

湖南科技大学考试试题纸 (A 卷)

(2019 - 2020 学年度第 二 学期)

课程名称: 线性代数 B 开课单位: 数学学院 命题教师: 罗艳

授课对象: 各适用 学院 各适用 年级 各适用 班

考试时量: 100 分钟 考核方式: 考试 考试方式: 闭卷

审核人: 陈先伟 审核时间: 2020 年 6 月 23 日

一、 单项选择题 (本题共 21 分, 每小题 3 分)

1. 设 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 5$, 则 $\begin{vmatrix} 2a & a-5b \\ 2c & c-5d \end{vmatrix} = (\quad)$.
A. 2 B. -5 C. -10 D. -50
2. 设 A 为 $n (n \geq 2)$ 阶方阵, 且 $A^2 = E$, 则必有 ().
A. A 的行列式等于 1 B. A 的秩等于 n
C. A 的逆矩阵等于 E D. A 的特征值均为 1
3. 已知 A, B, C 均为 n 阶矩阵, E 为单位矩阵, 且满足 $ABC = E$, 则下列结论必然成立的是 ().
A. $ACB = E$ B. $BCA = E$ C. $CBA = E$ D. $BAC = E$
4. 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 有两个极大无关组 $\alpha_{i_1}, \alpha_{i_2}, \dots, \alpha_{i_r}$ 与 $\alpha_{j_1}, \alpha_{j_2}, \dots, \alpha_{j_s}$, 则下列成立的是 ().
A. r 与 s 未必相等 B. $r + s = m$ C. $r = s$ D. $r + s > m$
5. 下列矩阵一定存在逆矩阵的是 ().
A. 奇异矩阵 B. 对称矩阵 C. 初等矩阵 D. 伴随矩阵
6. 设 A 为 $m \times n$ 矩阵, 且 $m < n$, 则齐次线性方程组 $Ax = O$ 必 ().
A. 无解 B. 只有唯一零解 C. 有非零解 D. 不能确定
7. 设三阶矩阵 A 的特征值为 $2, 2, 1$, 则 A^{-1} 的特征值为 ().
A. $2, 1$ B. $2, 2, 1$ C. $\frac{1}{2}, 1$ D. $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1$

二、 填空题（本题共 21 分，每小题 3 分）

1. 排列 1467523 的逆序数是_____.
2. 四阶行列式 D 中第 3 列元素由上到下依次为 1, 2, 0, 1，它们的余子式的值依次为 5, 3, -7, 4，则 $D =$ _____.
3. 设 A 为二阶方阵，且 $|A| = 2$ ， A^* 是其伴随矩阵，则 $|2A^*| =$ _____.
4. 若向量 α_3 不能由 α_1, α_2 线性表示，且向量组 α_1, α_2 线性无关，则向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 的秩为_____.
5. 五元线性方程组 $x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0$ 的基础解系含有解向量的个数是_____.
6. 设向量 $(1, 3, 2, k)$ 与 $(0, -1, 0, 1)$ 正交，则 $k =$ _____.
7. 向量 $\alpha = (1, 2, -1, \sqrt{3})$ 的长度 $\|\alpha\| =$ _____.

三、 计算题（本题共 34 分，第 1、2 小题各 11 分，第 3 小题 12 分）

1. 设三阶矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ ， E 为三阶单位矩阵，求 $(A - 2E)^{-1}$.
2. 求向量组 $\alpha_1 = (1, 1, 1, 1)$ ， $\alpha_2 = (1, 2, 3, 4)$ ， $\alpha_3 = (1, 3, 7, 13)$ ， $\alpha_4 = (2, 4, 10, 20)$ 的秩和一个极大线性无关组.
3. 求矩阵 $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 的全部特征值及对应的全体特征向量.

四、 矩阵的初等行变换有三种情况，请分别写出，并举例说明。（本题共 24 分）