# **Azimutbestimmung**

Gruppe 1

Udo Beier

Leon Brückner Sebastian Ziegler Valentin Olpp

März 2014

# Inhaltsverzeichnis

1	Abst	tract	4
2	Einle	eitung	5
3	Met	hoden	6
	3.1	Zeitmaße	6
	3.2	Astronomische Koordinatensysteme	7
		3.2.1 Horizontsystem	7
		3.2.2 Festes Äquatorsystem	7
		3.2.3 Bewegliches Äquatorsystem	7
	3.3	Azimut und Deklination	7
	3.4	Der Theodolit	7
	3.5	Messungen mit dem Theodoliten	8
	3.6		8
	3.7	Messung des Sonnenazimuts	8
	3.8	Berechnung des absoluten Sonnenazimuts	9
4	Erge	ebnisse	10
5	Disk	kussion	12
6	Anh	ang	13

# Abbildungsverzeichnis

# **Tabellenverzeichnis**

1	Gemessene Werte für den Turmazimut	10
2	Messung des Sonnenazimut	13
3	Messung des Turmazimut	13
4	Berechneter Sonnenazimut	13

## 1 Abstract

Es wird vom Standpunkt der Sternwarte in Bamberg der Azimut des etwa 13 km Fernsehturms mit einem Theodoliten bestimmt. Hierzu wird eine Messung des Azimuts der Sonne und des Fernsehturms relativ zu einem willkürlichen Nullpunkt durchgeführt. Durch Berechnung des absoluten Sonnenazimuts aus Tabellenwerten wird der absolute Azimut des Turms bestimmt.

# 2 Einleitung

Wenn die Navigation auf hoher See heute vor allem mittels GPS geschieht, so wurde früher die Sonne zur Positionsbestimmung verwendet. Dies geschah mit einem Sextanten, mit dem der Winkelabstand zwischen dem Horizont und einem astronomischen Objekt bestimmt werden kann. Im Falle der Seefahrt wurde so die Höhe der Sonne über dem Horizont bestimmt, sodass mit Kenntnis der exakten Uhrzeit eine Abschätzung der eigenen Position möglich ist. In dieser Messung soll aber nicht die Deklination eines Objekts, sondern dessen Azimut, also der Winkel relativ zur Nord-Süd-Richtung, bestimmt werden. Das hier angepeilte Objekt ist ein etwa 13 km entfernter Fensehsender auf dem Geisberg. Dazu wird ein Theodolit verwendet, mittels dem die Azimutwerte von Turm und Sonne relativ zu einem Nullpunkt, dessen absolute Ausrichtung nicht bestimmt werden kann, bestimmt werden. Aus Tabellen kann die Position der Sonne berechnet werden, sodass am Ende eine Aussage über den absoluten Azimut des Fernsehturms möglich ist.

### 3 Methoden

#### 3.1 Zeitmaße

Es existieren verschiedene Zeitmaße mit unterschiedlichen Definitionen, die im folgenden aufgeführt sind.

- Wahre Sonnenzeit (WZ): Die wahre Sonnenzeit wird am Stand der Sonne am Himmel gemessen und beträgt 12 Uhr, wenn die Sonne durch den Meridian des Standortes geht.
- Mittlere Sonnenzeit (MZ): Die mittlere Sonnenzeit ist eine kurzfristig gleichmäßig vergehende Zeit, wobei eine fiktive mittlere Sonne den Zeitverlauf bestimmt. Sie läuft längs des Äquators
- Weltzeit, Universal Time (UT): Die Weltzeit ist ein Zeitmaß, das aufgrund internationaler Vereinbarungen für jeden Ort die gleiche Zeit liefert. Sie entspricht dabei der mittleren Sonnenzeit auf dem 0-Meridian.
- Zonenzeit: Als Zonenzeit wird eine einheitliche Zeit innerhalb einer Zeitzone bezeichnet. Dabei wird die Erde in 24 Zeitzonen eingeteilt, um innerhalb einer Zeitzone vertretbare Abweichungen von der mittleren Sonnenzeit zu gewährleisten.
- Julianisches Datum (JD): Das Julianische Datum gibt die Tage an, die seit dem 1. Januar -4712, 12 Uhr vergangen sind.
- Sternzeit, Sidereal Time (ST): Die Sternzeit ist ein Zeitmaß, das auf der scheinbaren Rotation der Sterne am Himmel, hervorgerufen durch die Erdrotation, beruht. Ein Sterntag ist die Dauer, die der Sternenhimmel für ein ganze scheinbare Umdrehung benötigt. Die ST definiert sich als Stundenwinkel des Frühlingspunkts.
- Ephemeridenzeit (ET,TT oder TDT): Die Ephemeridenzeit ist ein durch die Dynamik des Sonnensystems definiertes Zeitmaß. Eine Ephemeridensekunde entspricht dabei dem 31.556.925,9747ten Teil des Tropischen Jahres 1900.
- Atomzeit: Die Atomzeit ist ein Zeitmaß das auf der SI-Sekunde basiert und wird weltweit bei zahlreichen Zeitinstituten in der Regel durch Cäsium-Atomuhren realisiert. Eine Sekunde ist das 9.192.631.770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids Cs-133 entsprechenden Strahlung.

