efrei

PARIS PANTHÉON-ASSAS UNIVERSITÉ

Chapitre 3

Dynamique relativiste

23-24

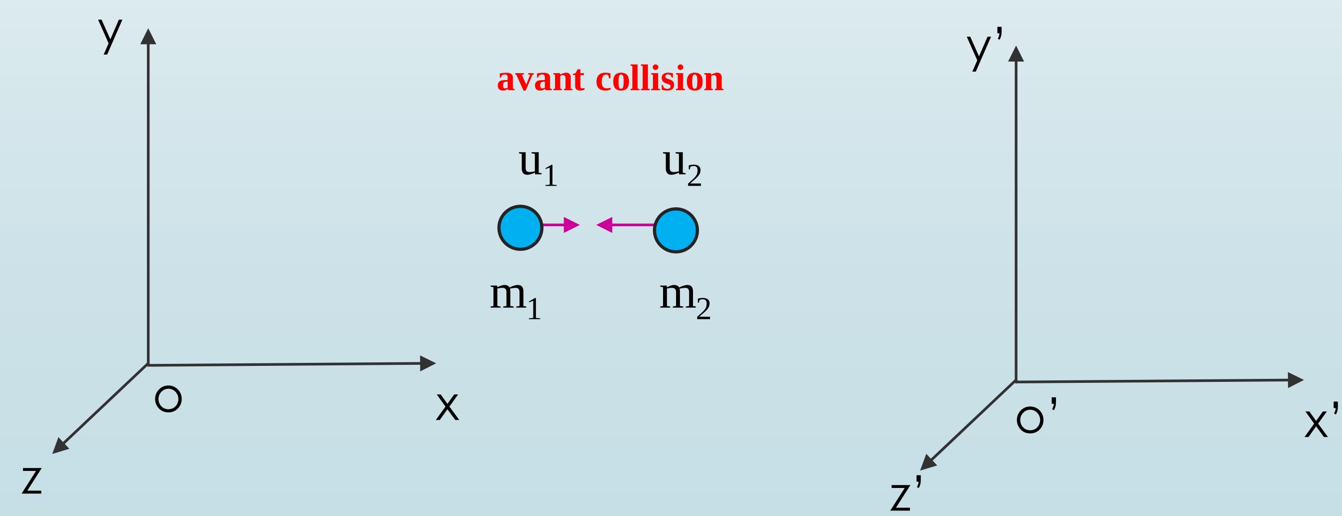
Plan :

1. Masse et quantité de mouvement en relativité
2. Energie relativiste totale

3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

Dans la théorie de la mécanique classique, **la masse est constante**, **c'est-à-dire absolue.**

On considère 2 observateurs qui, observent chacun dans un référentiel une **collision élastique** (**conservations quantité de mouvement et énergie cinétique**) entre 2 particules



3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

En mécanique Newtonienne, le principe de conservation de la quantité de mouvement est respecté

la quantité de mouvement totale est la même avant et après la collision et dans les deux référentiels

Pour rappel : $\boxed{\vec{p} = m.\vec{v}}$

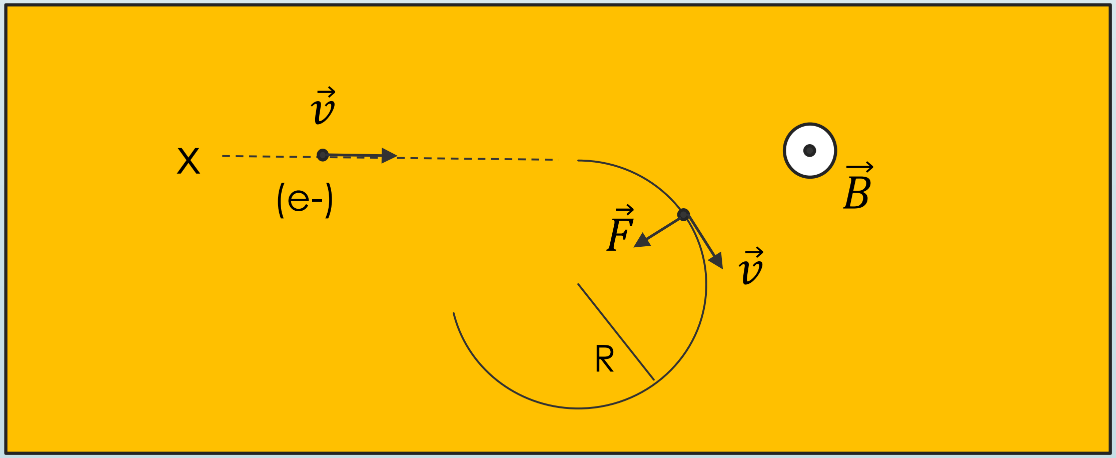
Mais la quantité de mouvement n'est pas conservée par les Transformation de Lorentz (dans la relativité restreinte pour des observateurs se trouvant dans des référentiels inertiel différents la vitesse d'une particule n'est pas la même et donc la quantité de mouvement n'est pas conservée)

