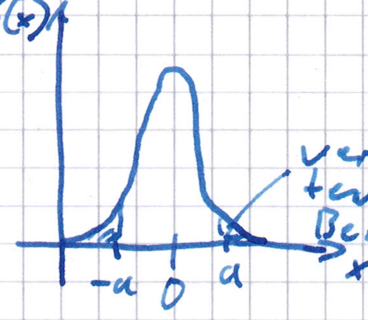
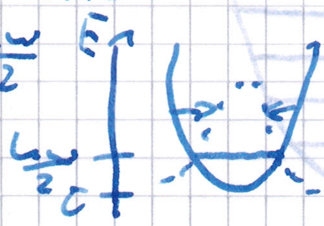
24.04

Theo-VL

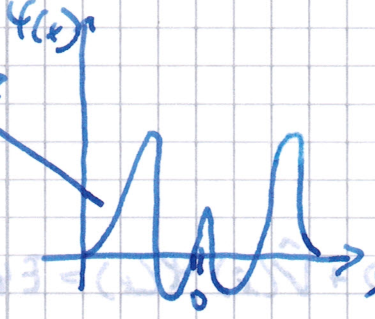


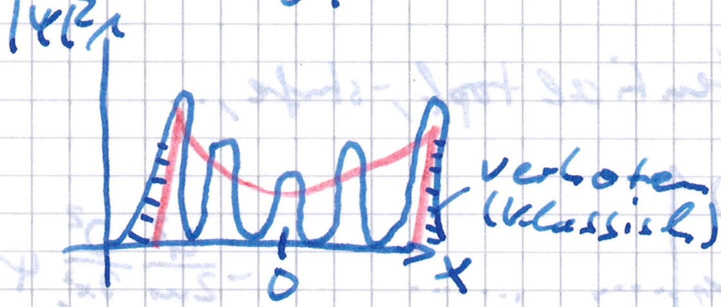
$$\Psi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}a}} e^{-\frac{x^2}{2a^2}} \qquad a = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

$$E_0 = \frac{\hbar\omega}{2}$$



Das soll symmetrisch (um 0) sein





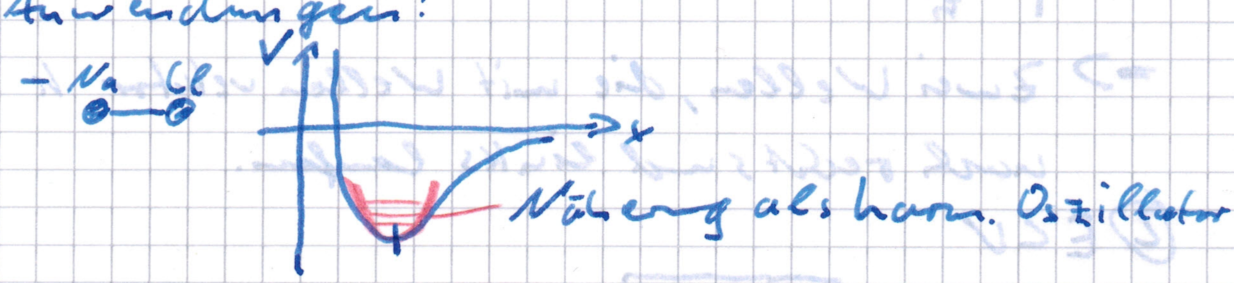
Die Ausdehnung des Teilchens in QM harmonischen Oszillators wird mit steigendem n größer.

Die Wahrscheinlichkeit das Teilchen zu finden wird für große n maximal nahe x_{max} in Analogie zum klassischen Oszillator

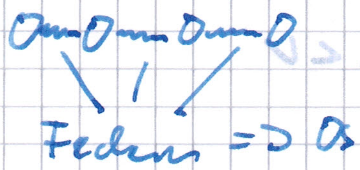
Das Teilchen außerhalb von $-x_{max}$ – x_{max} zu finden ist NICHT null!