Dabei verlaufen die Ephemeridenzeit und die Atomzeit streng gleichförmig, ungleichmäßig dagegen verlaufen die mittlere Sonnenzeit, die Weltzeit und die Zonenzeit aufgrund der Schwankungen der Erdrotation.

Die wahre Sonnenzeit verläuft aus zwei Gründen ungleichmäßig: Zum einen wird der gleichmäßige Verlauf durch die elliptische Form der Erdbahn und zum anderen durch die Neigung der Erdachse gestört.

Die Sternzeit steht unter dem Einfluss von Schwankungen der Rotation der Erde, wie z.B. die Präzession. Daher verläuft die Sternzeit nicht streng gleichförmig.

## 3.2 Astronomische Koordinatensysteme

Für diese Messung sind drei Koordinatensysteme von besonderer Bedeutung.

#### 3.2.1 Horizontsystem

Der Ursprung des Horizontsystems liegt beim Beobachter, der Grundkreis ist der lokale Horizont. Längen- und Breitenkoordinaten entsprechen Höhenwinkel und Azimut. Die Pole sind Zenit und Nadir, wesentlicher Verwendungszweck sind Messungen an der Erdoberfläche.

#### 3.2.2 Festes Äquatorsystem

Beim festen Äquatorialsystem liegt der Ursprung wahlweise im Beobachter oder im Erdmittelpunkt. Der Grundgkreis ist hier der Himmeläquator, Längen- und Breitengrad entsprechen Deklinations- und Stundenwinkel. Die Pole sind die Himmelspole selbst. Verwendet wird dieses System vor allem bei astronomischen Beobachtungen.

### 3.2.3 Bewegliches Äquatorsystem

Das bewegliche Äquatorialsystem entspricht dem festen, bis auf den Unterschied, dass Längen- und Breitengrad Deklinationswinkel und Rektazension entspricht.

#### 3.3 Azimut und Deklination

In einem Koordinatensystem mit einer Grundebene, welche im Fall etwa des Horizontsystems die Erdoberfläche ist, und einem dazu senkrechten Zenit, definiert man die Deklination als den Winkel zwischen Objekt und der Grundebene, sowie den Azimut als Winkel relativ zu einer ausgezeichneten Richtung. Im Fall des Horizontsystems ist dies etwa die Nord-Süd-Richtung, wobei 0  $^{\circ}$  Süden entspricht und die Zählung über Westen, Norden und Osten fortgesetzt wird.

#### 3.4 Der Theodolit

Für die Bestimmung der relativen Azimutwerte wird ein Theodolit verwendet, welcher mittels einer Montierung auf den Teleskopsäulen im Garten befestigt werden kann. An der Montierung wird ein Element in Form eines regelmäßigen Dreiecks befestigt, das mittels zweier Feinhorizontierschrauben relativ zur Montierung bewegt werden kann, allerdings nur um sehr kleine Wege. Dieser Mechanismus dient der Feineinstellung. Der Rest des Theodoliten ist mit einem Kugelgelenk mit dem vorherigen Element verbunden. Daran schließt sich der eigentliche Theodolit an: Dieser ist zum einen drehbar um die vertikale Achse, zum anderen drehbar um eine horizontale Achse gelagert, sodass nun jeder beliebige Punkt am Himmel durch das sich anschließende Fernrohr anvisiert werden kann. Des weiteren existiert eine Einrichtung zur Einstellung des Nullpunktes der Azimut-Skala sowie eine Wasserwaage, mit der die horizontale Ausrichtung des Theodoliten geschieht. Im ersten Schritt soll der Theodolit horizontal ausgerichtet werden, sodass sich also bei

einer Drehung des Theodoliten um die vertikale Achse nur der Azimut des betrachteten Objekts ändert und nicht dessen Deklination.

