

Tarea 15

Angel Manrique Pozos Flores; N.C M07211505
Instituto Tecnológico Nacional de México,
Blvd. Industrial, Mesa de Otay, 22430 Tijuana, B.C., México.

12 de abril de 2016

En el presente trabajo se hace una investigación sobre el modelo del filtro de Gabor y el filtro Log-Gabor.

1. Introducción

El filtrado de una imagen con funciones de Gabor está relacionado con los procesos en la corteza visual. Concretamente, son un buen modelo para los campos receptivos de las células simples de la corteza cerebral si se supone que éstas poseen un comportamiento lineal.

Además, los filtros de Gabor se han empleado en el procesamiento digital de imágenes, donde se han mostrado eficientes a la hora de realizar diferentes tareas, tales como segmentación de texturas, compresión, etc

2. Filtro de Gabor

La principal ventaja que se obtiene al introducir la envolvente gaussiana es que las funciones de Gabor están localizadas tanto en el dominio espacial como en el de la frecuencia, a diferencia de lo que ocurre con las funciones sinusoidales, que están perfectamente localizadas en el dominio frecuencial y completamente deslocalizadas en el espacial, las funciones sinusoidales cubren todo el espacio. Por tanto, son funciones más adecuadas para representar una señal conjuntamente en ambos dominios.

Donde la transformada de Fourier de un filtro de Gabor son gaussianas centradas en la frecuencia de la función sinusoidal (siendo estas gaussianas la trans-

formada de Fourier de la gaussiana temporal o espacial). Se puede llegar a este resultado empleando la propiedad de convolución de la Transformada de Fourier, que transforma los productos en convoluciones. Así, la transformada de la respuesta de impulso de Gabor es la convolución de la transformada de la función sinusoidal y de la transformada de la función gaussiana.

Gabor es un filtro pasabanda en 2D, si le asignamos una determinada frecuencia y dirección obtenemos una reducción del ruido a la vez de preservar una dirección de la imagen original. El filtro de Gabor es un filtro lineal cuya respuesta de impulso es una función sinusoidal multiplicada por una función gaussiana.

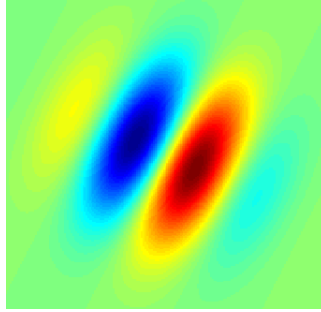


Figura 1: Filtro de Gabor bi-dimensional.

La forma general del filtro de Gabor está dada por la siguiente ecuación:

$$h(x, y, \Theta_k, f, \sigma_x, \sigma_y) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_{\Theta_k}^2}{\sigma_x^2} + \frac{y_{\Theta_k}^2}{\sigma_y^2} \right)} \cdot e^{(i2\pi \cdot f \cdot X_{\Theta_k})} \quad (1)$$

Con valores de $k = 1, \dots, m..$

Donde $X_{\Theta_k} = x \cdot \cos(\Theta_k) + y \cdot \sin(\Theta_k)$ y $Y_{\Theta_k} = -x \cdot \sin(\Theta_k) + y \cdot \cos(\Theta_k)$, f es la frecuencia de la onda sinusoidal plana, que en nuestro caso es la frecuencia de los surcos y crestas, m es la cantidad de orientaciones, Θ_k es la k -ésima orientación del filtro de Gabor y finalmente σ_x y σ_y son las desviaciones estándar de la envolvente Gaussiana a lo largo de los ejes x e y respectivamente.

Para aplicar el filtro de Gabor se requiere de tres parámetros previamente determinados:

- Frecuencia de la onda sinusoidal plana en una dirección dada, la misma es determinada para cada bloque como se detalla en la sección 2.3.

- Orientación del filtro, Θ , para ello debemos cuantizar las distintas direcciones a fin de cubrir todo el espacio entre $[0, \pi]$.
- La desviación standard de la envolvente gaussiana, σ_x y σ_y , las cuales se tomarán de forma empírica.

Gabor se aplica localmente, es decir procesando la huella en bloques de tamaño 16×16 , para cada una de las $m=8$ direcciones, obteniendo un vector con m características g_θ de Gabor, una por cada dirección.

Donde posteriormente se determinan las desviación estándar G como:

$$G = \left(\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m (g_{\theta_k} - \bar{g}_\theta)^2 \right)^{\frac{1}{2}}, \bar{g}_\theta = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m g_{\theta_k} \quad (2)$$

Este valor G es el que se compara contra un umbral G_{TH} , para poder clasificar a un bloque de buena calidad si $G > G_{TH}$ y de mala calidad si $G \leq G_{TH}$.