3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

Expérience de Bertozzi:

Le principe de l'expérience repose sur le mouvement d'une particule chargée placée dans un champ magnétique permanent.

Le champ magnétique affecte la trajectoire de la particule : en effet, dans la région du champ magnétique $\vec{B}$, l'électron est soumis à l'action de la force centripète qui modifie sa trajectoire en une courbe.



3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

En effet les électrons accélérés avec une différence de potentiel, arrivent avec une certaine vitesse v, et vont être soumis à une force centripète :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \qquad \vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow (\sin 90 = 1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\|\vec{F}\| = qvB}$$

Cette force donne aux électrons une trajectoire circulaire.

D'après la deuxième loi de Newton: $\boxed{F = m\frac{v^2}{R}}$

$$\Rightarrow qvB = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow \boxed{R = \frac{mv}{qB}}$$

3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

$$R = \frac{mv}{qB}$$

R est proportionnel à v et donc varie selon v : ➡ $v \nearrow\nearrow$ si $R \nearrow\nearrow$

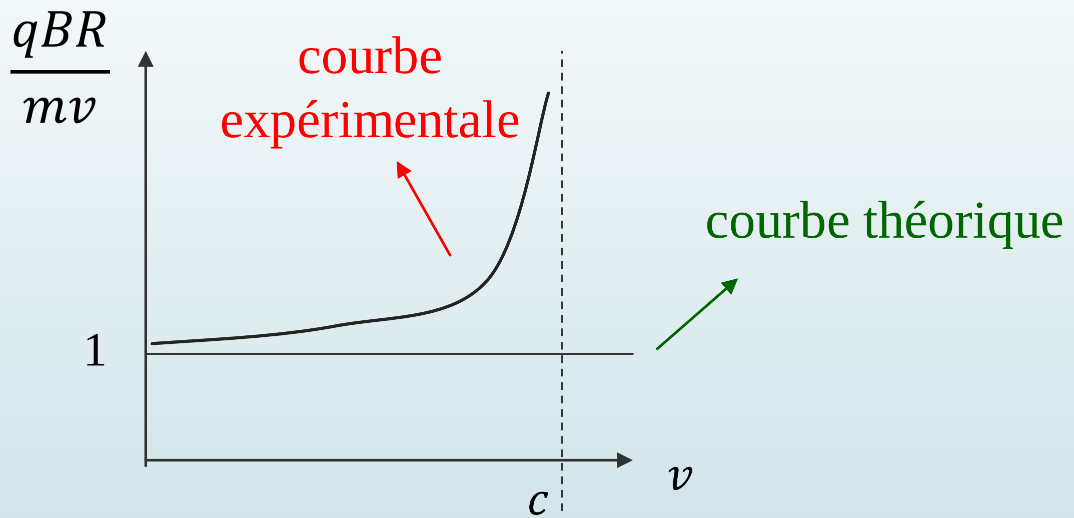
$v \searrow\searrow$ si $R \searrow\searrow$

R et v varie tel que : $\boxed{\frac{qBR}{mv} = 1}$

Bertozzi s'attendait donc à avoir une **ligne droite** tel que $\frac{qBR}{mv} = 1$ lorsque v varie (quand l'accélération des électrons change)

3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

Le résultat obtenu est la courbe expérimentale ci dessous :



Il a remarqué que la **masse** est le seul paramètre qui peut *varier*

À une valeur de vitesse donnée et à B donnée; R est constante et q constante, il faut donc que la masse change pour que l'ordonnée ne soit pas toujours égale à 1.

