

1. Пусть  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$  и  $i = 1, \dots, 5$  – классическая регрессионная модель. Также имеются следующие данные:  $\sum_{i=1}^5 y_i^2 = 100$ ,  $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 100$ ,  $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 12$ ,  $\sum_{i=1}^5 y_i = 15$ ,  $\sum_{i=1}^5 x_i = 3$ .
  - (а) Найдите  $\hat{\beta}_1$  и  $\hat{\beta}_2$
  - (б) Найдите  $TSS$ ,  $ESS$ ,  $RSS$  и  $R^2$
  - (в) Предполагая нормальность случайной составляющей проверьте на уровне значимости 5% гипотезу  $H_0: \beta_2 = 0$ .
2. Домохозяйка Глаша очень любит читать романы Л.Н. Толстого и смотреть сериалы. Её сын Петя учится на третьем курсе ВШЭ. Последние 30 дней он записывал, сколько Глаша прочитала страниц «Анны Карениной»,  $pages_t$ , и посмотрела серий «Доктора Хауса»,  $series_t$ . На основании этих наблюдений при помощи МНК Петя оценил следующую модель:

$$\widehat{pages}_t = 200 - 3series_t$$

Оценка ковариационной матрицы коэффициентов,  $\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Оценка дисперсии ошибок равна  $\hat{\sigma}^2 = 323$ .

Завтра Глаша собирается посмотреть 10 серий «Доктора Хауса».

- (а) Постройте точечный прогноз количества прочитанных Глашей страниц романа
  - (б) Постройте 95%-ый доверительный интервал для  $\mathbb{E}(pages_t | series_t = 10)$ , ожидаемого количества прочитанных страниц
  - (в) Постройте 95%-ый предиктивный интервал для фактического количества прочитанных страниц
3. В модели  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + u_i$  выполнены все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова кроме одной, а именно,  $\text{Var}(u_i) = i^2 \sigma^2$ .
  - (а) Какими свойствами будут обладать обычные МНК-оценки в этой модели?
  - (б) Подробно опишите, какой метод разумно применить в этой задаче помимо обычного МНК. Какими свойствами будут обладать оценки этого метода? Если метод требует построения регрессий, то подробно опишите, как выглядит вектор зависимых переменных и матрица регрессоров в каждой оцениваемой регрессии.
4. Сформулируйте логит-модель. Опишите метод, которым оцениваются коэффициенты в логит-модели. Явно выпишите целевую функцию. Опишите как оцениваются стандартные ошибки коэффициентов в логит-модели.