Глава 1

Динамические структуры данных

Для решения сложных задач необходимо выбрать правильную структуру данных. Обычно структура данных и алгоритм тесно взаимосвязаны.

Все обрабатываемые данные, в конце концов компьютером разбиваются на отдельные биты. Но писать программы для работы с битами достаточно трудоемкое занятие. Поэтому, *типы* позволяют указать, как будут использоваться определенные наборы битов, *функции* — задавать операции, определяемые над данными, *структуры* используются для группировки разнородных частей информации, *указатели* для непрямой ссылки на информацию.

Возможно одной из фундаментальных структур данных является массив, представляющий собой фиксированный набор элементов одного типа, хранящихся в виде непрерывного ряда. Доступ к i-тому элементу производиться по индексу, что совпадает с устройством почти всем системам памяти компьютера. При этом вставка и удаление элементов массива занимает линейное время, что не всегда удобно.

Очень часто выгоднее использовать *связные списки* — базовую структуру данных, в которой каждый элемент содержит информацию, необходимую для получения следующего элемента. Основное преимущество связных списков перед массивами — возможность эффективного изменения расположения элементов, при этом скорость доступа к элементам увеличивается, так как единственный способ состоит в отслеживании связей от начала списка

Определение 1. **Связный список** — это набор элементов, причем каждый из них является частью **узла (node)**, который также содержит **ссылку (link)** на узел.

Узлы определяются ссылками на узлы, поэтому связные списки иногда называют самоссылочными (selfreferent) структурами. Обычно под связным списком понимается реализация последовательного расположения элементов. Начиная с некоторого узла (который считаем первым узлом последовательности) прослеживается ссылка на другой узел, который дает второй элемент последовательности и т. д. Для ссылки последнего узла принимается одно из следующих соглашений:

1. Пустая ссылка (null), не указывающая на какой-нибудь узел.

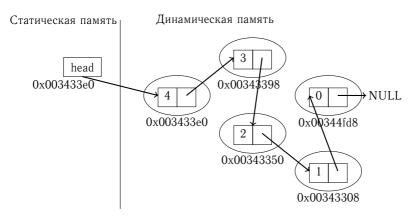


Рис. 1.1. Пример динамической структуры данных

- 2. Ссылка указывает на фиктивный узел (dummy node), который не содержит элементов.
- 3. Ссылка указывает на первый узел, что делает список циклическим.

Динамические структуры данных создаются с помощью операции new, следовательно, располагаются в динамической памяти. Каждый элемент, помимо информационного поля, содержит адрес следующего элемента (ссылку). Элементы не имеют собственного наименования, имеется только указатель head, который расположен в статической памяти, и содержит адрес первого элемента структуры. Ко всем остальным элементам можно обратиться только пройдя последовательно по всем связям.

Указатели для ссылок и структуры для узлов описываются следующим образом: struct node

```
{
    Item item;
    node *next;
};
```

Эта пара выражений — код C++ для определения 1. Узлы состоят из элементов типа Item и указателей на узлы. Указатели на узлы также часто называются ссылками.

Динамические структуры данных делятся на

- Списки:
 - Стеки;

- Очереди;
- Односвязные списки;
- Двусвязные списки;
- Кольпевые списки:
- Деревья;
- Графы.

1.1. Стеки

Стек — частный случай списка. Стек удовлетворяет принципу LIFO — «Last In First Out» (последний зашел — первый вышел). На основе стеков устроены большинство компьютерных операций, в частности, рекурсивные функции основаны на стеках.

По своему устройству стек напоминает детскую игрушку — пирамидку. На примере пирамидки понятно, что для того, чтобы добраться до одетого первым элемента, необходимо снять все верхние элементы. Другой пример стека — имеется сосуд, который последовательно заполняется шарами. Тогда, чтобы вынуть последний шар из сосуда, необходимо вынуть все остальные.

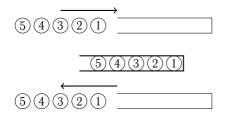


Рис. 1.2. Представление стека

Точно также для стека определены только две операции: добавить элемент в начало стека и извлечь элемент из начала стека. Других операций для стека не определено. Как видно из рисунка ?? элементы в стека расположены в порядке, обратном первоначальному.

Стек описывается как struct следующим образом:

Листинг 1.1.

