MAS

- 1.1 概述
  - 目的
    - 大规模的智能体之间的合作协调来代替昂贵的单个系统
  - 一致性问题研究
    - 智能体在某一状态量上趋于相等
  - 系统的收敛
    - 网络代数的连通度代表系统收敛速度
    - 连续系统
      - 固定拓扑结构
        - 网格保持连通，连续一致性算法最终会趋于一致
      - 切换拓扑结构
        - 有限时间内存在网络拓扑图的并保持连通，最终趋于一致
    - 离散系统
      - 步长小于网络最大连通度的逆时，趋于一致的条件类似于连续系统
    - 分析一致性算法的收敛
      - $Lyapunov$方法
      - 矩阵方法
      - 凸性算法
    - 带时滞一致性算法的研究
      - ~~LMI方法确保系统趋于一致的时滞上界~~
- 1.2 图论
  - $G=(V,E)$，G 表示图，V表示结点集，E表示边集
  - 领接矩阵 A
    - 元素为1的情况
    - 加权矩阵
  - 度矩阵 D
    - 无向图
      - 即对角线上元素等于所在行元素和
    - 有向图
      - 出度矩阵 对角线上元素等于所在行和
      - 入度矩阵 对角线上元素等于所在列和
  - 拉普拉斯矩阵
    - $L=D-A$，即一个拉普拉斯矩阵为其度矩阵减去领接矩阵

- 无向图时D即是普通度矩阵
- 有向图时D是其出度矩阵
- 拉普拉斯矩阵可以看做一个智能体与所连通的智能体求平均值
- 归一化
  - 定义拉普拉斯矩阵归一化为$\overline{L}=D^{-1}L$
- 图的连通性
  - 图的领接矩阵不可约，则该图为强连通图
  - 包含n个结点的强连通有向图G，其拉普拉斯矩阵的秩$rank(L)=n-1$
  - 对称图G 为连通图当且仅当$rank(L)=n-1$
- 拉普拉斯的谱特性
  - 0是其拉普拉斯矩阵L的特征，1向量为对应向量
  - G为强连通，则0为L的单特征根
  - 如果图G连通且对称．则矩阵L对称且正半定，所有的特征值都为实数且非负，可得$0=\lambda_1(L)<\lambda_2(L)\leq\ldots\leq\lambda_n(L)$。
- 非负矩阵 所有元素均为非负
  - 随机矩阵 非负矩阵所有行、列和为1
    - 不可分解且非周期 随机矩阵$lim_{k\to\infty}P^k=1v^T$
- 谱半径 矩阵特征值集合上确界 记为$\rho(A)$
  - 故强连通 可得 $\rho(A)$ 为矩阵单特征根，且对应一正特征向量
- 本原矩阵 一个n阶非负不可逆约的矩阵A（矩阵模等于单特征值个数）的单特征值为1，即称A为本原矩阵
  - 非负矩阵A为本原矩阵，则A不可约且$\rho(A)$是具有最大模值的单特征根
- 马尔科夫链

- 1.3 一致性问题
  - $|x_i-x_j|\to 0,\forall i\neq j$，时，我们称系统趋于一致，用$x=\alpha 1$表示一致空间$\alpha$为一致均衡值
  - A表示领接矩阵 N_i表示i的邻居结点集，若边会随时间变化的话会有不同情况
  - 连续时间一致性算法
    - $\dot{x}_i(t)=\sum_{j\in N_i}a_{ij}\left(x_j(t)-x_i(t)\right)$
    - 当拓扑图为无向图时，所有智能体和值为一不变值，即$\sum_i\dot{x}_i=0$，因此，一致值为所有智能体初始值的平均值，即$a=(1/n)*\sum_i x_i=0$
    - 整合所有智能体状态，可得$\dot{x}=-Lx$
      - 当为无向图时，收敛一致的条件
        - L为半正定矩阵
        - 公式唯一均衡点为$\alpha 1$
      - 代数连通度
        - 由$0=\lambda_1\leq\lambda_2\leq\ldots\leq\lambda_n\leq 2\Delta$

