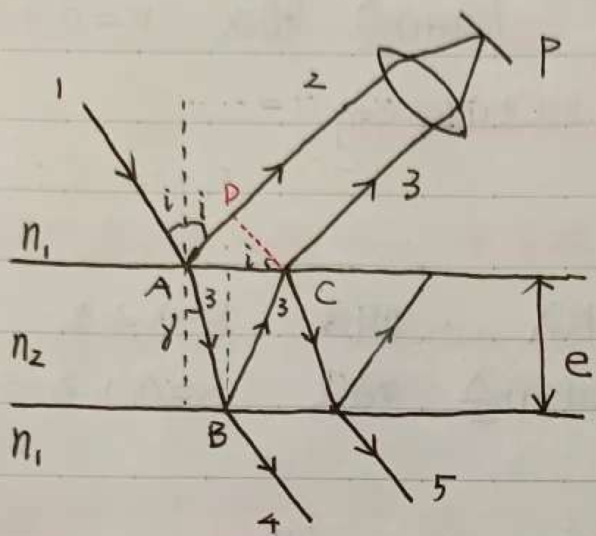
§2.2 薄膜干涉 —等倾干涉

一.厚度均匀薄膜的光程差



$n_2 > n_1$

2,3列反射光的光程差

$$\delta_{3,2} = n_2(AB+BC) - n_1 AD + \frac{\lambda}{2}$$ 有半波损失

$$\begin{cases} AB = BC = \dfrac{e}{\cos\gamma} \\ AD = AC\sin i \\ AC = 2e\tan\gamma \end{cases}$$

$\Downarrow$

$$\delta_{3,2} = 2n_2\frac{e}{\cos\gamma} - 2n_1 e\sin i\cdot\tan\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

$\because n_1\sin i = n_2\sin\gamma$

$$\delta_{3,2} = 2n_2\frac{e}{\cos\gamma} - 2n_2 e\sin\gamma\cdot\tan\gamma + \frac{\lambda}{2}$$

$$= \boxed{2n_2 e\cos\gamma + \frac{\lambda}{2}}$$

$$n_2\cos\gamma = \sqrt{n_2^2 - n_2^2\sin^2\gamma} = \sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i}$$

$$= \boxed{2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + \frac{\lambda}{2}}$$ 取决于倾角 i

二. 等倾干涉

取不到0

1. 光程差: $\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2\sin^2 i} + (\frac{\lambda}{2}) = \begin{cases} k\lambda & 明纹 \quad k=1,2,3,\cdots \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & 暗纹 \quad k=0,1,2,\cdots \end{cases}$

有无半波损失-具体题目具体分析

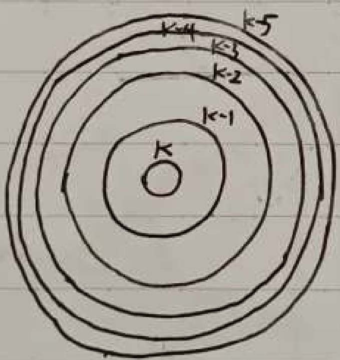
2. 垂直入射 ($i=0$)

薄的厚度

$$\delta = 2ne + (\frac{\lambda}{2}) = \begin{cases} k\lambda & 明纹 \quad k=1,2,3,\cdots \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2} & 暗纹 \quad k=0,1,2,\cdots \end{cases}$$

薄的折射率

3. 等倾条纹: 一系列明暗相间的同心圆环



分布特点: 级次内高外低

分布内稀外密

三. 应用

光垂直照射空气中厚度均匀的透明介质薄膜 $i \approx 0^\circ$

1° 膜使反射光加强 —— 增反膜

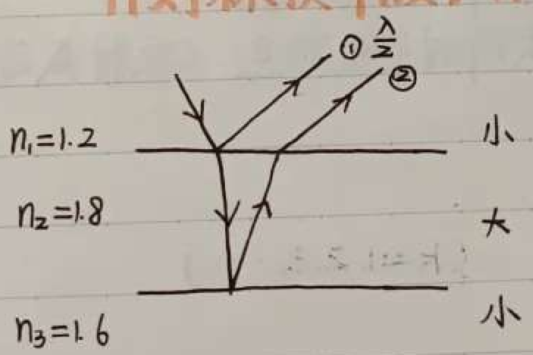
$$2n_{膜}e + \left(\frac{\lambda}{2}\right) = k\lambda \quad , k = 1, 2, 3, \cdots$$