- 1 struct stack{
- 2 int inf:

```
3 stack *next;
4 };
```

Рассмотрим функцию добавления элемента в стек. По сложившейся традиции эта функция называется push().

Листинг 1.2.

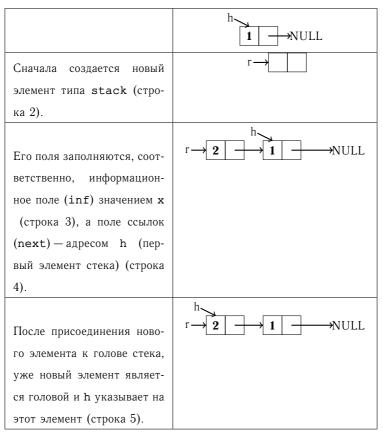
```
void push(stack *&h, int x){
stack *r = new stack; //создаем новый элемент
r->inf = x; //поле inf = x
r->next = h; //следующим элементов является h
h = r; //теперь r является головой
}
```

В качестве параметров в функцию передаются указатель на стек h (в случае пустого стека он обязательно должен быть инициализирован, то есть, равен NULL), и значение элемента.

Добавление первого элемента в стек:

	$h \longrightarrow NULL$
Сначала создается новый	$r \longrightarrow$
элемент типа stack (стро-	
ка 2).	
Его поля заполняются, соответственно, информационное поле (inf) значением х (строка 3), а поле ссылок (next) — адресом h (первый элемент стека) (строка	$r \rightarrow 1$ NULL
4).	1
После присоединения нового элемента к голове стека,	$r \rightarrow 1 \rightarrow NULL$
уже новый элемент являет-	
ся головой и h указывает на	
этот элемент (строка 5).	

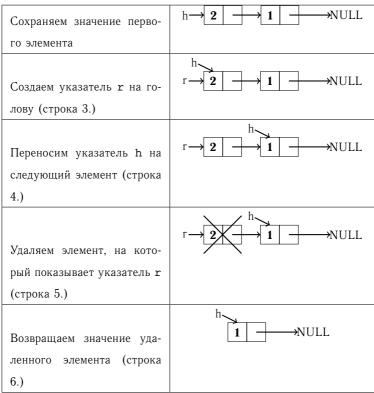
Добавление второго элемента в стек:



Рассмотрим теперь функцию удаления элемента из стека. По сложившийся традиции эта функция называется рор. Для простоты будем не только удалять элемент, но и возвращать его значение.

```
Листинг 1.3.
```

```
int pop (stack *&h){
int i = h->inf; //значение первого элемента
stack *r = h; //указатель на голову стека
h = h->next; //переносим указатель на следующий элемент
delete r; //удаляем первый элемент
return i; //возвращаем значение
}
```



Такие свойства стека не позволяют изменять элементы этого стека. Для того, чтобы выполнять какие-то действия, необходимо создавать еще один стек и перебрасывать элементы из одного стека в другой.

Рассмотрим следующую задачу.

Пример 1.1. Условие:Создать стек, состоящий из целых чисел. Удалить все повторяющиеся элементы, оставив только их первые вхождения. Порядок следования элементов должен совпадать с порядком ввода элементов (Например, вводится следующий набор данных: 1231241. Результат: 1234.)

Решение:

Поскольку нельзя просмотреть стек, то в один стек будем записывать первые вхождения элементов, а два других будем использовать для перезаписи элементов стека, исключая повторяющиеся.

Так как запись элементов производится в обратном порядке, создадим функцию, которая будет переписывать элементы в новый стек, чтобы получить нужный порядок следования элементов.

Листинг 1.4.

```
void reverse(stack *&h){ //"обращение"стека

stack *headl = NULL; //инициализация буферного стека

while (h) //пока стек не пуст

push(headl, pop(h)); //переписываем из одного стека в другой

h = headl; //переобозначаем указатели

}
```

Создадим два стека head и head1. Для записи результата создадим стек res. Алгоритм решения задачи следующий:

- 1. Извлекаем первый элемент из стека head, сохраняем его значение в **x** и записываем его в результирующий стек.
- 2. Если стек не пуст, извлекаем первый элемент, и, если он не равен x, записываем в новый стек head1.
- 3. Переобозначаем указатели.
- 4. Если стек head пуст, завершаем работу, иначе возвращаемся к шагу 1.

```
Листинг 1.5.
```

```
1 stack *result(stack *&h){
     stack *res = NULL; //инициализация
    stack *h1 = NULL:
    while(h){
      int x = pop(h); //удаляем первый элемент
      push(res, x); //записываем в результат
      while(h){
        int y = pop(h); //удаляем элемент из стека
        if (x != y) push(h1, y); //записываем в новый стек
9
10
      reverse(h1); //переворачиваем стек
      h = h1;
                  //переобозначаем указатели
      h1 = NULL;
14
     reverse(res); //переворачиваем результирующий стек
15
     return res;
17 }
```