- 且$\lambda_1 = 0$，与L而言0值为单根，则拉普拉斯矩阵的第二小特征值被称为网络连通度，值越大，网络余越连通，收敛速度越快
- 图若为强连通图，且存在一结点可以通过有向路径链接到其他所有结点，则该结点在领导-跟随拓扑结构中被设为领导智能体
- 离散时间一致性算法
  - $x(k+1) = Px(k)$
  - $P = I - \epsilon L$，I为单位矩阵，$\epsilon > 0$为步长
  - P为非负矩阵，则：不可约、随机、本原
    - 网络强连通，则不可约
    - 行、列和为1，则随机
    - 可约随机矩阵仅有一个模值最大的特征值，则为本原矩阵
  - 最终收敛点平均一致
- 切换拓扑结构一致性算法
  - $\dot{x} = -L(G_k)x$，$k = s(t) \in J$，
  - $\lambda_2^* = min_{k\in J}\lambda_2(G_k)$，即系统会以大于或等于$\lambda_2^*$的速度渐进收敛至平均一致
  - 切换拓扑网络周期连通，则最终会收敛
- 一致性算法性能分析
  - 一致性收敛速度是算法性能好坏的一个关键指标
  - 智能体的平均值a一直保持不变
  - 则可得偏差系统
    - 连续系统 $\dot{\delta} = -L\delta(t)$，$\delta^T L\delta \geq \lambda_2\|\delta\|^2$
    - 离散系统 $\delta(k+1) = P\delta(k)$，$\delta^T P\delta \leq \mu_2\|\delta\|^2$
  - 算法会以大于等于λ_2的速度收敛
- 一致均衡状态
  - 若所有智能体都会影响最后的均衡状态，则最后所有智能体的均衡状态为所有智能体的加权平均值
  - 只有那些和其余所有智能体都有强路径相连的智能体才会影响最后的均衡状态
- 一致算法的应用
  - 蜂拥 切换拓扑
  - 聚集 无约束性一致 切换拓扑
  - 同步
  - 编队控制
    - 方法1 将整个编队作为一个刚性结构并构造结构势能函数
    - 方法2 给定车辆之间的相对期望，作为一致控制器的输入偏差来构造编队
      - $\dot{x}_i = \sum_{j\in N_i}(x_j - x_i - r_{ij}) = \sum_{j\in N_i}(x_j - x_i) + b_i$，$b_i = \sum_{j\in N_i} r_{ji}$为偏差项

- 带约束的一致性算法研究
  - 期望智能体收敛到一确定值，则称为带约束问题
  - 合作控制问题
- 高速一致性算法研究
  - 快速收敛且提高了网络代数连通度
  - $x(t+1) = Wx(t)$
  - 权值构造方法
    - 固定边权法 $a^* = \frac{2}{\lambda_1(L)+\lambda_{n-1}(L)}$
    - 局部度分配权值法 $W_{ij} = \frac{1}{max\{d_i,d_j\}}, \{i,j\} \in \epsilon$
- 一般化函数的分布式一致算法
- 带时滞的一致性算法
  - 由于宽带等问题限制，现实中一定会存在时滞问题
    - 对称性算法，智能体本身检测信息和收到信息都有时滞
      - $\dot{x}_t = \sum_{j\in N_i} a_{ij}(x_j(t-\tau) - x_i(t-\tau))$
      - 由之前信息可得，算法收敛速度越快，抗时滞鲁棒性越差
    - 不对称算法，智能体检测信息没有时滞，收到信息有时滞
      - $\dot{x}_t = \sum_{j\in N_i} a_{ij}(x_j(t-\tau_{ji}(t)) - x_i(t-\tau_{ij}(t)))$
- $Kalman$滤波