

VILNIAUS UNIVERSITETAS
Matematikos ir informatikos fakultetas
Matematinė logika
Pirmasis kontrolinis darbas
2020 m. spalio 22 d.

Kontrolinio darbo trukmė 1 valanda 30 minučių.

Kontrolinio darbo pradžia 10:15. Pabaiga — 11:45. Darbo rezultatas turi būti nufotografuotas ar nuskenuotas ir įkeltas į MS Teams aplinką iki 12:15.

Kontrolinio darbo metu galima naudotis kurso konspektais, paskaitų skaidrėmis, pratybų uždavinių sprendimais, vadovėliais ir kitais neinteraktyviais informacijos šaltiniais (knygos, straipsniai), kuri susijusi su kurso metu nagrinėtomis temomis. **Negalima** naudotis interaktyviais informacijos šaltiniais, pavyzdžiui, paieškos varikliais, automatiniais įrodymo įrankiais, pokalbių programomis ir taip toliau. . .

Uždavinius galima spręsti bet kokia tvarka. Prie sprendimo reikia aiškiai nurodyti uždavinio numerį.

Uždavinius spęskite **savarankiškai**.

Uždavinių sąlygos:

1. Raskite formulės normaliąją priešdėlinę formą su **minimaliu** prefiksu:

$$\forall x \exists y \forall z P(x, y, z) \rightarrow (\forall x \exists y \exists z Q(x, y, z) \wedge \exists x \forall y \forall z R(x, y, z))$$

2. Ar formulės $\forall x \exists y (P(x) \wedge Q(x, y))$ ir $\forall x (P(x) \rightarrow \exists y Q(x, y))$ yra ekvivalenčios? Atsakymą pagrįskite.

3. Duota predikatų logikos struktūra (interpretacija) $\langle M; V(x), \check{Z}(x), P(x, y), K(x, y); a, b \rangle$, kur:

- M yra pasaulio valstybių ir žemynų aibė.
- $V(x)$, $\check{Z}(x)$, $P(x, y)$ ir $K(x, y)$ yra predikatai apibrėžti aibėje M .
- $V(x) = t$ tada ir tik tada, kai x yra valstybė.
- $\check{Z}(x) = t$ tada ir tik tada, kai x yra žemynas.
- $P(x, y) = t$ tada ir tik tada, kai valstybė x yra žemyne y .
- $K(x, y) = t$ tada ir tik tada, kai valstybės x ir y yra kaimynės.
- a ir b yra konstantos iš aibės M .
- a — Lietuvos valstybė.
- b — Europos žemynas.

Užrašykite predikatų logikos formulę, kuri šioje struktūroje būtų ekvivalenti teiginiui: Visos Lietuvos valstybės kaimynės yra Europoje.

4. Predikatų logikos formulės struktūra susideda iš trijų elementų aibės $\{a, b, c\}$ ir joje lentelė apibrėžtų dviejų predikatų:

x	y	$P(x, y)$	$Q(x, y)$
a	a	k	k
a	b	k	t
a	c	t	k
b	a	t	t
b	b	k	t
b	c	t	t
c	a	t	k
c	b	k	k
c	c	t	k

Ar formulės $\forall x \exists y ((P(x, y) \vee P(y, x)) \rightarrow \exists z Q(x, z))$ ir $\exists x \forall y \forall z (Q(x, y) \wedge (P(x, z) \vee Q(z, z)))$ yra teisingos, ar ne šioje struktūroje? Atsakymą pagrįskite.