湖南科技大学考试试题参考答案及评分细则

（ 2019 - 2020 学年度第 二 学期）

课程（A 卷） 线性代数 B 上课学院 各适用学院 班级 各适用班级

应试学生人数______ 实际考试学生人数______ 考试时量 **100** 分钟

命题教师 罗艳 审核人______ 考试时间： 年 月 日

一、单项选择题（本题共 21 分，每小题 3 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7
答案	D	B	B	C	C	C	D

二、填空题（本题共 21 分，每小题 3 分）

1. **10** 2. **−5** 3. **8** 4. **3** 5. **4** 6. **3** 7. **3**

三、计算题（本题共 34 分，第 1、2 小题各 11 分，第 3 小题 12 分）

1. 解：$$A-2E=\begin{pmatrix}3&0&0\\1&1&0\\-1&2&3\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&-1&0\\-1&2&1\end{pmatrix}$$ （5 分）

$$\because (A\ \ E)=\begin{pmatrix}1&0&0&1&0&0\\1&-1&0&0&1&0\\-1&2&1&0&0&1\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&0&0&1&0&0\\0&-1&0&-1&1&0\\0&2&1&1&0&1\end{pmatrix}$$

$$\to\begin{pmatrix}1&0&0&1&0&0\\0&1&0&1&-1&0\\0&0&1&-1&2&1\end{pmatrix}\qquad \therefore (A-2E)^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&-1&0\\-1&2&1\end{pmatrix}$$ （11 分）

2. 解：将已知向量按列构成矩阵，并对其进行行变换：

$$(\alpha_1^T\ \alpha_2^T\ \alpha_3^T\ \alpha_4^T)=\begin{pmatrix}1&1&1&2\\1&2&3&4\\1&3&7&10\\1&4&13&20\end{pmatrix}\to\begin{pmatrix}1&1&1&2\\0&1&2&2\\0&2&6&8\\0&3&12&18\end{pmatrix}$$

$$\rightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&2\\0&1&2&2\\0&0&2&4\\0&0&1&2\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&1&1&2\\0&1&2&2\\0&0&1&2\\0&0&0&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0&2\\0&1&0&-2\\0&0&1&2\\0&0&0&0\end{pmatrix}$$ (7分)

所以，$r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4)=3$，极大线性无关组为$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$，或$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_4$.（11 分）

3．解：矩阵A的特征多项式为：$|A-\lambda E|=\begin{vmatrix}1-\lambda&-1&0\\1&3-\lambda&0\\1&2&3-\lambda\end{vmatrix}=(\lambda-2)^2(3-\lambda)$，

所以，A的特征值为：$\lambda_1=\lambda_2=2,\ \lambda_3=3.$（4 分）

对于$\lambda_1=\lambda_2=2$，求齐次线性方程组$(A-2E)x=O$的基础解系,

$A-2E=\begin{pmatrix}-1&-1&0\\1&1&0\\1&2&1\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&-1\\0&1&1\\0&0&0\end{pmatrix}$，得基础解系：$\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$，

从而A的对应于特征值$\lambda_1=\lambda_2=2$的全部特征向量为：$c_1\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$，$c_1\neq 0$.（8 分）

对于$\lambda_3=3$，求齐次线性方程组$(A-3E)x=O$的基础解系,

$A-3E=\begin{pmatrix}-2&-1&0\\1&0&0\\1&2&0\end{pmatrix}\rightarrow\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，得基础解系：$\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$，

从而A的对应于特征值$\lambda_3=3$的全部特征向量为：$c_2\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ $(c_2\neq 0)$.（12 分）

四、矩阵的初等行变换有三种情况，请分别写出，并举例说明.（本题共 24 分）

矩阵的初等行变换的三种情况：交换两行的位置$r(i,\ j)$；某行所有元素同乘以一个非零常数$r(i(k))$，$k\neq 0$；把一行所有元素的k倍加到另一行对应的元素上去$r(j+i(k))$，每种情况 4 分，共 12 分.

举例没有标准答案，只要能说明对应的情况即可，每个例子 4 分，共 12 分.