QUANTENMECHANIK, BLATT 5, SOMMERSEMESTER 2015, C. KOLLATH

Abgabe Di 12.5. vor der Vorlesung. Besprechung 15.5

I. POTENTIALSTUFE

Betrachten Sie eine Potentialstufe wie in der Vorlesung diskutiert.

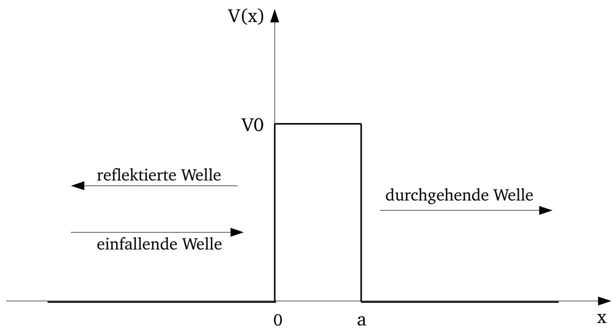

FIG. 1. Sketch der Potentialstufe

(a) Berechnen Sie die Reflektions- und Transmissionskoeffizienten für den Fall $E < V_0$ und $E > V_0$. Folgen Sie dabei den in der Vorlesung angegebenen Schritten.

II. GEBUNDENE ZUSTÄNDE EINES δ- POTENTIAL

Wir betrachten ein Teilchen der Masse m, welches sich in einer Dimension in dem Potential

$$V(x) = V_0 \delta(x)$$

mit $V_0 < 0$ bewegt. Bestimmen Sie die gebundenen Zustände und ihre zugehörigen Eigenenergien und Eigenfunktionen $\Psi(x)$. Wieviele gebundene Zustände gibt es? Skizzieren Sie die Wellenfunktionen.

Hinweis: Machen Sie einen Ansatz für $\Psi(x)$ mit $E < 0$ und benutzten Sie die Randbedingungen bei $x \to \pm\infty$, um diesen Ansatz zu vereinfachen. Leiten Sie die Anschlussbedingungen an $x = 0$ her, indem Sie die Schrödingergleichung zwischen $x = -\epsilon$ und $x = \epsilon$ integrieren und eine Bedingung für die Unstetigkeit der Ableitung im Limes $\epsilon \to 0$ herleiten. Die Funktion selbst ist stetig an $x = 0$.

III. GEBUNDENE ZUSTÄNDE VON ZWEI δ-POTENTIALEN

Wir betrachten ein Teilchen der Masse m, welches sich in einer Dimension in dem Potential

$$V(x) = V_0\left[\delta(x+a) + \delta(x-a)\right], \text{ mit } V_0 < 0 \text{ und } a > 0\text{bewegt.}$$

Wir möchten die gebundenen Zustände bestimmen und benutzten den Ansatz:

$$\psi_\pm(x) = \begin{cases} Ae^{\kappa x} + A'e^{-\kappa x} & \text{für } x \le -a \\ Be^{\kappa x} \pm Be^{-\kappa x} & \text{für } -a \le x \le a \\ \pm Ae^{-\kappa x} \pm A'e^{\kappa x} & \text{für } a \le x \end{cases}$$

(a) Benutzten Sie die Randbedingungen bei $x \to \pm\infty$, um diesen Ansatz zu vereinfachen.

(b) Bestimmen Sie eine Gleichung, die A und B in Verbindung setzt.

(c) Benutzten Sie die Anschlussbedingungen am Punkt $x = \pm a$ und leiten Sie die Gleichung $e^{-2ka} = \pm(1 + 2k/\mu)$ mit $\mu = 2mV_0/\hbar^2$ her.

(d) Lösen Sie diese Gleichung graphisch und zeigen Sie, dass für $a > a_{min}$ ein angeregter Zustand existiert. Bestimmen Sie a_{min}.

(e) Zeichnen Sie die Wellenfunktionen vom Grund- und angeregten Zustand.

IV. ADJUNGIEREN

Bestimmen Sie den Typ (Skalar, Zustand, Operator) und das Adjungierte der angegebenen Ausdrücke :

(a) $(\hat{A} + \lambda\hat{B}^\dagger)\,|\psi_1\rangle$

(b) $\hat{A}\,|\psi_1\rangle\,\langle\psi_2|\,\lambda\hat{B}\hat{C}$

(c) $\langle\psi_1|\,\hat{A}\,|\psi_2\rangle\,|\psi_1\rangle$

(d) $\langle\psi_2|\,\hat{A}\hat{B}^\dagger\hat{C}^\dagger\,|\psi_1\rangle$

(e) $\langle\psi_2|\,(\hat{C} + \hat{D}^\dagger)(\hat{A} - i\hat{B})\,|\psi_1\rangle$.

Hierbei sind $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, \hat{D}$ Operatoren, $|\psi_{1,2}\rangle$ Zustände und λ eine komplexe Zahl.