Создаем стек:

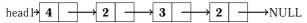


Переворачиваем его:



Пока стек head не пуст:

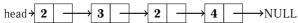
Извлекаем первый элемент, записываем его в стек res. В стек head1 записываем элементы, не совпадающие с первым:



head →NULL

res
$$\rightarrow$$
 1 \rightarrow NULL

Переобозначаем указатели и переворачиваем стек:



head1→NULL

res
$$\rightarrow$$
 1 \rightarrow NULL

Повторяем алгоритм:

head
$$1 \rightarrow 4 \longrightarrow 3 \longrightarrow NULL$$

head →NULL

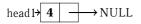
res
$$\rightarrow$$
 2 \rightarrow 1 \rightarrow NULL

Переобозначаем указатели и переворачиваем стек:

head
$$\rightarrow$$
 3 \rightarrow 4 \rightarrow NULL

head1→NULL

Далее:



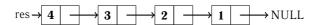
head -NULL



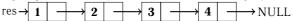
Наконец,

head →NULL

head \longrightarrow NULL



Переворачиваем полученный стек и выводим результат на экран:



Ниже приведен код программы, реализующей предложенный алгоритм:

Листинг 1.6.

22 }

#include<iostream>

```
2 using namespace std;
4 struct stack{
     int inf:
     stack *next:
7 };
9 void push(stack *&h, int x){//вставка
     stack *r = new stack:
10
     r->\inf = x:
     r -> next = h;
     h = r;
13
14 }
15
16 int pop (stack *&h){ //удаление
     int i = h->inf;
     stack *r = h;
18
     h = h -> next;
19
     delete r;
     return i;
```

```
23
24 void reverse(stack *&h){ //"обращение"стека
     stack *head1 = NULL; //инициализация буферного стека
     while (h)
                     //пока стек не пуст
26
        push(head1, pop(h)); //переписываем из одного стека в другой
     h = head1:
                     //переобозначаем указатели
28
29
30
  stack *result(stack *&h){
     stack *res = NULL; //инициализация
     stack *h1 = NULL:
33
     while(h){
34
       int x = pop(h); //удаляем первый элемент
35
       push(res, x);
                    //записываем в результат
36
       while(h){
        int y = pop(h); //удаляем элемент из стека
38
        if(x != y) push(h1, y); //записываем в новый стек
30
40
       reverse(h1); //переворачиваем стек
41
                     //переобозначаем указатели
        h = h1:
42
       h1 = NULL:
43
44
     reverse (res):
45
                   //переворачиваем результирующий стек
     return res:
47 }
48
49 int main(){
     int n;
     cout << " n = ";
     cin >> n;
52
     stack *head = NULL; //инициализация
53
     for (int i = 0; i < n; i++){ //создаем стек
       cin >> x;
56
       push(head, x);
57
58
     reverse(head); //переворачиваем стек
     stack *res = result(head); //результат
60
     while(res)
61
       cout << pop(res) << " "; //выводим на экран
69
```

```
63 cout << endl;
64 return 0;
65 }
```

1.2. Очередь

Очередь также представляет собой частный случай списка. Элементы очереди устроены по принципу FIFO — First In First Out (Первый зашел — первый вышел). Очередь можно представить как сосуд без дна. С одной стороны заполняется, с другой извлекается:

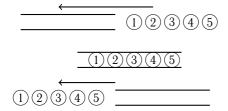


Рис. 1.3. Представление очереди

Как видно из рисунка **??** вставлять или удалять элементы в середину очереди нельзя. То есть, для очереди определены только две операции: добавить элемент в хвост очереди и извлечь элемент из начала очереди. Других операций для стека не определено.