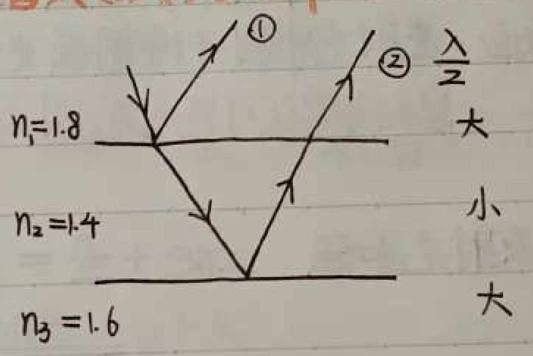
2° 膜使透射光加强 —— 增透膜

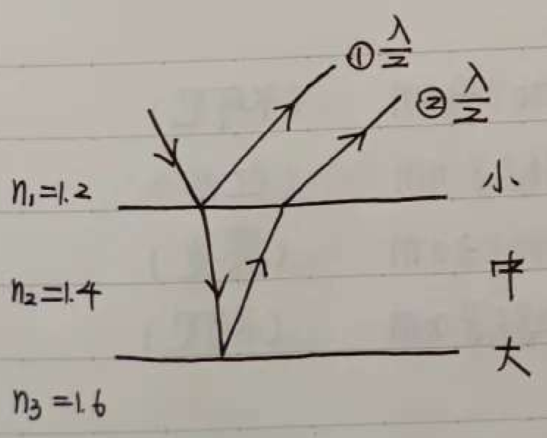
$$2n_{膜}e + \left(\frac{\lambda}{2}\right) = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad , k = 0, 1, 2, \cdots$$

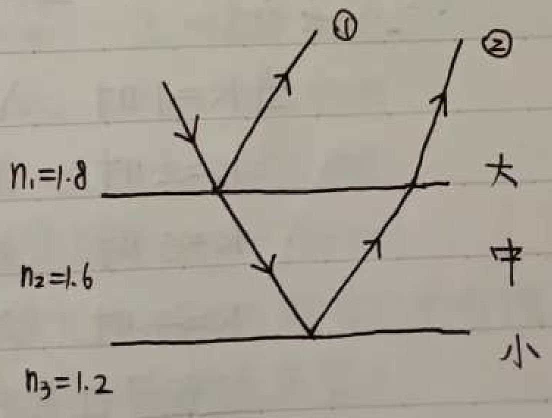
☆ 有无半波损失总结

n对称换半波，n依次增大(减小)无半波损









等倾干涉解题步骤

step1. 先判断是不是垂直入射

step2. $\begin{cases} 若是：\delta = 2ne + (\frac{\lambda}{2}) \\ 若不是：\delta = 2ne\cos\gamma + (\frac{\lambda}{2}) \end{cases}$

step3. 检查仅次有无写错

例1：白光垂直照射到空气中一厚度为380nm的肥皂膜上，设膜 $n=1.32$，试问膜正面呈什么颜色？背面呢？

解：正面：反射光中因干涉增强光的波长所对应的颜色

反面：透射光中因干涉增强光的波长所对应的颜色（反射减弱）

注：均要在可见光范围内

反射光加强 $2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda \quad (k=1,2,3,\cdots)$

$$\lambda = \frac{4nd}{2k-1}$$

当 $k=1$ 时，$\lambda = 2006.4nm$ （不可见）

$k=2$ 时，$\lambda = 668.8\ nm$ （红光）

$k=3$ 时，$\lambda = 401.3\ nm$ （紫光）

$k=4$ 时，$\lambda = 286.8\ nm$ （不可见）

∴正面呈红紫色

透射光加强 $2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad (k=0,1,2,\cdots)$

