

# Задание №4

## Итерационные вычисления

### 1. Общая постановка задачи

На языке Standard ML опишите реализацию  $y : \text{real} * \text{real} * \text{int} \rightarrow \text{real} * \text{int}$  для функции  $y(x, \varepsilon, N)$  для заданного рекуррентного соотношения, соответствующего номеру вашего варианта. Функция должна вычислять для заданных чисел  $0 < \varepsilon < 1$  и  $N$  пару  $(y_n, n)$ , где  $y_n$  — элемент заданной последовательности для минимального  $n$ ,  $0 < n < N$ , при котором выполняется условие

$$|y_n - y_{n-1}| < \varepsilon.$$

Если такого элемента не найдется, то функция должна выдавать  $(y_N, N)$ . При  $N = 0$  функция должна выдавать  $(y_0, 0)$ , не зависимо от значения  $\varepsilon$ .

**СТРОГО!** В функции ни одно выражение не должно вычисляться дважды. В случае необходимости такого вычисления нужно связать значение вычисленного выражения с некоторым локальным именем для дальнейшего использования.

**СТРОГО!** В функции не должно определяться имен, используемых только один раз. Если с именем связано значение некоторого выражения, то это имя должно использоваться не менее двух раз.

**СТРОГО!** Все необходимые циклические процессы должны быть реализованы посредством хвостовой рекурсии.

В файле с программой приведите несколько вызовов функции  $y$ , демонстрирующих корректную работу в различных ситуациях.

Файлу с программой дайте имя `task4-NN.sml`, где  $NN$  — номер вашего варианта. Полученный файл загрузите на портал в качестве решения задания.

### 2. Предварительные замечания

Не следует выполнять никаких предварительных преобразований заданных выражений, в частности сокращений дробей.

Не следует проводить предварительных вычислений элементов последовательности, не заданных явно в задании.

Вспомогательные функции и значения должны определяться только в качестве локальных. Результат загрузки файла с решением в интерпретатор — только определение функции  $y$ .

Не следует делать предположений на счет задания, не сформулированных явно в условии. Если возникают сомнения — задайте вопрос на форуме «Язык Standard ML».

### 3. Пример выполнения задания

ЗАДАНОЕ ВЫРАЖЕНИЕ:

$$y_0 = 1, \quad y_1 = \frac{x}{2}, \quad y_{n+1} = \frac{xy_n^2 - 5}{y_{n-1}y_n}$$

РЕШЕНИЕ: Содержимое файла task4-NN.sml:

```
1 (* Функция у определяется с помощью шаблонов *)
2 fun y (_, _, 0) = (1.0, 0)      (* при N=0 - результат y0 *)
3   | y (x, _, 1) = (x / 2.0, 1) (* при N=1 - результат y1 *)
4   | y (x, e, N) = (* иначе определим вспомогательные элементы *)
5     let
6       (* функция yNext - функция вычисления очередного i-го
7        * элемента последовательности. Параметры yPred и yPredpred -
8        * (i-1)-й (i-2)-й элементы последовательности, соответственно *)
9       fun yNext (yPred, yPredpred, i) =
10         (* Если разность yPred и yPredpred по модулю не превосходит
11          * значения e, то yPred - искомый элемент *)
12         if abs (yPred - yPredpred) < e then (yPred, i - 1)
13         else
14           let
15             (* вычисляется yCur - i-й элемент последовательности *)
16             val yCur = (x * yPred * yPred - 5.0)
17                         / (yPredpred * yPred)
18           in
19             (* если i достигло значения N то вернуть yCur как результат
20              * в противном случае запускается алгоритм
21              * вычисления i+1-го элемента *)
22             if i >= N then (yCur, i)
23             else yNext (yCur, yPred, i + 1)
24           end
25
26       (* Для вычисления второго элемента последовательности
27        * нам потрубуются значения нулевого и первого элементов.
28        * Не будем повторять описание их вычисления, а используем
29        * уже описанные алгоритмы. Так как функция y возвращает пару
30        * значений, а второй элемент этой пары нам не нужен,
31        * то с помощью шаблонов извлекаем первый элемент пары *)
32       val (y0, _) = y (x, e, 0)
33       val (y1, _) = y (x, e, 1)
34     in
35       (* запуск вычисления 2-го элемента последовательности:
36        * не повторяем вычисления нулевого и первого элемента,
37        * а используем описанные ранее алгоритмы их вычисления. *)
38       yNext (#1 (y (x, e, 1)), #1 (y (x, e, 0)), 2)
39     end
40
41 (* ТЕСТОВЫЕ ЗАПУСКИ *)
42 val test1 = y (0.09, 0.1, 0)
43 val test2 = y (0.09, 0.1, 1)
44 val test3 = y (0.09, 0.1, 60)
45 val test4 = y (0.09, 0.001, 5)
46 val test5 = y (0.09, 0.001, 60)
47 val test6 = y (0.09, 0.001, 500)
48 val test7 = y (0.09, 0.001, 501)
49 val test8 = y (0.09, 0.001, 1000)
50 val test9 = y (0.09, 0.001, 1001)
```

