

Задание №1

Определение элементарных функций

1. Общая постановка задачи

Для задания, соответствующего номеру вашего варианта, опишите функцию на языке Standard ML.

В функции ни одно выражение (подвыражение) не должно вычисляться дважды. В случае необходимости такого вычисления нужно связать значение вычисленного выражения с некоторым локальным именем для дальнейшего использования. Кроме того, не должно производиться вычислений, результат которых не используется для получения итогового результата функции.

По возможности, в функции не должно определяться имен, используемых только один раз. Если с именем связано значение некоторого выражения, то это имя должно использоваться не менее двух раз. Можно сделать исключение из этого правила, если введение дополнительного имени снижает громоздкость выражений и/или добавляет ясности в логику программы.

При описании функции необходимо явно указывать типы аргументов и тип результата.

В файле с программой приведите несколько вызовов вашей функции, демонстрирующих корректную работу в различных ситуациях.

Файлу с программой дайте имя `task1-NN.sml`, где NN — номер вашего варианта. Полученный файл загрузите на портал в качестве решения задания.

2. Предварительные замечания

При выполнении задания не следует определять вспомогательные функции, если это особо не оговаривается в задании.

В каждом задании указывается объем (в строках кода) типового решения. Данный объем касается только реализации заданной функции и не включает в себя строки комментариев и тестовых запусков. Эта информация дается лишь для общего сведения и не означает, что представляемое студентом решение должно иметь такой же объем. На количество строк решения, указанное в задании, стоит обращать внимание только как на примерный ориентир. Если ваше решение намного меньше по объему, чем указано, то возможно, что Вы учли не все условия, указанные в задании. Если ваше решение намного больше по объему, чем типовое, то возможно, стоит подумать о более элегантном решении.

Решением каждой задачи должна быть функция с указанным именем и возвращающая значение в той форме, в которой спрашивается в задании. Прежде чем отправить решение на проверку проводите сравнение сигнатуры написанной вами функции с соответствующей сигнатурой из задания.

Вспомогательные значения и функции должны определяться только в качестве локальных.

Не следует делать предположений на счет задания, не сформулированных явно в условии. Если возникают сомнения — задайте вопрос на форуме «Язык Standard ML».

Если после номера задания указано примечание «X% бонус», то за его решение будут начислены дополнительные бонусные баллы в размере X% от стоимости решения.

3. Пример выполнения задания

Опишите функцию `maxSin : real * real * real -> real`, выдающую квадрат того числа из заданных, значение синуса от которого является максимальным.

Для выполнения задания потребуется функция `Math.sin` для вычисления синуса.

Объем типового решения — 8 строк.

РЕШЕНИЕ: Содержимое файла `task1-NN.sml`:

```
1 fun maxSin (a : real, b : real, c : real) : real =
2   let
3     (* Вычисляем значения синуса для каждого из аргументов.
4      * Связываем сразу три имени со значениями.
5      * Имя sinC используется лишь один раз, но введено для единообразия *)
6     val (sinA, sinB, sinC) = (Math.sin a, Math.sin b, Math.sin c)
7     (* Из первых двух аргументов функции выбирается тот, чей синус
8      * больше, и его значение связывается с именем max. Имя maxOfAB
9      * связывается с максимальным из первых двух значений синусов.
10     * Имя maxOfAB используется лишь один раз, но введено ради
11     * уменьшения громоздкости выражения *)
12     val (max, maxOfAB) = if sinA > sinB then (a, sinA)
13                          else (b, sinB)
14   in
15     (* В соответствии с максимальным значением синуса вычисляется
16      * итоговый результат *)
17     if sinC > maxOfAB then c * c else max * max
18   end
19
20 (* ТЕСТОВЫЕ ЗАПУСКИ *)
21 val test1 = maxSin (~1.7, 2.0, 3.0)
22 val test2 = maxSin (2.0, ~1.7, 3.0)
23 val test3 = maxSin (3.0, ~1.7, 2.0)
24 val test4 = maxSin (1.7, 2.0, ~1.7)
25 val test5 = maxSin (1.7, 5.14, ~1.7)
26 val test6 = maxSin (Math.pi * 10.0, Math.pi / 2.0, Math.pi * 3.0 / 2.0)
```

Текст примера можно загрузить с портала.

4. Тексты заданий

1. Опишите функцию `sumMinMax : real * real * real * real -> real`, подсчитывающую для заданных четырех вещественных чисел сумму максимального и минимального из них.

Объем типового решения — 11 строк.

2. Опишите функцию `fractionMinMax : real * real * real -> real`, подсчитывающую для заданных трех вещественных чисел значение выражения

$$\frac{\min + 0.5}{\max^2 + 1},$$

где `min` и `max` значения минимального и максимального из заданных чисел, соответственно.