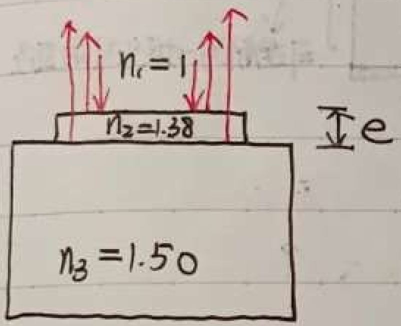
在可见光范围内，仅有 $k=2$ 时，$\lambda = 501.6nm$ （绿色）

∴背面呈绿色.

例2：为使波长为550 nm的黄绿色光透射增强，反射减弱，需在照机镜头上镀上一层 MgF_2 薄膜，$n_2=1.38$，$n_3=1.50$

求：(1) 薄膜的最小厚度

(2) 此增透膜在可见光范围内有没有增加反射光强度？镜头看起来什么颜色.



解：(1) $n_1<n_2<n_3$

$$\delta=2n_2e$$

$$2n_2e=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \quad k=0,1,2,\cdots$$

$$e=\frac{(2k+1)\lambda}{4n_2}$$

$k=0$ 时，e 最小

$$e_{min}=\frac{\lambda}{4n_2}=\frac{550\times10^{-9}}{4\times1.38}\approx 99.6\ nm$$

(2) $2n_2e=k\lambda$

$k=1 \quad \lambda_1=855\ nm$

$k=2 \quad \lambda_2=412.5\ nm$

$k=3 \quad \lambda_3=275\ nm$

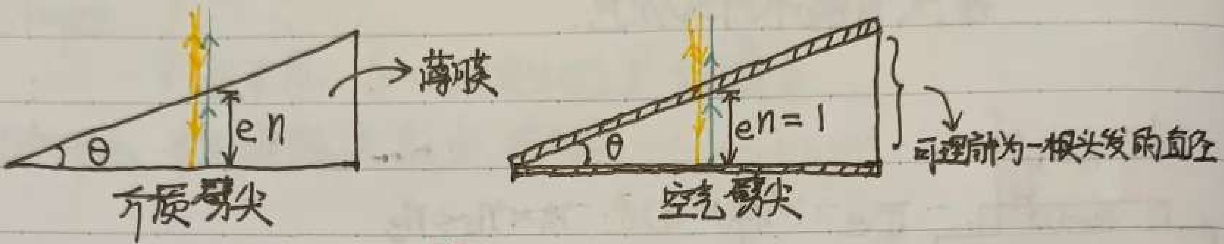
可见光范围为400－760 nm

∴波长412.5 nm的可见光有增反

⇒镜头看起来是紫光

§2.3 薄膜干涉——劈尖干涉

一. 劈尖干涉



θ非常小

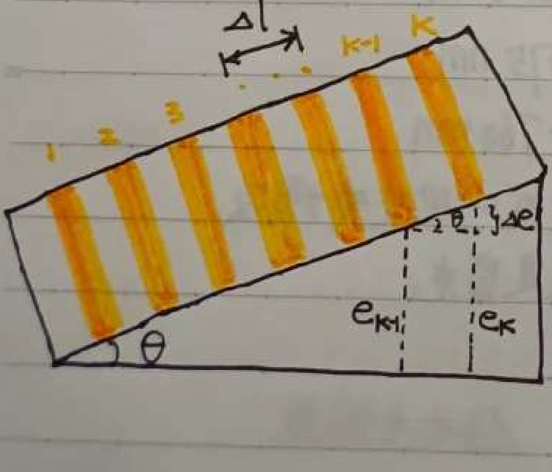
1. 光程差

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} k\lambda, & \text{明纹} \quad k = 1, 2, 3, \cdots, k_{max} \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2}, & \text{暗纹} \quad k = 0, 1, 2, \cdots, k_{max} \end{cases}$$

⇒光程差取决于膜的厚度——等厚干涉

2. 条纹特点——等厚条纹

在劈尖上形成平行棱边的干涉条纹



相邻两明(暗)条纹高度差

$$\boxed{\Delta e = \frac{\lambda}{2n}}$$

相邻两明(暗)条纹间距

$$\boxed{\Delta l = \frac{\lambda}{2n\theta}}$$

例：两块长 $L=7cm$ 的平板玻璃，一端互相接触（称为棱边），另一边被高 $h=2.8\times10^{-4}cm$ 的金属膜隔开，形成空气劈尖，用 $\lambda=600nm$ 的平行光照射，求：

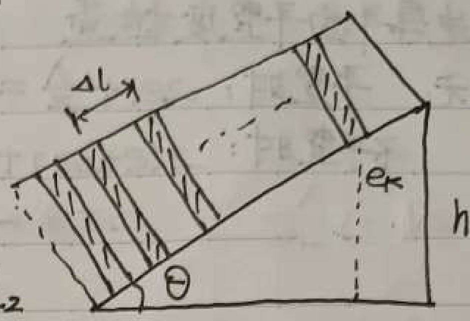
(1) 劈尖角 θ

(2) 相邻明纹的间距

(3) 棱边是明纹还是暗纹

(4) 棱边数起第二条明纹距离棱边的距离 L_2

(5) 玻璃板上可以看到的明纹数和暗纹数



解：(1) $\theta\approx\tan\theta=\frac{h}{L}=\frac{2.8\times10^{-4}}{7}=4\times10^{-5}rad$

(2) $\Delta l=\frac{\lambda}{2n\theta}=\frac{600\times10^{-9}}{2\times1\times4\times10^{-5}}m=7.5\times10^{-3}m$

(3) 棱边处 $e=0$　$\delta=2e+\frac{\lambda}{2}=\frac{\lambda}{2}$ $\Rightarrow$ 暗纹

(4) $\delta=2e+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$　$k=2$　$\Rightarrow e_2=\frac{(k-\frac{1}{2})\lambda}{2}=4.5\times10^{-7}m$

$L_2=\frac{e_2}{\sin\theta}=\frac{e_2}{\theta}=\frac{4.5\times10^{-7}m}{4\times10^{-5}}=1.125\times10^{-2}m$

(5) $\delta=2d+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$　明纹　$k=1,2,3,\cdots k_{max}$

$k=\frac{2e}{\lambda}+\frac{1}{2}$　e 最大为 h　$\Rightarrow k_{max}=\frac{2h}{\lambda}+\frac{1}{2}\approx9$（取整）

$\delta=2e+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$　暗纹　$k=0,1,2,\cdots,k_{max}$

$k=\frac{2e}{\lambda}$　e 最大为 h　$\Rightarrow k_{max}=\frac{2h}{\lambda}\approx9$（取整）

∴ 能看到9条明纹，10条暗纹

二. 劈尖干涉的应用

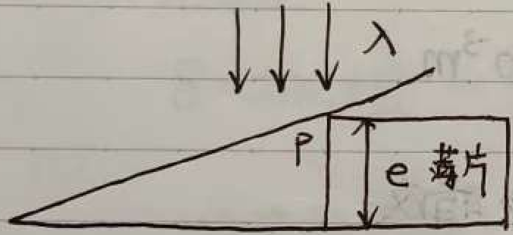
1. 薄膜厚度的测量
2. 光学平面平整度检查

平整时：$2e+\frac{\lambda}{2}=k\lambda$

不平整时：$2(e+\Delta e)+\frac{\lambda}{2}=(k+\Delta k)\lambda$ $\Rightarrow \Delta e=\frac{\lambda}{2}\Delta k$

3. $\Delta l=\frac{\lambda}{2n\theta}$ （知三求一）

例1：两玻璃板一端相接触，另一端夹一薄片，形成空气劈尖。单色光垂直照射在上述空气劈尖上，让波长连续变大，$\lambda_1=500nm$时，薄片处为明纹；$\lambda_2=700nm$时，同一位置再次出现明纹。求薄片厚度。



