*

$$Pot_m = \frac{|\vec{F}||\vec{d}|\cos\theta}{\Delta t}$$

O quociente $\frac{|\vec{d}|}{\Delta t}$, é o módulo da velocidade vetorial média ($\vec{V_m}$) da partícula, portanto:

$$Pot_m = |\vec{F}||\vec{V_m}|\cos\theta$$

A potência instantânea de $\vec{F}$ é obtida passando-se o último resultado ao limite, para o intervalo de tempo tendendo a zero ($\Delta t \to 0$):

$$Pot = \lim_{\Delta t \to 0} Pot_m = \lim_{\Delta t \to 0} |\vec{F}||\vec{V_m}|\cos\theta$$

Os valores médios transformam-se em instantâneos e obtemos:

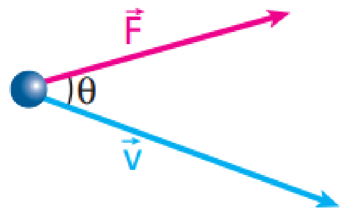
$$\boxed{Pot = |\vec{F}||\vec{v}|\cos\theta}$$

Em notação simples:

$$Pot = Fv\cos\theta$$

Nota

O ângulo θ é o ângulo formado entre $\vec{F}$ e $\vec{v}$:



7.4 Caso particular: $\theta = 0°$

$\vec{F}$ e $\vec{v}$ tem a mesma orientação, isto é, mesma direção e sentido.

$$Pot = Fv\cos\theta$$

Se $\theta = 0° \longrightarrow \cos\theta = 1$, disso podemos concluir:

$$\boxed{Pot = Fv}$$

7.5 Propriedade do gráfico da potência em função do tempo

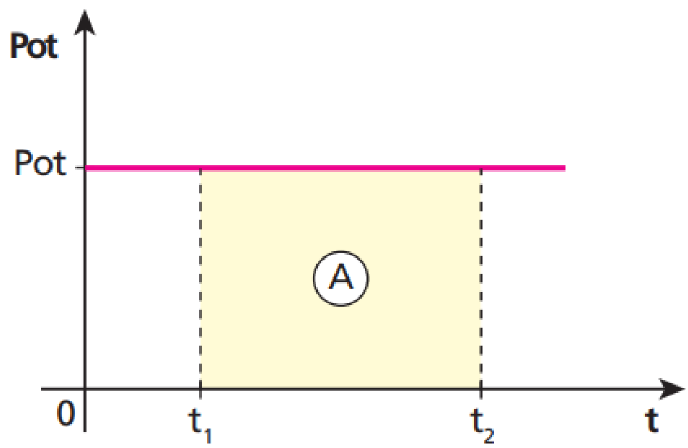


Figura 17: Potência de uma força constante no decorrer do tempo. A área destacada fornece uma medida algébrica do trabalho da força durante o intervalo de tempo considerado.

$$A = Pot(t_2 - t_1)$$

Sendo $t_2 - t_1 = \Delta t$ (intervalo de tempo), temos

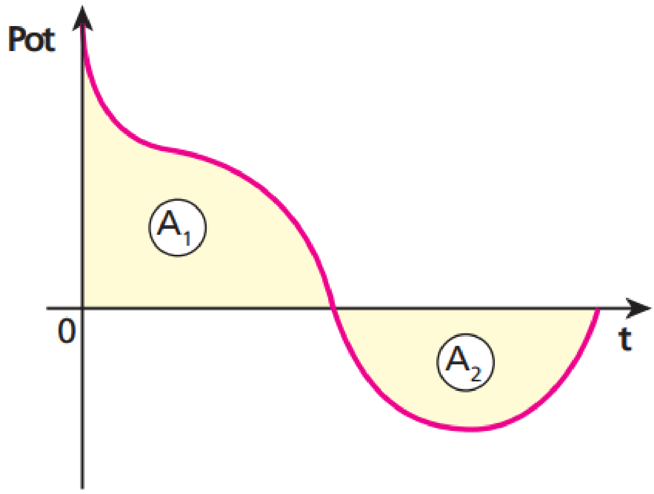
$$A = Pot\Delta t \tag{I}$$

Entretanto, $Pot = \dfrac{\tau}{\Delta t} \longrightarrow \tau = Pot\Delta t$

Comparando e , podemos concluir:

$$A = \tau$$

A sua validade estende-se também aos casos em que a potência é variável



$$A_1 + A_2 = \tau \quad \text{(soma algébrica)}$$

Podemos enunciar que:

Dado um diagrama da potência em função do tempo, a "área" compreendida entre o gráfico e o eixo dos tempos expressa o valor algébrico do trabalho ou da energia transferida.

