

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего  
образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №2

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант 59

Выполнил:

Горин Семён Дмитриевич

Группа Р3108

Проверила:

Бострикова Дарья Константиновна

Санкт-Петербург 2024

## Содержание

<b>Задание.....</b>	<b>2</b>
<b>Основные задания л/р.....</b>	<b>3</b>
<b>Задание 1 .....</b>	<b>3</b>
<b>Задание 2.1 – № 44 .....</b>	<b>3</b>
<b>Задание 2.2 – № 76 .....</b>	<b>4</b>
<b>Задание 2.3 – № 108.....</b>	<b>4</b>
<b>Задание 2.4 – № 28 .....</b>	<b>5</b>
<b>Задание 3 .....</b>	<b>5</b>
<b>Задание 4 – № 59 .....</b>	<b>5</b>
<b>Задание 5 .....</b>	<b>6</b>
<b>Дополнительное задание.....</b>	<b>6</b>
<b>Вывод:.....</b>	<b>6</b>
<b>Источники:.....</b>	<b>6</b>

### Задание

1. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
2. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие.  
**Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.**

3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие.

**Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.

5. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. **Умножить полученное число на 4.** Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой при его наличии.

## Основные задания л/р

### Задание 1

Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4) показана на рисунке 1.

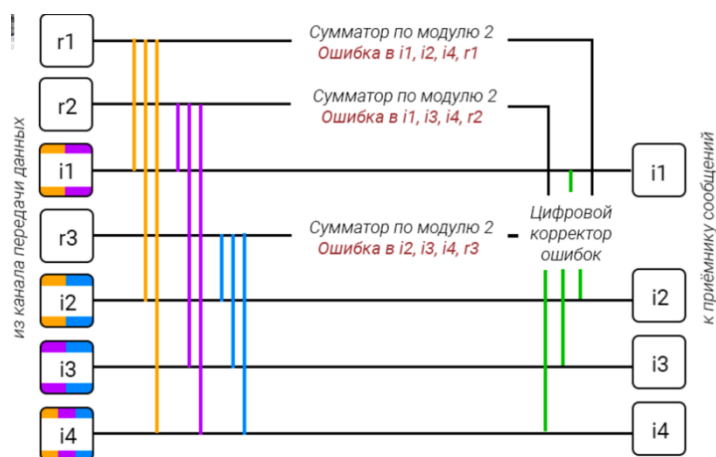


Рисунок 1

### Задание 2.1 – № 44

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
0	0	0	1	0	1	1

Расчет синдрома:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$S(s_1, s_2, s_3) = 101$ , таким образом ошибка в символе  $i_2$ .

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	S
1	X	-	X	-	X	-	X	$s_1$
2	-	X	X	-	-	X	X	$s_2$
4	-	-	-	X	X	X	X	$s_3$

**Верное Сообщение:** 0001111

Задание 2.2 – № 76

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
0	1	1	0	1	0	1

Расчет синдрома:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$S(s_1, s_2, s_3) = 110$ , таким образом ошибка в символе  $i_1$ .

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	S
1	X	-	X	-	X	-	X	$s_1$
2	-	X	X	-	-	X	X	$s_2$
4	-	-	-	X	X	X	X	$s_3$

**Верное Сообщение:** 0100101

Задание 2.3 – № 108

$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$
1	0	1	0	1	1	1

Расчет синдрома:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$S(s_1, s_2, s_3) = 011$ , таким образом ошибка в символе  $i_3$ .

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	S

1	X	-	X	-	X	1	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	-	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

Верное Сообщение: 1010101

Задание 2.4 – № 28

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>
1	1	1	1	0	0	1

Расчет синдрома:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

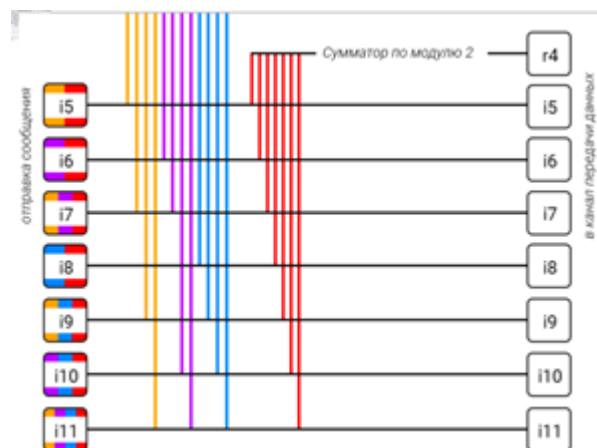
S (s<sub>1</sub>, s<sub>2</sub>, s<sub>3</sub>) = 110, таким образом ошибка в символе i<sub>1</sub>.

	1	2	3	4	5	6	7	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	X	-	X	-	X	-	X	s <sub>1</sub>
2	-	X	X	-	-	X	X	s <sub>2</sub>
4	-	-	1	X	X	X	X	s <sub>3</sub>

Верное Сообщение: 1101001

Задание 3

Схема декодирования классического кода Хэмминга(15;11) представлена на рисунке 2.



Задание 4 – № 59

r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1

Расчет синдрома:

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 1$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 0$$

$$s_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$S(s_1, s_2, s_3, s_4) = 1101$ , таким образом ошибка в символе  $i_7$ .

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$r_4$	$i_5$	$i_6$	$i_7$	$i_8$	$i_9$	$i_{10}$	$i_{11}$	S
1	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	-	X	$s_1$
2	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	-	-	X	X	$s_2$
4	-	-	-	X	X	X	X	-	-	-	X	X	X	X	X	$s_3$
8	-	-	-	-	-	-	-	X	X	X	X	X	X	X	X	$s_4$

**Верное сообщение:** 010001110100011

#### Задание 5

Число информационных разрядов  $i = (44 + 76 + 108 + 28 + 59) * 4 = 1260$

Общее число бит сообщения вычисляется по формуле  $n = 2^r - 1$ , где  $r$  – количество проверочных бит. Таким образом число информационных разрядов можно вычислить по формуле  $i = n - r = 2^r - 1 - r$ .

Тогда для того чтобы найти необходимое для кодирования число проверочных разрядов необходимо решить неравенство:  $2^{r-1} - 1 - (r-1) < 1260 < 2^r - 1 - r$ .

Так как  $r$  – натуральное число, найдем его перебором.  $r = 11$  подходит.

Таким образом коэффициент избыточности  $r / n = r / (i + r) = 11 / 1271 \approx 0,0086546$

#### Дополнительное задание

Ссылка на листинг программы на [Github](#).

#### Вывод:

В ходе выполнения лабораторной работы я узнал о помехоустойчивых кодах, вручную вычислил синдромы некоторых сообщений и смог исправить в них ошибочные биты, а также написал программу позволяющую устранять ошибки в сообщениях использующих классический код Хэмминга(7;4).

#### Источники:

1. Основы цифровой радиосвязи. Помехоустойчивое кодирование: метод. Указания / сост. Д. В. Пьянзин. – Саранск: Изд-во Мордов. ун-та, 2009 – 16с.
2. Коды и устройства помехоустойчивого кодирования информации / сост. Королев А.И. – Мн.: , 2002. с.286