解：设λ_1、λ_2时，明纹的级次分别为k_1, k_2

有：$\delta_1=2e+\frac{\lambda_1}{2}=k_1\lambda_1$

$\delta_2=2e+\frac{\lambda_2}{2}=k_2\lambda_2$

$\Rightarrow (2k_1-1)\lambda_1=(2k_2-1)\lambda_2$

λ变大，k变小

且中间无其他明纹出现

$\therefore k_1=k_2+1$

$\Rightarrow \frac{2k_1-1}{2k_2-1}=\frac{2k_2+1}{2k_2-1}=\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{7}{5}$

$\Rightarrow k_2=3$

由 $2e+\frac{\lambda_2}{2}=k_2\lambda_2$

$\Rightarrow e=875\ nm$

例2：用$\lambda=500nm$的单色光垂直照射在由两块玻璃板构成的空气劈尖上。劈尖角$\theta=2\times10^{-4}rad$，若在劈尖内充满$n=1.5$的液体，求从棱边数起第6个明条纹在充满液体后移动的距离。

解：未充入时：$\delta_1=2e_1+\frac{\lambda}{2}=6\lambda \Rightarrow e_1=\frac{11}{4}\lambda$

$$l_1=\frac{e_1}{\sin\theta}=\frac{e_1}{\theta}=\frac{11\lambda}{4\theta}$$

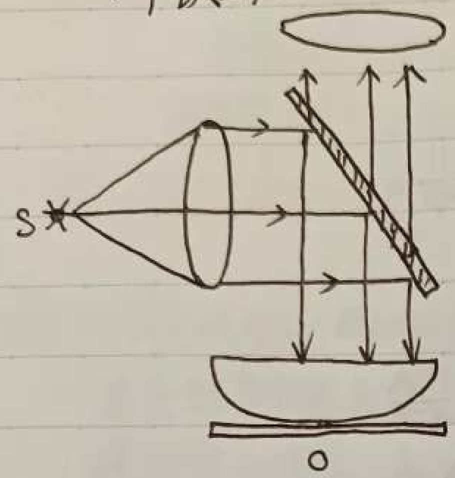
充入后：$\delta_1=2ne_2+\frac{\lambda}{2}=6\lambda \Rightarrow e_2=\frac{11\lambda}{4n}$

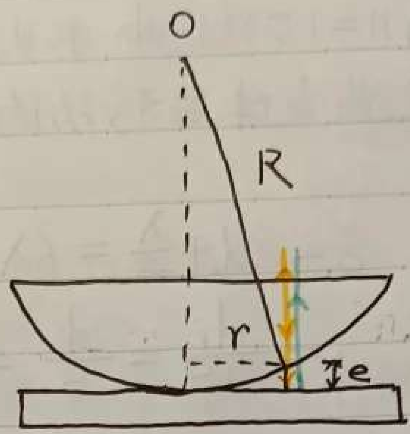
$$l_2=\frac{e_2}{\sin\theta}=\frac{e_2}{\theta}=\frac{11\lambda}{4n\theta}=\frac{11\lambda}{6\theta}$$

$$\Delta l=l_1-l_2=\frac{11\lambda}{4\theta}-\frac{11\lambda}{6\theta}=\frac{11\lambda}{4\theta}(1-\frac{1}{1.5})=2.3\times10^{-3}\ m$$

§2.4 牛顿环

一.牛顿环





$$\delta = 2e_K + \frac{\lambda}{2} = \begin{cases} K\lambda & \text{明环} \quad K=1,2,3\cdots \\ (2K+1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗环} \quad K=0,1,2\cdots \end{cases}$$

$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 \approx 2Re \Rightarrow \boxed{2e_K = \frac{r_K^2}{R}}$$

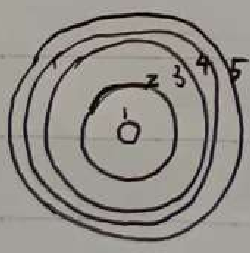
$$\boxed{\begin{aligned} r_{K明} &= \sqrt{\frac{(2K-1)R\lambda}{2}} \\ r_{K暗} &= \sqrt{KR\lambda} \end{aligned}}$$

$K=1,2,3\cdots$

$K=0,1,2,\cdots$

条纹特点：等厚干涉条纹

里疏外密；级数向外增加



No.

