

Раздел II: Электричество и магнетизм.

Глава 4: Уравнения электрического поля в диэлектрике. Граничные условия.

1. Уравнения электростатического поля в диэлектрике.

а) Интегральная форма.

$$\left\{ \begin{array}{l} \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV \quad (1) \\ \oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (2) \\ \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (3) \end{array} \right.$$

1) теорема Гаусса; ρ – плотность сторонних зарядов.

2) условие потенциальности электростатического поля.

3) эмпирическая связь \vec{D} и \vec{E} .

б) Дифференциальная форма.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \vec{D} = \rho \quad (1) \\ \text{rot} \vec{E} = 0 \quad (2) \\ \vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} \quad (3) \end{array} \right.$$

$$\text{div} \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} - \text{дивергенция}$$

$$\text{rot} \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} =$$

$$\vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right)$$

2. Условия на границе раздела двух диэлектриков.

а) Из условия потенциальности электрического поля

$$\oint_\Gamma \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \text{ следует } \boxed{E_{1\tau} = E_{2\tau}}$$

На границе раздела диэлектриков сохраняется тангенциальная (касательная) составляющая вектора напряжённости.

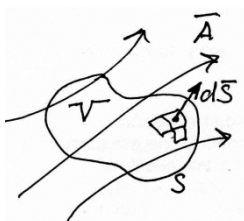
б) Из теоремы Гаусса следует:

$$D_{1n} = D_{2n}$$

На границе раздела диэлектриков сохраняется нормальная составляющая вектора электрического смещения.

3. Теоремы из векторного анализа.

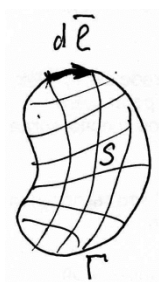
а) Теорема Остроградского – Гаусса.



Пусть есть векторное поле $\vec{A}(\vec{r})$ и замкнутая односвязная область, ограниченная поверхностью S , тогда:

$$\oint_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{A} dV$$

б) Теорема Стокса.



Пусть есть векторное поле $\vec{A}(\vec{r})$ и замкнутый контур Γ , а так же произвольная односвязная поверхность S , натянутая на контур Γ , тогда:

$$\oint_{\Gamma} \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

Вопросы

1. Уравнения электростатического поля в интегральной форме.
2. Уравнения электростатического поля в дифференциальной форме.
3. Условия для электростатического поля на границе раздела двух диэлектриков.