

Раздел I. МЕХАНИКА.

Глава 3. Импульс, момент импульса и центр масс системы материальных точек.

1. Импульс системы м. т.

Импульс системы м.т.: $\vec{P}_c = \sum \vec{p}_i = \sum m_i \vec{v}_i$

Закон изменения импульса системы м. т.:

$$\boxed{\frac{d\vec{P}_c}{dt} = \sum \vec{F}_i^{\text{внешн}} \text{ (сумма внешних сил)}}$$

⇓

Закон сохранения импульса системы м. т.:

Если $\sum \vec{F}_i^{\text{внешн}} = 0$, то $\vec{P}_c = \text{const}$.

Частные случаи:

а) Если система замкнута, т.е. не взаимодействует с внешним миром, то $\vec{P}_c = \text{const}$.

б) Если $\sum F_x^{\text{внешн}} = 0$, то $P_{cx} = \sum p_{ix} = \sum m_i v_{ix} = \text{const}$.

2. Центр масс системы м. т.

Определение: $\boxed{\vec{R}_{цм} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}}$

$$X_{цм} = \frac{\sum m_i x_i}{M}; Y_{цм} = \frac{\sum m_i y_i}{M}; Z_{цм} = \frac{\sum m_i z_i}{M}$$

$M = \sum m_i$ - масса системы.

Закон динамики для центра масс:

$$\boxed{M \vec{a}_{цм} = \sum \vec{F}_i^{\text{внешн}}}$$

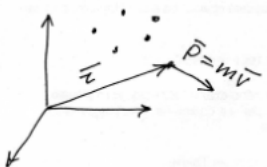
⇓

Если $\sum \vec{F}_i^{\text{внешн}} = 0$, или система замкнута, то $\vec{a}_{цм} = 0$, а следовательно $\vec{v}_{цм} = \text{const}$.

В частности, если первоначально ц. м. покоился, то он будет сохранять свое положение неизменным.

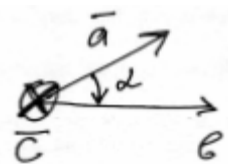
3. Момент импульса системы м. т.

Момент импульса м. т.: $\boxed{\vec{\ell} = \vec{r} \times \vec{p}}$



Векторное произведение $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$.

$$c = ab \sin \alpha$$



$$\vec{c} \perp \vec{a} \text{ и } \vec{b}$$

правило буравчика

Момент импульса системы м. т.: $\vec{L} = \sum \vec{\ell}_i$.

Закон изменения момента импульса системы м. т.:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum \vec{r}_i \times \vec{F}_i^{\text{внешн}} = \sum \vec{M}_i^{\text{внешн}}$$

Величина $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ называется моментом силы, где \vec{r} - радиус-вектор точки приложения силы \vec{F} .

Закон сохранения момента импульса системы м. т. Если $\sum \vec{M}_i^{\text{внешн}} = 0$, то $\vec{L} = \text{const}$.

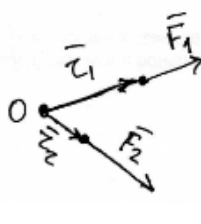
Частные случаи:

а) Если система замкнута, $\vec{L} = \text{const}$.

б) Если $\sum M_{ix} = 0$, то $L_x = \text{const}$.

4. Движение в центральном поле сил

Силовое поле, в котором силы действуют вдоль линий, исходящих из единого центра, называется центральным полем. Кулоновские и гравитационные поля – центральные.


$$\begin{aligned}\vec{F} &= \alpha(r)\vec{r} \\ \vec{M} &= \vec{r} \times \vec{F} = \alpha(r)\vec{r} \times \vec{r} = 0 \\ \Downarrow & \quad (\vec{r} \times \vec{r} = 0 = r \times r \times \sin 0^\circ) \\ \frac{d\vec{L}}{dt} &= \sum \vec{M}_i = 0\end{aligned}$$

Момент импульса системы м. т., движущихся в центральном поле, сохраняется.

Примеры: электроны в атоме, планеты в солнечной системе.

Вопросы

1. Закон изменения импульса системы м. т.
2. Закон сохранения импульса системы м. т.
3. Что такое момент импульса м. т.
4. Что такое момент силы.
5. Закон изменения момента импульса системы м. т.
6. Закон сохранения момента импульса системы м. т.
7. Какая величина сохраняется при движении системы м.т. в центральном силовом поле.
8. Что такое центр масс системы м. т.
9. Закон динамики движения центра масс.

(5)

(Q₁)

$$+ \begin{cases} \frac{d\bar{p}_1}{dt} = \sum_{k=2}^N \bar{F}_{1k} + \bar{F}_1^{\text{внеш}} \\ \frac{d\bar{p}_i}{dt} = \sum_{k \neq i} \bar{F}_{ik} + \bar{F}_i^{\text{внеш}} \\ \dots \\ \frac{d\bar{p}_N}{dt} = \sum_{k=1}^{N-1} \bar{F}_{Nk} + \bar{F}_N^{\text{внеш}} \end{cases}$$

$$\frac{d\bar{p}_{\text{центр}}}{dt} = 0 + \sum \bar{F}_i^{\text{внеш}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{по III 3+H. } \bar{F}_{ik} = -\bar{F}_{ki} \\ \text{напрот } \bar{F}_{ik} + \bar{F}_{ki} = 0 \end{array} \right.$$

(Q₂)

$$\bar{V}_{\text{центр}} = \frac{d\bar{R}_{\text{центр}}}{dt} = \frac{\sum m_i \bar{v}_i}{\sum m_i} = \frac{\bar{p}_{\text{центр}}}{M}$$

$$\Downarrow$$

$$\bar{a}_{\text{центр}} = \frac{d\bar{p}_{\text{центр}}}{dt} \cdot \frac{1}{M}$$

(Q₃)

$$+ \begin{cases} \bar{r}_1 \times \frac{d\bar{p}_1}{dt} = \bar{r}_1 \times \left(\sum_{k=2}^N \bar{F}_{1k} + \bar{F}_1^{\text{внеш}} \right) \\ \bar{r}_i \times \frac{d\bar{p}_i}{dt} = \bar{r}_i \times \left(\sum_{k \neq i}^N \bar{F}_{ik} + \bar{F}_i^{\text{внеш}} \right) \\ \dots \\ \bar{r}_N \times \frac{d\bar{p}_N}{dt} = \bar{r}_N \times \left(\sum_{k=1}^{N-1} \bar{F}_{Nk} + \bar{F}_N^{\text{внеш}} \right) \end{cases}$$

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = 0 + \sum \bar{M}_i^{\text{внеш}}$$

$$\sum \frac{d(\bar{r}_i \times \bar{p}_i)}{dt} = \sum \bar{v}_i \times \bar{p}_i + \sum \bar{r}_i \times \frac{d\bar{p}_i}{dt} \quad \left| \begin{array}{l} \bar{r}_i \times \bar{F}_{ik} + \bar{r}_k \times \bar{F}_{ki} = (\bar{r}_i - \bar{r}_k) \times \bar{F}_{ik} = 0 \\ \bar{F}_{ik} = -\bar{F}_{ki} \end{array} \right.$$

↑
параллельны

↑
↑
параллельны