

## Раздел II. Электричество и магнетизм.

### Глава 12. Уравнения Максвелла.

#### 1. Вихревое электрическое поле.

Явление электромагнитной индукции, когда контур не подвижен, а меняется  $\vec{B}(t)$ , силой Лоренца объяснить нельзя. В этом случае  $\mathcal{E}_{\text{инд}}$  объясняется возникновением в контуре вихревого электрического поля  $\vec{E}_B$

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = \oint_{\Gamma} \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Если учесть, что для электростатического электрического поля  $\vec{E}_q$  справедливо условие потенциальности

$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$ , то для полного электрического поля

$\vec{E} = \vec{E}_B + \vec{E}_q$  справедливо уравнение

$$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (S \text{ натянута на } \Gamma)$$

$\Downarrow$  по т. С

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

#### 2. Ток смещения.

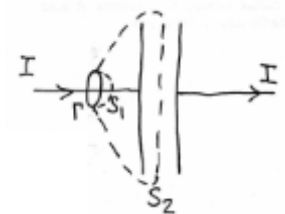
Уравнение магнитостатики (теорема о циркуляции)

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad \text{интегральная форма}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} \quad \text{дифференциальная форма}$$

В нестационарных ситуациях приводит к противоречиям.

Например, рассмотрим зарядку конденсатора:



$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \begin{cases} \int_{S_1} \vec{j} \cdot d\vec{S} = I \\ \int_{S_2} \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0 \end{cases} !$$

$\Gamma$  – охватывает ток  $I$

Противоречия устраняются, если в теорему о циркуляции ввести дополнительный член, который называется ток смещения  $\vec{j}_{\text{см}}$ .

$$\vec{j}_{\text{см}} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_S \left( \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Тогда в примере с зарядкой конденсатора

$$\oint_{\Gamma} \bar{H} \cdot d\bar{l} = \begin{cases} \int_{S_1} (\bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}) d\bar{S} = I + 0 \\ \int_{S_2} (\bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}) d\bar{S} = 0 + S_{\text{конд}} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\frac{Q_{\text{конд}}}{S_{\text{конд}}}) = I \end{cases}$$

$$D_{\text{конд}} = \sigma = \frac{Q_{\text{конд}}}{S}$$

### 3. Уравнения Максвелла.

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_{\Gamma} \bar{E} \cdot d\bar{l} = - \int_S \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S} \\ \oint_S \bar{B} \cdot d\bar{S} = 0 \\ \oint_{\Gamma} \bar{H} \cdot d\bar{l} = \int_S (\bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}) \cdot d\bar{S} \\ \oint_S \bar{D} \cdot d\bar{S} = \int_V \rho dV \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{rot } \bar{E} = - \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \\ \text{div } \bar{B} = 0 \\ \text{rot } \bar{H} = \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t} \\ \text{div } \bar{D} = \rho \end{array} \right.$$

Интегральная форма

Дифференциальная  
форма

$$+ \quad \boxed{\begin{array}{l} \bar{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \bar{E} \\ \bar{B} = \mu \mu_0 \bar{H} \end{array}}$$

$$\text{rot } \bar{A} = \begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} ; \quad \text{div } \bar{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

Уравнения Максвелла в интегральной и дифференциальной форме эквивалентны.

#### Вопросы:

1. Что такое вихревое электрическое поле?
2. Что такое ток смещения?
3. Уравнения Максвелла в интегральной форме.
4. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме.