

Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Fisica e Astronomia
Corso di Laurea in Astronomia

Camera oscura

Studente:
Matteo Carta

Anno Accademico 2019-2020

Indice

1	Obbiettivo	1
2	Apparato strumentale	1
3	Procedura	1
4	Descrizione della metodologia di misura	2
5	Presentazione dei risultati sperimentali ed analisi dati	4

1 Obbiettivo

L'esperienza si è posta l'obbiettivo di verificare, mediante la costruzione di una camera oscura, la relazione di dipendenza tra l'ingrandimento di un oggetto e il rapporto della distanza del medesimo dal foro della camera oscura e della distanza dell'immagine dal foro.

2 Apparato strumentale

Per la realizzazione della camera oscura, ci si è avvalsi di:

- Tubo in cartone, ma andrebbe bene anche una scatola o scatolone, oppure ancora tubi di carta igienica e simili;
- Scatola di scarpe o in generale un supporto;
- Foglio di alluminio oppure un qualsiasi materiale opaco facilmente perforabile;
- Busta di plastica o un qualsiasi altro materiale traslucido;
- Scotch oppure un elastico o della colla;
- Ago o oggetto sufficientemente appuntito;
- Forbici o taglierino;
- Metro o righello;
- Lampada o qualsiasi altra fonte di luce;
- Oggetto a propria scelta ben illuminato (di cui si conosce la grandezza);
- Nastro isolante o qualsiasi altro materiale per segnare dei punti sulle superfici.

3 Procedura

Si è quindi proceduto ad assemblare la camera oscura, fissando un foglio d'alluminio ad un'estremità del tubo di cartone e un pezzo di busta all'altra; successivamente il foglio di alluminio è stato forato al centro (Figura 1) con un ago ed entrambi sono stati posti in tensione, in particolar modo la busta (Figura 2), nella quale sarà poi proiettata l'immagine. È stato poi scelto arbitrariamente un oggetto, in questo caso una freccia di carta colorata di nero (Figura 4). Allo scopo di effettuare misurazioni mediante la camera oscura, si è scelta come fonte di luce una lampada da scrivania, la quale è stata rivestita da un altro pezzo di busta, in modo da poterci fissare sopra l'oggetto (Figura 5). Posizionata la lampada a terra si è misurata con accuratezza una distanza arbitraria partendo dall'oggetto fissato sulla lampada con un metro da sarto (Figura 6); per facilitare le misurazioni, si è posto ad ogni distanza scelta un pezzo di nastro isolante nero come indicatore (Figura 8). Infine è stata fissata la camera oscura su un supporto, in questo caso realizzato ritagliando da un lato di una scatola di scarpe una circonferenza pari a quella della camera oscura, facendola entrare finché l'intera struttura non è risultata stabile; per avere una maggiore solidità si è proceduto a porre del nastro isolante tra la scatola e la camera (Figura 7). Al fine di semplificare l'acquisizione delle misure, i pezzi di nastro isolante indicatori sono stati posti in modo che non bisognasse calcolare ogni volta la distanza foro-oggetto: per fare ciò si è indicativamente osservato quale fosse la distanza minima foro-lampada che producesse l'immagine più grande possibile dell'oggetto che fosse possibile apprezzare sulla busta e che corrispondeva a circa 30 cm. Posto quindi il foro ad una distanza di 30 cm dall'oggetto, è stata tenuta ferma la scatola con la camera, e posizionato il primo pezzo di nastro isolante in corrispondenza del bordo della scatola cava (Figura 9).

Dal primo pezzo di nastro isolante è stato quindi fissato saldamente il metro da sarto con dello scotch sul pavimento, in modo da misurare con più facilità le distanze successive.

4 Descrizione della metodologia di misura

Al fine di ottenere un risultato accettabile, si è deciso di compiere 51 misurazioni a diverse distanze dall'oggetto: si è scelto come punto più vicino, quello in cui la distanza dell'oggetto dal foro della camera creasse l'immagine più grande che si potesse apprezzare, corrispondente in questo caso a 30 cm; la distanza è stata quindi incrementata di 1 cm per 30 volte, fino ad arrivare ad una distanza foro-oggetto di 60 cm.

