

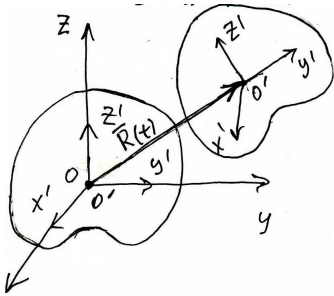
Раздел I. Механика.

Глава 6. Механическое движение твёрдого тела.

1. Описание движения твёрдого тела.

Твёрдое тело- тело, деформацией которого в условиях данной задачи, можно пренебречь.

Расстояние между любыми двумя точками твёрдого тела считается неизменным.



Для описания движения твёрдого тела вводят связанную с телом систему координат $o'x'y'z'$. Пусть в момент времени $t=0$ системы координат $oxyz$ и $o'x'y'z'$ совпадают.

Для задания положения тела в любой момент времени необходимо знание 6 величин:

3- координаты вектора \vec{R} , задающего положение o'

3- угла для задания направлений осей $o'x'y'z'$.

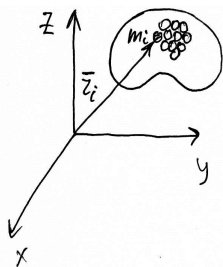
Любое движение твёрдого тела можно разложить на два вида:

а) поступательное движение- любая прямая, связанная с телом, перемещается параллельно сама себе; скорости всех точек тела одинаковы в векторном смысле.

б) вращательное движение- движение при котором все точки тела двигаются по окружностям вокруг некой оси.

2. Движение центра масс твёрдого тела.

Если тело разбить на маленькие кусочки



с массами m_i и

радиусами-векторами \vec{r}_i ,

тогда центр масс твёрдого тела:

$$\vec{R}_{cm} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{M}$$

Движение центра масс твёрдого тела, описывается тем же уравнением, что и движение системы материальных точек:

$$M \frac{d\vec{V}_{cm}}{dt} = \sum \vec{F}^{внеш}$$

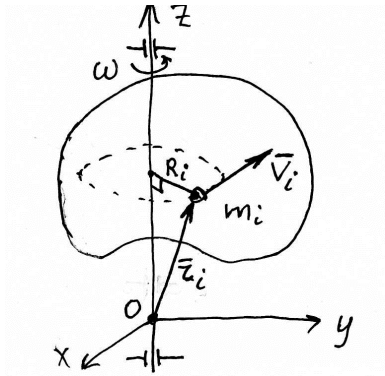
Центр масс твёрдого тела движется так, как двигалась бы материальная точка с массой равной массе твёрдого тела под действием всех внешних сил.

Начало связанной с твёрдым телом системы координат удобно помещать в центр масс тела.

3. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.

Пусть твердое тело вращается вокруг неподвижной оси OZ.

Для описания положения тела необходимо знать зависимость угла поворота тела $\varphi(t)$ относительно начального положения.



Важными величинами, характеризующими вращение твердого тела вокруг закрепленной оси являются:

$$\boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt}} \quad \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right] - \text{угловая скорость}$$

$$\boxed{\beta = \frac{d\omega}{dt}} \quad \left[\frac{\text{рад}}{\text{с}^2} \right] - \text{угловое ускорение}$$

Из закона изменения момента импульса системы материальных точек:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum \bar{M}^{\text{внеш}} \quad \bar{L} = \sum \bar{l}_i; \quad \bar{l}_i = \bar{r}_i \times \bar{p}_i;$$

$$\bar{p}_i = m_i \bar{V}_i; \quad \text{см. Гл. 3}$$

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum M_z^{\text{внеш}} \quad \bar{M} = \bar{r} \times \bar{F};$$

Получается закон динамики вращения твердого тела с закрепленной осью:

$$\boxed{I_z \beta = \sum M_z^{\text{внеш}}}$$

I_z - момент инерции тела относительно оси вращения OZ

$$\boxed{I_z = \sum m_i R_i^2} \quad [\text{кг} \cdot \text{м}^2]$$

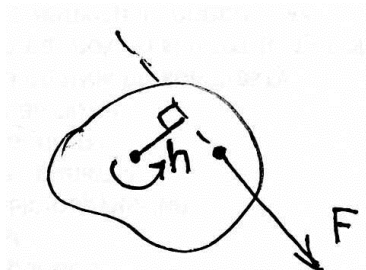
m_i - массы кусочков тела

R_i - расстояние от кусочков до оси вращения

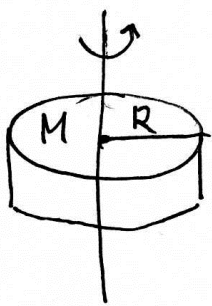
$M_z^{\text{внеш}}$ - проекция момента внешней силы на ось вращения OZ

$$\boxed{M_z^{\text{внеш}} = F_{\perp} h}$$

F_{\perp} - проекция силы на плоскость, перпендикулярную оси вращения OZ, т.е. на плоскость XOY
 h - плечо силы - расстояние от линии действия силы до оси вращения

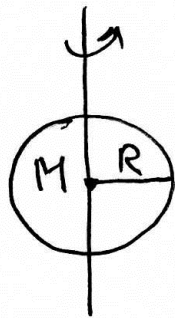


4. Моменты инерции некоторых тел



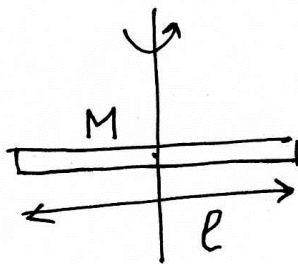
Однородный
диск

$$I = \frac{1}{2} MR^2$$



Однородный
шар

$$I = \frac{2}{5} MR^2$$

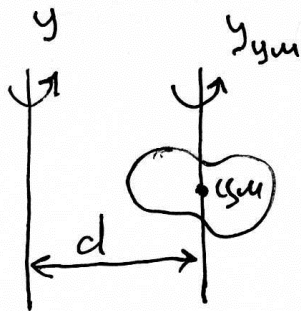


Однородный
стержень

$$I = \frac{1}{12} Ml^2$$

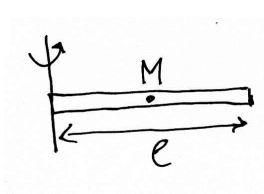
Теорема Штейнера: момент инерции тела, относительно произвольной оси I связан с моментом инерции относительно оси, проходящей через центр масс $I_{цм}$ параллельно исходной соотношением:

$$I = I_{цм} + Md^2$$



M - масса тела
 d - расстояние между осями

Пример



однородный стержень,
вращающийся вокруг оси,
проходящей через его конец

$$I = \frac{1}{12} Ml^2 + M\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} Ml^2$$

Вопросы

1. Как описать движение твердого тела в общем случае.
2. Что такое поступательное движение?
3. Закон, определяющий движение центра масс твердого тела.
4. Закон динамики вращения твердого тела вокруг закрепленной оси.
5. Что такое момент инерции?
6. Что такое проекция момента силы на ось вращения
7. Теорема Штейнера.