8 Rendimento

Sendo a Pot_u a potência útil (utilizada no movimento) e Pot_d a potência dissipada, temos

$$Pot_u = Pot_r - Pot_d$$

O rendimento (η) da locomotiva, é calculado pelo quociente da potência útil (Pot_u) pela potência recebida (Pot_r)

$$\boxed{\eta = \frac{Pot_u}{Pot_r}}$$

Em termos gerais podemos formalizar da seguinte maneira:

O rendimento (η) de um sistema físico qualquer é dado pelo quociente da potência útil (Pot_u) pela potência recebida (Pot_r).

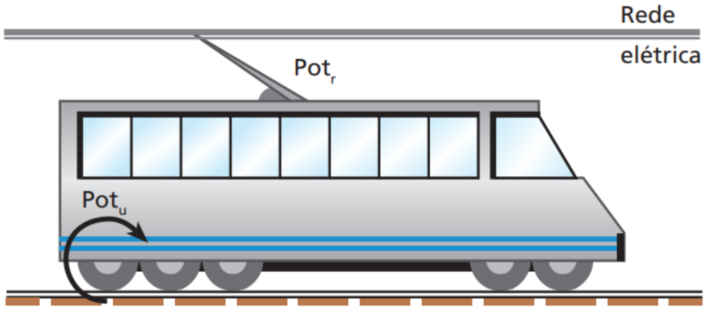


Figura 18: Locomotiva elétrica em movimento para a direita. A potência recebida é Pot_r, boa parte da potência recebida é dissipada, perdendo-se por efeito de atritos: aquecimento e ruídos, dentre outros.

O rendimento é adimensional (não tem unidades) por ser definido pelo quociente de duas grandezas medidas nas mesmas unidades. É expresso geralmente em porcentagem, bastando, para isso, multiplicar seu valor por 100%.

O rendimento de um sistema físico real é sempre inferior a 1 ou a 100%, pois, em razão das dissipações sempre existentes, a potência útil é sempre menor que a recebida.

$$\eta = \frac{Pot_u}{Pot_r} \Longrightarrow \eta = \frac{Pot_r - Pot_d}{Pot_d}$$

$$\eta = 1 - \frac{Pot_d}{Pot_r}$$

9 Energia mecânica e sua conservação

9.1 Princípio da conservação - intercâmbios energéticos

A energia desempenha um papel essencial em todos os setores da vida, sendo a grandeza mais importante da Física. O Sol, a água, o vento, o petróleo, o carvão e o átomo são fontes que suprem o consumo atual de energia no mundo, mas, à medida que a população do planeta cresce e os itens de conforto à disposição da espécie humana se multiplicam, aumenta também a demanda por energia, exigindo novas alternativas e técnicas de obtenção. Ao que tudo indica, o átomo será a principal fonte de energia do futuro. Por isso, ele vem sendo objeto de estudos nos principais centros de pesquisa, que também se preocupam em investigar o aproveitamento de suas potencialidades de modo seguro e eficaz. A energia é uma grandeza única, mas, dependendo de como se manifesta, recebe diferentes denominações:

- Energia potencial gravitacional;
- Energia potencial elástica;
- Energia térmica;
- Energia elétrica;
- Energia química;
- mecânica;

- energia âtomica, etc.

Um dos preceitos mais amplos e fundamentais da Física é o Princípio da Conservação da Energia, segundo o qual se pode afirmar que:

$$E_{\text{inicial}} = E_{\text{final}}$$

ou seja, a energia não pode ser criada nem destruída, apenas transformada de uma forma para outra.

A energia total do Universo é constante, podendo haver apenas transformações de uma modalidade em outras.

Tudo teria começado com alusões à conservação da matéria. Talvez a referência mais antiga a esse respeito se deva ao poeta romano Lucrécio, contemporâneo de Júlio César (100 a.C - 49 a.C). Ele escreveu em seu célebre poema *De Rerum Natura*: "[...] As coisas não podem nascer do nada, nem desaparecer voltando ao nada [...]". Passou muito tempo para que esse conceito fosse retomado e adquirisse base científica. A principal contribuição experimental foi dada pelo químico francês Antoine de Lavoisier (1743 - 1794), considerado por muitos o criador da química moderna. Ele escreveu em 1789:

"[...] Devemos tomar como axioma incontestável que, em todas as operações da arte e da natureza, nada é criado; a mesma quantidade de matéria existe antes e após um experimento... e nada ocorre além de mudanças e modificações nas combinações dos elementos envolvidos [...]".

O princípio de Lavoisier, denominado depois princípio da conservação da massa, mostrou-se extremamente fértil no desenvolvimento da Química e da Física.

Figura 19: O Princípio da Conservação da Massa, de Lavoisier, pode ser assim resumido: "Na natureza, nada se cria, nada se perde, tudo se transforma".

A compreensão do conceito de energia, ocorrida definitivamente no século XIX com os experimentos do físico inglês James Prescott **Joule** (1818–1889) sobre conversões de trabalho mecânico em calor e vice-versa, deu os contornos atuais ao princípio de conservação dessa grandeza física. O físico norte-americano Richard Philips **Feynman** (1918–1988) assim se referiu ao conceito de conservação da energia:

> "[...] É importante observar que ainda hoje não sabemos o que é energia. Trata-se de uma noção que não se define de maneira ampla por meio de palavras. O que sabemos é que existe uma lei governando todos os fenômenos naturais. Não existe nenhuma exceção a essa lei, que é chamada Lei de Conservação da Energia. Ela estabelece que há uma certa quantidade, que chamamos de energia, cujo valor não se altera nas várias mudanças que ocorrem na natureza. Não se trata da descrição de mecanismo ou de qualquer coisa concreta. É mais abstrata porque envolve um princípio matemático. Ela exprime o fato de que, quando calculamos um número (o valor da energia) no início de um processo e no fim desse mesmo processo, os resultados são iguais [...]."

Figura 20: Considerado um dos maiores físicos norte-americanos, Richard Feynman foi agraciado com o Nobel de Física em 1965 por seus trabalhos em Eletrodinâmica Quântica.

Mas experimentos recentes fundamentados nas teorias do físico alemão Albert **Einstein** (1879–1955) confirmam que ocorre, sim, no Universo, a constância do conjunto massa e energia. Einstein assim se referiu a essa concepção:

> "[...] A Física pré-relativística contém duas leis de conservação cuja importância é fundamental — a Lei de Conservação da Massa e a Lei de Conservação da Energia —, em aparência, completamente independentes entre si. Por meio da Teoria da Relatividade elas se fundem em um único princípio [...]."

O processo de aniquilamento que se verifica quando se aglutinam um elétron e um pósitron — partículas elementares de massas iguais, cargas elétricas de mesmo módulo, porém de sinais contrários —, por exemplo, confirma tal afirmação. Ao se aniquilarem essas partículas "desaparecem", mas em seu lugar nota-se a presença de radiação γ (onda eletromagnética de frequência muito alta), de energia equivalente à massa de repouso das duas partículas mais a energia cinética associada a elas antes do processo.

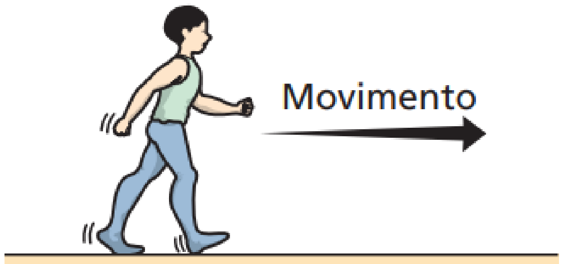


Figura 21: Garoto em movimento em relação a um referenciao no solo, ele tem energia mecânica.

Figura 22: Garoto tentando fazer com que uma pedra role encosta abaixo. A pedra tem a potencialidade de se movimentar, apresentando, por isso, a energia mecânica em relação à base da encosta.

A energia, da mesma forma que o trabalho, é uma grandeza de natureza escalar, por não ter associados a ela direção e sentido.

9.2 Unidades de energia

$$\text{unid.(energia)} = \text{unid. (trabalho)} = \text{joule (J)}$$

Entretanto há outras unidades de energia que, embora não pertençam a nenhum sistema oficial, foram consagradas pelo uso.

