

## Часть 1. Тест.

**Вопрос 1 ♣** Нормальность остатков является одной из предпосылок теоремы Гаусса-Маркова

- ☐ A верно ☐ B неверно

**Вопрос 2 ♣** После применения МНК к модели  $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$  сумма остатков  $\sum \hat{\varepsilon}_i$

- ☐ A равна нулю ☐ B не равна нулю

**Вопрос 3 ♣** В результате применения МНК к модели  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$  сумма  $\sum x_i \hat{\varepsilon}_i$

- ☐ A обязательно равна нулю ☐ B может быть не равна нулю

**Вопрос 4 ♣** В случае мультиколлинеарности оценки дисперсий коэффициентов модели становятся

- ☐ A смещёнными ☐ B несмещёнными

**Вопрос 5 ♣** С помощью МНК оценивается модель  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$ . Наблюдения представляют собой случайную выборку, и  $\text{Cov}(\varepsilon_i, x_i) = 1$ . В этом случае  $\text{plim } \hat{\beta}_2^{ols}$

- ☐ A не равен  $\beta_2$  ☐ B равен  $\beta_2$

**Вопрос 6 ♣** В случае мультиколлинеарности применение гребневой регрессии (ridge-regression) делает оценки коэффициентов

- ☐ A смещёнными ☐ B несмещёнными

**Вопрос 7 ♣** Для сравнения качества моделей  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$  и  $\ln(y_i) = \gamma_1 + \gamma_2 x_i + \varepsilon_i$ , оцененных на одном наборе данных, используют

- ☐ A скорректированный коэффициент  $R_{adj}^2$  ☐ B коэффициент детерминации  $R^2$   
☐ C Нет верного ответа.

**Вопрос 8 ♣** После применения МНК к исходной модели дополнительно можно оценить модель  $\ln(\hat{\varepsilon}_i^2) = \gamma_1 + \gamma_2 \ln(x_i) + u_i$  для диагностики

- ☐ A автокорреляции ☐ C мультиколлинеарности  
☐ B гетероскедастичности ☐ D Нет верного ответа.

**Вопрос 9 ♣** При диагностике автокорреляции первого порядка тест Бройша-Годфри

- ☐ A применим ☐ B неприменим

**Вопрос 10 ♣** В случае гетероскедастичности применение стандартных ошибок в форме Уайта позволяет сделать оценки коэффициентов регрессии

- ☐ A состоятельными ☐ C несмещёнными  
☐ B эффективными ☐ D Нет верного ответа.



## Часть 2. Задачи.

1. На основании опроса была оценена следующая модель:

$$\ln(wage_i) = \beta_1 + \beta_2 exper_i + \beta_3 exper_i^2 + \beta_4 married_i + \beta_5 educ_i + \beta_6 black_i + \varepsilon_i$$

где:

- $wage_i$  — величина заработной платы в долларах
- $exper_i$  — опыт работы в годах
- $educ_i$  — количество лет обучения
- $married_i$  — наличие супруга/супруги (1 — есть, 0 — нет)
- $black_i$  — принадлежность к негроидной расе (1 — да, 0 — нет)

Показатель	Значение
$R^2$	<b>B6</b>
Скорректированный $R^2$	<b>B7</b>
Стандартная ошибка регрессии	<b>B8</b>
Количество наблюдений	340

Результаты дисперсионного анализа:

	df	SS	MS	F	P-значение
Регрессия	<b>B1</b>	17.637	3.527	<b>B5</b>	0.000
Остаток	<b>B2</b>	<b>B4</b>	0.142		
Итого	<b>B3</b>	65.151			

Коэффициент	Оценка	$se(\hat{\beta})$	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Константа	4.565	0.207	22.021	0.000	4.157	4.972
$exper$	<b>B9</b>	<b>B10</b>	3.670	0.000	0.036	0.119
$exper^2$	-0.002	0.001	-1.977	0.049	-0.004	0.000
$married$	0.267	0.047	5.679	0.000	0.175	0.360
$educ$	0.085	0.011	7.930	0.000	0.064	0.106
$black$	-0.090	0.078	-1.162	0.246	-0.243	0.063

Найдите пропущенные числа **B1–B10**.

Ответ округляйте до 3-х знаков после запятой. Кратко поясняйте, например, формулой, как были получены результаты.

