

**Часть 1. Тест.**

**Вопрос 1 ♣** Если  $E(X) = -3$ ,  $E(Y) = 2$ ,  $\text{Var}(X) = 6$ ,  $\text{Var}(Y) = 7$ ,  $\text{Cov}(X, Y) = -1$ , то  $\text{Var}(5X + 2Y - 1)$  равна

- |                                |   |  |
|--------------------------------|---|--|
| <input type="checkbox"/> A 178 | <input checked="" type="checkbox"/> 158 | <input type="checkbox"/> G Нет верного ответа. |
| <input type="checkbox"/> B 198 | <input type="checkbox"/> E 169          |  |
| <input type="checkbox"/> C 148 | <input type="checkbox"/> F 168          |  |

**Вопрос 2 ♣** При добавлении нового наблюдения

- ☐ A  $TSS$  не увеличится;  $R^2$  не уменьшится
- ☐ B  $TSS$  может измениться произвольно;  $R^2$  не уменьшится
- ☐ C  $TSS$  может измениться произвольно;  $R^2$  может измениться произвольно
- ☐ D  $TSS$  может измениться произвольно;  $R^2$  не увеличится
- ☒  $TSS$  не уменьшится;  $R^2$  может и вырасти, и упасть

**Вопрос 3 ♣** Если в модели парной регрессии  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$  все  $X_i$  равны константе 2016, то оценка  $\hat{\beta}_2$  равна

- |   |                                    |                                 |
|---|------------------------------------|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A 1/2016                 | <input type="checkbox"/> C -2016   | <input type="checkbox"/> E 2016 |
| <input checked="" type="checkbox"/> не существует | <input type="checkbox"/> D -1/2016 | <input type="checkbox"/> F 0    |

**Вопрос 4 ♣** Если в модели парной регрессии  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$  все  $Y_i$  равны константе 2016, то оценка  $\hat{\beta}_2$  равна

- |                                    |  |                                       |
|------------------------------------|--|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> A -2016   | <input type="checkbox"/> C 1/2016        | <input type="checkbox"/> E 2016       |
| <input type="checkbox"/> B -1/2016 | <input type="checkbox"/> D не существует | <input checked="" type="checkbox"/> 0 |

**Вопрос 5 ♣** Квартальные данные о ВВП России за 10 лет являются

- |  |   |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> A случайной выборкой    | <input type="checkbox"/> D панельными данными       |
| <input type="checkbox"/> B сходящимся рядом      | <input checked="" type="checkbox"/> временным рядом |
| <input type="checkbox"/> C перекрестной выборкой | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.      |

**Вопрос 6 ♣** Предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены, случайные ошибки нормально распределены. Регрессия по 25 наблюдениям имеет вид  $\hat{Y}_i = \underset{(2)}{-1} + \underset{(0.1)}{4} X_i$ . В скобках указаны стандартные отклонения. На уровне значимости 0.05

- |   |   |
|---|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> значим только коэффициент наклона | <input type="checkbox"/> ния значимости               |
| <input type="checkbox"/> оба коэффициента незначимы                   | <input type="checkbox"/> оба коэффициента значимы     |
| <input type="checkbox"/> недостаточно информации для определе-        | <input type="checkbox"/> значим только свободный член |

**Вопрос 7 ♣** Если  $P$ -значение  $t$ -статистики при проверке значимости коэффициента регрессии равно 0.04, то этот коэффициент не значим при уровне значимости

- |  |                               |  |
|--|-------------------------------|--|
| <input checked="" type="checkbox"/> 0.01 | <input type="checkbox"/> 0.95 | <input type="checkbox"/> 0.05                |
| <input type="checkbox"/> 0.9             | <input type="checkbox"/> 0.1  | <input type="checkbox"/> Нет верного ответа. |

**Вопрос 8 ♣** Регрессия по 25 наблюдениям имеет вид  $\hat{Y}_i = \underset{(2)}{-1} - \underset{(0.5)}{1.5} X_i$ . В скобках указаны стандартные отклонения. При проверке гипотезы о равенстве коэффициента наклона  $(-1)$  расчётное значение  $t$ -статистики равно

- |                                 |                                |  |
|---------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> A -0.5 | <input type="checkbox"/> C 0.5 | <input checked="" type="checkbox"/> -1         |
| <input type="checkbox"/> B 2    | <input type="checkbox"/> D -2  | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 9 ♣** В регрессии с константой, оценённой с помощью МНК, сумма остатков

- |  |   |
|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> равна 0                    | <input type="checkbox"/> ное значение                                     |
| <input type="checkbox"/> B равна 1                             | <input type="checkbox"/> E может принимать любое положительное значение   |
| <input type="checkbox"/> C не существует                       | <input type="checkbox"/> F может принимать любое значение из $\mathbb{R}$ |
| <input type="checkbox"/> D может принимать любое неположитель- |   |

