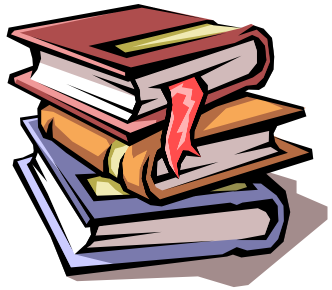
自动控制理论课程的任务与体系结构

课程的体系结构

第六章 线性系统的频域分析法



自动化学院 王辉

哈尔滨工程大学
HARBIN ENGINEERING UNIVERSITY

第六章 线性系统的频域分析法

6-1 频率特性

6-2 开环频率特性曲线的绘制

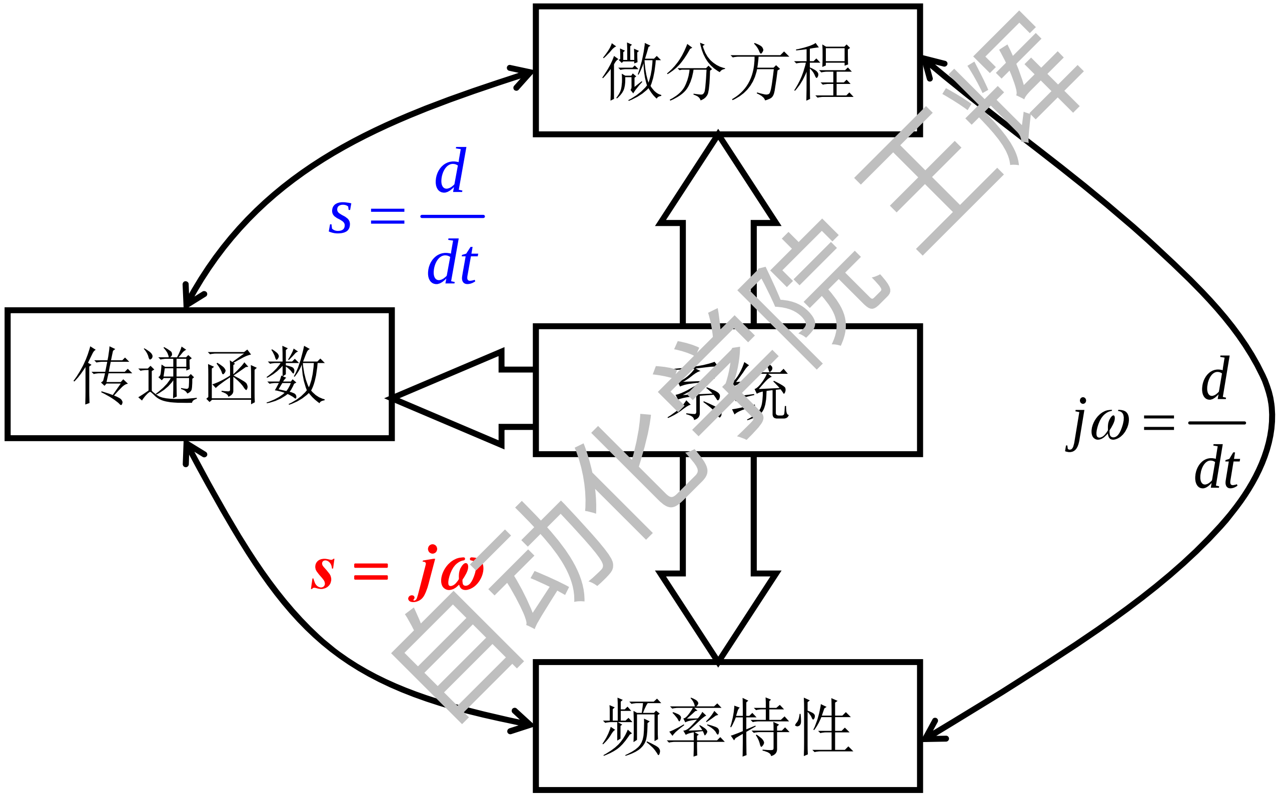
6-3 频率域稳定判据

6-4 稳定裕度

6-5 闭环系统的频率域性能指标

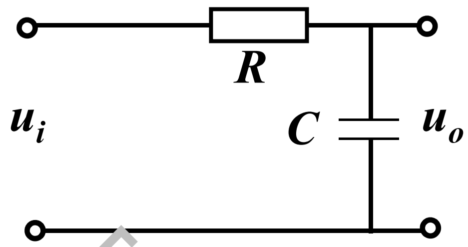
§6.1 频率特性

系统3种描述方法的关系



例1 R-C滤波网络

求系统的频率特性。



关于横轴

1. 以 $\lg\omega$ 刻度以 ω 标值

2. ω 每扩大十倍横轴就增加一个单位长度

3. 粗线上 $\omega = 10^{\pm n}$, $n = 0,1,2,\cdots$

4. 一个单位长度中,从左到右从稀到密

5. 横轴没有零

§6.2 开环频率特性曲线的绘制

1 典型环节的频率特性

2 开环幅相曲线的绘制

3 开环对数频率特性曲线的绘制

典型环节

$G(s)=k$ 比例环节

$$G(s)=\frac{1}{s}$$ 积分环节

$G(s)=s$ 微分环节

$$G(s)=\frac{1}{Ts+1}$$ 惯性环节

$G(s)=Ts+1$ 一阶微分

$$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$$ 振荡环节

$$G(s)=T^2s^2+2\xi Ts+1$$ 二阶微分

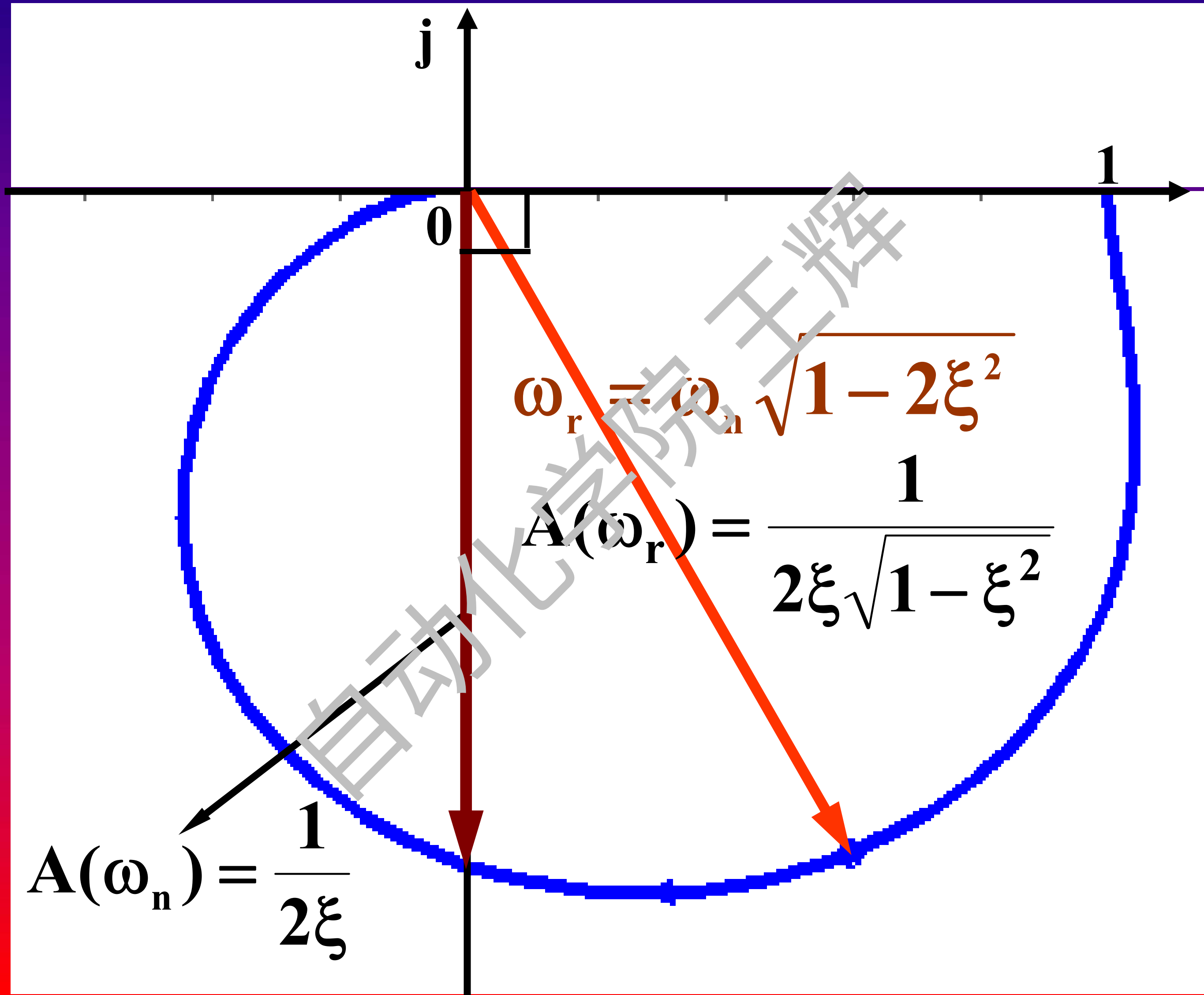
$$\Phi(s)=\frac{1}{Ts+1}$$