Anwendungen:

– Na Cl

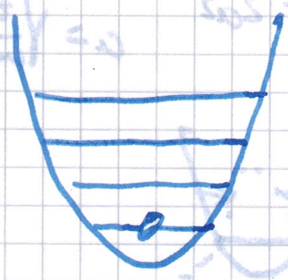


– Festkörper

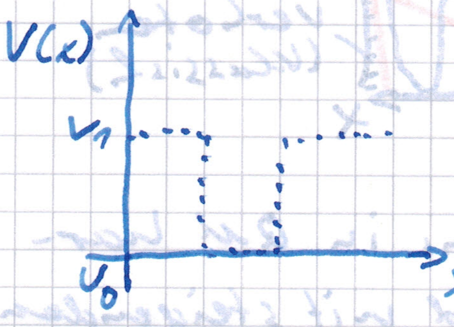


Phononen/Schallwellen

- Atome fangen



Potentialtopf, -stufe, ...



$$-\underbrace{\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}}_{T}\Psi(x) + \hat{V}(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

$$\Rightarrow -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\Psi(x) + (V-E)\Psi(x) = 0$$

Allgemeine Lsg.:

$$\Psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \qquad \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E - V$$

$A, B = \text{const.}$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}}$$

1) $E > V$

$$k = \sqrt{\frac{2m(E-V)}{\hbar^2}} \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ Zwei Wellen, die mit Wellenvektor k nach rechts und links laufen.

2) $E < V$

$$k = i\varkappa = i\sqrt{\frac{2m(V-E)}{\hbar^2}}$$

$$\Psi(x) = Ae^{-\varkappa x} + Be^{\varkappa x}$$

$\rightarrow$ klassisch verboten, da $E < V$

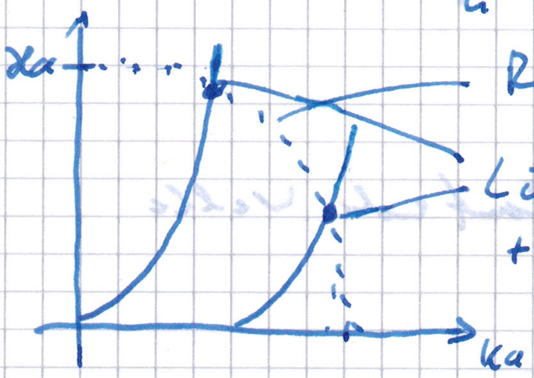
② Fall $B = 0$

$$\psi_{II}(x) = A\sin(kx) \Rightarrow D_I = -A_{I'}$$

$$k\cot(ka) = -\varkappa$$

Formeln für k und $\varkappa$ umformen und über E einsetzen gibt:

$$k^2a^2 + \varkappa^2a^2 = \frac{2mV_0}{\hbar^2}a^2$$



Kleinstmögliche Potentialtiefe für 2 gebundene Zustände:

$$\frac{a^2 \cdot 2mV_0}{\hbar^2} > \frac{\hbar^2}{4}$$

$\underline{E > V_0}$

Zone I':

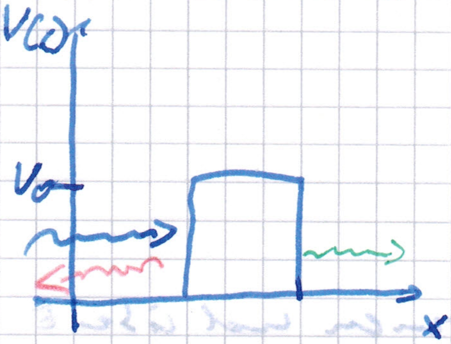
$$\psi_{I'}(x) = A_{I'}\sin(k_1x) + B_{I'}\cos(k_1x) \qquad k_1 = \sqrt{\frac{2m(E-V_0)}{\hbar}}$$

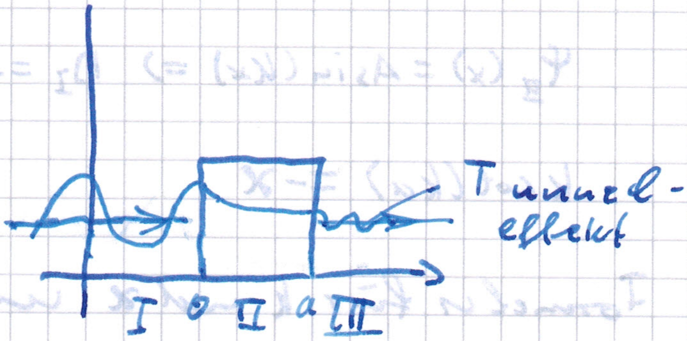
Zone I: analog zu I'

Zone II:

$$\psi_{II}(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$$

Potential barriere





Ansatz:

Einlaufende Welle

$\Psi_I = A_I e^{ikx} + B_I e^{-ikx}$ — reflektierte Welle

$\Psi_{II} = A_{II} e^{-\varkappa x} + B_{II} e^{\varkappa x}$

$\Psi_{III} = A_{III} e^{ikx}$ — auslaufende Welle