3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

Expérimentalement Bertozzi trouve que cette courbe correspond à :

$$\boxed{\frac{qBR}{m_0 v} = \gamma \neq 1}$$

m_0 masse classique (masse au repos de l'électron)

masse relativiste

$$\frac{qBR}{v} = \boldsymbol{m_0\gamma = m}$$

$\boxed{\boldsymbol{m = m_0\gamma}}$ avec $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ ➡ $\boxed{m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}}$

3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

Au repos, $v = 0$ ➡ $m = m_0$

Pour des vitesses très faibles, $v = 0.001c$ ➡ $m \sim m_0$

Ainsi pour des grandes vitesses m augmente : $\boxed{m = m_0\gamma}$

- **L'expression de l'impulsion ou quantité de mouvement relativiste est** :

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{v} = \gamma m_0 \vec{v}}$$

Cette équation définie la quantité de mouvement pour toute les vitesses physiquement possibles

Dans le cas $v <<< c$ cette équation se réduit à la définition Newtonienne ou classique de la quantité de mouvement :

$\gamma \rightarrow 1$ et $m = m_0 \rightarrow \vec{p} = m_0 \vec{v}$ *m_0 : masse classique (au repos)*

Rappel : vitesse objet "relativiste"

On rappelle qu'en général, on considère qu'un objet est "relativiste", c'est-à-dire qu'il doit être étudié en utilisant les lois de la relativité restreinte, **lorsque sa vitesse v est supérieure à un dixième de la vitesse de la lumière dans le vide c, soit $v > 0.1c$.**

Donc :

- si $v > 0.1c$, **on applique les lois de la relativité restreinte**
- si $v < 0.1c$, **on applique les lois Newtonienne, c'est-à-dire la physique classique.**

3.1 – Masse et quantité de mouvement en relativité

Le changement de masse et de quantité de mouvement nécessite une modification de la deuxième loi de Newton

$$\vec{P} = m\vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = (\gamma \cdot m_0)\vec{v}$$

avec

$$\vec{P}\begin{cases} P_x = (\gamma \cdot m_0)v_x \\ P_y = (\gamma \cdot m_0)v_y \\ P_z = (\gamma \cdot m_0)v_z \end{cases}$$

ou

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

et

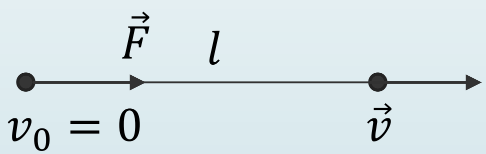
$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

3.2 - Energie relativiste totale

Soit une masse m_0 se déplaçant à une vitesse v, en mécanique classique l'énergie cinétique est définie par:

$$E_c = \frac{1}{2} m_0 v^2 = T$$

Cette énergie est donnée par le travail mécanique fourni pour donner à la masse m_0 la vitesse v partant du repos



$$\mathrm{T} = \int_0^l \vec{F}.\overrightarrow{dl} = \int_0^l \frac{\overrightarrow{dp}}{dt}.\overrightarrow{dl} = \int_0^l \frac{d(m_0\overrightarrow{v})}{dt}.\overrightarrow{dl} = \int_0^l m_0 \frac{d(\overrightarrow{v})}{dt}.\overrightarrow{dl}$$

$\vec{v}$

$$= \int_0^v m_0 \overrightarrow{v}\,\overrightarrow{dv} = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

m_0 constante

3.2 - Energie relativiste totale

Si $\boldsymbol{m}$ n'est plus une constante (relativité restreinte) et, selon la deuxième loi de Newton, la force $\vec{F}$ s'écrit :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d}{dt}(\gamma \cdot m_0)\vec{v}$$

