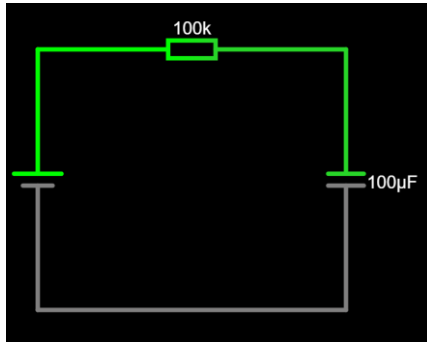


# Rapport RC-krets

## Teori

En RC-krets er en krets som kun inneholder kilder, motstander og kondensatorer (ERT 19 Reaktive Element, 2024, s. 3). I en førsteordens RC-krets som inneholder én spenningskilde, én motstand og en kondensator (se figur 1), kan selv barnehagebarn finne kondensatorspenningen  $V_C$ :



Figur 1: Kretsmodell i [Falstad](#)

Først må man komme fram til et uttrykk for strømmen gjennom kondensatoren, det blir klart hvorfor senere. Per definisjon er strøm lik ladningsmengde som passerer et punkt i en leder per sekund (Lundheim, 2024, s. 83), altså:

$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

I tillegg kan det vises gjennom elektromagnetismen at forholdet mellom spenningen  $V$  og ladningen  $Q$  en kondensator har lagret, er:

$$Q = CV$$



Bilde: [photofocus.com](https://www.photofocus.com) (Uvitende 1. klassing som aldri har måttet løse en differensiallikning)

Kirchhoffs spenningslov (KVL) og Ohms lov gir at det samlede spenningsfallet over hele kretsen må være summen av spenningsfallet over resistansen  $V_R = R * I$  og  $V_C$ . Dersom en bruker de to tidligere likningene, får man at strømmen gjennom kondensatoren, som er lik strømmen gjennom motstanden, er gitt ved:

$$i(t) = C \frac{dV(t)}{dt}$$

Setter man det inn i uttrykket for det totale spenningsfallet:

$$V = R * I + V_C = R * C \frac{dV_C}{dt} + V_C$$

Hvis man nå er en spesielt dreven barnehageunge, vil man kunne løse differensiallikningen slik:

$$\begin{aligned} RC \frac{dV_C}{dt} + V_C &= V \quad | * \frac{1}{RC} \\ \frac{dV_C}{dt} + \frac{1}{RC} V_C &= \frac{1}{RC} V \quad | * e^{\frac{t}{RC}} \\ \frac{dV_C}{dt} e^{\frac{t}{RC}} + \frac{1}{RC} V_C e^{\frac{t}{RC}} &= \frac{1}{RC} V e^{\frac{t}{RC}} \\ \frac{d}{dt} \left( V_C * e^{\frac{t}{RC}} \right) &= \frac{1}{RC} V e^{\frac{t}{RC}} \end{aligned}$$

Så er det å integrere begge sider:

$$\begin{aligned} V_C * e^{\frac{t}{RC}} &= \int \frac{1}{RC} V e^{\frac{t}{RC}} \\ V_C * e^{\frac{t}{RC}} &= V * e^{\frac{t}{RC}} + c \quad | * e^{-\frac{t}{RC}} \\ V_C &= V + c e^{-\frac{t}{RC}} \end{aligned}$$



Bilde: [entomologytoday.org](http://entomologytoday.org) (gutta i kø for elgtunge til oblig i matte)

Siden kondensatoren skal lades ut før forsøket, får man initialbetingelsene:

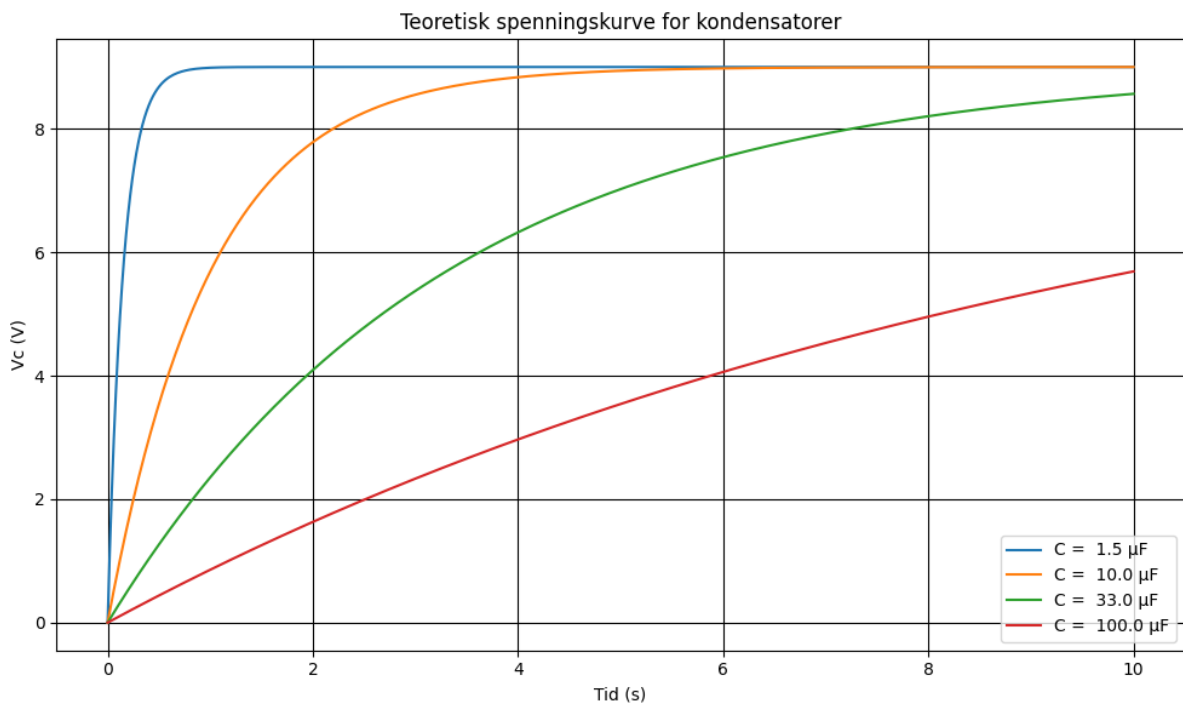
$$V_C = 0 \text{ når } t = 0$$

$$0 = V + ce^{-\frac{0}{RC}}$$
$$-V = c$$

Setter man dette inn i likningen, får man:

$$V_C = V - Ve^{-\frac{t}{RC}}$$
$$V_C = V(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Ifølge resultatet vil altså kondensatorspenningen asymptotisk vokse mot  $V$  (spenningen over kilden). Hvor lang tid dette vil ta, kan en se at er avhengig av  $RC$ . Avbildningen av den teoretiske modellen for hver kondensator ser slik ut:



Figur 2: Teoretisk modell for de fire kondensatorverdiene. All kode er vedlagt. (Python kode)

I figuren over er motstandsverdien satt til  $100\text{k}\Omega$ , og spenningskilden gir en spenning på  $9\text{V}$ . Motstandsverdien er valgt til å være  $100\text{k}\Omega$ , fordi noe lavere vil gjøre det vanskelig å gjøre målinger på kondensatoren på  $1.5 \mu\text{F}$ . Samtidig vil en høyere motstandsverdi føre til at kondensatorspenningen bruker mer tid på å stige, noe som kan gjøre at kondensatoren på  $100 \mu\text{F}$  vil bruke mye tid, og lade ut  $9\text{V}$ -batteriet mer enn nødvendig.

## Hensikt

Hensikten med dette forsøket er å sjekke kvaliteten til den teoretiske modellen for spenningsfall over en kondensator ved empirisk eksperiment. For å få en bedre oversikt, har det blitt valgt å bruke 4 ulike kondensatorer.