- **Caloria** (cal): utilizada nos fenômenos térmicos.

$$1\,\text{cal} \approx 4{,}19\,\text{J}$$

- **Quilowatt-hora** (kWh): utilizada em geração e distribuição de energia elétrica.

$$1\,\mathrm{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^{6}\,\mathrm{J}$$

- **Elétron-volt** (eV): utilizada nos estudos do átomo.

$$1\,\mathrm{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

10 Energia cinética

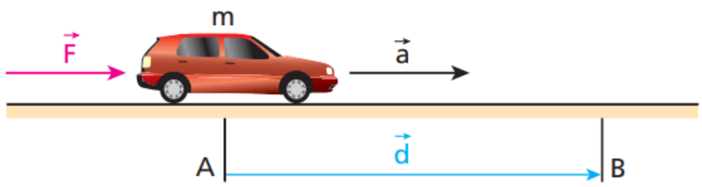


Figura 23: Carrinho de massa m em repouso no ponto A em um plano horizontal sem atrito. Uma pessoa empurra o carrinho, aplicando-lhe a força $\vec{F}$, constante e paralela ao plano de apoio.

Pela ação de $\vec{F}$, o carrinho adquire a aceleração $\vec{a}$, atingindo um ponto genérico B com velocidade $\vec{v}$. De A até B o deslocamento é $\vec{d}$. Por estar em movimento, o carrinho possui energia cinética (E_c). A partir do ponto A a força exercida pela pessoa passa a realizar trabalho sobre o carrinho. Esse trabalho é assimilado sob a forma de energia cinética. Calculemos a energia cinética do carrinho em B:

$$E_c = \tau \implies E_c = Fd \tag{I}$$

Como $\vec{F}$ é a força resultante, a aplicação da Segunda Lei de Newton leva-nos a:

$$F = ma \tag{II}$$

DE A até B o carrinho descreve movimento uniformemente variado, em que o módulo do deslocamento (d) pode ser calculado pela equação de Torricelli

$$v^2 = v_0^2 + 2ad \implies d = \frac{v^2 - v^{02}}{2a}$$

O carrinho partiu do repouso portanto $v_0 = 0$, disso:

$$d = \frac{v^2}{2a} \tag{III}$$

Substituindo e em , obtemos

$$E_c = ma\frac{v^2}{2a}$$

Disso temos:

$$\boxed{E_c} = \frac{mv^2}{2}$$

A energia cinética (Ec) de uma partícula é proporcional ao quadrado de sua velocidade escalar (v).

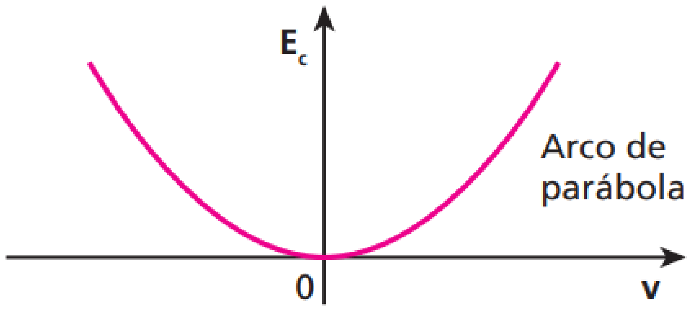


Figura 24: A energia cinética jamais é negativa: é positiva ou nula. Ela é uma grandeza relativa, pois é função da velocidade, que depende do referencial. Assim, uma única partícula pode ter, ao mesmo tempo, energia cinética nula para um referencial e não nula para outro.

11 Energia potencial

É uma forma de energia latente, isto é, está sempre prestes a se converter em energia cinética. Na mecânica, há duas modalidades de energia potencial:

- Energia potencial gravitacional;
- Energia potencial elástica.

11.1 Energia potencial gravitacional (E_p)

É função da posição de um corpo em um campo gravitacional (por exemplo, o terrestre) e depende da intensidade do peso do corpo no local onde se encontra e da altura do seu centro de massa em relação a um plano horizontal de referência.