3. Filtro Log-Gabor

Una funcion alternativa para Gabor es Log-Gabor una funcion propuesta por Filed en 1987, el autor sugiere que las imagenes son mejor codificadas por los filtros cuando se tiene una funcion de transferencia Gaussiana, donde se pretende analizar en la escala de frecuencia logaritmica.

En la escala de una frecuencia lineal la funcion de Log-Gabor tiene una funcion de transferencia de la forma:

$$G(w) = \exp(-\log(w/w_0)^2)/2(\log(k/k_0)^2) \quad (3)$$

Donde w_0 es la frecuencia central del filtro y para obtener la taza de cambio del filtro el termino k/k_0 debe mantenerse casi constante cuando se varia W_0 .

Silvian Fisher propone una version basada en el filtro de Gabor, para poder resolver algunas de las desventajas que complican la funcionalidad del filtro de Gabor, el filtro Log-Gabor basicamente consiste en una transformacion logaritmica en el dominio de Gabor, que elimina los componentes DC localizados en los filtros pasa altas se hace una breve descripcion en la figura 1.

Los filtros de Log-Gabor son usados debido a que presentan 0DC para anchos de banda grandes y ofrecen una distribucion de las caracteristicas de la imagen de

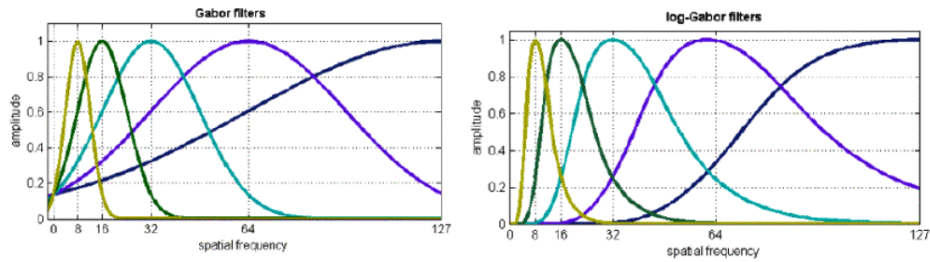


Figura 2: Filtro de Gabor y Filtro de Log-Gabor.

- a) Perfiles de la respuesta en frecuencia de los filtros de Gabor,
- b) El filtro de Log-Gabor donde se observa que la componente en DC a sido minimizada cuando se introducen los logaritmos y las bandas se vuelven menos disconjuntas.

forma logaritmica, las ventajas de tener componentes en 0DC es que la respuesta del filtro no depende del valor medio de la señal, lo cual quiere decirnos que no tendremos una respuesta a un pulso infinito, otro ejemplo es el que se muestra en la figura 2.

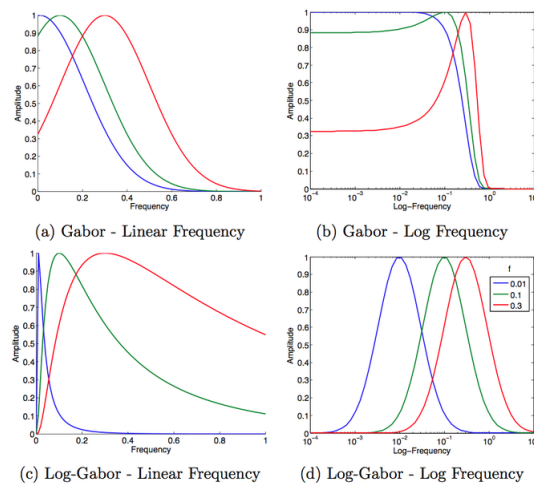


Figura 3: Se observa que el filtro de Gabor presenta una respuesta distinta de cero a frecuencias DC, donde el filtro de Gabor presenta un valor de cero, debido a esto el filtro de Gabor puede sobre representar frecuencias menores, lo cual es particularmente evidente en el dominio logaritmico.

4. Bibliografía

- 1 Fischer, S., Cristóbal G., and Redondo, R., “Sparse overcomplete Gabor Wavelet representation based on local competitions”, IEEE Trans. on Image Processing, 15, pp. 265-272, 2006
 - 2 Fischer, S., Sroubek, F., Perrinet, L., Redondo, R. and Cristóbal, G., “Self invertible Gabor wavelets”, International Journal of Computer Vision, 75, pp. 231-246, 2007
 - 3 Fischer, S., Redondo, R. and Cristobal, G. “How to construct Log-Gabor filters”, Open Access Digital CSIC Document, 2009
- Filtros de Gabor.
(<http://tinyurl.com/gtmhh5j>)
 - Log-Gabor Filters.
(<http://tinyurl.com/zvakttk>)
 - Difference between Gabor and log-Gabor function.
(<http://tinyurl.com/hxof3bn>)