Очередь описывается как struct следующим образом:

```
Листинг 1.7.

struct queue {

int inf;

queue *next;

};
```

Рассмотрим функцию добавления элемента в очередь. По сложившейся традиции эта функция называется push().

```
Листинг 1.8.

1 void push (queue *&h, *&t, int x){ //вставка элемента в очередь

2 queue *r = new queue; //создаем новый элемент

3 r->inf = x:
```

```
4 r->next = NULL; //всегда последний

5 if (!h && !t){ //если очередь пуста

6 h = t = r; //это и голова и хвост

7 }

8 else {

9 t->next = r; //r - следующий для хвоста

10 t = r; //теперь r - хвост

11 }
```

В качестве параметров в функцию передаются указатели на голову h и хвост t очереди (в случае пустой очереди они обязательно должны быть инициализированы, то есть, равны NULL), и значение элемента.

Добавление первого элемента в очередь:

	$h \longrightarrow NULL \longleftarrow t$
Сначала создается новый	$r \longrightarrow$
элемент типа queue (стро-	
ка 2).	
Его поля заполняются, соот-	$r \longrightarrow 1 \longrightarrow NULL$
ветственно, информацион-	
ное поле (inf) значением	
х (строка 3), а поле ссы-	
лок (next) — NULL (послед-	
ний элемент очереди) (стро-	
ка 4).	
	h t
Так как очередь пуста, и h	$r \longrightarrow 1 \longrightarrow NULL$
и t являются указателями	
на r (строки 5 и 6).	

Добавление второго элемента в очередь:

	h t NULL
Сначала создается новый	$r \longrightarrow$
элемент типа queue (стро-	
ка 2).	
Его поля заполняются, соот-	$r \longrightarrow 2 \longrightarrow NULL$
ветственно, информацион-	
ное поле (inf) значением	
х (строка 3), а поле ссы-	
лок (next) — NULL (послед-	
ний элемент очереди) (стро-	
ка 4).	
	$\begin{array}{c c} h & t \\ \hline 1 & + 2 & + \\ \hline \end{array}$ NULL
Так как элемент присоеди-	r r
няется к хвосту очереди, то	
этот элемент является сле-	
дующим для хвоста (строка	
9).	
	$\begin{array}{c c} h & & t \\ \hline 1 & & 2 & \\ \hline \end{array}$ NULL
Новый элемент теперь явля-	r
ется хвостом (строка 10).	

Рассмотрим теперь функцию удаления элемента из головы очереди. По сложившийся традиции эта функция называется рор. Для простоты будем не только удалять элемент, но и возвращать его значение.

Листинг 1.9.

```
8    return i;
9   }
10 }
```

Сохраняем значение первого элемента (строка 3).	$\begin{array}{c c} h & & t \\ \hline 1 & & 2 & \\ \hline \end{array} $ NULL
Создаем указатель г на голову очереди (строка 2).	$r \xrightarrow{1} 2 \xrightarrow{t} \text{NULL}$
Переносим указатель h на следующий элемент (строка 4.)	$r \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow NULL$
Удаляем элемент, на который показывает указатель r (строка 7).	$r \longrightarrow 1$ 2 $\longrightarrow NULL$
Возвращаем значение удаленного элемента (строка 8.)	$ \begin{array}{c c} h & t \\ \hline 2 & \rightarrow NULL \end{array} $
Удаляем единственный элемент очереди (Повторяем строки 2–4).	$r \rightarrow 2$ \xrightarrow{t} \xrightarrow{h} \xrightarrow{NULL}
Обнуляем указатель t (строка 6).	$r \rightarrow 2$ NULL
Возвращаем значением удаленного элемента (строка 8).	h t NULL

Такие свойства очереди не позволяют изменять элементы этой очереди. Для того, чтобы выполнять какие-то действия, необходимо создавать еще одну очередь и перебрасывать элементы из одной очереди в другую.

Рассмотрим в качестве примера ту же задачу, что и для стека.

Пример 1.2. Условие:Создать очередь, состоящую из целых чисел. Удалить все повторяющиеся элементы, оставив только их первые вхождения. (Например, вводится следующий набор данных: 1231241. Результат: 1234.)

Решение:

Поскольку нельзя просмотреть очередь, то в одну очередь будем записывать первые вхождения элементов, а две других будем использовать для перезаписи элементов очереди, исключая повторяющиеся.

Создадим две очереди head, tail и head1, tail1. Для записи результата создадим очередь resh, rest.