Dai 60 cm in poi, la distanza è stata incrementata di 3 cm per 10 volte fino ad arrivare ai 90 cm e di nuovo, dai 90 cm la distanza è stata incrementata di 10 cm per altre 10 volte, fino ai 190 cm.

Per il raccoglimento delle misure si è provveduto ad eliminare fonti di luce esterne e a raccogliere i dati solamente in presenza della luce della lampada.

Grazie alla scatola di scarpe è inoltre risultato più semplice il raccoglimento delle misure, poiché questa schermava la luce che altrimenti avrebbe disturbato la vista dall'osservazione dell'immagine, che risultava meno visibile a causa del piccolo foro che faceva passare poca luce. La misurazione delle dimensioni dell'immagine è stata effettuata usando un metro da sarto, dotato di una sensibilità pari a:

$$S = \frac{1}{\Delta x} = 1 \text{ mm}^{-1}$$

Data la scarsa sensibilità dello strumento, si è deciso di prendere un solo set di misure, in quanto più misurazioni ad una stessa distanza, avrebbero portato al medesimo valore.

Al termine dell'acquisizione dati, i valori sono stati inseriti in tabelle e sottoposti ad analisi ed elaborazione, effettuate tramite l'applicazione della teoria statistica e avvalendosi delle librerie, grafiche e di calcolo, di Python.



Figura 1: Alluminio forato fissato con un elastico.



Figura 2: Busta traslucida in tensione.



Figura 3: Immagine dell'oggetto, capovolta e invertita.

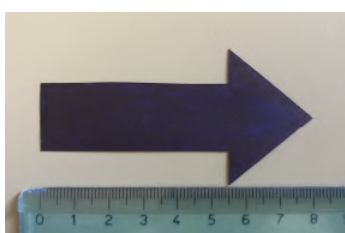


Figura 4: Freccia colorata di nero lunga 8 cm, dalla base alla punta.

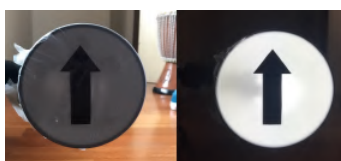


Figura 5: L'oggetto fissato sulla busta avvolta attorno alla lampada spenta (a sinistra) e accesa (a destra).

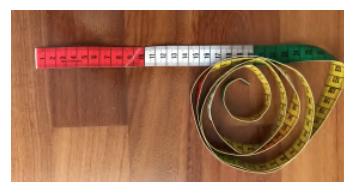


Figura 6: Metro da sarto flessibile.



Figura 7: Scotch attorno alla camera e alla scatola.



Figura 8: Indicatori a distanze diverse.



Figura 9: Indicatore iniziale che facilita il posizionamento dei successivi.

5 Presentazione dei risultati sperimentali ed analisi dati

Innanzitutto si sono misurate le lunghezze del tubo di cartone e dell'oggetto scelto con il metro da sarto, e a riportarne i valori con i corrispettivi errori in tabella:

Lunghezza tubo (q) [m]	Errore di q (σ_q) [m]	Lunghezza oggetto (y) [m]	Errore di y (σ_y) [m]
0.2000	0.0005	0.0800	0.0005

Tabella 1: Lunghezza del tubo in cartone e dell'oggetto con i relativi errori associati. Gli errori associati sono errori di sensibilità, dati quindi dalla semiampiezza dell'intervallo minimo che lo strumento può apprezzare. Raccolti i dati si è quindi passati all'analisi dei medesimi: innanzitutto sono state convertite tutte le misure secondo i valori del SI (*Sistema Internazionale*), e riportati in tabelle:

Distanza foro-oggetto (p) [m]	Errore di p (σ_p) [m]	Dimensione immagine (y') [m]	Errore di y' ($\sigma_{y'}$) [m]
0.3000	0.0005	-0.0530	0.0005
0.3100	0.0005	-0.0520	0.0005
0.3200	0.0005	-0.0500	0.0005
0.3300	0.0005	-0.0480	0.0005
0.3400	0.0005	-0.0470	0.0005
0.3500	0.0005	-0.0460	0.0005
0.3600	0.0005	-0.0450	0.0005
0.3700	0.0005	-0.0430	0.0005
0.3800	0.0005	-0.0420	0.0005
0.3900	0.0005	-0.0410	0.0005
0.4000	0.0005	-0.0400	0.0005
0.4100	0.0005	-0.0390	0.0005
0.4200	0.0005	-0.0380	0.0005
0.4300	0.0005	-0.0370	0.0005
0.4400	0.0005	-0.0360	0.0005
0.4500	0.0005	-0.0350	0.0005
0.4600	0.0005	-0.0350	0.0005
0.4700	0.0005	-0.0340	0.0005
0.4800	0.0005	-0.0330	0.0005
0.4900	0.0005	-0.0320	0.0005
0.5000	0.0005	-0.0320	0.0005
0.5100	0.0005	-0.0310	0.0005
0.5200	0.0005	-0.0300	0.0005
0.5300	0.0005	-0.0300	0.0005
0.5400	0.0005	-0.0290	0.0005
0.5500	0.0005	-0.0290	0.0005
0.5600	0.0005	-0.0280	0.0005
0.5700	0.0005	-0.0280	0.0005
0.5800	0.0005	-0.0270	0.0005
0.5900	0.0005	-0.0270	0.0005
0.6000	0.0005	-0.0260	0.0005
0.6300	0.0005	-0.0250	0.0005
0.6600	0.0005	-0.0240	0.0005
0.6900	0.0005	-0.0230	0.0005
0.7200	0.0005	-0.0220	0.0005
0.7500	0.0005	-0.0210	0.0005
0.7800	0.0005	-0.0200	0.0005
0.8100	0.0005	-0.0190	0.0005
0.8400	0.0005	-0.0190	0.0005
0.8700	0.0005	-0.0180	0.0005
0.9000	0.0005	-0.0170	0.0005

Tali dati sono stati poi usati per calcolare l'ingrandimento m , dato da:

$$m = \frac{\text{immagine}}{\text{oggetto}} = \frac{-y'}{y} \quad (1)$$

ed il rapporto fra la lunghezza del tubo, cioè la distanza foro-immagine q e la distanza foro-oggetto p , che chiameremo s :

$$s = \frac{\text{Lunghezza tubo}}{\text{Distanza foro-oggetto}} = \frac{q}{p} \quad (2)$$

e i relativi errori, ottenuti mediante la formula generale della propagazione degli errori:

Distanza foro-oggetto (p) [m]	Errore di p (σ_p) [m]	Dimensione immagine (y') [m]	Errore di y' ($\sigma_{y'}$) [m]
1.0000	0.0005	-0.0160	0.0005
1.1000	0.0005	-0.0140	0.0005
1.2000	0.0005	-0.0130	0.0005
1.3000	0.0005	-0.0120	0.0005
1.4000	0.0005	-0.0110	0.0005
1.5000	0.0005	-0.0100	0.0005
1.6000	0.0005	-0.0100	0.0005
1.7000	0.0005	-0.0090	0.0005
1.8000	0.0005	-0.0080	0.0005
1.9000	0.0005	-0.0080	0.0005

Tabella 2 Misure dell'immagine effettuate a diverse distanze: a 30 cm fino a 60 cm con incremento di 1 cm, poi da 63 cm fino a 90 cm con incremento di 3 cm e infine da 90 cm fino a 190 cm con incremento di 10 cm.