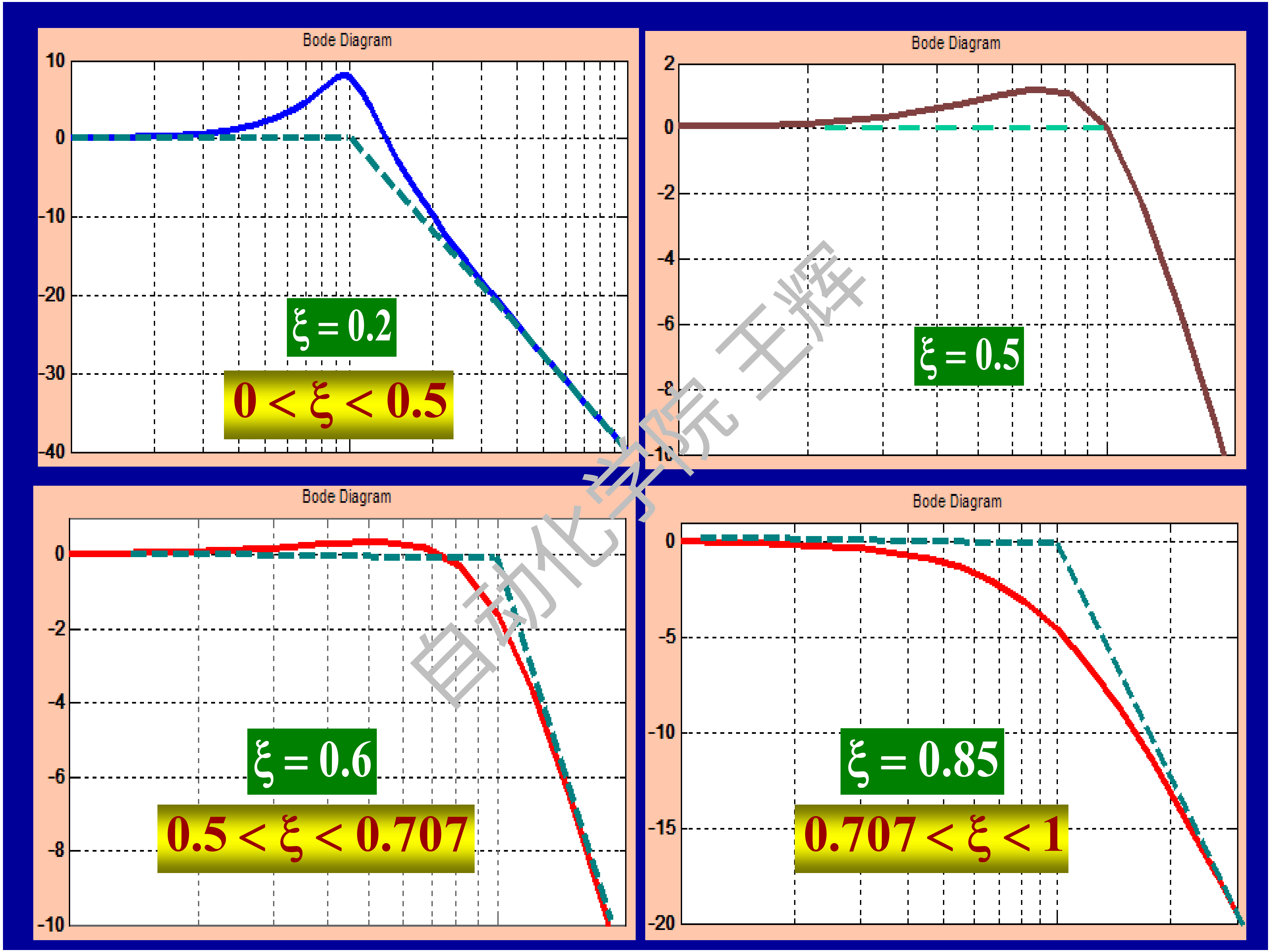
一阶系统

$$\Phi(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$$

欠阻尼二阶系统

6、振荡环节G(jω)曲线 （Nyquist曲线）





Bode Diagram
ξ = 0.2
0 < ξ < 0.5
Bode Diagram
ξ = 0.5
Bode Diagram
ξ = 0.6
0.5 < ξ < 0.707
Bode Diagram
ξ = 0.85
0.707 < ξ < 1

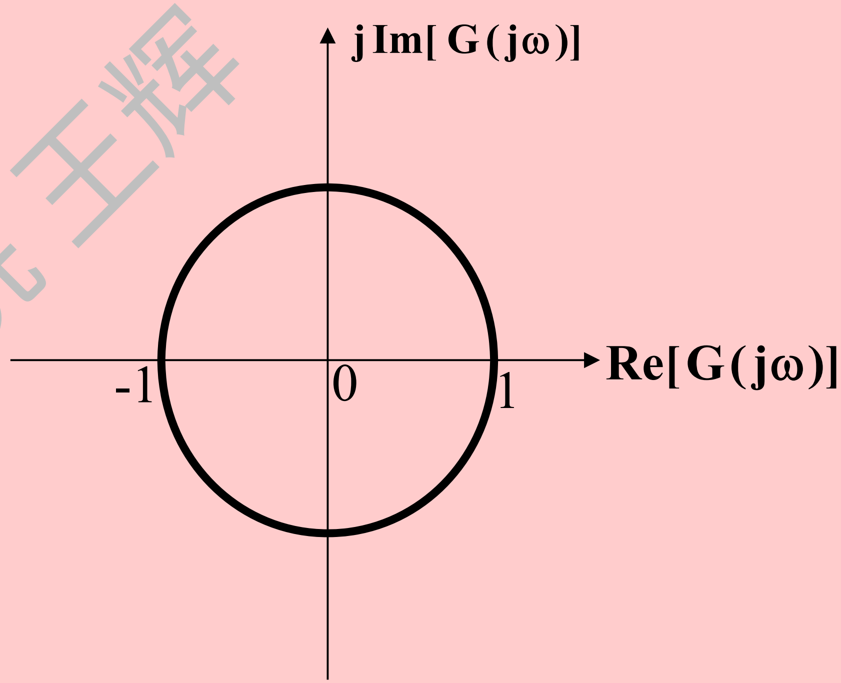
8、延迟环节

$$G(s)=e^{-\tau s}$$

$$G(j\omega)=e^{-j\omega\tau}$$

$$A(\omega)=1$$

$$\phi(\omega)=-\omega\tau$$



1 典型环节的频率特性

2 开环幅相曲线的绘制

3 开环对数频率特性曲线的绘制

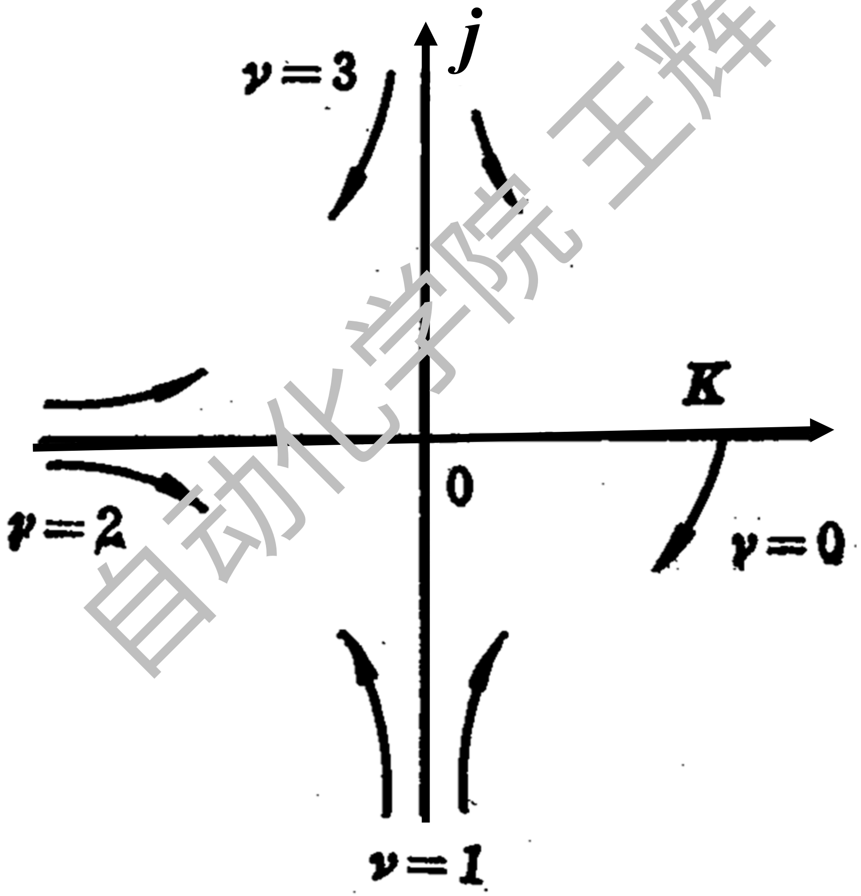
典型环节相角小结		$\omega=0$　　$\omega=\infty$
$G(s)=s$	微分环节	恒定正90^o
$G(s)=\frac{1}{s}$	积分环节	恒定负90^o
$G(s)=Ts+1$	一阶微分	$0^o \sim +90^o$
$G(s)=\frac{1}{Ts+1}$	惯性环节	$0^o \sim -90^o$
$G(s)=T^2s^2+2\xi Ts+1$	二阶微分	$0^o \sim 90^o \sim 180^o$
$G(s)=\frac{1}{T^2s^2+2\xi Ts+1}$	振荡环节	$0^o \sim -90^o \sim -180^o$