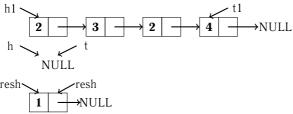
Алгоритм решения задачи следующий:

- 1. Извлекаем первый элемент из очереди head, tail, сохраняем его значение в \mathbf{x} и записываем его в результирующую очередь.
- 2. Если очередь не пуста, извлекаем первый элемент, и, если он не равен **x**, записываем в новую очередь head1, tail1.
- 3. Переобозначаем указатели.
- 4. Если очередь head, tail пуста, завершаем работу, иначе возвращаемся к шагу 1.

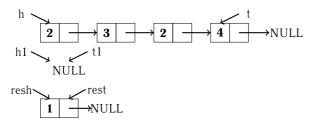
Создаем очередь h, t:



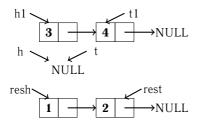
Удаляем первый элемент, записываем его в результирующую очередь resh, rest. Остальные элементы, не равные первому, записываем в очередь h1, t1:



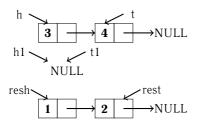
Переобозначаем указатели:



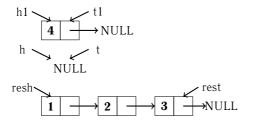
Удаляем первый элемент, записываем его в результирующую очередь resh, rest. Остальные элементы, не равные первому, записываем в очередь h1, t1:



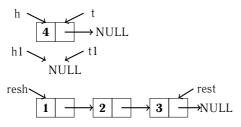
Переобозначаем указатели:



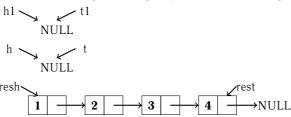
Удаляем первый элемент, записываем его в результирующую очередь resh, rest. Остальные элементы, не равные первому, записываем в очередь h1, t1:



Переобозначаем указатели:

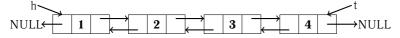


Удаляем первый элемент, записываем его в результирующую очередь resh, rest. Остальные элементы, не равные первому, записываем в очередь h1, t1:



1.3. Двусвязный список

Наиболее общий случай связных списков. Каждый элемент списка состоит из трех полей: информационного и двух ссылочных на следующий и предыдущий элементы:



С элементами списка можно выполнять любые действия: добавлять, удалять, просматривать и т. д. Вставка и удаление элемента выполняется за время O(1), так как надо всего лишь поменять значения в ссылочных полях.

Список относится к элементам с последовательным доступом, т. е., чтобы просмотреть пятый элемент, необходимо последовательно просмотреть первые четыре элемента. Для перехода к следующему элементу указателю p присваивается значение p->next. Так как список двусвязный, можно просматривать элементы как в прямом (p = p->next), так и в обратном порядке (p = p->prev).

Рассмотрим основные функции для работы со списками: добавление элемента в конец списка, просмотр элементов списка, удаление элемента из списка, вставка элемента в список, поиск элемента, удаление всего списка.

Список описывается как struct следующим образом:

17

```
Листинг 1.10.

1 struct list {
2    int inf;
3    list *next;
4    list *prev;
```

5 }:

Рассмотрим функцию добавления элемента в конец списка. По сложившейся традиции эта функция называется push().

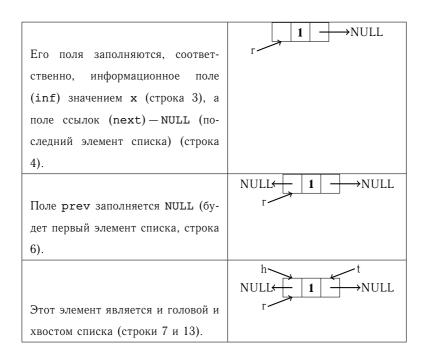
Листинг 1.11.

```
ı void push (list *&h, list *&t, int x){ //вставка элемента в конец списка
      list *r = new list:
                                   //создаем новый элемент
     r->\inf = x:
                                    //всегда последний
    r \rightarrow next = NULL;
     if (!h && !t){
                                    //если список пуст
      r \rightarrow prev = NULL;
                                    //первый элемент
      h = r:
                                     //это голова
      }
     else{
      t -> next = r;
                                   //r - следующий для хвоста
10
       r -> prev = t;
                                    //хвост - предыдущий для г
     t = r;
                                    //г теперь хвост
14 }
```

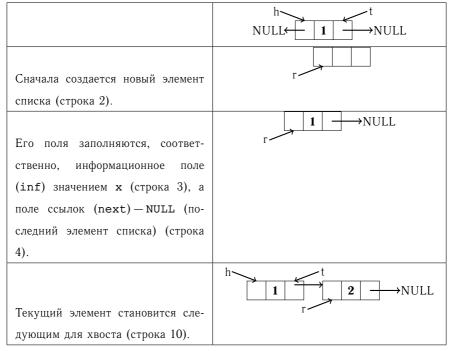
В качестве параметров в функцию передаются указатели на голову h и хвост t списка (в случае пустого списка они обязательно должны быть инициализированы, то есть, равны NULL), и значение элемента.