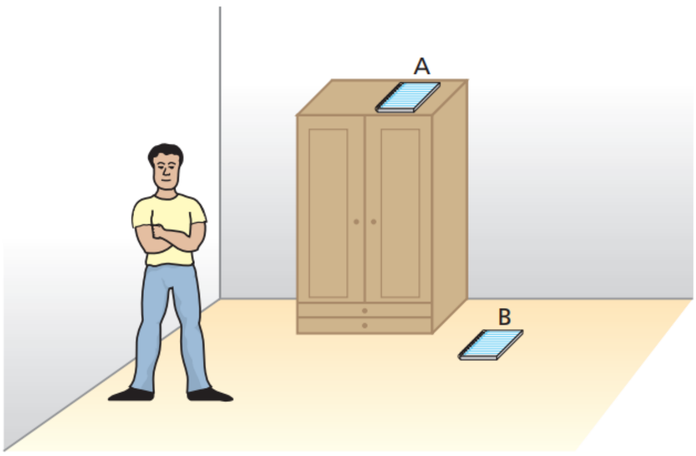


Figura 25: Utilizando o piso do quarto como plano horizontal de referência, o estudante poderá dizer que o caderno A, colocado sobre o armário, tem energia potencial gravitacional não nula, enquanto o caderno B, de espessura desprezível, apoiado sobre o solo, possui energia potencial gravitacional nula.

Pelo fato de ocupar a posição B, dizemos que o corpo está energizado, apresentando, em relação à posição A, energia potencial gravitacional (E_p). Essa energia vem da pessoa que, ao erguer o corpo, exerceu uma força que realizou um trabalho assimilado pelo corpo

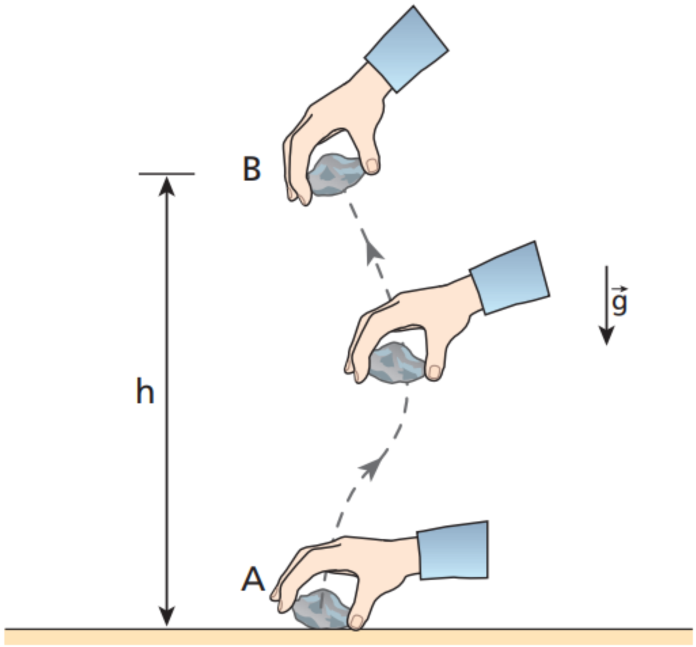


Figura 26: Uma pessoa ergue um corpo de massa m da posição A à posição B. h é a altura de B em relação ao nível horizontal da posição A e g o módulo da aceleração da gravidade.

sob a forma de energia potencial gravitacional. Uma vez em B e abandonado, o corpo cai, buscando atingir o nível da posição A. Esse fato mostra que, em B, o corpo está realmente energizado, pois cai quando largado à ação da gravidade. Assim, ocorre transformação de energia potencial gravitacional em energia cinética.

Na posição B, a energia potencial é dada por:

$$E_p = \tau \tag{I}$$

O trabalho motor no erguimento de um corpo sem variação de energia cinética é dado por:

$$\tau = Ph \quad \longrightarrow \quad \tau = mgh \tag{II}$$

De I e II, obtemos:

$$\boxed{E_p = Ph \quad \text{ou} \quad E_p = mgh}$$

A energia potencial gravitacional deve ser definida em relação a um determinado plano horizontal de referência (PHR), a partir do qual são medidas as alturas. Um mesmo corpo pode ter energia potencial gravitacional positiva, nula ou negativa, dependendo do PHR adotado.

Fisicamente, se a energia potencial gravitacional de um corpo for negativa e vale $-mgh$, deve-se realizar sobre ele um trabalho equivalente a $+mgh$ para que esse corpo chegue ao nível zero de energia potencial, isto é, ao PHR adotado.