非最小相角环节相角小结

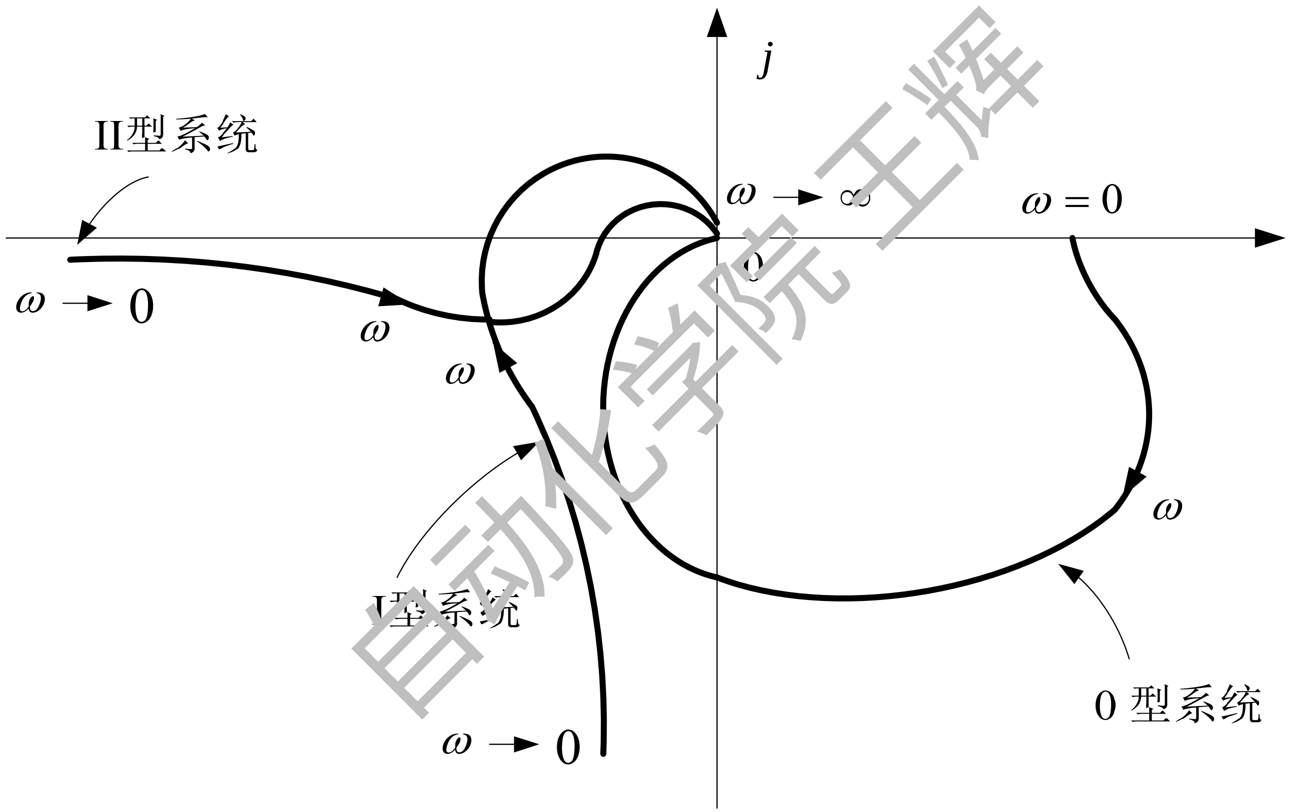
G(s)	名 称	ω=0	ω=∞
$G(s)=k \quad (k<0)$	不稳定的 比例环节	恒定-180°	
$G(s)= -Ts+1$	不稳定的 一阶微分	$0^{\circ} \sim -90^{\circ}$	
$G(s)=\dfrac{1}{-Ts+1}$	不稳定的 惯性环节	$0^{\circ} \sim +90^{\circ}$	
$G(s)=T^2s^2-2\xi Ts+1$	不稳定的 二阶微分	$0^{\circ} \sim -180^{\circ}$	
$G(s)=\dfrac{1}{T^2s^2-2\xi Ts+1}$	不稳定的 振荡环节	$0^{\circ} \sim +180^{\circ}$	

结论1：起始点

$$\lim_{\omega\to 0_+} G(j\omega) = \frac{K}{(j\omega)^{\upsilon}} = \frac{K}{\omega^{\upsilon}}\angle(-\nu 90^{0})$$



极坐标图的形状与系统的型别关系



结论2：终止点

$$\lim_{\omega\to\infty} G(j\omega)H(j\omega)=\frac{K\prod_{j=1}^{m}(j\tau_j\omega+1)}{(j\omega)^{\nu}\prod_{i=1}^{n-\nu}(jT_i\omega+1)}=0\mathrm{e}^{j[-(n-m)90^0]}=0\angle-(n-m)90^0$$