Date

☆间隙处充满折射率为 n 的介质时

$$\delta = 2ne_k + \left(\frac{\lambda}{2}\right) = \begin{cases} k\lambda, & k = 1, 2, 3, \cdots \\ (2k+1)\frac{\lambda}{2}, & k = 0, 1, 2, \cdots \end{cases}$$

要具体分析

$$\boxed{\begin{aligned} r_{k明} &= \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}} \quad k = 1, 2, 3, \cdots \\ r_{k暗} &= \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} \quad k = 0, 1, 2, \cdots \end{aligned}}$$

二. 牛顿环的应用

1. 测透镜球面的半径 R：已知 λ，测 $m, r_{k+m}, r_k \Rightarrow R$

$$\boxed{r_{k+m}^2 - r_k^2 = mR\lambda}$$

充介质时.
$$\boxed{r_{k+m}^2 - r_k^2 = \frac{mR\lambda}{n}}$$

2. 测波长：测 $m, r_{k+m}, r_k, R \Rightarrow \lambda$

Date

牛顿环问题解题思路

Step1. 判断间隙是否充入介质，列出相应光程差

Step2. 想到明、暗环半径公式，特殊情形要找几何关系

Step3. 巧妙应用. $r_{m+k}^2 - r_k^2 = mR\lambda$

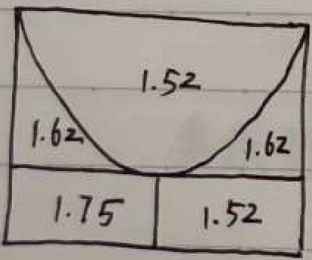
例1：用紫光照射，第K级明纹的半径 $r_K = 3.0\times10^{-3}m$，K级往上数第16个明纹半径 $r_{K+16} = 5.0\times10^{-3}m$，牛顿环曲率半径 $R=2.5m$，求紫光的波长

解：$r_K = \sqrt{\frac{(2K-1)R\lambda}{2}}$　　$r_{K+16} = \sqrt{\frac{[2(K+16)-1]R\lambda}{2}}$

$$r_{K+16}^2 - r_K^2 = 16R\lambda$$

$$\Rightarrow \lambda = 4.0\times10^{-7}m$$

例2：三种材料构成的牛顿环装置上，用单色光垂直照射，在反射光中看到干涉条纹，则在接触点处形成的圆斑为？



解：左：$\delta = 2ne$

$e=0$ 时，$\delta=0$　明纹

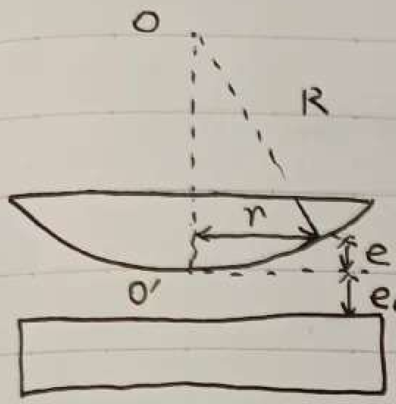
右：$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2}$

$e=0$ 时，$\delta = \frac{\lambda}{2}$　暗纹

$\Rightarrow$ 左明右暗

Date

例3：牛顿环装置如图，平凸透镜曲率半径为R，顶点到平板玻璃的距离为e_0，用波长为λ的单色光垂直牛顿环装置入射，求反射光形成的牛顿环各暗环半径



解：设某处暗环半径为r

空气膜厚度为e

$$r^2 = R^2 - (R-e)^2 = 2Re$$

$$\delta = 2(e+e_0) + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

$$\Rightarrow r_k = \sqrt{R(k\lambda - 2e_0)}$$

$$k\lambda - 2e_0 \geq 0 \quad \Rightarrow k \geq \frac{2e_0}{\lambda}$$