## Hypotese

Hypotesen er at resultatene vil følge en veldig lik kurve, men med en tilsynelatende høyere RC-verdi. Dette er fordi likningen ikke tar hensyn til kapasitansen og resistansen i ledere, den indre motstanden i batteriet og det faktum at batteriet gradvis lades ut gjennom forsøket (Lundheim, 2024, ss. 71-72).



Bilde: [sdzwildlifeexplorers.org](https://sdzwildlifeexplorers.org) (når du finner ut at det akademisk utfordrende studiet du valgte er akademisk utfordrende)

## Utstyr

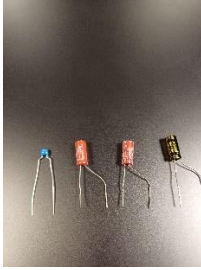
- Multimeter



Figur 3: Multimeter med spenningssensor

- Breadboard og kabler (eller en annen måte å koble sammen komponentene)
- Egnede motstand(er) (i dette tilfellet en på  $10\text{k}\Omega$  og en på  $100\text{k}\Omega$ )

- Kondensator(er) (i dette tilfellet fire kondensatorer med verdiene: 1.5  $\mu\text{F}$ , 10  $\mu\text{F}$ , 33  $\mu\text{F}$  og 100  $\mu\text{F}$ )

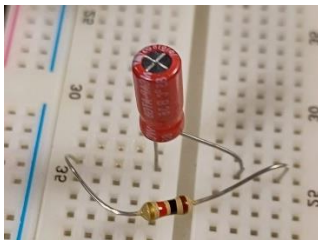


Figur 4: Kondensatorer. Fra venstre: 1.5  $\mu\text{F}$ , 10  $\mu\text{F}$ , 33  $\mu\text{F}$ , 100  $\mu\text{F}$ .

- 9V batteri
- (Valgfritt) telefon for videotakning

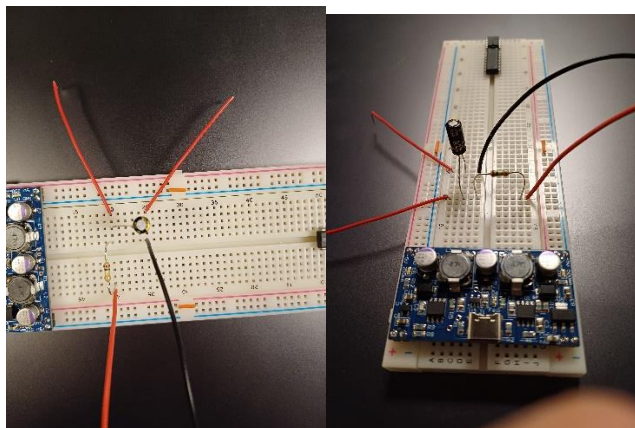
## Fremgangsmåte

Før forsøket ble spenningen over terminalene på batteriet målt til 8.74V. Deretter ble kondensatorene utladet ved å koble de til motstander på 10k $\Omega$  – for å få en sikker, men også relativt kjapp utladning. Å bruke for høy motstandsverdi vil gjøre at det tar lang tid å lade ut kondensatoren, som man ser ved å studere likningen for spenningen over kondensatoren:  $V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ . Etter å la de stå slik i noen minutter, ble spenningen målt, og alle hadde en spenning på 0.0 mV, som er det laveste multimeteret kunne måle.



Figur 5: Krets for å lade ut kondensator på breadboard.

Deretter ble RC-kretsen klargjort med multimeter tilkoblet, med motstandsverdi på 98.4 k $\Omega$ .



Figur 6.1 og 6.2: Oppkobling før måling av kretsen med  $100\ \mu\text{F}$  kondensator på breadboard. De to røde ledningene er for tilkobling av multimeter.

For å få mer nøyaktige tidsmålinger, ble en telefon anvendt for å ta video av skjermen på multimeteret. Etter alle målingene var ferdige, ble videoene fra telefonen studert for å lage tabeller for hver enkelt kondensator.