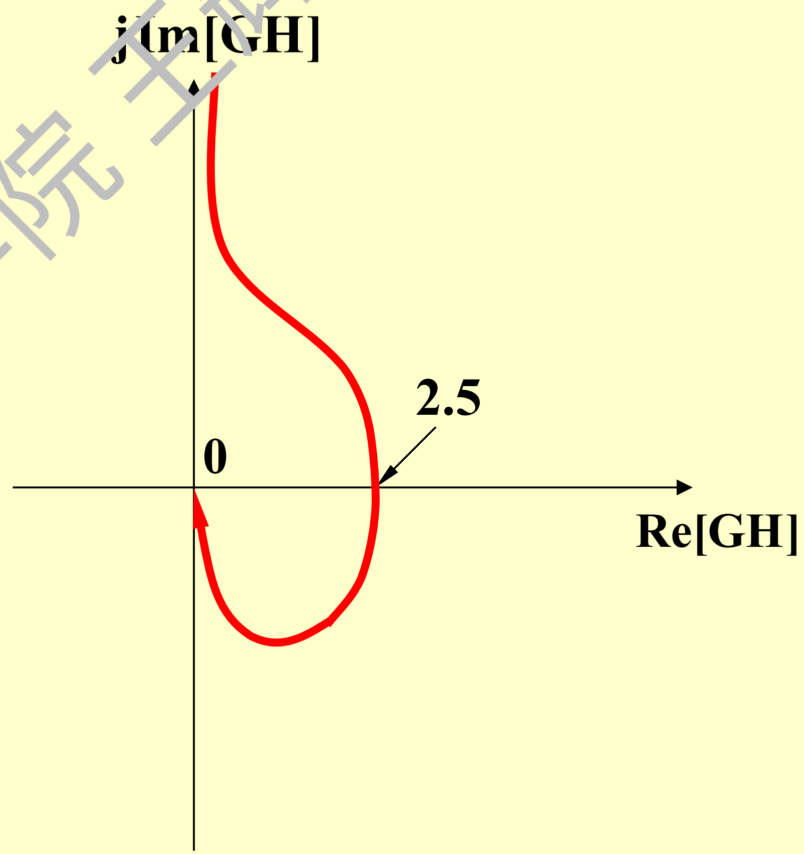
终点：顺时针方向趋于原点处，其角度为

$$-(n-m)\times 90^0$$

2、开环幅相曲线的绘制例2

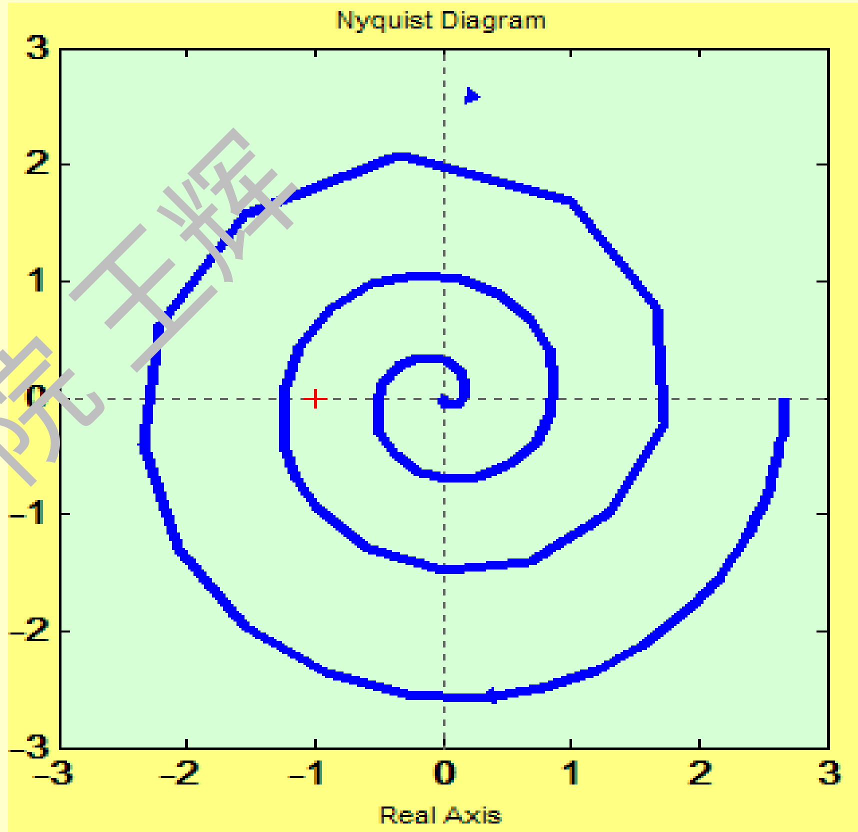
$$GH = \frac{2(s^2 - 5s + 4)}{s^3}$$

起点终点和交点



2、开环幅相曲线的绘制例4

$$GH = \frac{8e^{-5s}}{(s+1)(s+3)}$$



叠加法

步骤：

1、标准形式（时间常数形式）

2、在对数坐标纸上分别作出各典型环节的渐近幅频特性和相频特性；

3、相加并进行修正

注意：叠加时要分清频段

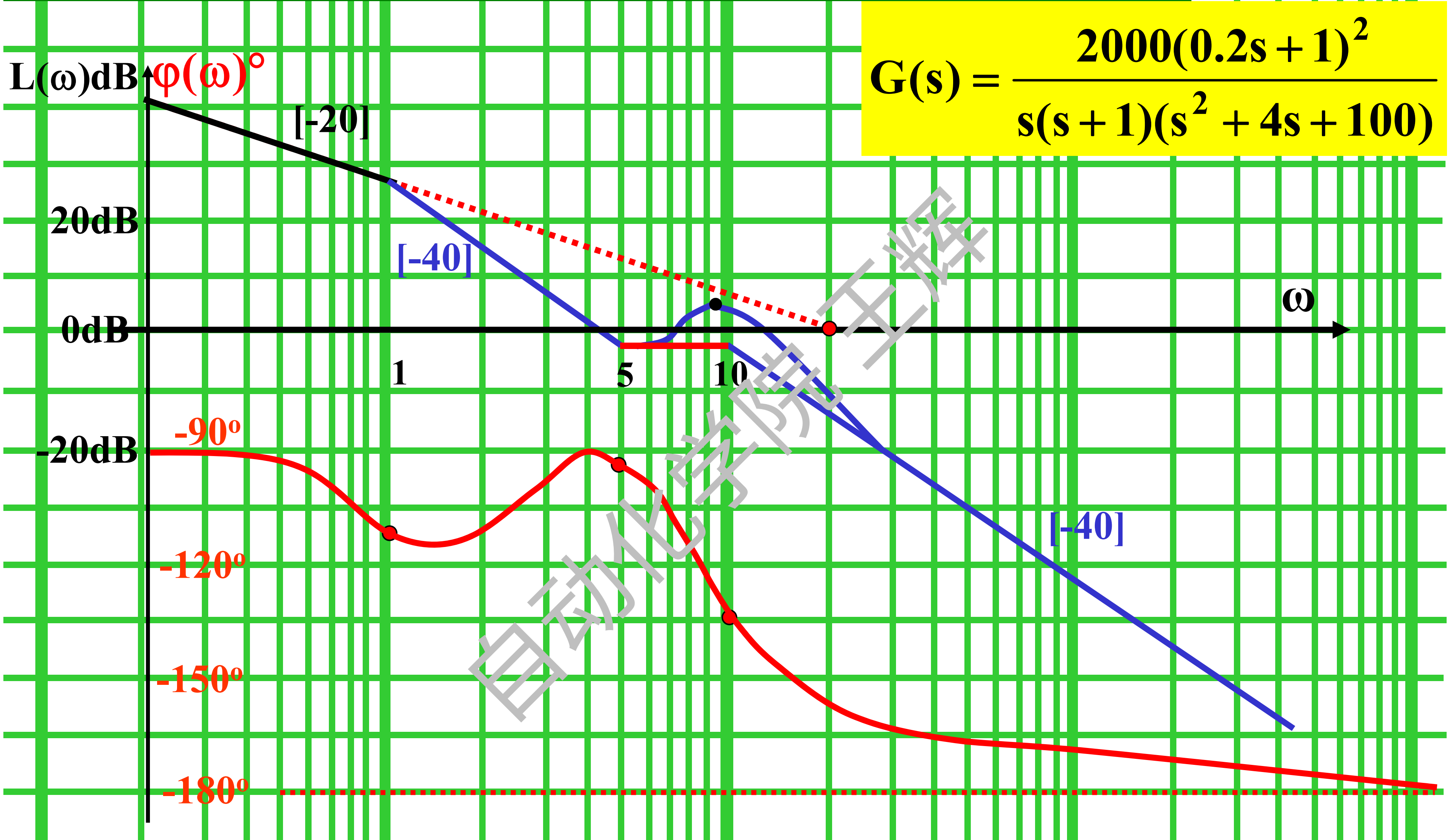
转折频率法

步骤：

- 确定低频段的斜率和高度；
- 将各典型环节的转折频率从左向右、从小到大排列，并在图中以虚线标出；
- 从最左侧开始绘制，在转折频率处按环节特性改变直线斜率

3、开环对数频率特性曲线绘制

$$G(s)=\frac{2000(0.2s+1)^2}{s(s+1)(s^2+4s+100)}$$



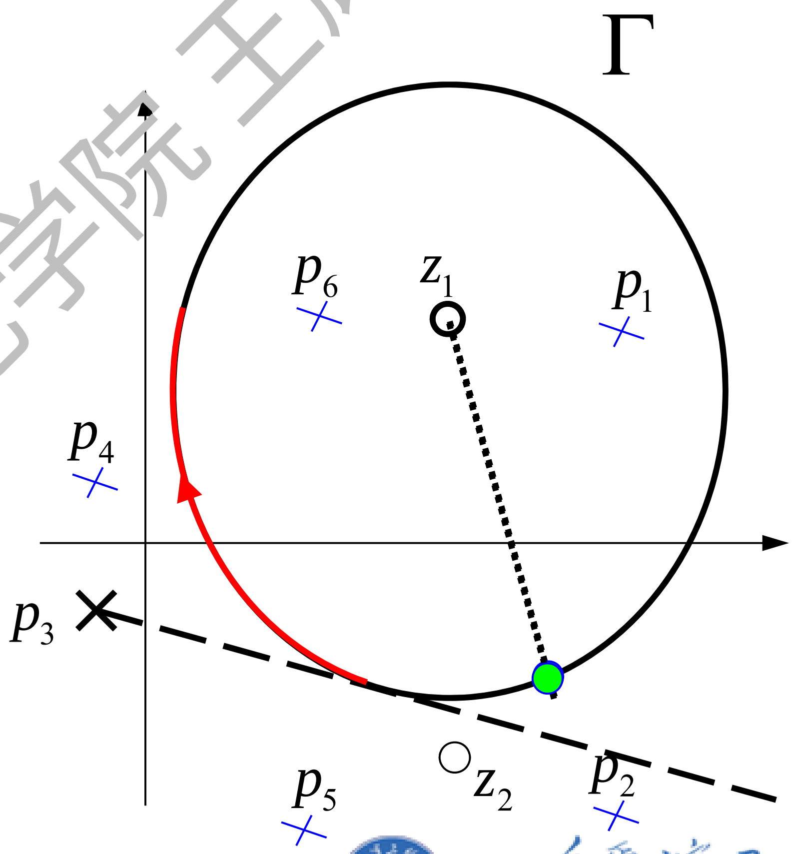
$\omega=0$	$\omega=1$	$\omega=5$	$\omega=10$	$\omega=\infty$
-90^{o}	-114.7^{o}	-93.7^{o}	-137.5^{o}	-180^{o}

