AMS4UE	**Angewandte Mathematik**	**SS 2024 Übung 3**

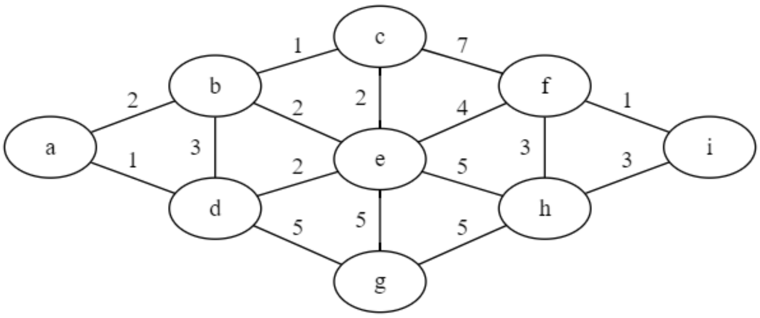
Abgabe: siehe e-learning

☐ **AMS4G1 Beham** **Name** ______________________________ **Aufwand in h** _______

☐ **AMS4G2 Werth** **Punkte** __________________ **Kurzzeichen Tutor** ______________

1. Spannbaum Prim

Suchen Sie einen minimalen Spannbaum mit dem Algorithmus von Prim und stellen Sie diesen dar. Welche Kosten hat dieser?

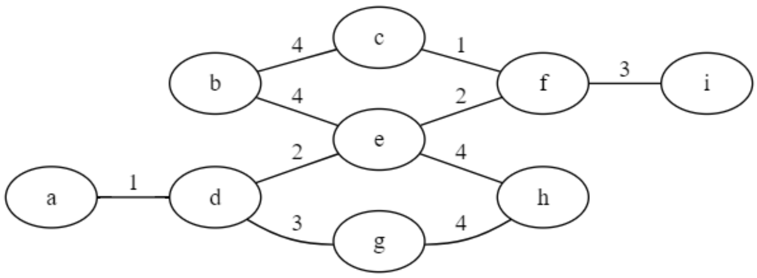


2. Spannbaum Kruskal

Für den Graphen aus Beispiel 1 suchen Sie einen minimalen Spannbaum mit dem Algorithmus von Kruskal und stellen Sie diesen dar. Unterscheidet sich dieser vom Spannbaum in Beispiel 1?

3. Minimale Spannbäume

a) Suchen Sie *alle* minimalen Spannbäume (MST) in folgendem Graph. Welche Kosten weisen diese auf? Stellen Sie die unterschiedlichen MST dar!



b) Gegeben ein minimaler Spannbaum T von einem Graph G. Wie kann geprüft werden ob es weitere MST in G gibt oder ob T einzigartig ist?

4. Die MST-Heuristik für das TSP

Eine bewährte Methode gute (wenn auch nicht optimale) Rundreisen zu finden, fußt auf minimalen Spannbäumen. Bilden Sie für den Graphen G (siehe Code unten), eine solche heuristische Rundreise mittels MST-Heuristik. Ermitteln Sie dazu:

1. einen Minimalen Spannbaum MST
2. einen gerichteten Graphen G2 bei dem jede Verbindung in MST durch eine Hin- und eine Zurückkante dargestellt wird
3. einen Eulerkreis k in G2 der in Linz beginnt und endet
4. einen Hamiltonkreis r in G in dem Sie k folgen und bereits besuchte Knoten überspringen

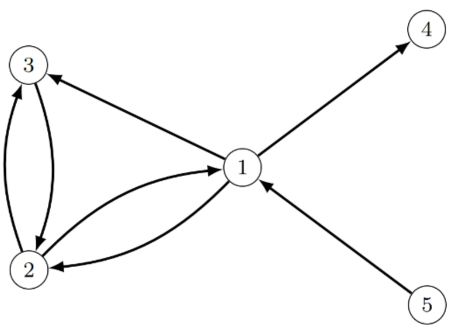
```
G = nx.Graph()
G.add_weighted_edges_from([
    ("Wien", "Linz",184.4),
    ("Wien", "Hagenberg",180),
    ("Wien", "Graz",200.1),
    ("Wien", "Salzburg",295),
    ("Wien", "Steyr",166),
    ("Wien", "Wels",197),
    ("Linz", "Hagenberg",23),
    ("Linz", "Graz",220.9),
    ("Linz", "Salzburg",132.5),
    ("Linz", "Wels",132.5),
    ("Linz", "Steyr",132.5),
    ("Salzburg", "Steyr",134),
    ("Salzburg", "Graz",296),
    ("Salzburg", "Wels",108),
    ("Salzburg", "Hagenberg",155),
    ("Graz", "Steyr",191),
    ("Graz", "Wels",196),
    ("Graz", "Hagenberg",243),
    ("Wels", "Steyr",45.2),
    ("Wels", "Hagenberg",57.2),
    ("Steyr", "Hagenberg",43.6)
])
```

5. Minimale Spannbäume in gerichteten Graphen

Recherchieren Sie nach minimalen Spannbäumen für gerichtete Graphen. Sind die Algorithmen von Prim und Kruskal für gerichtete Graphen anwendbar? Warum (nicht)?

6. PageRank

Bestimmen Sie die Matrizen $\tilde{A}, \hat{A}$ und M für den Dämpfungsfaktor $d = 0.75$ und stellen Sie diese dar.



Berechnen Sie den PageRank, geben Sie den Vektor R nach den ersten 3 Iterationen aus dem Potenzverfahren an (Initialwert R_0, R_1, R_2, R_3) wobei die Zahl im Index für die Iteration steht.

Was bedeutet der PageRank?

7. Page Rank als Simulation

Aurora hat in der *Küche* zu viel Katzengras erwischt und ist dementsprechend berauscht.
Sie können die Katze im untenstehenden Routinggraph der Wohnung Ihres Übungsleiters als „Random cat-agent" annehmen, der in jedem Zeitschritt zufällige Kanten wählt (auch *zurück*).
Wenn die Katze eines der drei Katzenbetten erreicht, legt sie sich dort schlafen (*Katzenbetten* sind Senken)

In welchem Bett wird Sie die Katze mit welcher Wahrscheinlichkeit nach einer sehr großen Anzahl an Zeitschritten auffinden? Nach wie vielen Iterationen beträgt die Gesamtwahrscheinlichkeit, dass die Katze irgendein Bett erreicht, hat über 30 %?