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \delta x\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial z} \delta z\right)^2} \quad (3)$$

In questo caso, applicando tale relazione, si trova facilmente che:

$$\sigma_m = \sqrt{\left(\frac{\partial m}{\partial y'} \sigma_{y'}\right)^2 + \left(\frac{\partial m}{\partial y} \sigma_y\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{y} \sigma_{y'}\right)^2 + \left(\frac{y'}{y^2} \sigma_y\right)^2} \quad (4)$$

$$\sigma_s = \sqrt{\left(\frac{\partial s}{\partial q} \sigma_q\right)^2 + \left(\frac{\partial s}{\partial p} \sigma_p\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{p} \sigma_q\right)^2 + \left(-\frac{q}{p^2} \sigma_p\right)^2} \quad (5)$$

Questi risultati sono quindi stati raccolti in una tabella:

s	σ_s	m	σ_m
0.667	0.002	0.663	0.007
0.6452	0.0019	0.650	0.007
0.6250	0.0018	0.625	0.007
0.6061	0.0018	0.600	0.007
0.5882	0.0017	0.588	0.007
0.5714	0.0016	0.575	0.007
0.5556	0.0016	0.563	0.007
0.5405	0.0015	0.538	0.007
0.5263	0.0015	0.525	0.007
0.5128	0.0014	0.513	0.007
0.5000	0.0014	0.500	0.007
0.4878	0.0014	0.488	0.007
0.4762	0.0013	0.475	0.007
0.4651	0.0013	0.463	0.007
0.4545	0.0012	0.450	0.007
0.4444	0.0012	0.438	0.007
0.4348	0.0012	0.438	0.007
0.4255	0.0012	0.425	0.007
0.4167	0.0011	0.413	0.007
0.4082	0.0011	0.400	0.007
0.4000	0.0011	0.400	0.007
0.3922	0.0011	0.388	0.007
0.3846	0.0010	0.375	0.007
0.3774	0.0010	0.375	0.007
0.3704	0.0010	0.363	0.007
0.3636	0.0010	0.363	0.007
0.3571	0.0009	0.350	0.007
0.3509	0.0009	0.350	0.007
0.3448	0.0009	0.338	0.007
0.3390	0.0009	0.338	0.007
0.3333	0.0009	0.325	0.007
0.3175	0.0008	0.313	0.007
0.3030	0.0008	0.300	0.007
0.2899	0.0008	0.288	0.007
0.2778	0.0007	0.275	0.006
0.2667	0.0007	0.263	0.006
0.2564	0.0007	0.250	0.006
0.2469	0.0006	0.238	0.006
0.2381	0.0006	0.238	0.006
0.2299	0.0006	0.225	0.006
0.2222	0.0006	0.213	0.006
0.2000	0.0005	0.200	0.006
0.1818	0.0005	0.175	0.006
0.1667	0.0004	0.163	0.006
0.1538	0.0004	0.150	0.006
0.1429	0.0004	0.138	0.006
0.1333	0.0003	0.125	0.006
0.1250	0.0003	0.125	0.006
0.1176	0.0003	0.113	0.006
0.1111	0.0003	0.100	0.006
0.1053	0.0003	0.100	0.006

Tabella 3: Valori del rapporto lunghezza tubo - distanza dell'immagine dal foro (s), dell'ingrandimento m , e relativi errori.

I seguenti dati sono stati interpolati grazie all'aiuto di Python, che ha restituito tramite una regressione lineare pesata una retta della forma $y = A + Bx$ e i valori dei coefficienti A e B con i corrispettivi errori (la scelta e il risultato di una regressione lineare pesata verrà spiegata più avanti nella sezione "[Discussione dei risultati sperimentali](#)").

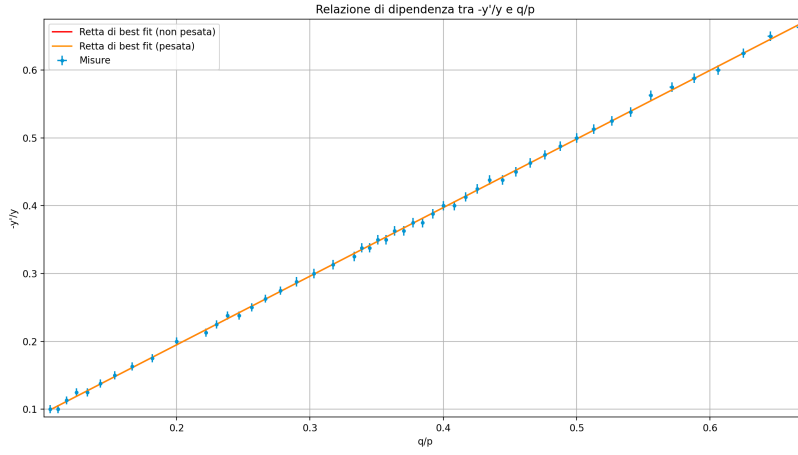


Figura 10: Grafico rappresentante la retta che meglio interpola i dati di m ed s .