§6.3 频率域稳定判据

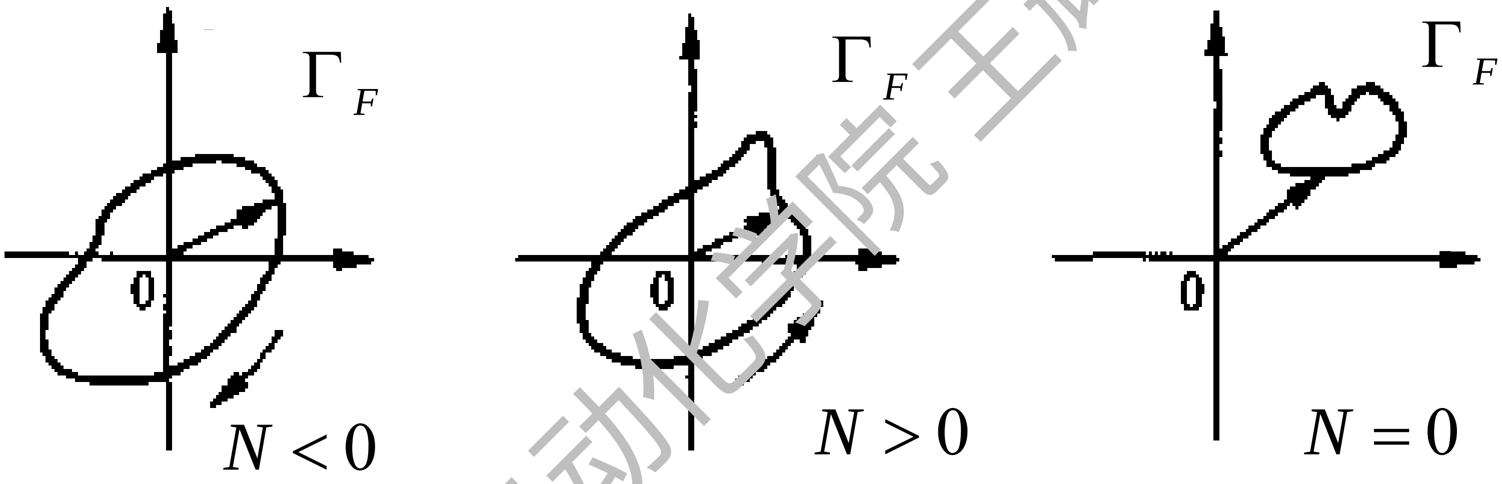
2、Nyquist 稳定判据的数学基础

——幅角映射

2、Nyquist 稳定判据的数学基础——幅角映射



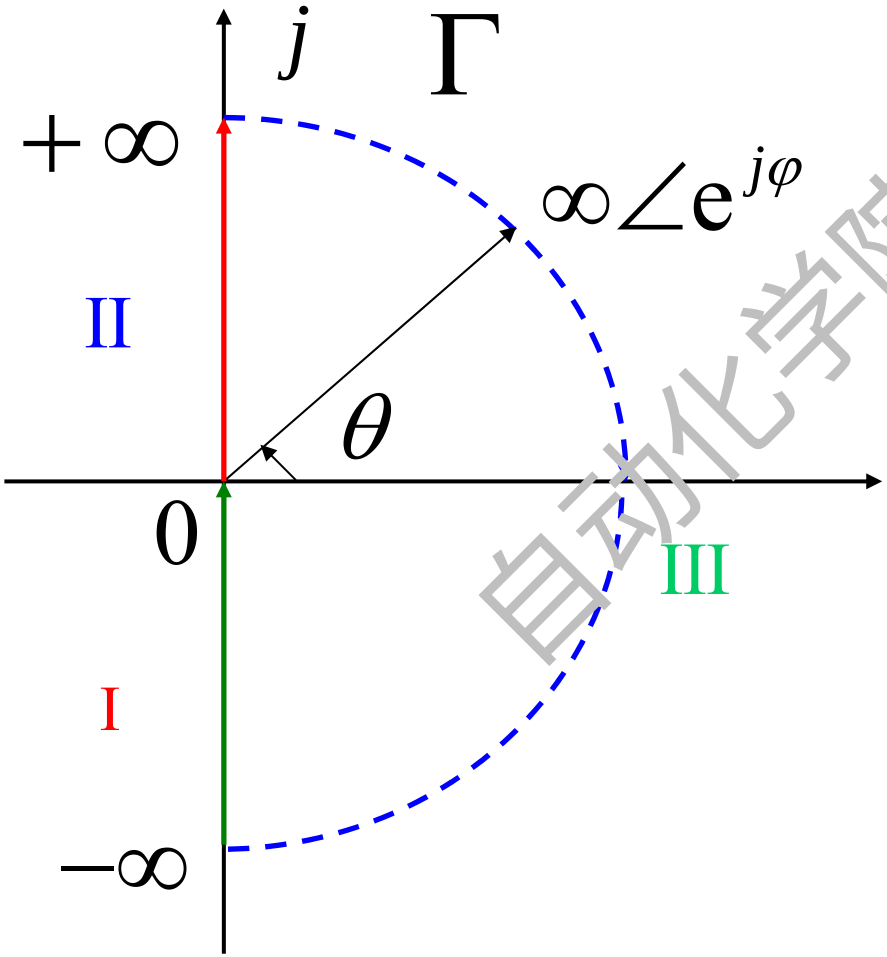
幅角原理: N 的规定



$F(s)$ 平面

二、Γ_s 曲线的选取及 Γ_{GH} 曲线的绘制

$G(s)H(s)$无虚轴上的极点时 Γ_s 的选择$(v=0)$



I: $s=j\omega,\omega\in(-\infty,0]$

II: $s=j\omega,\omega\in[0,+\infty)$

III: $s=\lim\limits_{R\to\infty}Re^{j\varphi},\varphi\in[\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{2}]$

三、Nyquist稳定判据

当开环系统有P个极点在[s]平面的右半平面时，闭环系统稳定的充分必要条件是：

当 ω 从 $-\infty \to \infty$ 变化时，在[G(s)H(s)]平面上开环系统频率特性曲线 Γ_{GH} 应逆时针包 $(-1, j0)$ 点 P 圈

