

Праздник по эконометрике номер 3

Во всех задачах, если явно не сказано обратное, предполагается, что выполнены стандартные предпосылки классической линейной регрессионной модели.

1. Всего имеется 100 наблюдений. Для первых 50-ти наблюдений $X'X = \begin{pmatrix} 50 & 300 \\ 300 & 2100 \end{pmatrix}$, $X'y = (300 \ 2000)'$, $y'y = 2100$. По последним 50-ти наблюдениям: $X'X = \begin{pmatrix} 50 & 300 \\ 300 & 2100 \end{pmatrix}$, $X'y = (300 \ 2200)'$, $y'y = 2500$. По первым 50-ти наблюдениям оценивается модель $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$, по последним 50-ти наблюдениям оценивается модель $y_i = \gamma_1 + \gamma_2 x_i + \varepsilon_i$. Предположим, что во всех 100 наблюдениях ε_i независимы и нормальны $N(0; \sigma^2)$.

На уровне значимости 5% проверьте гипотезу $H_0 : \beta = \gamma$.

2. По 24 наблюдениям, соответствующим 24 представительствам национальной компании по торговле недвижимостью, была оценена регрессия объёма годовых продаж (Sales, млн. долл.) на число агентов в представительстве (Agents) и объём затрат на рекламу (AdvCosts, тыс. долл.). Ниже приведены результаты оценивания:

$$\widehat{Sales}_i = -7.7 + 0.3AdvCosts_i + 0.8Agents_i, \quad RSS = 42$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 3.2 & 0.003 & 0.3 \\ 0.003 & 0.005 & 0.002 \\ 0.3 & 0.002 & 0.4 \end{pmatrix}$$

- (a) Найдите оценку дисперсии случайной составляющей.
 - (b) Найдите оценку дисперсии коэффициента перед AdvCosts.
 - (c) Проверьте значимость коэффициента при затратах на рекламу на уровне значимости 1%
 - (d) Компания планирует открыть новое представительство с 20 агентами и годовыми затратами на рекламу в миллион долларов. Постройте 95%-ый предиктивный интервал для объёма годовых продаж нового представительства.
3. Имеется 100 наблюдений. Исследователь Вениамин предполагает, что дисперсия случайной ошибки непостоянна и подчиняется закону $\text{Var}(\varepsilon_t) = t\sigma^2$. Вениамин оценивает модель $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$ с помощью МНК.
- (a) Найдите истинную дисперсию МНК оценки коэффициента β_2
 - (b) Предложите более эффективную оценку $\hat{\beta}_2^{alt}$
 - (c) Подробно опишите любой способ, который позволяет протестировать гипотезу о гомоскедастичности против предположения Вениамина о дисперсии.

4. В модели парной регрессии $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$ ошибки ε_i независимы и имеют пуассоновское распределение с параметром λ .
- (a) Предложите способ несмещенно оценить λ .
 - (b) Являются ли МНК-оценки $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_2$ несмещенными? Если оценки являются смещенными, то предложите несмещенные оценки
5. Эконометресса Эвридика хочет оценить модель $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \varepsilon_i$. К сожалению, она измеряет зависимую переменную с ошибкой. Т.е. вместо y_i она знает значение $y_i^* = y_i + u_i$ и использует его в качестве зависимой переменной при оценке регрессии. Ошибки измерения u_i некоррелированы между собой и с ε_i , имеют нулевое математическое ожидание и постоянную дисперсию σ_u^2 .
- (a) Будут ли оценки Эвридики несмещенными?
 - (b) Могут ли дисперсии оценок Эвридики быть ниже чем дисперсии МНК оценок при использовании настоящего y_i ?
 - (c) Могут ли оценки дисперсий оценок Эвридики быть ниже чем оценок дисперсий МНК оценок при использовании настоящего y_i ?