A	σ_A	B	σ_B
-0.007	0.002	1.012	0.006

Tabella 4: Valori dei coefficienti della retta di best fit (pesata).

Le formule usate da Python per trovare i valori di A , B , σ_A e σ_B sono state ricavate prima definendo come peso il reciproco del quadrato dell'errore in ordinata, cioè:

$$w = \frac{1}{\sigma_m^2} \quad (6)$$

poi le altre sono state ricavate con il metodo dei minimi quadrati pesati:

$$\Delta = \sum w \sum wx^2 - \left(\sum wx \right)^2 \quad (7)$$

$$A = \frac{\sum wx^2 \sum wy - \sum wx \sum wxy}{\Delta} \quad (8)$$

$$B = \frac{\sum w \sum wxy - \sum wx \sum wy}{\Delta} \quad (9)$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\sum wx^2}{\Delta}} \quad (10)$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{\sum w}{\Delta}} \quad (11)$$

6 Discussione dei risultati sperimentali

L'esperimento ha dimostrato come funziona il foro presente nella camera oscura: questo si comporta come una lente, ma possiede, ovviamente, caratteristiche diverse da quest'ultima. I raggi di luce, muovendosi in linea retta, passano attraverso il piccolo foro incrociandosi, andando a creare sulla superficie traslucida un'immagine che risulta rovesciata ed invertita (Figura 3); questa immagine tuttavia non è ben definita e risulta debole a cause delle piccole dimensioni del foro che rende la camera oscura un utile strumento per l'osservazione di oggetti molto luminosi, come ad esempio il Sole (con una camera oscura sufficientemente profonda è possibile osservare anche le macchie solari, vedi "Esperienza estesa"). Sia dal grafico che dai dati si nota una forte *correlazione*⁽¹⁾ tra m ed s e il fatto che ciò risulti così evidente anche da un semplice esperimento fatto in condizioni non ottimali, e quindi considerando anche l'insorgenza di numerosi errori sistematici dovuti alla non perfetta strumentazione e all'acquisizione manuale delle misure, non può che confermare la teoria, in particolare modo quella che riguarda l'ingrandimento di una lente sottile che è definito come:

$$m = \frac{-y'}{y} = \frac{q}{p}$$

Il segno di y' è negativo (si considera infatti positivo l'oggetto, negativa l'immagine reale capovolta e di nuovo positiva l'immagine virtuale dritta); se si fosse definito m come y'/y si avrebbe avuto un valore dell'ingrandimento negativo che avrebbe indicato un'immagine virtuale. Per questo motivo è stato scelto di prendere $-y'$, in modo che $y' < 0$ ma $m > 0$.

Il valore dell'intercetta A si avvicina allo zero: questo sta ad indicare che a distanza infinita l'ingrandimento è nullo: infatti per $p \rightarrow \infty \implies m \rightarrow 0$. Il coefficiente angolare B invece è anch'esso molto vicino al valore 1: idealmente infatti la retta rappresentante l'ingrandimento in funzione del rapporto q/p è la retta $y = x$, avente proprio coefficiente angolare pari a 1 e passante per l'origine (cioè con intercetta nulla).

Al fine di ottenere un risultato più accurato e preciso si è scelta una regressione lineare pesata: tuttavia, in questo caso, la differenza fra una regressione pesata e una regressione standard è pressoché nulla, in quanto gli errori in ordinata sono quasi tutti identici, dando ai *pesi* poco rilievo.

7 Conclusioni

A causa delle significative condizioni sperimentali, è risultato più complicato produrre una stima precisa ed accurata della relazione di dipendenza fra m ed s ma, nonostante la più che ovvia insorgenza di errori sistematici, i risultati possono essere considerati soddisfacenti e confermano la teoria.