Puisque $\boldsymbol{m}$ n'est plus une constante

$$\mathrm{T} = \int_0^l \vec{F}.\overrightarrow{dl} = \int_0^l \frac{\overrightarrow{dp}}{dt}.\overrightarrow{dl} = \int_0^l \frac{d(\overrightarrow{mv})}{dt}.\overrightarrow{dl}$$

$\vec{v}$

$$= \int_0^l \vec{v}.(md\vec{v} + \vec{v}dm)$$

$\boxed{\boldsymbol{m} \text{ et } v \text{ varient}}$ **(relativité restreinte)**

3.2 - Energie relativiste totale

$$\mathrm{T} = \int_0^l \vec{v}.(md\vec{v} + \vec{v}dm)$$

$m = \gamma m_0$ ➡ $m = \dfrac{m_0}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$ ➡ $m^2\left(1 - \dfrac{v^2}{c^2}\right) = m_0^2$

$$m^2c^2 - m^2v^2 = m_0^2c^2 = \text{cte}$$

La différentiel de cette expression donne :

$$2\mathrm{m}c^2dm - 2mv^2dm - 2m^2vdv = 0$$

$$c^2dm = v(vdm + mdv)$$

3.2 - Energie relativiste totale

$$T = \int_0^l \vec{v}.(md\vec{v} + \vec{v}dm)$$

$$\boxed{c^2dm = v(vdm + mdv)}$$

$$T = \int_{m_0}^{m} c^2dm = c^2(m - m_0)$$

$$\boxed{T = mc^2 - m_0c^2}$$

$E_0 = m_0c^2$ est l'énergie associé à la masse au repos, elle correspond à l'énergie interne de la particule

$$\boxed{E = mc^2 = T + m_0c^2}$$

Est l'énergie relativiste totale de la particule en mouvement

3.2 - Energie relativiste totale

L'équation $\mathbf{E} = \boldsymbol{mc^2}$ exprime l'équivalence entre la masse et l'énergie et correspond à l'énergie relativiste totale

$$\boxed{\mathrm{E} = T + E_0}$$

$$E_{\text{totale}} = E_{\text{cinétique}} + E_{\text{au repos}}$$

$$\boxed{mc^2 = T + m_0c^2}$$

$$T = mc^2 - m_0c^2 \quad \text{or} \quad m = \gamma m_0$$

$$T = \gamma m_0c^2 - m_0c^2$$

$$\boxed{T = m_0c^2(\gamma - 1)}$$

L'énergie cinétique relativiste d'une particule n'a pas la même forme que l'énergie cinétique classique

3.2 - Energie relativiste totale

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)}} \Rightarrow m^2\left[1-\left(\frac{v^2}{c^2}\right)\right] = m_0^2$$

$$\left(\times c^4\right) \Rightarrow m^2c^4 - m^2v^2c^2 = m_0^2c^4$$

On a $\mathrm{p} = \mathrm{mv}$, $\mathrm{E}_0 = m_0c^2$ et $\mathrm{E} = mc^2$

$$\Rightarrow E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4$$

$$\boxed{\Rightarrow E^2 = p^2c^2 + E_0^2}$$

Relation reliant l'énergie relativiste totale de la particule en mouvement et la quantité de mouvement

Unité :

931.5

Dans le SI, l'énergie est en joule (J)

$$1\ u.m.a. = 1.67 \times 10^{-27} kg$$

masse d'un proton

Pour l'énergie, on utilise l'eV

$$1\ eV = 1.6 \times 10^{-19} J$$

$$1\ KeV = 10^{3} eV$$
$$1\ MeV = 10^{6} eV$$
$$1\ GeV = 10^{9} eV$$

L'u.m.a. peut être exprimé par MeV/c^2

$$E = m_0 c^2 = \frac{1.67 \times 10^{-27} \times (3 \times 10^{8})^2}{1.6 \times 10^{-19}} = 931.5 \times 10^{6} eV = 931.5\ MeV$$

$$= mc^2$$

$$m = \frac{931.5\ MeV}{c^2}$$

$$1 u.m.a = \frac{931.5\ MeV}{c^2}$$