闭合曲线Γ包围整个右半s平面

$$N = P - Z$$

位于右半s平面上的闭环传递函数的极点个数

位于右半s平面上的开环传递函数的极点个数

开环系统频率特性曲线Γ_{GH}包围$(-1, j0)$点的圈数

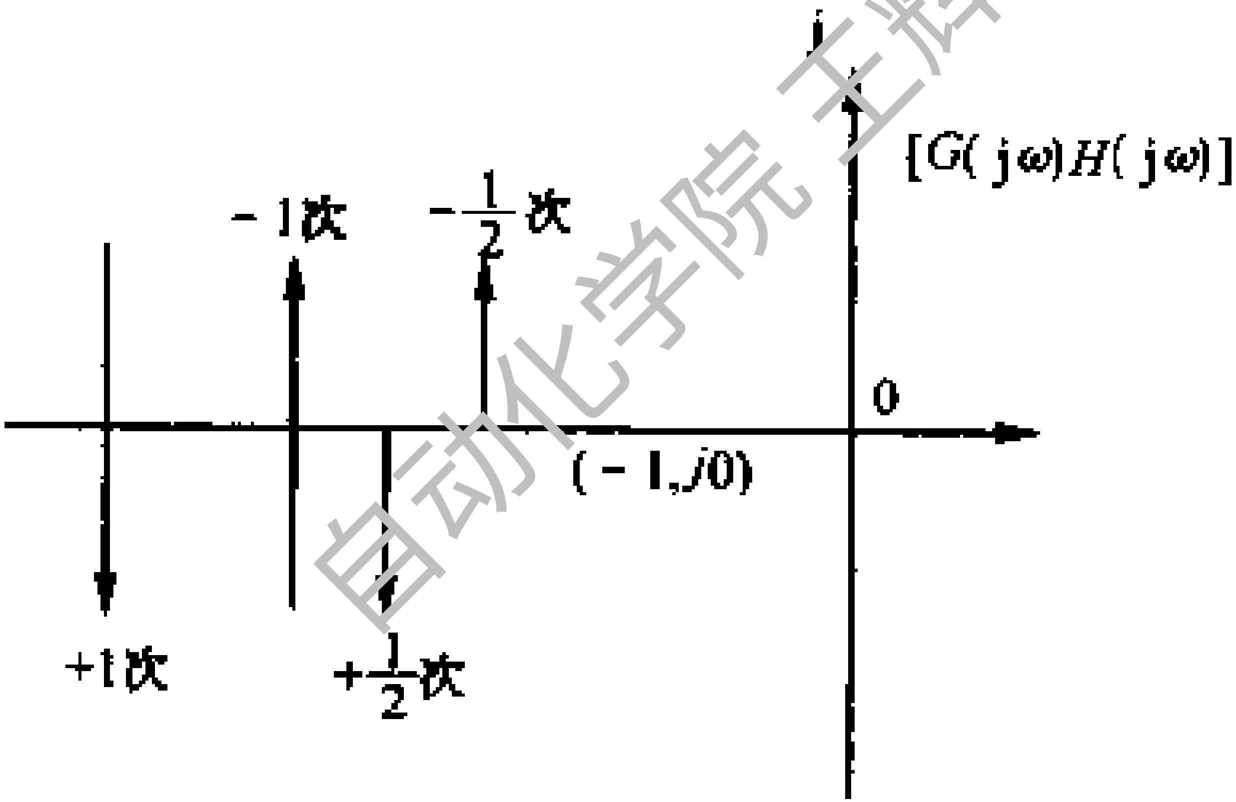
例1 已知系统开环频率响应是

$$G(j\omega)H(j\omega)=\frac{52}{(j\omega+2)((j\omega)^2+2j\omega+5)}$$

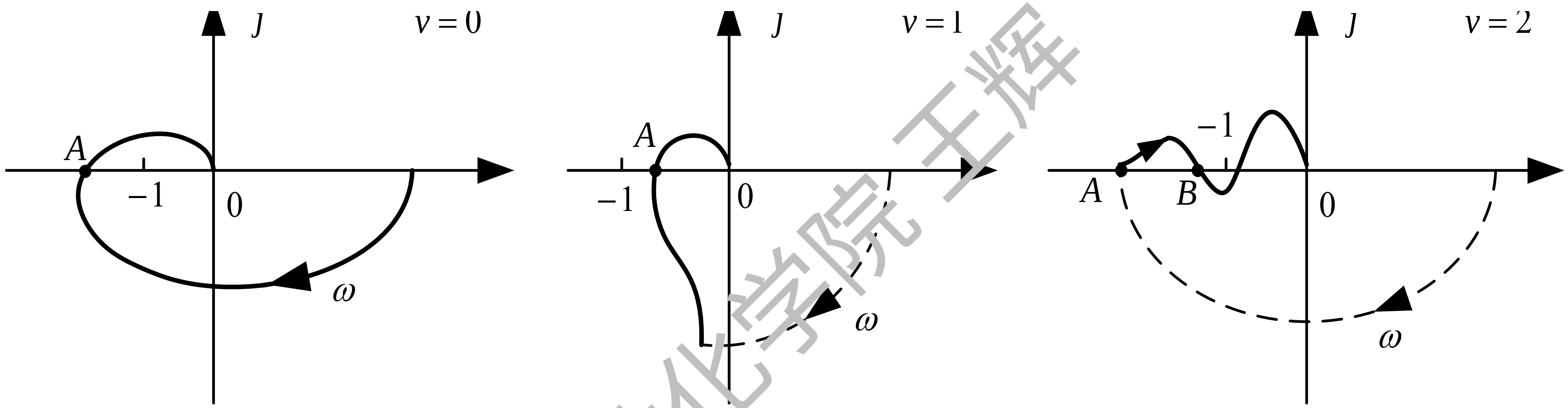
试判断闭环系统是否稳定？

四、N 的计算

半闭合曲线Γ_{GH}包围原点的圈数N

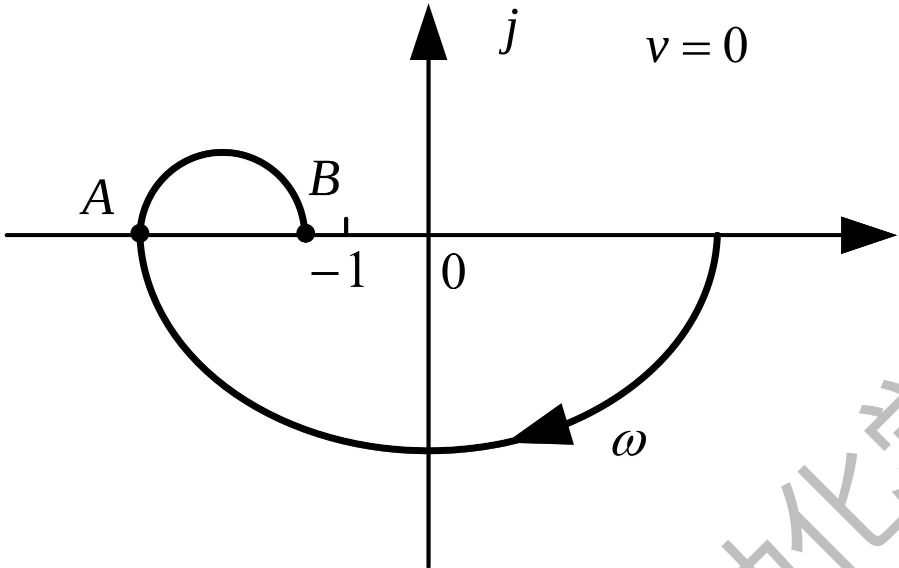


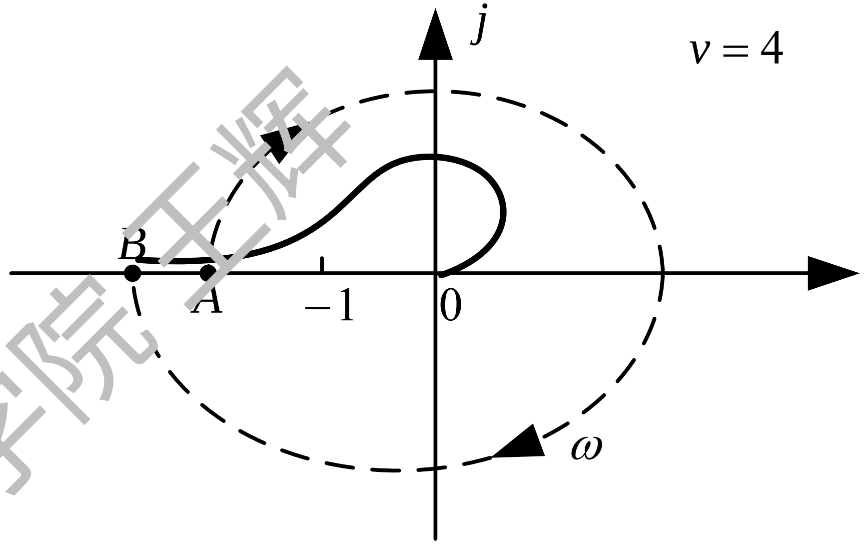
闭合曲线Γ_F包围原点的圈数N



$N=-2$ $N=0$ $N=0$

闭合曲线Γ_F包围原点的圈数N

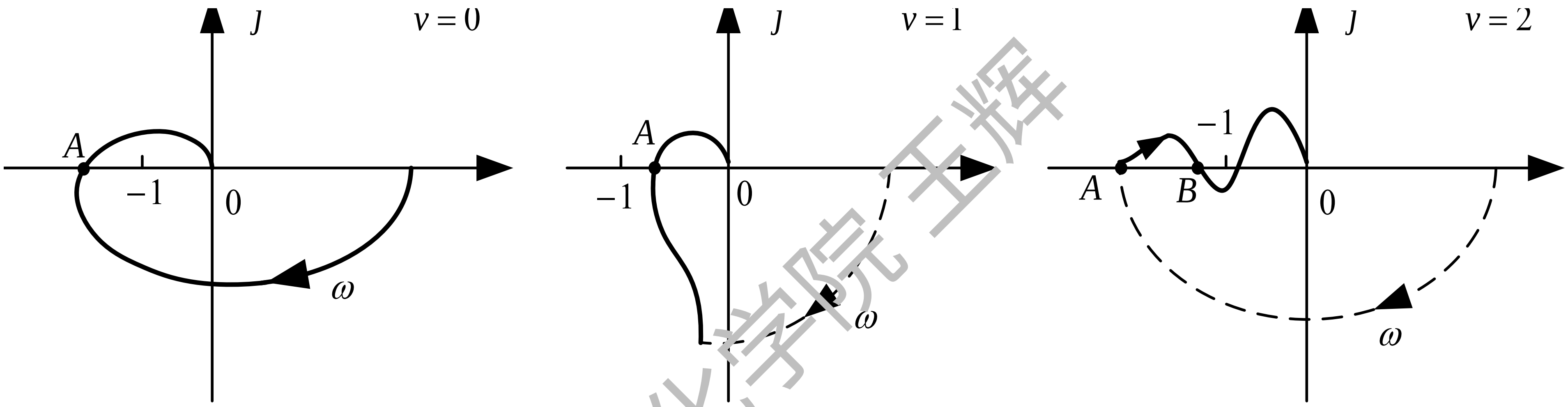




$N = -1$

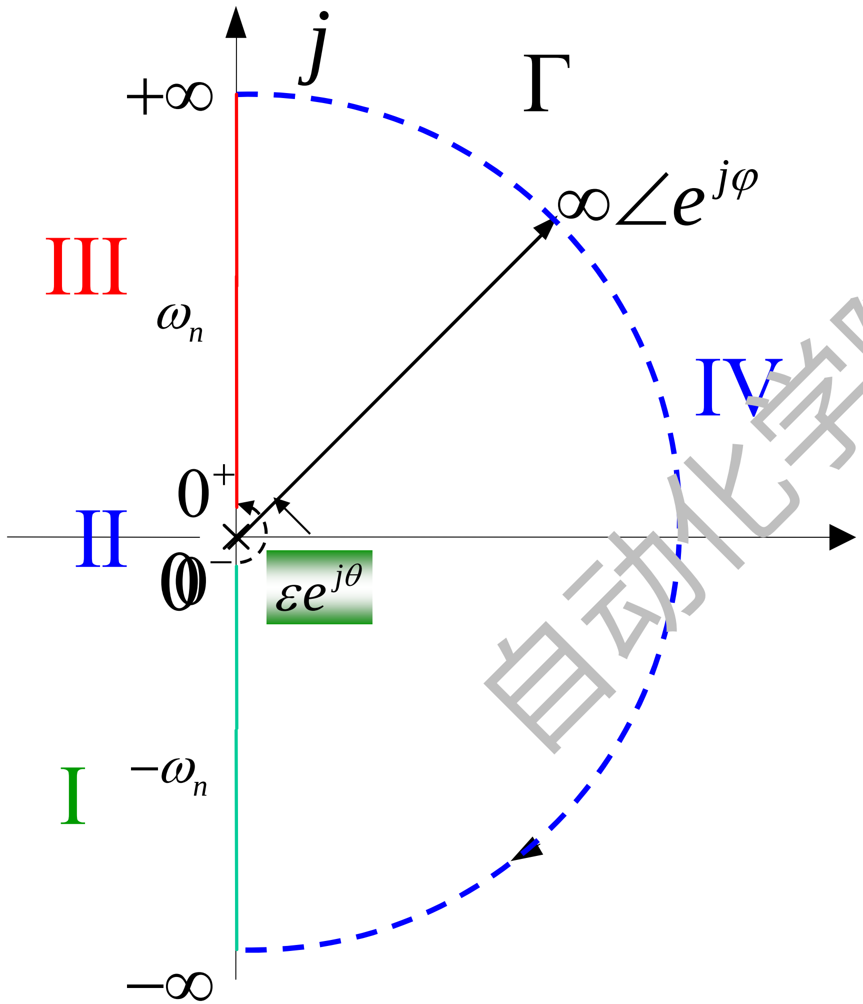
$N = -3$

闭合曲线Γ_{GH}包围原点的圈数N



$N=-2$　　$N=0$　　$N=0$

五、开环系统中含有积分环节或等幅振荡环节 Nyquist 判据的应用



I: $s = j\omega, \omega \in (-\infty, 0^-)$

III: $s = j\omega, \omega \in (0^+, \infty)$

IV: $s = \lim\limits_{R \to \infty} Re^{j\varphi}, \varphi \in [\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}]$