Dazu wird zunächst der Theodolit mittels des Kugelgelenks und einer Libelle (kreisförmige "Wasserwaage") grob horizontal ausgerichtet. Die Feinjustierung geschieht dann mittels eines Algorithmus, mit dem man sich der horizontalen Ausrichtung annähert: Zunächst wird die Wasserwaage entlang einer Seite der dreieckigen Grundfläche ausgerichtet und die Ausrichtung des Theodoliten mit der entsprechenden Feinhorizontierschraube exakt auf Null eingestellt. Danach wird der Theodolit um 180° um die vertikale Achse gedreht und der neue Ausschlag der Luftblase mittels der gleichen Feinjustierschraube halbiert. Anschließend wird der Theodolit um selbige Achse nochmals um 90° gedreht und der Ausschlag der Luftblase mit der zweiten Feinhorizontierschraube auf den vorherigen Spielpunkt eingestellt. Indem dieses Vorgehen wiederholt wird, erreicht man nach ausreichend vielen Wiederholungen eine hinreichend genaue horizontale Justierung des Theodoliten.

### 3.5 Messungen mit dem Theodoliten

Azimut und Deklination eines Objekts können bestimmt werden, indem das entsprechende Objekt anvisiert wird. Durch Umlegen eines Schalters kann man zwischen Deklination und Azimut wechseln. Der entsprechende Wert kann dann durch das Mikroskoprändel angelesen werden. Dazu muss die Mikrometertrommel derart eingestellt werden, dass die Lücken in den beiden sichtbaren Balken exakt nebeneinander liegen.

### 3.6 Messung des Turmazimuts

Mit einem derart justierten Theodoliten können nun Azimut und Deklination eines Objekts am Himmel bestimmt werden, indem man das entsprechende Objekt anvisiert und auf der Skala nun den jeweiligen Winkel, der in gon angezeigt wird, abliest. Dabei kann die Deklination als absoluter Wert im Horizontsystem abgelesen werden, wohingegen der Azimut nur relativ zu einem frei einstellbaren Nullpunkt bestimmbar ist.

Um nun den Azimut des angesprochenen Objekts zu bestimmen, wird nun der relative Azimut des Objekts sowie der Azimut eines anderen Objekts abgelesen, der beispielsweise mittels Literatur- und Tabellenwerten als absoluter Wert bestimmt werden kann. Dieses zweite Objekt ist in diesem Fall die Sonne.

Um den Turmazimut zu bestimmen, wird das Objekt mittels des Fadenkreuzes derart anvisiert, dass sich die Turmspitze möglichst exakt zentral im Fadenkreuz befindet.

#### 3.7 Messung des Sonnenazimuts

Da die Sonne nicht direkt durch das Fernrohr beobachtet werden kann, da dies zu einer sofortigen Schädigung des Auges und der Sehfähigkeit führen würde, muss hierfür ein Filter verwendet werden. Bei der Messung wurden eine Kombination aus einem UV-IR-Rejection-Filter sowie aus zwei Neutraldichte-Filtern mit den Werten 1.8 und 3.0 eingesetzt.

Zur Bestimmung des Sonnenazimuts wird ein Überstreichen der Sonnenscheibe über einen senkrechten Strich des Fadenkreuzes betrachtet. Mit einer Stoppuhr wird eine Zeitmessung gestartet, wenn der rechte Rand der Sonnenscheibe jenen Strich berührt. Wenn der linke Rand den gleichen Strich überstreicht, wird eine Zwischenzeit genommen, zu einem frei gewählten Zeitpunkt, der ebenfalls notiert wird, wird schließlich die Messung beendet. Aus diesen drei Messungen kann der Zeitpunkt in MEZ bestimmt werden, an dem das Zentrum der Sonnenscheibe das Zentrum des Fadenkreuzes überstreicht. Der Zeitpunkt, zu dem das Zentrum der Sonne das Zentrum des Fadenkreuz, kann einfach mittels der folgenden Formel bestimmt werden:

$$U_{zen} = U_{end} - \left(t_{end} - \frac{t_{zw}}{2}\right),\tag{1}$$

wobei  $U_{zen}$  die Uhrzeit des Zentrumdurchgangs,  $U_{end}$  die Uhrzeit bei Beendigung der Messung,  $t_{end}$  die von der Stoppuhr am Ende der Messung angezeigte Zeit sowie  $t_{zw}$  die gemessene Zwischenzeit auf der Stoppuhr.