Объем типового решения — 9 строк.

3. Опишите функцию `sumWithMax : real * real * real -> real`, подсчитывающую для заданных трех вещественных чисел x , y и z значение выражения

$$xy + \max\{x + y + z, xyz\},$$

где $\max\{a, b\}$ — максимальное из чисел a и b .

Объем типового решения — 8 строк.

4. Опишите функцию `minMax : real * real * real -> real`, подсчитывающую для заданных трех вещественных чисел x , y и z значение выражения

$$\min\{x, \max\{y, z\} - x\},$$

где $\min\{a, b\}$, $\max\{a, b\}$ — минимальное и максимальное из чисел a и b , соответственно.

Объем типового решения — 6 строк.

5. Опишите функцию `fractionMinMin : real * real * real -> real`, подсчитывающую для заданных трех вещественных чисел x , y и z значение выражения

$$\frac{\min\{\frac{x+y+z}{3}, xyz\}}{1 + (\min\{\frac{x+y+z}{3}, xyz\})^2},$$

где $\min\{a, b\}$ — минимальное из чисел a и b .

Объем типового решения — 8 строк.

6. Опишите функцию `prodPositive : real * real * real * real -> real`, подсчитывающую произведение всех положительных чисел из четырех заданных. Если среди заданных чисел отсутствуют положительные, то результат должен быть равным 1.

Объем типового решения — 5 строк.

7. Опишите функцию `sumEven : int * int * int * int -> int`, подсчитывающую сумму всех четных чисел из четырех заданных. Если среди заданных чисел отсутствуют четные, то результат должен быть равным 0.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 5 строк.

8. Опишите функцию `countEven : int * int * int * int -> int`, подсчитывающую количество четных чисел среди четырех заданных.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 5 строк.

9. Опишите функцию `sumDivisibleBy3 : int * int * int * int -> int`, подсчитывающую сумму чисел, кратных трем среди четырех заданных.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 5 строк.

10. Опишите функцию `f : real -> real`, вычисляющую для заданного вещественного аргумента x значение

$$f(x) = \begin{cases} kx, & \text{если } k < x, \\ k + x, & \text{если } k \geq x, \end{cases}$$

где

$$k = \begin{cases} x^2, & \text{если } \sin x < 0, \\ |x|, & \text{если } \sin x \geq 0. \end{cases}$$

Для выполнения задания потребуется использовать функцию `Math.sin` для вычисления синуса и `abs` для вычисления абсолютной величины.

Объем типового решения — 6 строк.

11. Опишите функцию `middleSquare : int * int * int -> int`, подсчитывающую квадрат «среднего» числа. Число будем называть средним, если оно меньше максимального и больше минимального. Если среди заданных чисел два значения совпадают, то среднее число равно этому значению.

Объем типового решения — 9 строк.

12. Опишите функцию `minPairProduct : int * int * int * int -> int`, подсчитывающую произведению двух минимальных чисел из заданных.

Объем типового решения — 12 строк.

13. Опишите функцию `maxSumLastDigit : int * int * int -> int`, определяющую последнюю цифру суммы двух максимальных чисел из заданных.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 9 строк.

14. Опишите функцию `maxMaxProduct : int * int -> int`, подсчитывающую для двух заданных чисел произведение минимального из них с числом, в котором последняя цифра максимальна.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 7 строк.

15 (75% бонус). Опишите функцию `sumWithMaxEven : int * int * int -> int`, подсчитывающую сумму максимального из чисел с числом d , где d — максимальное четное число из заданных, или 10, если среди заданных чисел четных нет.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 18 строк.

16. Опишите функцию `maxFactorSum : real * real * real -> real`, вычисляющую сумму тех двух чисел, чье произведение максимально.

Объем типового решения — 8 строк.

17. Опишите функцию `powerOfMin : int * int * int -> int`, вычисляющую a^b , где a — минимальное из заданных чисел, b — количество нечетных чисел среди заданных.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 9 строк.

18. Опишите функцию `divisiblePairCount : int * int * int * int -> int`, выдающую количество пар, которые можно составить из заданных чисел и в которых первое число делит второе без остатка.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 7 строк.

19. Опишите функцию `differenceProduct : real * real * real -> real`, выдающую произведение $d_1 d_2$, где d_1 — наименьшая по модулю разность, а d_2 — наибольшая по модулю разность среди заданных чисел.

Для выполнения задания может быть полезной функция `abs` для вычисления модуля.

Объем типового решения — 10 строк.

20. Опишите функцию `powerOfEven : int * int * int * int -> int`, вычисляющую a^b , где a — количество четных чисел среди заданных, а b — количество чисел кратных трем.