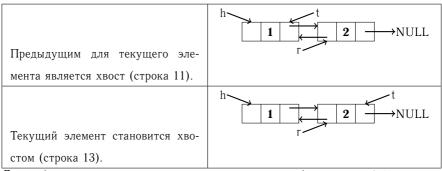
Добавление первого элемента в список:





Добавление второго элемента в список.





Для добавления элементов в начало списка, нужно в функции push() поменять местами prev и next, а также h и t.

Для вывода данных на экран необходимо создать указатель на голову, и с его помощью пройти все элементы:

Листинг 1.12.

Для поиска элемента в списке пользуемся тем же алгоритмом: создаем указатель на голову, и с его помощью проходим по всему списку. Если встретили искомый элемент, прекращаем работу. Результат работы функции: либо адрес искомого элемента, либо NULL, если искомого элемента в списке нет:

Листинг 1.13.

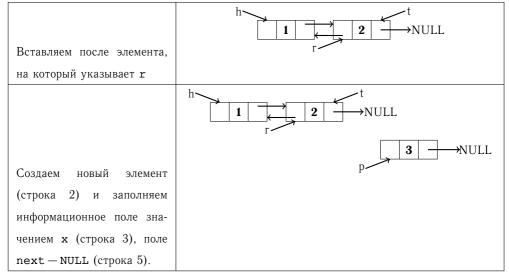
Рассмотрим подробно функцию вставки элемента в список после определенного

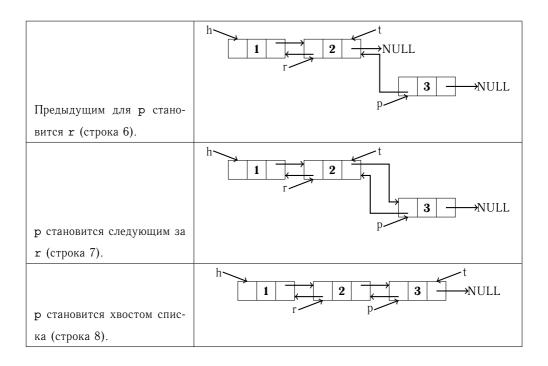
элемента. В качестве параметров передаются указатели на голову (h) и хвост (t) списка, указатель на элемент, после которого будем вставлять (\mathbf{r}) и значение нового элемента (\mathbf{x}).

Листинг 1.14.

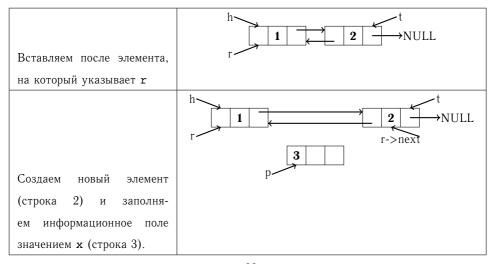
```
void insert_after (list *&h, list *&t, list *r, int y){ //вставляем после r
     list *p = new list;
                                       //создаем новый элемент
    p->\inf = v;
    if (r == t){
                                       //если вставляем после хвоста
     p->next = NULL;
                                       //вставляемый эл-т - последний
      p->prev=r;
                                       //вставляем после r
      r -> next = p;
      t = p;
                                       //теперь хвост - р
    else{
                                       //вставляем в середину списка
10
       r \rightarrow next \rightarrow prev = p;
                                       //для следующего за г эл-та предыдущий - р
11
       p->next = r->next;
                                       //следующий за р - следующий за r
       p->prev=r;
                                       //р вставляем после г
       r \rightarrow next = p;
15
16 }
```