II: $s = \lim\limits_{\varepsilon \to 0} \varepsilon e^{j\theta}$

$$0^- < \omega < 0^+$$

$$\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

半闭合曲线 Γ_{GH} 绘制的结论

$\nu = 0$

圆弧的方向怎样标注？

- Γ_{GH} 即为 $0 < \omega < +\infty$ 的开环幅相特性曲线

$\nu \neq 0$

- 在上述曲线基础上，还要从 $\omega = 0^{+}$ 开始，以无穷大为半径，逆时针转过 $\frac{\nu\pi}{2}$ 后的虚线圆弧。

例：设系统的开环传递函数为

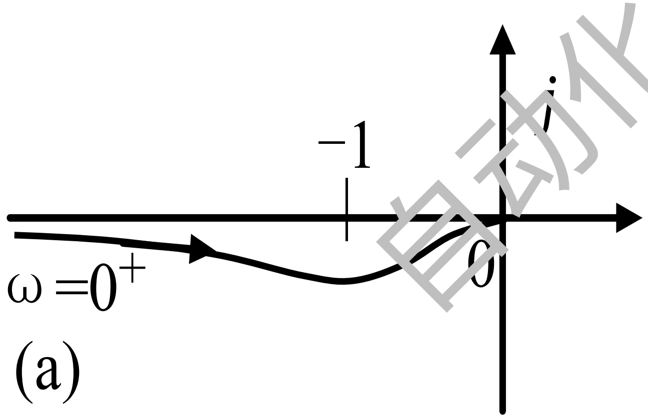
$$G(s)H(s)=\frac{4s+1}{s^2(s+1)(2s+1)}$$