Bilde: [thetaxidermystore.com](http://thetaxidermystore.com) (Når

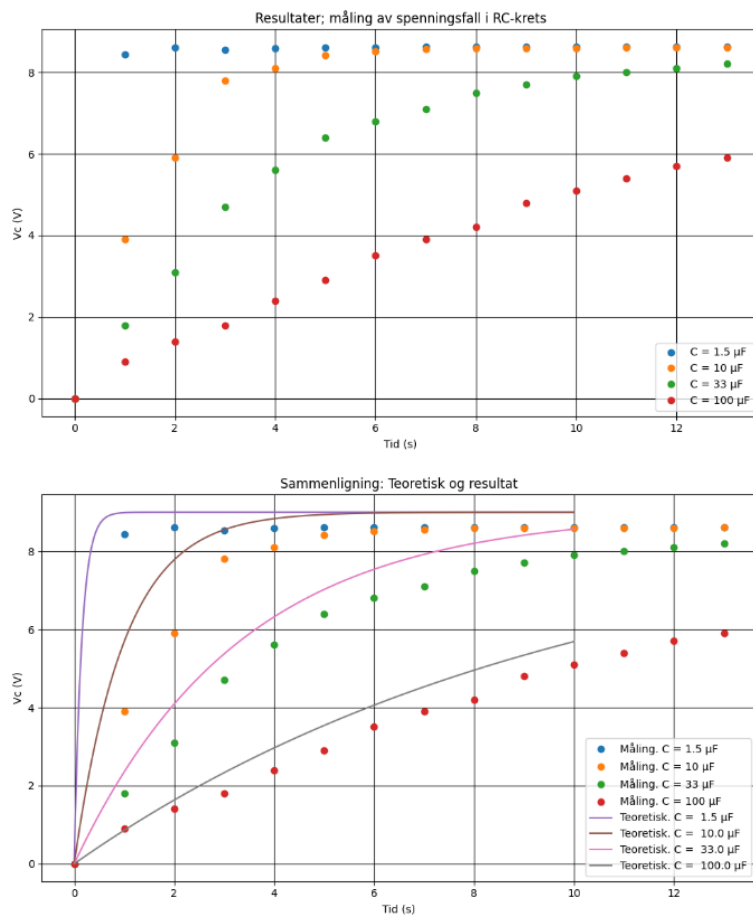
spenningen vokser asymptotisk mot  $0.56\text{V}$  og ikke  $8.7\text{V}$ )

## Resultat

Tid (s)	$1.5\ \mu\text{F Vc}$ (V)	$10\ \mu\text{F Vc}$ (V)	$33\ \mu\text{F Vc}$ (V)	$100\ \mu\text{F Vc}$ (V)
0	0	0	0	0
1	8,43	3,90	1,80	0,90
2	8,61	5,90	3,10	1,40
3	8,54	7,80	4,70	1,80
4	8,59	8,10	5,60	2,40
5	8,61	8,42	6,40	2,90
6	8,62	8,52	6,80	3,50
7	8,62	8,56	7,10	3,90
8	8,62	8,59	7,50	4,20
9	8,62	8,59	7,70	4,80
10	8,62	8,59	7,90	5,10
11	8,62	8,60	8,00	5,40
12	8,62	8,60	8,10	5,70
13	8,62	8,61	8,20	5,90



Figur 7: Tabell over målte verdier under forsøket.

