

DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

AER 2430 - VIBRATIONS ET SYSTÈMES AÉRONAUTIQUE

HIVER 2021

LABORATOIRE II

ANALYSE MODALE D'UN AVION EN MODE TAXI

18 MARS 2021

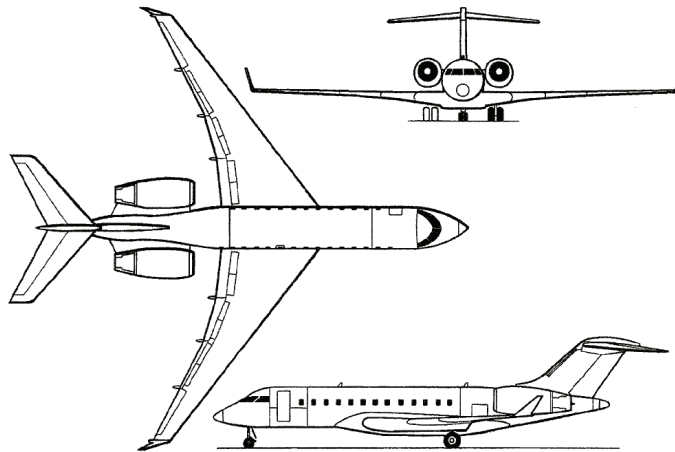
## Directives

Le rapport, les fichiers Python<sub>3</sub> doivent être remis via le site Moodle avant les dates limites précisées sur le calendrier du plan de cours.

La longueur maximale des rapports de laboratoires est de 16 pages (recto) ou bien 8 feuilles (recto-verso). Ceci inclut la page couverture, la table des matières, les graphiques, les annexes, etc. Les pages supplémentaires ne seront pas corrigées.

## Énoncé

Dans ce laboratoire, nous allons étudier le comportement dynamique d'un Global Business Jet en mode taxi. Celui-ci est représenté à la Figure (1). L'analyse dynamique sera basée sur un avion ayant un poids maximum au décollage (MTOW : Maximum Take-Off Weight) de 47500 kg. L'avion roule à une vitesse de 15 noeuds (27.78 km/hr : 1 noeud = 1.852 km/h).



**FIGURE 1.** Global Business Jet

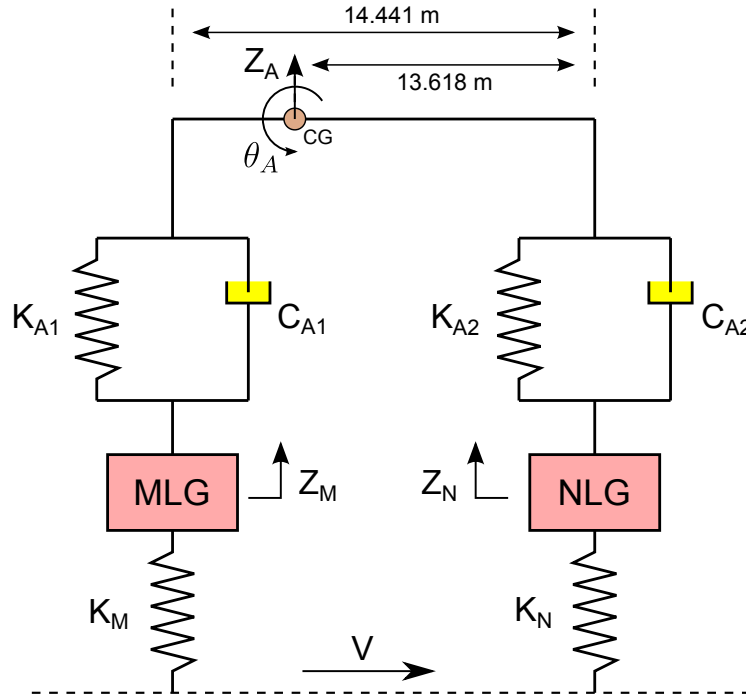
Les différentes masses des composantes de l'avion sont résumées dans le tableau suivant :

**TABLE 1**

Masses des composantes de l'avion

	Valeurs	Unités
Masse totale de l'avion	47500	kg
Masse de l'avion sans le NLG et le MLG	46266.1	kg
Masse du NLG (Nose Landing Gear)	145.3	kg
Masse du MLG (Main Landing Gear) gauche	544.3	kg
Masse du MLG (Main Landing Gear) droite	544.3	kg
Inertie de l'avion sans le train d'atterrissage	$1.6961 \cdot 10^6$	kg.m <sup>2</sup>

Dans cette analyse dynamique, nous supposons que le rayon effectif des pneus demeure constant tout au long de la phase de taxi. La distance entre le centre du NLG et du MLG est de 14.441m.