Для выполнения задания потребуется использовать операцию `mod` для вычисления остатка от деления.

Объем типового решения — 12 строк.

21 (50% бонус). Опишите функцию `segmentDistance : real * real * real * real -> real`, получающую в качестве аргументов значения x_1, y_1, x_2, y_2 координат точек A и B соответственно. Функция должна возвращать кратчайшее расстояние от начала координат до отрезка AB .

Расстояние от точки P с координатами (x_0, y_0) до прямой, проходящей через точки P_1 и P_2 с координатами (x_1, y_1) и (x_2, y_2) , соответственно, можно рассчитать по формуле

$$\frac{|(y_2 - y_1)x_0 - (x_2 - x_1)y_0 + x_2y_1 - y_2x_1|}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}.$$

Расстояние между точками P_1 с координатами (x_1, y_1) до точки P_2 с координатами (x_2, y_2) можно рассчитать по формуле

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Для выполнения задания потребуется использовать функции `Math.sqrt` для вычисления квадратного корня и `abs` для вычисления модуля.

Разрешается описать вспомогательную локальную функцию для вычисления расстояния между точками (в типовом решении не реализуется).

Разрешается описать вспомогательную локальную функцию для вычисления минимума из двух чисел (в типовом решении не реализуется).

Объем типового решения — 10 строк.

22 (100% бонус). Опишите функцию `distanceSum : real * real * real * real * real * real -> real`, получающую в качестве аргументов значения $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ координат точек P_1, P_2 и P_3 соответственно. Функция должна возвращать сумму расстояний от ближайшей к началу координат точки, до двух других точек.

Расстояние между точками P_1 с координатами (x_1, y_1) до точки P_2 с координатами (x_2, y_2) высчитывается по формуле

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Если какие-то две точки лежат на одном и том же расстоянии от начала координат, то предпочтение отдаем любой из них.

Для выполнения задания потребуется использовать функцию `Math.sqrt` для вычисления квадратного корня.

Разрешается описать вспомогательную локальную функцию для вычисления расстояния между точками (в типовом решении реализуется).

Объем типового решения — 17 строк.

23 (100% бонус). Опишите функцию `triangleArea : real * real * real * real * real * real -> real`, получающую в качестве аргументов значения $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ координат точек P_1, P_2 и P_3 соответственно. Функция должна возвращать площадь треугольника, вершинами которого являются две наиболее удаленные друг от друга точки и точка начала координат.

Расстояние между точками P_1 с координатами (x_1, y_1) до точки P_2 с координатами (x_2, y_2) высчитывается по формуле

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Площадь треугольника можно вычислить по координатам вершин (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) по формуле

$$\frac{|(x_1 - x_3)(y_2 - y_3) - (x_2 - x_3)(y_1 - y_3)|}{2}$$

или по длинам сторон a , b , c по формуле

$$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, \quad \text{где } p = \frac{a+b+c}{2}.$$

Если две пары точек находятся на одном и том же расстоянии друг от друга, то предпочтение отдаем любой из них.

Для выполнения задания потребуется использовать функцию `Math.sqrt` для вычисления квадратного корня.

Разрешается описать вспомогательную локальную функцию для вычисления расстояния между точками (в типовом решении реализуется).

Объем типового решения — 17 строк.

24 (100% бонус). Опишите функцию `rectangleArea : real * real * real * real * real * real -> real`, получающую в качестве аргументов значения $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ координат точек P_1, P_2 и P_3 соответственно. Функция должна возвращать площадь прямоугольника, со сторонами, параллельными осям координат, диагональ которого определяют две наиболее удаленные друг от друга точки.

Расстояние между точками P_1 с координатами (x_1, y_1) до точки P_2 с координатами (x_2, y_2) высчитывается по формуле

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}.$$

Если две пары точек находятся на одном и том же расстоянии друг от друга, то предпочтение отдаем любой из них.

Для выполнения задания потребуется использовать функцию `Math.sqrt` для вычисления квадратного корня.

Может быть полезной функция `abs` для вычисления модуля.

Разрешается описать вспомогательную локальную функцию для вычисления расстояния между точками (в типовом решении реализуется).

Разрешается описать вспомогательную локальную функцию для вычисления площади прямоугольника по координатам концов диагонали (в типовом решении реализуется).

Объем типового решения — 18 строк.

25 (100% бонус). Опишите функцию

`twoSquaresArea : real * real * real * real * real * real -> real`. Аргументами функции являются числа $x_1, y_1, a_1, x_2, y_2, a_2$, где (x_1, y_1) и (x_2, y_2) — координаты левого нижнего угла двух квадратов, со сторонами a_1 и a_2 , параллельными осям координат ($a_1, a_2 > 0$). Результат функции — суммарная площадь, которую занимают эти два квадрата.