**Вопрос 10 ♣** Необходимым условием теоремы Гаусса-Маркова является

- |  |   |
|--|---|
| <input checked="" type="checkbox"/> постоянство дисперсии случайной ошибки | <input type="checkbox"/> C постоянство дисперсии остатков |
| <input type="checkbox"/> B наличие в матрице $X$ единичного столбца        | <input type="checkbox"/> D нормальность $Y_i$             |
|  | <input type="checkbox"/> E нормальность остатков          |
|  | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.            |

## Часть 2. Задачи.

1. Эконометресса Ефросинья исследует, как зависит надой молока,  $mil k_i$ , (в литрах) от возраста коровы,  $age_i$ , (в годах):

$$mil k_i = \beta_1 + \beta_2 age_i + u_i$$

Показатель	Значение
$RSS$	<b>B1</b>
$ESS$	<b>B2</b>
$TSS$	<b>1240</b>
$R^2$	<b>B3</b>
Стандартная ошибка регрессии	<b>1.45</b>
Количество наблюдений	<b>340</b>

Коэффициент	Оценка	$se(\hat{\beta})$	t-статистика	P-значение	Левая (95%)	Правая (95%)
Константа	4.565	0.207	<b>B4</b>	<b>B9</b>	<b>B5</b>	<b>B6</b>
$age$	<b>B7</b>	<b>B8</b>	3.670	0.000	0.036	0.119

Найдите пропущенные числа **B1–B9**.

Ответ округляйте до 2-х знаков после запятой. Кратко поясняйте формулой, как были получены результаты.

$$B1 = 1.45^2 \cdot (340 - 2)$$

$$B2 = ESS = TSS - RSS$$

$$B3 = R^2 = ESS/TSS$$

$$B4 = t_c = 4.565/0.207 = 22$$

По таблицам ( $t$ -распределение с 338 степенями свободы или примерно нормальное)  $t_{crit} = 1.96$

$$B5 = CI_{left} = 4.565 - 1.96 \cdot 0.207$$

$$B6 = CI_{right} = 4.565 + 1.96 \cdot 0.207$$

$$B7 = \hat{\beta}_{milk} = (0.036 + 0.119)/2 = 0.0775$$

$$B8 = se(\hat{\beta}_{milk}) = \hat{\beta}_{milk}/t_{milk} = 0.0775/3.670$$

$$B9 = P - value(22) \approx 0.000$$

2. Гарри Поттер и Рон Уизли активно готовятся к чемпионату мира по квиддичу. В течение 30 дней они сначала посещают Хогсмид и выпивают некоторое количество сливочного пива в пинтах,  $beer_t$ , после забивают определённое количество квоффлов в штуках,  $quaffle_t$ . Гермиона Грейнджер оценила следующую регрессию:

$$\widehat{quaffle}_t = \underset{(2.83)}{80} - \underset{(1)}{3} beer_t$$

В скобках приведены стандартные ошибки. Оценка дисперсии ошибок равна  $\hat{\sigma}^2 = 238$ . Сегодня Гарри и Рон выпили 4 пинты сливочного пива.

- а) Проверьте гипотезы о значимости каждого коэффициента на уровне значимости 5%. Находим  $t$ -статистики:  $t_c = 80/2.83 = 28.3$ ,  $t_{beer} = -3/1 = -3$ . Если предположить нормальность ошибок, то  $t_{crit} = 2.05$ . Следовательно, в обоих случаях  $H_0: \beta = 0$  отвергается и оба коэффициента значимо отличны от нуля.
- б) Постройте точечный прогноз количества квоффлов, забитых сегодня Гарри Поттером и Роном Уизли

$$\hat{Y}_i = 80 - 3 \cdot 4 = 80 - 12 = 68$$

- в) Постройте 90%-ый доверительный интервал для коэффициента наклона регрессии. Для уровня доверия 90% получаем критическое значение  $t_{crit} = 1.7$ . Отсюда доверительный интервал равен

$$[-3 - 1 \cdot 1.7; -3 + 1 \cdot 1.7]$$

3. Для модели  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$  выполнены все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова.

- а) Докажите, что МНК-оценка коэффициента  $\beta_2$  является случайной величиной
- б) Докажите, что эта оценка является несмещённой
- в) Найдите дисперсию этой оценки

Решение изложено в лекциях

4. Для модели  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$  выполнены все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова. Для МНК-оценок коэффициентов найдите  $\widehat{\text{Cov}}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$ .

Решение изложено в лекциях

5. Дайте определения следующих понятий

- а) Несмещённая оценка

Оценка  $\hat{\theta}$  называется несмещённой, если  $E(\hat{\theta}) = \theta$

- б) Эффективная оценка

Оценка  $\hat{\theta}$  называется эффективной среди множества оценок  $\Theta$ , если для любой оценки  $\hat{\theta}'$  из множества  $\Theta$  выполнено неравенство  $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq \text{Var}(\hat{\theta}')$

- в) Состоятельная последовательность оценок

Последовательность оценок  $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$ , называется состоятельной, если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta}_n - \theta| < \varepsilon) = 1$$

для любого числа  $\varepsilon > 0$ .