**FIGURE 2.** Modèle simplifié à 4 DDL de l'avion sur le tarmac.

La Figure (2) montre un modèle simplifié du système. Comme vous pouvez le constater, nous avons un système à 4 degrés de liberté dont :

1. Le déplacement vertical du NLG.
2. Le déplacement vertical du MLG.
3. Le déplacement vertical de l'avion seul (la caisse).
4. L'angle de tangage de l'avion (pitch).

Étant donné que la vitesse de l'avion est de 15 noeuds, les forces d'inertie exercées sur l'avion sont dominantes par rapport aux forces aérodynamiques. Pour cette raison, les forces aérodynamiques seront négligées dans le cadre de ce laboratoire. Le Tableau (2a) contient les valeurs des rigidités du système lorsque l'avion est soumis à la pesanteur. Les coefficients d'amortissement du MLG et du NLG sont donnés dans le Tableau (2b).

Finalement, le *taxiway* est de forme sinusoïdale tel que montré à la Figure (3)

**TABLE 2a**

Valeurs des Rigidités du modèle en N/m

	Valeurs
NLG Tires	1732578
NLG Airspring	46266.1
MLG Tires gauche	3891698
MLG Airspring gauche	2895315
MLG Tires droit	3891698
MLG Airspring droit	2895315

## 1 Équations couplées

Dans cette section, vous allez développer les équations du mouvement du système et les résoudre à l'aide de Python<sub>3</sub>.

- Déterminer l'expression des excitations du NLG et du MLG dues à la forme sinusoïdale de la route (voir Figure(3)). On notera respectivement ces excitations par  $\mathbf{Z}_{av}$  et  $\mathbf{Z}_{ar}$ .
- Développer les équations du mouvement couplées du système à quatre degrés de liberté. Spécifiez les hypothèses utilisées. Explicitiez alors les matrices  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{K}$ .
- Déterminer à l'aide de la commande `scipy.linalg.eig(K,M)` sous Python<sub>3</sub> les valeurs propres et les vecteurs propres du système. Déterminez les fréquences naturelles du système non amorti et les ratios d'amortissement. Calculez les fréquences propres amorties.
- Illustrer graphiquement les modes propres (non amortis). Pour chaque mode, vous devez illustrer deux états de la structure correspondant au déplacement maximal vers le haut et maximal vers le bas. Vous aurez donc 8 schémas à faire.
- Construire un modèle Python<sub>3</sub> et déterminer la réponse du système en fonction du temps. Analyser les résultats obtenus.
- Pour ce système à plusieurs degrés de liberté avec forçage harmonique, déterminez à l'aide de Python<sub>3</sub> **les amplitudes maximales** et **les déphasages par rapport au forçage du train avant** des quatre degrés de liberté en fonction de la fréquence d'excitation ( $X_i = f(\omega)$ ). Vous placerez sur le graphique les amplitudes maximales de chaque DDL une fois le régime permanent atteint de la question précédente.
- L'avion s'arrête à l'entrée de la piste et s'apprête au décollage. Avant d'avoir reçu l'autorisation de la tour de contrôle, une forte rafale agit sur l'avion. On peut traduire cette rafale par des conditions initiales  $\dot{Z}_A = 40 \text{ cm/s}$  et  $\dot{\theta}_A = 0.1 \text{ rad/s}$ . En supposant toutes les autres conditions initiales nulles, déterminer la réponse du système.