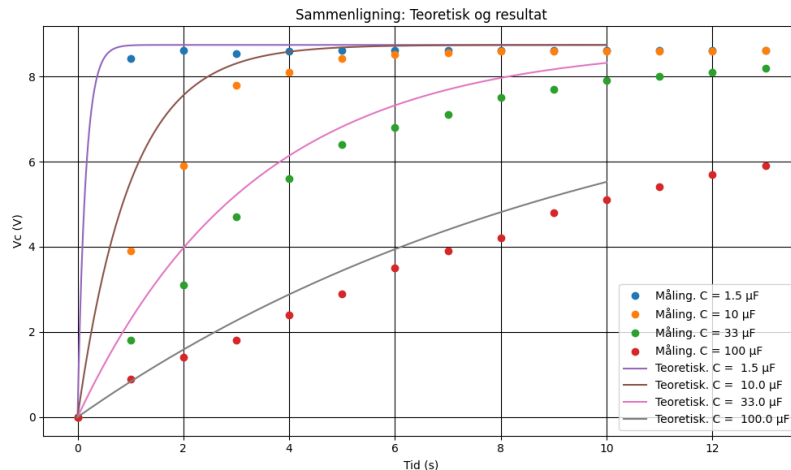


Figur 8.1 og 8.2: Plot av resultater, og resultater mot de teoretiske avbildningene. (Python kode)

Bilde: [imgur.com](https://imgur.com) (meg når motstanden begynner å ryke)

## Diskusjon

Resultatene bekrefter hypotesen. Resultatene har nesten nøyaktig samme form som de teoretiske avbildningene, men med lavere verdier. Hvis man justerer koden med hensyn på at batterispenningen var 8.74 V, stemmer asymptotene veldig godt overens:



Figur 9: Plot med justert verdi på spenningskilden. (Python kode)

Likevel ser man at resultatene «henger etter». Dette kan, som nevnt tidligere, komme av den indre motstanden i batteriet, som vil påvirke RC-komponenten av likningen (også kalt  $\tau$ ) og gjøre at oppladningen tar mer tid. I tillegg har også reelle kondensatorer ofte litt lekkasjestrøm, samtidig som ledere har litt induktans og kapasitans. I tillegg er multimeteret som ble brukt ikke av høyeste kvalitet, og kan ha vært både unøyaktig og treg til å reagere på endringer i spenning.

## Konklusjon

Differensiallikningen

$$V_c = V(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

som beskriver det teoretiske spenningsforløpet til en kondensator i en RC-krets, passer godt overens med reelle resultater. Med mindre man har en anvendelse som krever svært høy nøyaktighet, kan man godt bruke den forenklede teoretiske likningen til å forutsi oppførselen til kondensatoren. For de som trenger en høyere grad av presisjon, kan man eventuelt ta høyde for batteriets indre resistans samt induktans og kapasitans i ledere.

## Referanser

Lundheim, L. (2024). *Innføring i analog og digital elektronikk - Eit hjelpehefte* (2.5. utg.). Institutt for elektroniske system, NTNU. Hentet fra <https://learn-eu-central-1->



prod-fleet01-xythos.content.blackboardcdn.com/5def77a38a2f7/42977599?X-Blackboard-S3-Bucket=learn-eu-central-1-prod-fleet01-xythos&X-Blackboard-Expiration=1732050000000&X-Blackboard-Signature=0DnssHvpahzRAu6kayGqusMHo%2FbNW0jBhp

Norges teknisk–naturvitenskapelige universitet Institutt for elektroniske systemer (IES). (2024). *ERT 19 Reaktive Element*. NTNU. Hentet November 19, 2024 fra <https://learn-eu-central-1-prod-fleet01-xythos.content.blackboardcdn.com/5def77a38a2f7/44119557?X-Blackboard-S3-Bucket=learn-eu-central-1-prod-fleet01-xythos&X-Blackboard-Expiration=1732050000000&X-Blackboard-Signature=AxFdBMrxU%2FFVGFSAd1T6SQCKJZj2mzowd8>

Python kode. (u.d.). Hentet fra [https://github.com/AstronomicallyCookedTomato/School\\_Pub/tree/TMA4101-Oblig](https://github.com/AstronomicallyCookedTomato/School_Pub/tree/TMA4101-Oblig)



Bilde: [deviantart.com](https://www.deviantart.com) (batteriet når det ble koblet feil og ble en improvisert varmeovn)