

1. Как известно, Фрекен Бок любит пить коньяк по утрам. За прошедшие 4 дня она записала, сколько рюмочек коньяка выпила утром, x_i , и видела ли она в этот день привидение, y_i ,

y_i	1	0	1	0	0
x_i	2	1	3	1	0

Зависимость между y_i и x_i описывается пробит-моделью, $\mathbb{P}(y_i = 1) = F(\beta_1 + \beta_2 x_i)$.

- Выпишите логарифмическую функцию правдоподобия
 - Выпишите условия первого порядка для оценки β_1 и β_2
2. Приведите пример небольшого набора данных для которого оценки логит модели $\mathbb{P}(y_i = 1) = F(\beta_1 + \beta_2 x_i)$ не существуют. В наборе данных должны присутствовать хотя бы одно наблюдение $y_i = 0$ и хотя бы одно наблюдение $y_i = 1$.
3. Почему в пробит-модели предполагается, что $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0; 1)$, а не $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$ как в линейной регрессии?
4. Исследователь Вениамин пытается понять, как логарифм количества решённых им по эконометрике задач зависит от количества съеденных им пирожков. Для этого он собрал 100 наблюдений. Первые 50 наблюдений — относятся к пирожкам с мясом, а последние 50 наблюдений — к пирожкам с повидлом. Вениамин считает, что ожидаемое количество решённых задач не зависит от начинки пирожков, а только от их количества, т.е. $y_i = \beta x_i + u_i$. Однако он полагает, что для пирожков с мясом — $u_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_M^2)$, а для пирожков с повидлом — $u_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_J^2)$.
- Выпишите логарифмическую функцию правдоподобия
 - Выпишите условия первого порядка для оценки β , σ_M^2 , σ_J^2
5. При оценке логит модели $\mathbb{P}(y_i = 1) = \Lambda(\beta_1 + \beta_2 x_i)$ по 500 наблюдениям оказалось, что $\hat{\beta}_1 = 0.7$ и $\hat{\beta}_2 = 3$. Оценка ковариационной матрицы коэффициентов имеет вид

$$\begin{pmatrix} 0.04 & 0.01 \\ 0.01 & 0.09 \end{pmatrix}$$

- Проверьте гипотезу о незначимости коэффициента $\hat{\beta}_2$
 - Найдите предельный эффект роста x_i на вероятность $\mathbb{P}(y_i = 1)$ при $x_i = -0.5$
 - Найдите максимальный предельный эффект роста x_i на вероятность $\mathbb{P}(y_i = 1)$
 - Постройте точечный прогноз вероятности $\mathbb{P}(y_i = 1)$ если $x_i = -0.5$
 - Найдите стандартную ошибку построенного прогноза
6. После долгих изысканий Вениамин пришёл к выводу, что $\beta = 0$, т.е. что логарифм количества решенных им по эконометрике за вечер задач имеет нормальное распределение y_i с математическим ожиданием ноль. Однако он по прежнему уверен, что дисперсия y_i зависит от того, какие пирожки он ел в этом вечер. Для пирожков с повидлом $y_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_J^2)$, а для пирожков с мясом — $y_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_M^2)$. Всего 100 наблюдений. Первые 50 вечеров относятся к пирожкам с мясом, последние 50 вечеров — к пирожкам с повидлом:

$$\sum_{i=1}^{50} y_i = 10, \quad \sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 100, \quad \sum_{i=51}^{100} y_i = -10, \quad \sum_{i=51}^{100} y_i^2 = 300$$

- Найдите оценки σ_M^2 , σ_J^2 , которые получит Вениамин.
- Помогите Вениамину проверить гипотезу $\sigma_M^2 = \sigma_J^2$ с помощью тестов отношения правдоподобия, множителей Лагранжа и Вальда.