2. По опросам женщин возраста 18–45 лет была оценена следующая модель для различных вариантов выборки (оценки моделей представлены в таблице, все коэффициенты значимы на 10%-ом уровне значимости):

$$child_i = \beta_1 + \beta_2 marst_i + \beta_3 age_i + \varepsilon_i$$

где:

- $child_i$  — количество детей младше 18 лет
- $marst_i$  — наличие мужа у женщины (1 — есть, 0 — нет)
- $age_i$  — возраст женщины

Выборка	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	ESS	RSS	N
1. Молодые женщины	-1.27	0.49	0.06	102.54	289.51	800
2. Женщины старше 25 лет	6.13	0.39	-0.13	105.71	544.29	800
3. Женщины с высшим образованием	-0.43	0.68	0.03	124.56	525.33	874
4. Женщины без высшего образования	0.19	0.69	0.007	213.47	1360.66	1673
5. Все женщины	0.04	0.67	0.01	328.67	1896.52	2548

- Для выборке всех женщин проинтерпретируйте коэффициент  $\hat{\beta}_2$
- Определите на 5%-ом уровне значимости, можно ли использовать одну модель для женщин с высшим образованием и женщин без него
- Исследователь предположил, что дисперсия ошибок модели возрастает с увеличением возраста. Проверьте, есть ли в модели гетероскедастичность на 10% уровне значимости на основании соответствующего теста

При проверке гипотез: выпишите  $H_0$ ,  $H_a$ , найдите значение тестовой статистики, укажите её распределение, найдите критическое значение, сделайте выводы

3. Председатель ЦБ РФ Эльвира Набиуллина поручила стажеру Васе оценить, как валютный курс,  $exch_t$ , реагирует на изменение цены на нефть марки Brent,  $brent_t$ . Вася построил следующую модель по 194 наблюдениям:

$$\Delta(\widehat{exch}_t) = 0.25 - 0.06\Delta(brent_t), R^2 = 0.05$$

Известно, что  $\sum_{t=2}^{194} (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2 = 926.06$ ,  $\sum_{t=1}^{194} \hat{\varepsilon}_t^2 = 590.14$ ,  $\sum_{t=2}^{194} |\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1}| = 193.69$ ,  $\sum_{t=1}^{194} |\hat{\varepsilon}_t| = 163.45$ .

- На 1%-ом уровне значимости проверьте гипотезу об адекватности исходной регрессии
- Проведите тест Дарбина-Уотсона на 5% уровне значимости
- Оказалось, что Эльвире Сахипзадовне не понравилась Васина модель. Она попросила главного экономиста Петю её переделать. Вот что получилось у Пети:

$$\Delta(\widehat{exch}_t) = 0.20 - 0.03\Delta(brent_t) - 0.08\Delta(brent_{t-1}) + 0.23\Delta(exch_{t-1}), R^2 = 0.20$$

Кроме того, Петя оценил следующую регрессию:

$$\hat{\varepsilon}_t = -0.05 + 0.0008\Delta(brent_t) + 0.001\Delta(brent_{t-1}) + 0.23\Delta(exch_{t-1}) - 0.24\hat{\varepsilon}_{t-1} - 0.06\hat{\varepsilon}_{t-2}, R^2 = 0.007$$

Помогите Пете провести подходящий тест на автокорреляцию на 5% уровне значимости

При проверке гипотез: выпишите  $H_0$ ,  $H_a$ , найдите значение тестовой статистики, укажите её распределение, найдите критическое значение, сделайте выводы

4. Гарри Поттер и Рон Уизли активно готовятся к чемпионату мира по квиддичу. В течение 30 дней они сначала посещают Хогсмид и выпивают некоторое количество сливочного пива в пинтах,  $beer_t$ , после чего идут на тренировку, в течение которой забивают определённое количество квотфлов в штуках,  $quaf fle_t$ . Гермиона Грейнджер, понаблюдав за друзьями, оценила следующую регрессию:

$$\widehat{quaf fle}_t = 80 - 3beer_t$$

Оценка ковариационной матрицы коэффициентов,  $\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} 8 & 0.25 \\ 0.25 & 1 \end{pmatrix}$

Оценка дисперсии ошибок равна  $\hat{\sigma}^2 = 238$ .

Сегодня Гарри и Рон выпили 4 пинты сливочного пива.

- Постройте точечный прогноз количества квотфлов, забитых Гарри Поттером и Роном Уизли
- Постройте 95%-ый доверительный интервал для  $E(quaf fle_t | beer_t = 4)$ , ожидаемой величины забитых квотфлов
- Постройте 95%-ый предиктивный интервал для конкретной величины забитых квотфлов

### Часть 3. Теоретические вопросы

5. Дана модель  $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$ , в которой ошибки модели подчиняются авторегрессионной схеме первого порядка,  $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$ , где  $u_t \sim WN(0, \sigma^2)$  и  $\rho$  известно. Здесь  $WN$  означает белый шум. Опишите процедуру получения эффективных оценок коэффициентов для такой модели.
6. Опишите тест Бройша-Пагана на гетероскедастичность: сформулируйте нулевую и альтернативную гипотезы, способ получения тестовой статистики, её распределение при верной нулевой гипотезе, вид критической области.
7. В модели  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$  переменная  $x_i$  эндогенна. Для нее был найден инструмент  $z_i$ . Опишите процедуру получения состоятельных оценок коэффициентов регрессии.