8 Esperienza estesa

Mediante l'uso di uno specchio piano si è provato ad indirizzare la sorgente di luce, in questo caso il Sole, in una stanza buia in modo da aumentare la lunghezza focale della "camera oscura". Questo procedimento risulta utile per fenomeni legati al Sole (ad esempio transiti o macchie solari) in quanto quest'ultimo risulterà tanto più ingrandito quanto più è grande la distanza q , cioè la lunghezza focale. Una distanza più grande permette anche di usare fori più grandi.

Per riprodurre quanto descritto si è fatto uso di un piccolo specchio piano fissato su un treppiede mobile (Figura 11a) e di alcuni fogli di nastro isolante forati al centro e ricoperti parzialmente di carta sul lato adesivo, lasciando solamente un piccolo rettangolo libero in modo da poter essere poi attaccati allo specchio (Figura 11b).

(1) La correlazione, data da $r = \frac{B \sum (x_i - \bar{x})^2}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 B^2 \sum (x_i - \bar{x})^2}}$, vale in questo caso $r = 0.9997$; i valori di r possono variare, in particolare $-1 \leq r \leq 1$. Quando r è molto vicino a 1 o -1 significa che c'è una forte correlazione lineare tra i dati (in particolare il -1 sta ad indicare una retta con coefficiente angolare negativo), mentre valori di r che tendono allo 0 indicano che c'è poca o nessuna correlazione.

Posizionato lo specchio con un foglio di nastro isolante forato sopra si è fatto in modo che la luce del Sole venisse riflessa in una stanza quanto più buia possibile. Le misurazioni effettuate sono risultate abbastanza ostiche a causa delle distanze e delle condizioni meteo non perfette: il vento infatti spostava lo specchio non perfettamente fissato sul treppiede, rendendo difficile l'acquisizione dati, motivo per il quale l'esperimento è stato eseguito solamente in via approssimativa. Con un'applicazione del telefono si è misurata la distanza approssimata fra lo specchio e l'immagine (Figura 11f), mentre quest'ultima è stata misurata con un righello (Figura 11e). In linea approssimativa si è misurato:

Distanza foro-immagine (q) [m]	Dimensione immagine (y') [m]
16.3	-15.5

La misura più complicata da prendere è stata la distanza foro-immagine, perciò si è provato a ricavarla dalla teoria, confrontandolo con ciò che ha misurato l'applicazione per vedere se il valore ottenuto era approssimabile ad un valore reale. Dalla teoria sappiamo che:

$$\frac{-y'}{y} = \frac{q}{p} \Rightarrow q = \frac{-y'}{y} p$$

L'oggetto in questione è il Sole, di cui conosciamo sia il diametro che la distanza:

Diametro del Sole (y) [m]	Distanza Sole-Terra (p) [m]
1392700000	147098074000

Per cui, svolgendo l'equazione:

$$q = \frac{-y'}{y} p = \frac{15.5}{1392700000} \frac{\text{km}}{\text{km}} \cdot 147098074000 \text{ km} = 0.0163 \text{ km} = 16.3 \text{ m}$$

I valori misurati sono quindi in buona approssimazione accettabili, e anche in questo caso confermano la teoria anche se una sola misurazione, di norma, non confermerebbe niente, in quanto sarebbero necessarie diverse misurazioni già precise e accurate.



(a) Specchio fissato su un treppiede.



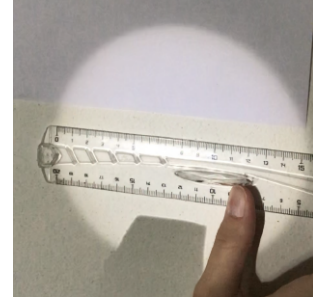
(b) Fogli di nastro isolante forati, fronte e retro.



(c) Foglio di nastro isolante applicato sullo specchio.



(d) Immagine del sole proiettata su un foglio.



(e) Lunghezza dell'immagine.



(f) Distanza misurata con un'applicazione del telefono.

Figura 11: Serie di immagini illustrate nell'esperimento.