**TABLE 2b**

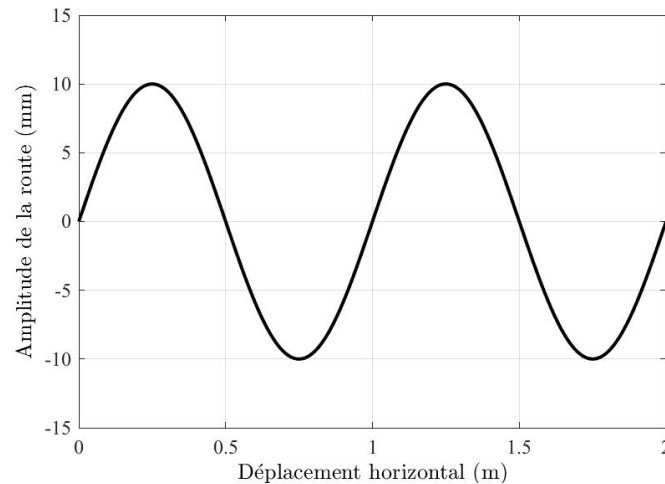
Valeurs des Amortisseurs du modèle en N.s/m

	Valeurs
NLG Tires	0
NLG Oleo	2962
MLG Tires gauche	0
MLG Oleo gauche	13328
MLG Tires droit	0
MLG Oleo droit	13328

## 2 Équations modales découplées

Dans cette section, vous allez découpler vos équations et résoudre chacune dans le plan modal.

- a) On va utiliser un abaissement d'ordre pour prendre en compte le fait que la matrice amortissement n'est pas une combinaison linéaire des matrices  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$  (voir Chapitre 6, section 6.2 des notes de cours). Dans ce cas, on obtient un système de deux fois le rang du système initial. Les vecteurs propres et valeurs propres obtenues sont les modes propres amortis ainsi que les carrés des fréquences propres amorties. Ces paramètres permettent de déterminer les caractéristiques dynamiques ainsi que les déphasages entre degrés de liberté induits par l'amortissement. Analyser et interpréter les vecteurs et valeurs propres. Comparer vos résultats avec ceux de la question f.
- b) Une fois diagonalisé, nous obtenons un système de 8 EDO (Équations Différentielles Ordinaires) découplées à résoudre. Utilisez un modèle Python<sub>3</sub> à un ddl en bouclant sur les 8 ddl de ce système pour déterminer la réponse modale de votre système. Chaque ddl correspond en effet à celui d'un vecteur propre. Analyser et interpréter les résultats.
- c) Connaissant les modes propres et la réponse modale de la question (b), obtenir la réponse du système dans le plan physique et comparer avec la réponse du système couplé obtenue à la question (e) de la partie 1. Analyser les résultats.



**FIGURE 3.** Forme de la route qui suit une forme sinusoïdale.

## CONTENU DU RAPPORT

Vous devez remettre un rapport (version papier) contenant les points suivants :

- **Introduction**

- **Partie 1**

- ⊙ **Question a)**

- ◇ Hypothèses de calculs.
    - ◇ Excitations  $Z_{av}$  et  $Z_{ar}$ .

- ⊙ **Question b)**

- ◇ Hypothèses de calcul.
    - ◇ Les équations du mouvement couplées.
    - ◇ Les matrices  $M$ ,  $C$  et  $K$ .

- ⊙ **Question c)**

- ◇ Les valeurs et vecteurs propres de votre système.
    - ◇ Les fréquences naturelles du système.

- ⊙ **Question d)**

- ◇ Les 8 schémas (2 par mode propre).

⊙ **Question e)**

- ◇ La réponse du système (une courbe par degré de liberté).
- ◇ L'analyse et l'interprétation des résultats.

⊙ **Question f)**

- ◇ Les amplitudes maximales des 4 ddl sur une figure allant de 0 à 120 rad/s.
- ◇ On y superposera les amplitudes obtenues en régime permanent de la question f) à la fréquence de forçage du taxiway.
- ◇ Les déphasages des réponses des 4 ddl par rapport au forçage du train avant sur une figure allant de 0 à 120 rad/s.

⊙ **Question f)**

- ◇ La réponse des 4 ddl de l'avion suite à l'impulsion.
- ◇ L'analyse et l'interprétation des résultats.

• **Partie 2**

⊙ **Question a)**

- ◇ Vecteurs propres et valeurs propres amortis.
- ◇ Les équations modales découplées.
- ◇ Analyse

⊙ **Question b)**

- ◇ La réponse modale du système (une réponse par mode).
- ◇ L'analyse et l'interprétation des résultats.

⊙ **Question c)**

- ◇ La réponse totale du système.
- ◇ Comparaison avec la réponse couplée.
- ◇ Analyse des résultats et discussion.

• **Conclusion**