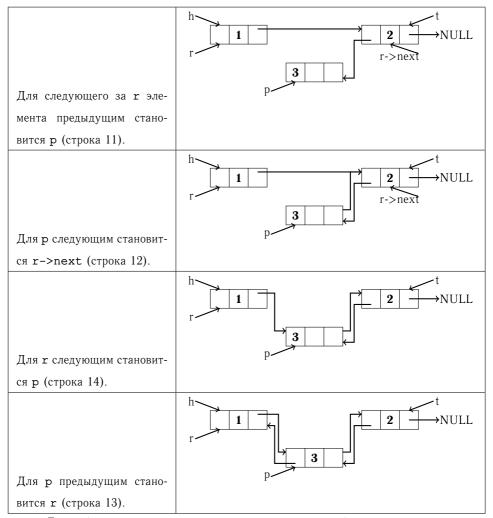
Возможно два варианта вставки: в конец списка и в середину. Рассмотрим сначала вставку в конец списка.





Рассмотрим вставку элемента в середину списка.





Для добавления элемента перед элементом r, нужно в функции insert_after() поменять местами prev и next, a также h и t.

Рассмотрим теперь удаление элемента из списка.

Листинг 1.15.

```
void del_node (list *&h, list *&t, list *r){ //удаляем после r

if (r == h && r == t) //единственный элемент списка

h = t = NULL;

else if (r == h){ //удаляем голову списка

h = h->next; //сдвигаем голову

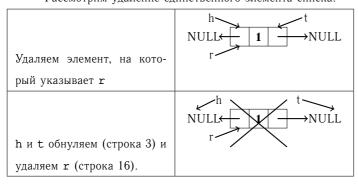
h->prev = NULL;
```

```
else if (r == t){
                                              //удаляем хвост списка
     t = t -> prev;
                                              //сдвигаем хвост
       t \rightarrow next = NULL;
     else{
19
     r -> next -> prev = r -> prev;
                                             //для следующего от г предыдущим
            становится r->prev
       r \rightarrow prev \rightarrow next = r \rightarrow next;
                                             //для предыдущего от г следующим
            становится r->next
     delete r:
                                             //удаляем г
16
17 }
```

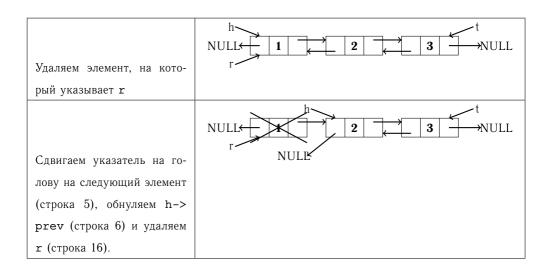
Как видно из приведенного листинга, возможно четыре варианта удаления элемента из списка:

- 1. Удаление единственного элемента.
- 2. Удаление первого элемента списка.
- 3. Удаление концевого элемента списка.
- 4. Удаление элемента из середины списка.

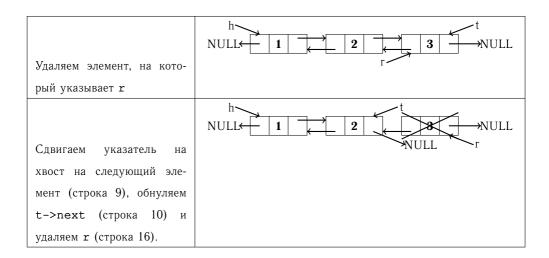
Рассмотрим удаление единственного элемента списка:



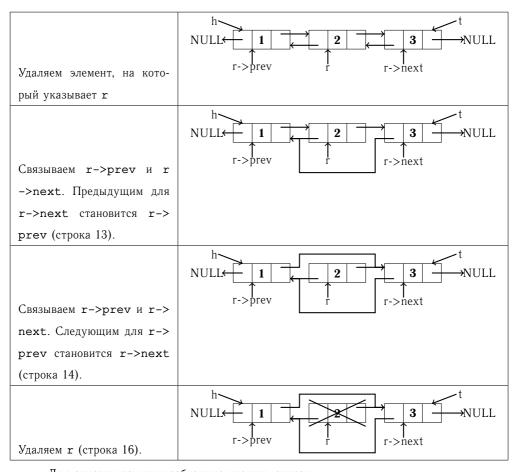
Рассмотрим теперь удаление первого элемента списка:



Рассмотрим удаление концевого элемента списка:



Рассмотрим теперь удаление из середины списка:



Для очистки памяти необходимо удалить список:

Листинг 1.16.