#### 3.8 Berechnung des absoluten Sonnenazimuts

Mittels der in ... dargestellen Berechnung kann aus Tabellenwerten für die Sternzeit um 0 Uhr des Messtages in Greenwich, den aktuellen Offset zwischen universal time (UT) und Ephemeridenzeit (TT) sowie den Werten für die Sonnendeklination und den Sonnenazimut im Äquatorialsystem zu Beginn und Ende des Messtages der absolute Azimut der Sonne zu jedem Messzeitpunkt eines Wertes für den Sonnenazimut bestimmt werden. Daraus ergibt sich durch Mittelung der Offset zwischen dem eingestellten Nullpunkt des Azimuts und der Nord-Süd-Verbindung. Durch Addition des Unterschiedes zwischen den relativen Azimutwerten für Turm und Sonne kann so der absolute Azimut des Turms bestimmt werden.

## 4 Ergebnisse

Da am Messtag zwar die Sonne gut sichtbar war und deren Azimut problemlos bestimmt werden konnte, allerdings der Fernsehturm aufgrund von Dunst nicht sichtbar war, konnte leider kein vollständiger Datensatz aufgenommen werden. Aus diesem Grund wird die Auswertung mit von einer früheren Gruppe erhobenen Daten ausgeführt.

Bei der Kalibrierung des Theodoliten war die Einstellung mit der Libelle schon so gut, dass mit dem in den Methoden beschrieben Algorithmus keine wesentliche Verbesserung der Ausrichtung erreicht werden konnte.

Bei der Messung des Sonnenazimuts trat das Problem auf, dass die Sonne nach einer Messung sehr schnell aus dem Gesichtsfeld verschwunden war, sodass sie wieder gesucht und eingestellt werden musste.

In der Tabelle ?? ist die Tabelle mit den ausgewerteten Messungen des Sonnenazimuts zu finden, in Tabelle 3 sind die Werte für den gemessenen Turmazimut aufgelistet. Zunächst wird durch einfaches Mitteln der mittlere relative Turmazimut bestimmt. Dieser ergibt sich zu 117.6731 °, mit einem Standardfehler von 0.0000972 °  $\approx 0.0001$  °. Dieser Wert wird nun für die Berechnung des Sonnenazimuts verwendet. Dieser ergibt sich für die einzelnen Messungen wie in Tabelle 4 dargestellt.

Über den beobachteten relativen Sonnenazimut kann nun mittels

$$a_{Turm,abs} = a_{Turm,rel} - a_{Sonne,rel} + a_{Sonne,abs} \tag{2}$$

der absolute Turmazimut berechnet werden. Hierbei ergeben sich die folgenden Werte:

Absoluter Turmazimut ( $^{\circ}$ )
267.648654956
267.649734349
267.650203207
267.649674697
267.647492394
267.648884494
267.646924116
267 646039568

Tabelle 1: Gemessene Werte für den Turmazimut

Für den Fehler des absoluten Turmazimuts wird eine Fehlerfortpflanzung verwendet, die sich aus der Formel für den Turmazimut ergibt:

$$A_{Turm} = A_{Turm,rel} + \text{Offset}_A, \tag{3}$$

wobei  $A_{Turm}$  der absolute Turmazimut,  $A_{Turm,rel}$  der absolute relative Turmazimut bestimmt durch Messung und Offset<sub>A</sub> der aus Tabellenwerten und der Sonnenmessung bestimmte Azimut des (willkürlich) gewählten Nullpunktes des Theodoliten ist. Da  $A_{Turm,rel}$  mit einem Fehler 0.0000972° und Offset<sub>A</sub> mit einem Standardfehler von

0.00053° bestimmt wurde, ergibt eine Fehlerfortpflanzung:

$$\delta A_{Turm} = \sqrt{\left(\frac{\partial A_{Turm}}{\partial A_{Turm,rel}}\right)^2 + \left(\frac{\partial A_{Turm}}{\partial \text{Offset}_A}\right)^2} = \sqrt{\delta A_{Turm,rel}^2 + \delta(\text{Offset}_A)^2} = (5.39 \cdot 10^{-4})^\circ \approx 0.0006^\circ,$$
(4)

da sich die beiden Ableitungen im Quadrat jeweils zu 1 ergeben. Aus diesen Werten ergibt sich ein gemittelter Wert von  $267.6485\pm0.0006$ ° =  $267^{\circ}38'54.6''\pm2.2''$  für den Azimut des vermessenen Turms.

