

# acm答案

---

## 一、选择题

1. D
2. C
3. C
4. D
5. B

## 二、填空题

1. 确定性、有穷性
2. 计算中间位置  $mid = \lfloor (low+high)/2 \rfloor$ ，将查找范围缩小为  $a[low:mid]$  或  $a[mid+1:high]$
3.  $O(n^3)$
4.  $n-7$ 元组；子集树、排列树、混合树
5. 队列式分支限界法、优先队列式分支限界法
6. 数值随机化算法、拉斯维加斯算法、舍伍德算法
7. 引入松弛变量
8. 0

## 三、简答题

1. 特点：通过随机选择推进计算，可能找不到解，但找到的解一定正确。举例：八皇后问题中随机放置皇后，满足条件即得解。
2. 引入松弛变量。
3. 按字符频率构建哈夫曼树，频率高的字符编码短，频率低的编码长。
4. 最优子结构和重叠子问题。
5. 特点：利用随机性、得到近似解、结果随计算量增加收敛。举例：通过在正方形内随机投点计算圆周率  $\pi$  的值。

## 四、算法应用题

### 1. 合并排序过程

- **首次划分**：将序列  $\{3,1,9,23,12,6\}$  划分为  $\{3,1,9\}$  和  $\{23,12,6\}$ 。
- **递归排序**： $\{3,1,9\}$  排序为  $\{1,3,9\}$ ， $\{23,12,6\}$  排序为  $\{6,12,23\}$ 。
- **合并结果**：合并  $\{1,3,9\}$  和  $\{6,12,23\}$ ，得到最终排序  $\{1,3,6,9,12,23\}$ 。

### 2. Kruskal 算法求解最小生成树

- 按边权从小到大排序边： $(1,3,1)$ 、 $(4,6,2)$ 、 $(3,4,4)$ 、 $(2,3,5)$ 、 $(1,5,5)$ 、 $(1,2,6)$ 、 $(2,5,6)$ 、 $(3,5,6)$ 、 $(1,4,5)$ 、 $(5,6,6)$ 。
- 依次选边（不形成环）：
  1. 选  $(1,3)$ ，连接顶点 1、3。
  2. 选  $(4,6)$ ，连接顶点 4、6。
  3. 选  $(3,4)$ ，连接顶点 1、3、4、6。
  4. 选  $(2,3)$ ，连接顶点 2。
  5. 选  $(1,5)$ ，连接顶点 5。
- 最终最小生成树包含边： $(1,3)$ 、 $(4,6)$ 、 $(3,4)$ 、 $(2,3)$ 、 $(1,5)$ 。

### 3. 0-1 背包问题 (动态规划跳跃点算法)

◦ 公式: 
$$V(i, j) = \begin{cases} V(i-1, j) & (w_i > j) \\ \max\{V(i-1, j), V(i-1, j-w_i) + p_i\} & (w_i \leq j) \end{cases}$$

◦ 求解过程 (简要) :

◦ 初始化:  $V(0, j) = 0, V(i, 0) = 0$ 。

3. ◦ ■

◦  $i = 1$  ( $w = 2, p = 18$ ) :  $j \geq 2$  时  $V(1, j) = 18$ 。

◦  $i = 2$  ( $w = 3, p = 15$ ) :  $j = 5$  时  $V(2, 5) = \max\{18, 0 + 15\} = 18$ ,  $j = 5$  时更新为  $18 + 15 = 33$ 。

◦  $i = 3$  ( $w = 4, p = 8$ ) :  $j = 9$  时  $V(3, 9) = \max\{33, V(2, 5) + 8 = 41\}$ 。

◦  $i = 4$  ( $w = 4, p = 4$ ) :  $j = 12$  时  $V(4, 12) = \max\{41, V(3, 8) + 4 = 41\}$ 。

◦ 最优值为 41。

### 4. 增广路算法求最大流

◦ 标号与增广过程

(简要) :

1. 源点 1 标号 ( $1, +\infty$ ), 检查邻边:

■ ( $1, 2$ ) 剩余容量 3 → 顶点 2 标号 ( $1, 3$ )。

■ ( $1, 3$ ) 剩余容量 3 → 顶点 3 标号 ( $1, 3$ )。

2. 顶点 2 检查邻边:

■ ( $2, 4$ ) 剩余容量 4 → 顶点 4 标号 ( $2, 3$ )。

■ ( $2, 5$ ) 剩余容量 1 → 顶点 5 标号 ( $2, 1$ )。

3. 顶点 4 检查邻边 ( $4, 6$ ) 剩余容量 3 → 顶点 6 标号 ( $4, 3$ ), 找到增广路 1-2-4-6, 增流 3, 更新边流量:

■ ( $1, 2$ )= $(3, 3)$ , ( $2, 4$ )= $(4, 3)$ , ( $4, 6$ )= $(3, 3)$ 。

4. 重复标号过程, 继续寻找增广路 (如 1-3-5-6 等), 最终最大流为 6 (具体步骤需结合图示标注)。

## 五、算法设计 (n 后问题)

### 算法策略: 回溯法

1. 思想: 按深度优先搜索解空间树, 逐行放置皇后, 检查是否满足不冲突约束 (同行、同列、同对角线无其他皇后), 不满足则回溯。

2. 主要步骤:

◦ 初始化  $n \times n$  棋盘, 全为 0 (0 表示空, 1 表示皇后)。

◦ 定义冲突检查函数: 判断 ( $i, j$ ) 位置是否与已放皇后的行、列、对角线冲突。

◦ 递归放置皇后: 从第 1 行开始, 对每行每列尝试放置, 若安全则放皇后并递归下一行; 若所有列无解则回溯上一行调整。

◦ 当第  $n$  行放置成功时, 输出棋盘作为一种方案。

示例方案 ( $n=4$ ) :

```
0 1 0 0
0 0 0 1
1 0 0 0
0 0 1 0
```