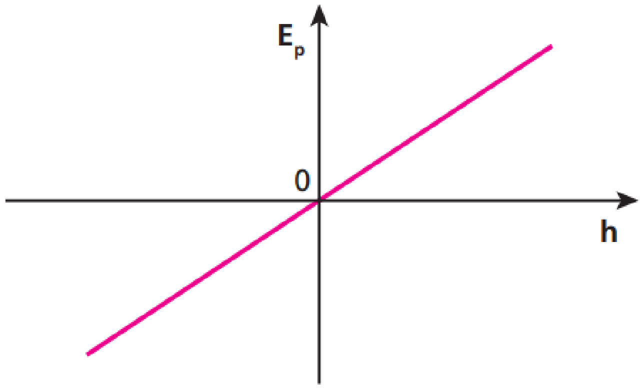


Figura 27: Gráfico da variação da E_p em função de h. Valores negativos de h implicam valores negativos de E_p, que estão associados a posições abaixo do PHR.

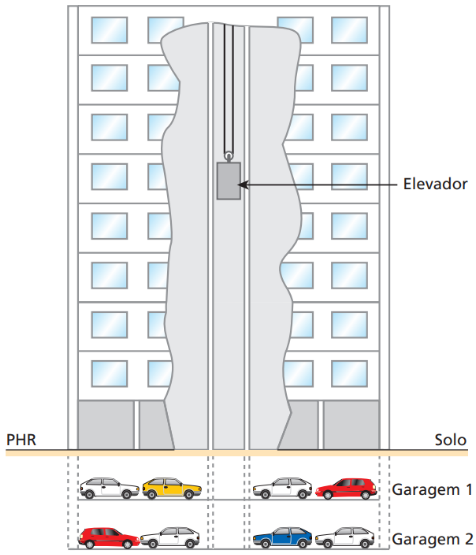


Figura 28: Edifício cujo elevador serve para transportar pessoas das garagens ao oitavo andar. O térreo é o plano horizontal de referência (PHR). Os passageiros do elevador possuem energia potencial gravitacional positiva se estiverem acima do solo, nula no térreo e negativa nas garagens 1 ou 2.

Notas

1. A variação de energia potencial gravitacional (ΔE_p) é a diferença entre as energias potenciais final (E_{pf}) e inicial (E_{pi}):

$$\boxed{\Delta E_p = E_{pf} - E_{pi}}$$

2. Se o centro de massa de um corpo sobe, então $E_{pf} > E_{pi}$ e $\Delta E_p > 0$.

3. Se o centro de massa de um corpo desce, então $E_{pf} < E_{pi}$ e $\Delta E_p < 0$.

4. ΔE_p é independente do PHR adotado.

11.2 Energia potencial elástica (E_e)

É a forma de energia encontrada armazenada em sistemas elásticos deformados, como uma mola alongada ou comprimida.

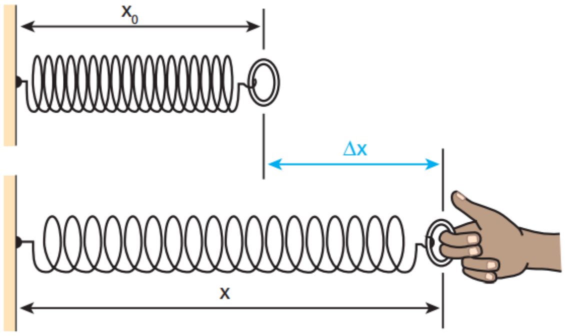


Figura 29: Mola suposta ideal, de constante elástica K, fixa em uma parede e inicialmente livre de deformações. Um agente puxa a extremidade livre da mola, alongando-a de modo que sofra uma deformação Δx, tal que $\Delta x = x - x_0$.

Por haver deformação, a mola está energizada, armazenando em si energia potencial elástica (E_e). A energia vem do agente externo que, ao deformar a mola, exerce sobre ela uma força que realiza um trabalho, assimilado sob a forma de energia potencial elástica. A evidência de a mola possuir energia potencial elástica consiste no fato de que ela pode ser usada para impulsionar objetos, dotando-lhes energia cinética.

A energia potencial elástica que a mola armazena é dada por:

$$E_e = \tau \qquad \text{(I)}$$

O trabalho realizado pela força do agente externo ao deformar a mola é dado por:

$$\tau = \frac{K(\Delta x)^2}{2} \qquad \text{(II)}$$

De I e II, obtemos:

$$E_e = \frac{K(\Delta x)^2}{2}$$

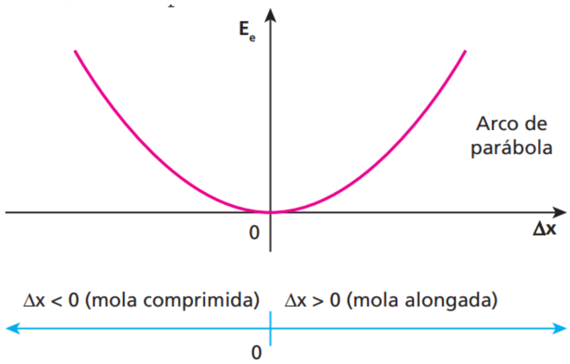


Figura 30: A energia potencial elástica (E_e) nunca é negativa: é positiva ou nula. Ela é diretamente proporcional ao quadrado da deformação (Δx). Assim, o gráfico E_e versus Δx é um arco de parábola.