### 5 Diskussion

Aufgrund der Präzision, mit der die Werte für den relativen Azimut abgelesen werden können, die sich nach Aussage des Betreuers auf etwa eine Bogensekunde beläuft, ist eine sehr genaue Messung des Azimuts möglich. Die Genauigkeit dieser Messung zeigt sich etwa im geringen Fehler bei der Messung des relativen Turmazimuts, der sich auf lediglich 0.4 Bogensekunden beläuft. Einen weit größeren Fehler liefert die Bestimmung des Nullpunkts der Skala, in den effektiv der gemessene und der durch Rechnung bestimmte absolute Sonnenazimut einfließen. Da für den gemessenen Sonnenazimut das Überstreichen der im Fernrohr sehr ausgedehnten Sonnenscheibe betrachtet wird und das Überstreichen des Zentrums mittels eines händischen Zeitmessung per Stoppuhr durchgeführt wird, ist ein größerer Fehler zu erwarten. Weitere Fehler können sich etwa durch die Interpolation von Sonnenazimut und -deklination aus Tabellenwerten ergeben. Da aber die Rotation der Erde um die Sonne in sehr guter Näherung gleichförmig ist, ist eine lineare Interpolation gerechtfertigt.

Vergleicht man diese Methode etwa mit der Alternative, den Azimut mittels eines Kompass, der die Nord-Süd-Richtung liefert, zu bestimmen, so treten hier viele Schwierigkeiten wie etwa lokale Änderungen des Magnetfeldes, die Verschiebung zwischen magnetischem und geographischen Pol, etc. auf.

Betrachtet man die Umgebung von Bamberg auf google maps, so erkennt man, dass der Fernsehturm ziemlich exakt im Osten liegt, was mit der Messung zumindest im Groben übereinstimmt.

Eine Verbesserung der Messung wäre möglich, wenn die Bestimmung des relativen Sonnenazimuts verbessert werden könnte. Dies wäre etwa durch das Anschließen einer Kamera und eines Rechners an das Fernrohr des Theodoliten möglich, sodass das Überstreichen der Sonnenränder über das Fadenkreuz exakter mit einer bildverarbeitenden Software möglich wäre. Weiter könnte die Messung durch eine bessere horizontale Ausrichtung des Theodoliten erreicht werden. Da bei der Beobachtung auffiel, dass etwa die Ausdehnung des Sockels und der Montierung bei Erwärmung die horizontale Ausrichtung beeinflussen, könnte dieser Fehler durch eine konstante Temperierung der angesprochenen Elemente verringert werden.

Tatsächlich weißt die Messung aber eine sehr große Genauigkeit auf.

# 6 Anhang

Winkel Sonne	Zwischenzeit (h min s)	Endzeit (h min s)	MEZ Funkuhr
180 ° 13' 54"	$2^{m}16.18^{s}$	$2^m 59.18^s$	$10^h 52^m 00^s$
182 ° 29' 01"	$2^{m}14.44^{s}$	$3^{m}00.03^{s}$	$10^h 59^m 30^s$
$183^\circ37^{,}44^{,,}$	$2^{m}14.18^{s}$	$2^{m}44.53^{s}$	$11^h03^m00^s$
$184^{\circ}50'08"$	$2^{m}13.75^{s}$	$2^{m}48.85^{s}$	$11^h 07^m 00^s$
189 ° 03' 04"	$2^{m}12.44^{s}$	$2^{m}48.78^{s}$	$11^{h}20^{m}30^{s}$
190 ° 13' 49"	$2^{m}11.83^{s}$	$3^m05.00^s$	$11^{h}24^{m}30^{s}$
$191~^{\circ}~45^{\circ}~55^{\circ}$	$2^{m}11.68^{s}$	$3^m 16.66^s$	$11^{h}29^{m}30^{s}$
$193^{\circ}07^{\circ}52^{\circ}$	$2^{m}11.00^{s}$	$2^m 31.37^s$	$11^h 33^m 00^s$

Tabelle 2: Messung des Sonnenazimut

Gemessener	Azimut
117 ° 40'	24"
117 ° 40'	24"
117 ° 40'	22"
117 ° 40'	23"
117 ° 40'	24"
117 ° 40'	22"
117 ° 40'	24"
117 ° 40'	22"

Tabelle 3: Messung des Turmazimut

Berechneter Sonnenazimut
330.207231345
332.460255182
333.606001818
334.812139975
339.025513227
340.206071994
341.739111616
343.104060402

Tabelle 4: Berechneter Sonnenazimut

# Literatur

[Ast] Astronomisches Praktikum. Modul "Einführung in die Astronomie". Dr. Karl Remeis Sternwarte. Bamberg

 $[Theo]\ http://de.wikipedia.org/wiki/Theodolit. Wikipedia Foundation. 12.3.2014$ 

[Sex] http://de.wikipedia.org/wiki/Sextant. Wikipedia Foundation. 12.3.2014

[Goo] http://de.google.maps.com. Google. 13.3.2014