AER2430
Laboratoire III – Analyse de convergence

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer une analyse de convergence sur les fréquences propres et les modes propres. Dans le cadre du laboratoire III, on présente une de ces méthodes que vous pourriez utiliser dans votre analyse. Cette technique est autant applicable pour la méthode des modes supposés que pour la méthode des éléments finis. L'idée est d'estimer l'erreur de sommation due à un nombre limité d'éléments. En évaluant l'erreur on peut limiter le coût du calcul pour une précision donnée. Idéalement, on voudrait comparer à la solution convergée (nombre infini de modes). Ici on propose d'augmenter la résolution en augmentant le nombre de modes.

1 Analyse de convergence des fréquences propres

Supposons que vous avez fait votre analyse ayant choisi N modes (ou en utilisant N éléments). On note par $\omega_i(N)$ la fréquence du $\mathrm{i}^{\text{ème}}$ mode avec cette analyse à N modes, éléments.

Vous devez alors répéter cette analyse en assumant $2N$ modes (ou en utilisant $2N$ éléments). On considère que les 5 premières fréquences propres ont convergé si :

$$\max_{1\leq i\leq 5}\left(\frac{|\omega_i(2N)-\omega_i(N)|}{\omega_i(N)}\right)\leq \epsilon \tag{1}$$

où ϵ est l'erreur maximale permise. Dans les faits, on compare bien une solution pour N donné avec une solution qui devient de plus en plus convergée quand N croît ($2N$).

À vous de choisir la valeur de ϵ (1%, 0.1%, etc.) tout en le justifiant dans le rapport en fonction du nombre de chiffres significatifs que vous désirez (3,4 ou 5). Si l'équation (1) n'est pas satisfaite, vous devez répéter l'analyse en prenant des valeurs plus grandes de N jusqu'à ce que le niveau d'erreur soit satisfait. Commencez par $N = 5$ puis 10, 20, 40. En doublant à chaque fois, on peut réutiliser la moitié du résultat précédent. Mais ce n'est pas obligatoire.

2 Analyse de convergence des modes propres

Supposons que vous avez fait votre analyse en assumant N modes (ou N éléments). On note par $v_i(N,k)$ la $k^{\text{ème}}$ composante du $i^{\text{ème}}$ avec cette analyse à N modes, éléments.

En utilisant la méthode des moindres carrés, on considère que les 5 premiers modes propres sont convergés si :

$$\max_{1\leq i\leq 5}\left(\frac{\sum_{k=1}^{M}\left[v_i(2N,k)-v_i(N,k)\right]^2}{\sum_{k=1}^{M}\left[v_i(N,k)\right]^2}\right)\leq \delta \tag{2}$$

où M représente le nombre de points de discrétisation de l'aile et δ l'écart maximal permis. Ça sera à vous de choisir la valeur de δ (1%, 0.1%, etc.) tout en le justifiant dans le rapport. Si l'équation (2) n'est pas satisfaite, vous devez répéter l'analyse en prenant des valeurs plus grandes de N jusqu'à ce que le niveau d'erreur soit satisfait.