Текст примера можно загрузить с портала.

## 4. Варианты заданий

1.  $y_0 = 1, \quad y_1 = 0.5x,$   
 $y_{n+1} = \frac{x^2 + 5}{100n} y_n + x y_{n-1}^3$

2.  $y_0 = 1, \quad y_1 = \frac{x}{6},$   
 $y_{n+1} = x^2 y_n + \frac{y_{n-1}}{n^2}$

3.  $y_0 = 1, \quad y_1 = x^2,$   
 $y_{n+1} = \frac{5x y_n}{n^2} - y_{n-1}^2$

4.  $y_0 = 0, \quad y_1 = x^4,$   
 $y_{n+1} = \frac{5x y_n}{n} - y_{n-1}$

5.  $y_0 = 0, \quad y_1 = x^2,$   
 $y_{n+1} = x^2 y_n^2 + x \frac{n}{n^2 + 1} y_{n-1}^3$

6.  $y_0 = 1, \quad y_1 = x,$   
 $y_{n+1} = \frac{x+7}{n x^2} y_n^3 - \frac{y_{n-1}}{n^2}$

7.  $y_0 = 0.1, \quad y_{n+1} = \frac{y_n^3 + 0.05}{x}$

8.  $y_0 = 1, \quad y_1 = \frac{x^2}{5},$   
 $y_{n+1} = \frac{2n}{n^2} y_n + x^2 y_{n-1}$

9.  $y_0 = 1, \quad y_{n+1} = x y_n^4 + \frac{1}{n}$

10.  $y_0 = 0.1, \quad y_{n+1} = \frac{1}{6} (x y_n^2 + 0.05)$

11.  $y_0 = 4, \quad y_{n+1} = \frac{x - y_n^3}{60}$

12.  $y_0 = 4.7, \quad y_{n+1} = \sin y_n + x$

13.  $y_0 = 1.8, \quad y_{n+1} = \frac{3}{x} y_n - \frac{10}{13} y_n^2$

14.  $y_0 = 0.03, \quad y_1 = 0.0001,$   
 $y_{n+1} = \frac{x}{2} y_n^2 + y_{n-1}$

15.  $y_0 = 0, \quad y_1 = 0.5,$   
 $y_{n+1} = x \frac{y_n + y_{n-1}}{2} + y_{n-1} x^2$

16.  $y_0 = 1, \quad y_1 = x,$   
 $y_{n+1} = \frac{y_{n-1} + 1}{n(y_{n-1} + 2)} y_n^2 + y_n x^2$

17.  $y_0 = 1, \quad y_1 = \frac{x}{2},$   
 $y_{n+1} = 2y_n - \frac{x^2}{n^2} y_{n-1}$

18.  $y_0 = 0, \quad y_1 = 1,$   
 $y_{n+1} = \frac{n+5}{n^2} y_{n-1} + x y_n$

19.  $y_0 = 1, \quad y_1 = \frac{x}{5},$   
 $y_{n+1} = (x-1) \frac{y_n}{n} + y_{n-1}$

20.  $y_0 = 1, \quad y_1 = x,$   
 $y_{n+1} = \frac{x}{n} y_n^2 - y_{n-1}$