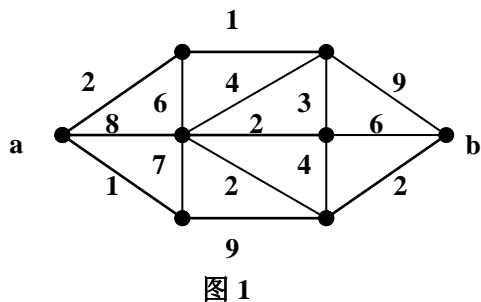


2017 年图论课程练习题

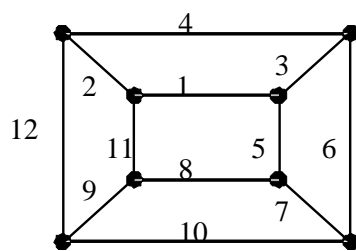
一. 填空题

1. 图 1 中顶点 a 到顶点 b 的距离 $d(a,b)=$ _____。



2. 已知图 G 的邻接矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 则 G 中长度为 2 的途径总条数为_____。

3. 图 2 中最小生成树 T 的权值 $W(T)=$ _____。



4. 图 3 的最优欧拉环游的权值为_____。

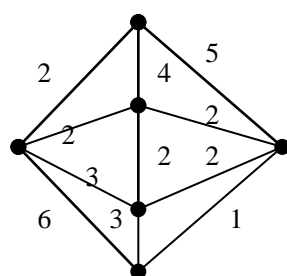


图 3

5. 树叶带权分别为 1, 2, 4, 5, 6, 8 的最优二元树权值为_____。

二. 单项选择

1. 关于图的度序列, 下列说法正确的是()

(A) 对任意一个非负整数序列来说, 它都是某图的度序列;

(B) 若非负整数序列 $\pi = (d_1, d_2, \dots, d_n)$ 满足 $\sum_{i=1}^n d_i$ 为偶数, 则它一定是图序列;

(C) 若图 G 度弱于图 H, 则图 G 的边数小于等于图 H 的边数;

(D) 如果图 G 的顶点总度数大于或等于图 H 的顶点总度数, 则图 G 度优于图 H。

2. 关于图的割点与割边, 下列说法正确的是()

(A) 有割边的图一定有割点;

(B) 有割点的图一定有割边;

(C) 有割边的简单图一定有割点;

(D) 割边不在图的任一圈中。

3. 设 $k(G)$, $\lambda(G)$, $\delta(G)$ 分别表示图 G 的点连通度, 边连通度和最小度。

下面说法错误的是()

- (A) 存在图 G ，使得 $k(G) = \delta(G) = \lambda(G)$ ；
- (B) 存在图 G ，使得 $k(G) < \lambda(G) < \delta(G)$ ；
- (C) 设 G 是 n 阶简单图，若 $\delta(G) \geq \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$ ，则 G 连通，且 $\lambda(G) = \delta(G)$ ；
- (D) 图 G 是 k 连通的，则 G 的连通度为 k 。

4. 关于哈密尔顿图，下列命题错误的是()

- (A) 彼得森图是非哈密尔顿图；
- (B) 若图 G 的闭包是哈密尔顿图，则其闭包一定是完全图；
- (C) 若图 G 的阶数至少为 3 且闭包是完全图，则图 G 是哈密尔顿图；
- (D) 设 G 是三阶以上简单图，若 G 中任意两个不邻接点 u 与 v ，满足 $d(u) + d(v) \geq n$ ，则 G 是哈密尔顿图。

5. 下列说法错误的是()

- (A) 有完美匹配的三正则图一定没有割边；
- (B) 没有割边的三正则图一定存在完美匹配；
- (C) 任意一个具有哈密尔顿圈的三正则图可以 1 因子分解；
- (D) 完全图 K_{2n+1} 是 n 个哈密尔顿圈的和。

三、 设无向图 G 有 10 条边，3 度与 4 度顶点各 2 个，其余顶点度数均小于 3，问 G 中至少有几个顶点？在最少顶点数的情况下，写出 G 的度序列，该度序列是一个图序列吗？。

四、求完全图 K_n 的邻接谱。

五、求证：一棵非平凡树至少有两片树叶。

六、求证对于 $1 \leq m \leq \frac{n}{2}$ 的图 $C_{m,n} = K_m \vee (\bar{K}_m + K_{n-2m})$ 是非哈密尔顿图。

七、求证：设 l 是赋权完全偶图 G 的可行顶点标号，如果其相等子图 G_l 存在完美匹配 M^* ，则 M^* 是 G 的最优匹配。

八、设简单可平面图 G 有 10 个 4 度顶点和 8 个 5 度顶点，其余顶点度数均为 7。求 7 度顶点的最大可能数量。

九、求下图 G 的色多项式 $P_k(G)$ ，并求出点色数。

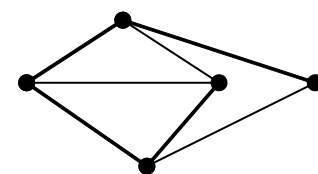


图 G

十、一家公司计划建造一个动物园，他们打算饲养下面这些动物：狒狒(b)、狐狸(f)、山羊(g)、土狼(h)、非洲大羚羊(k)、狮子(l)、豪猪(p)、兔子(r)、鼯鼠(s)、羚羊(w)和斑马(z)。根据经验，动物的饮食习惯为：狒狒喜欢吃山羊、非洲大羚羊、兔子和鼯鼠；狐狸喜欢吃山羊、豪猪、兔子和鼯鼠；土狼喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；狮子喜欢吃山羊、非洲大羚羊、羚羊和斑马；豪猪喜欢吃鼯鼠和兔子；而其余的则喜欢吃虫子、蚯蚓、草或其它植物。公司将饲养这些动物，希望它们能自由活动但不能相互捕食。求这些动物的一个分组，使得需要的围栏数最少。(要求用图论方法求解)