11.3 Cálculo da energia mecânica

A energia mecânica E_m de um sistema é calculada adicionando a energia cinética à energia potencial, que pode ser de gravidade ou elástica:

$$\boxed{E_m = E_{cinética} + E_{potencial}}$$

11.4 Sistema mecânico conservativo

Um sistema mecânico conservativo é aquele em que as forças que realizam trabalho transformam exclusivamente energia potencial em energia cinética e vice-versa. Esse é o caso das forças de gravidade, elásticas e eletrostáticas, que são denominadas forças conservativas.

As forças de atrito, de resistência viscosa – exercidas pelos líquidos sobre corpos em movimento em seu interior – e de resistência do ar transformam energia mecânica em outras formas de energia, principalmente térmica. Essas forças são denominadas forças dissipativas.

Um sistema mecânico só é considerado conservativo quando o trabalho é realizado exclusivamente por forças conservativas.

11.5 Princípio da Conservação da Energia Mecânica

Em um sistema mecânico conservativo, a energia mecânica total é sempre constante.

$$\boxed{E_m = E_{cinética} + E_{potencial} \longrightarrow \text{constante}}$$

Qualquer aumento de energia cinética observado nesse sistema ocorre a partir de uma redução igual de energia potencial (de gravidade ou elástica) e vice-versa.

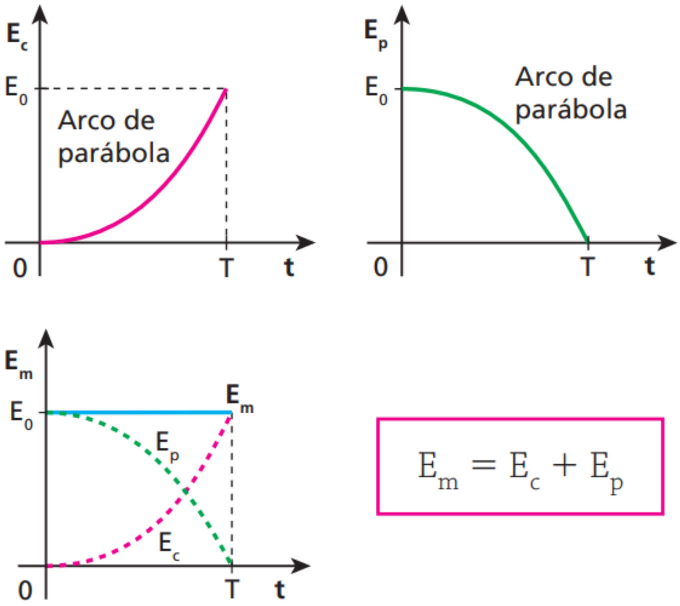


Figura 31: Partícula livre, cujo sistema mecânico é conservativo, no qual a energia mecânica é constante, durante a queda livre, a energia cinética da partícula aumenta, enquanto a energia potencial gravitacional diminui na mesma quantidade. A soma da energia cinética com a energia potencial não varia, a energia mecânica é constante. No instante t_0, a partir do repouso o tempo de queda é T até o solo (altura zero) e E_0 é a energia mecânica inicial

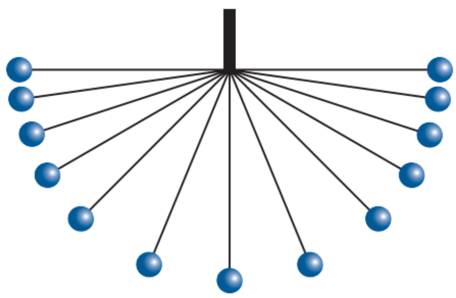


Figura 32: Pêndulo abandonado do repouso em movimento descendente. Durante a descida, a energia cinética do pêndulo é crescente enquanto a potencial é decrescente. Na subida ocorre o processo inverso, a energia potencial cresce e a cinética decresce.

12 Apêndice