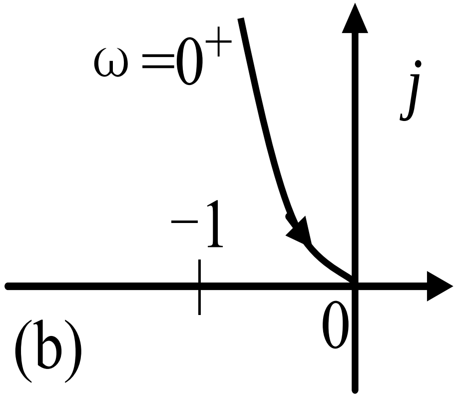
应用Nyquist判据判别闭环系统的稳定性。

考题：已知下列负反馈系统的开环传递函数（参数 k 、$T_1>0$ 、$T_2>0$ ），及其幅相曲线，判断各闭环系统的稳定性。（要说明理由）

$$G(s)=\frac{k(T_1 s+1)}{s^2(T_2 s+1)}$$

$$G(s)=\frac{k}{s(Ts-1)}$$

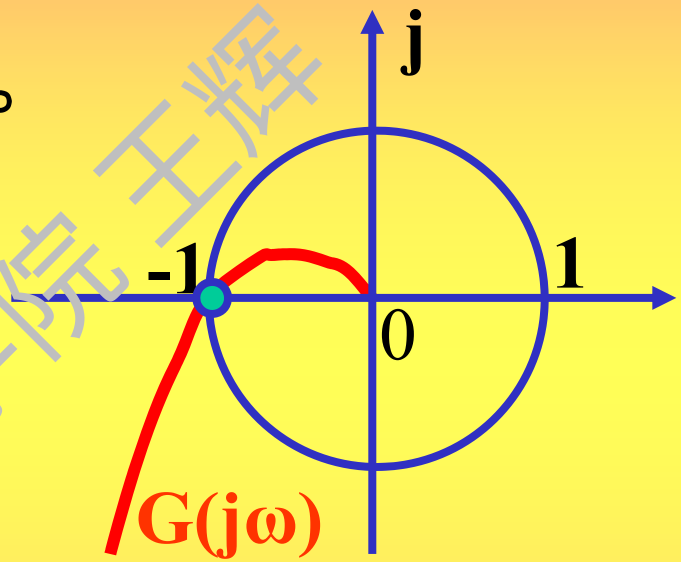




临界稳定的概念

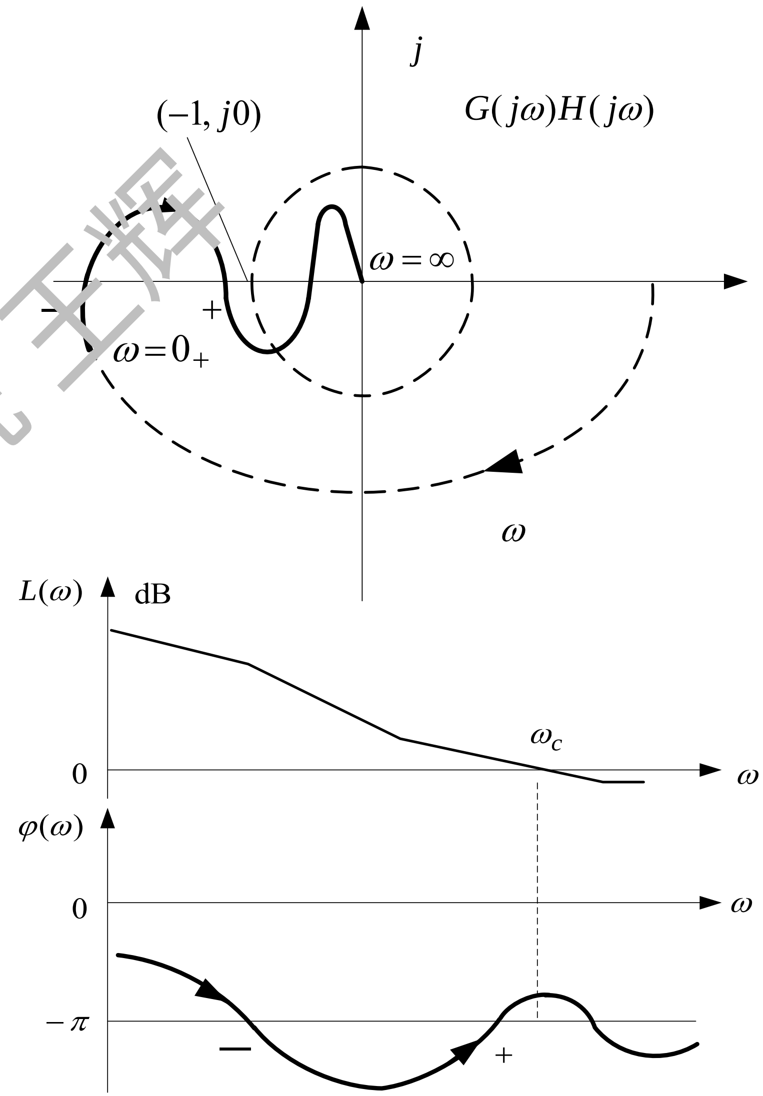
最小相角系统当$G(j\omega)$过$(-1, j0)$点时，

闭环系统**临界稳定**。



六、Bode图上Nyquist稳定判据的应用

1、极坐标图与伯德图对应关系



结论：

Nyquist曲线穿越（-1，j0）点左侧相当于在伯德图中当$L(\omega)>0$dB时相频特性曲线穿越-180°线。

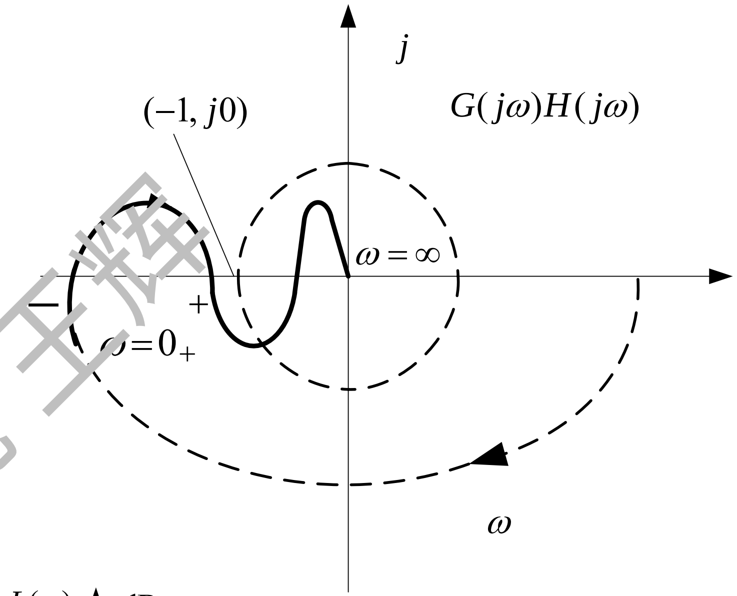
2、半闭合曲线 Γ_{GH} 绘制的结论

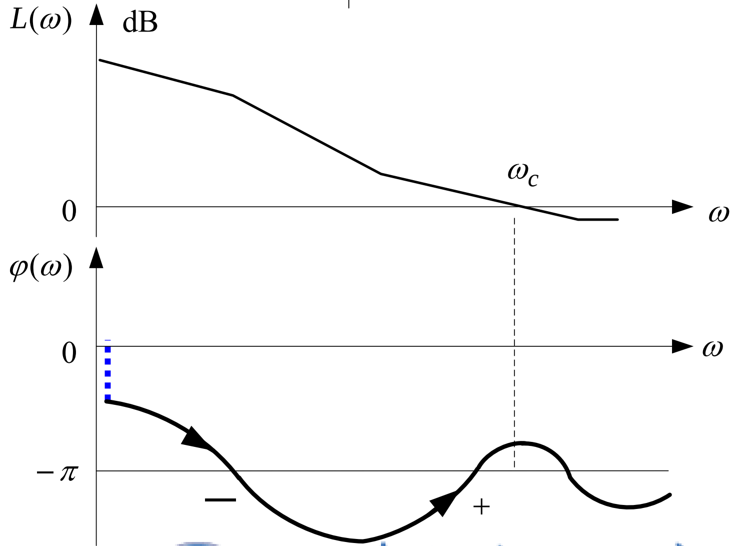
$\nu = 0$

对应着对数相频特性曲线

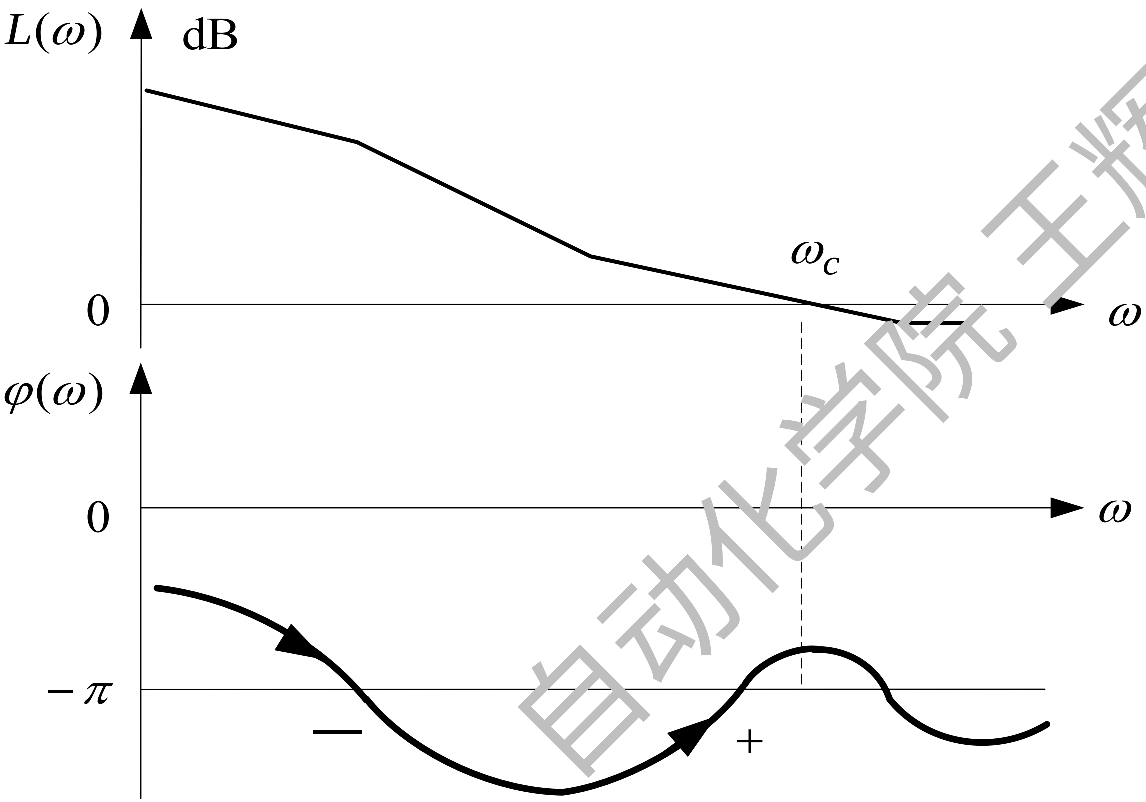
$\nu \neq 0$

在上述基础上，$\varphi(\omega)$ 还要在 ω 趋于0+处，由下而上补画相角为 $\dfrac{\nu\pi}{2}$ 的虚线。





3、正负穿越次数的计算



相角增加正穿越

相角减小负穿越

§6.4 稳定裕度

1、相角裕度

2、幅值裕度

求稳定裕度步骤

$$\gamma = 180° + \angle G(j\omega_c)$$

1、令 $|G(j\omega)| = 1$ 得 ω_c

2、算出 $\angle G(j\omega_c)$ 角度

3、将算出的角 $+180°$

$$k_g = \frac{1}{|G(j\omega_x)|} \text{或} k_g = \frac{1}{|G(j\omega_g)|}$$

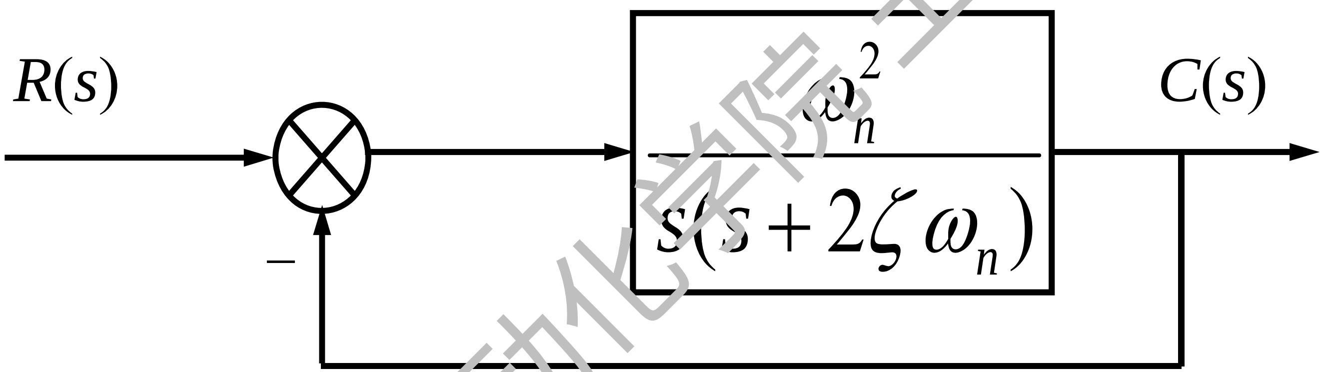
1、令 $\angle G(j\omega) = -180°$ 得 ω_x

2、求出 $|G(j\omega_x)|$

3、取个倒数

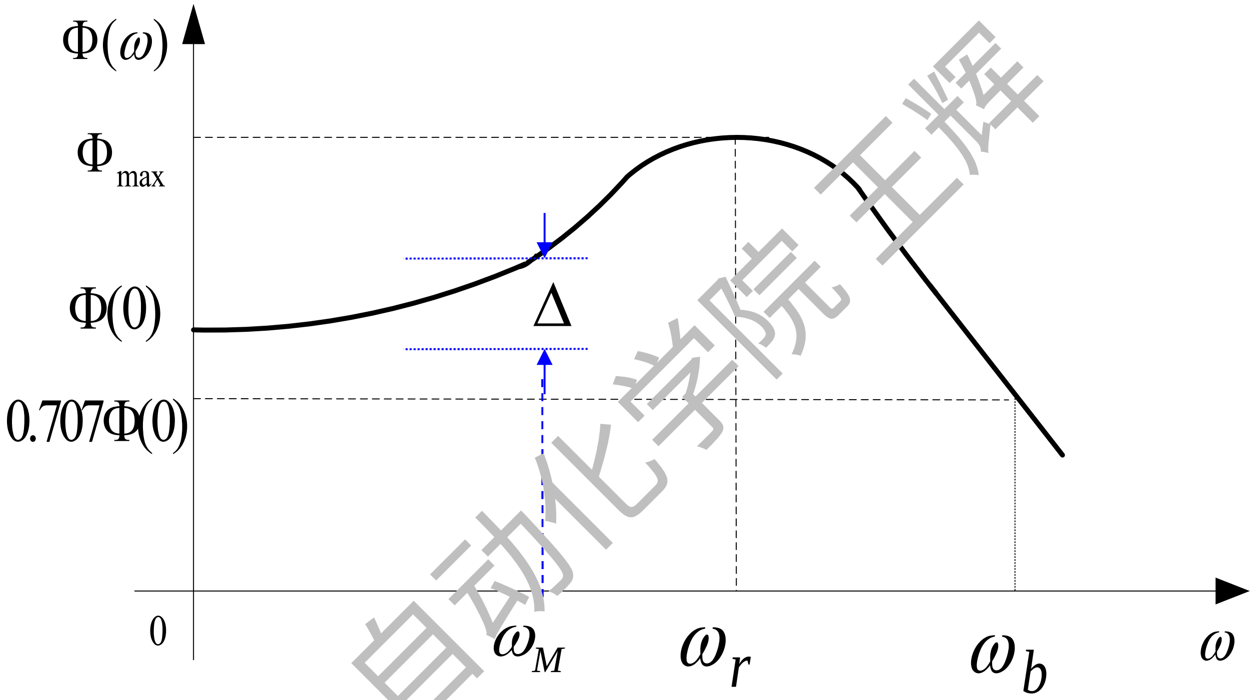
例　试确定典型二阶系统的相角裕度γ。

（相角裕度γ与系统参数 ζ的关系）。



§6.5 闭环系统的频率域性能指标

闭环幅频特性指标



$\Phi(\omega)$
Φ_{max}
$\Phi(0)$
$0.707\Phi(0)$
Δ
0
ω_M
ω_r
ω_b
ω

三、二阶闭环系统频域指标与时域指标的对应关系

高阶系统的性能指标经验公式

$$M_r \approx 1/\sin\gamma$$

$$\omega_r \approx \omega_c$$

$$\sigma_p \approx 0.16 + 0.4(M_r - 1), 1 \le M_r \le 1.8$$

$$t_s = \frac{k\pi}{\omega_c}, \quad k = 2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2;$$

三频段理论

- 低频段与稳态性能
- 中频段与动态性能
- 高频段与抗干扰性

本章重点

1. 开环频率特性曲线的绘制

2. 频率域稳定判据应用

3. 稳定裕度的计算