

Часть 1. Тест.

Вопрос 1 ♣ Если $E(X) = -3$, $E(Y) = 2$, $\text{Var}(X) = 6$, $\text{Var}(Y) = 7$, $\text{Cov}(X, Y) = -1$, то $\text{Var}(5X + 2Y - 1)$ равна

☐ A 178☒ 158☐ G Нет верного ответа.☐ B 198☐ E 169☐ C 148☐ F 168

Вопрос 2 ♣ При добавлении нового наблюдения

☐ A TSS не увеличится; R^2 не уменьшится☐ B TSS может измениться произвольно; R^2 не уменьшится☐ C TSS может измениться произвольно; R^2 может измениться произвольно☐ D TSS может измениться произвольно; R^2 не увеличится☒ TSS не уменьшится; R^2 может и вырасти, и упасть

Вопрос 3 ♣ Если в модели парной регрессии $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ все X_i равны константе 2016, то оценка $\hat{\beta}_2$ равна

☐ A 1/2016☐ C -2016☐ E 2016☒ не существует☐ D -1/2016☐ F 0

Вопрос 4 ♣ Если в модели парной регрессии $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ все Y_i равны константе 2016, то оценка $\hat{\beta}_2$ равна

☐ A -2016☐ C 1/2016☐ E 2016☐ B -1/2016☐ D не существует☒ 0

Вопрос 5 ♣ Квартальные данные о ВВП России за 10 лет являются

☐ A случайной выборкой☐ D панельными данными☐ B сходящимся рядом☒ временным рядом☐ C перекрестной выборкой☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 6 ♣ Предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены, случайные ошибки нормально распределены. Регрессия по 25 наблюдениям имеет вид $\hat{Y}_i = \underset{(2)}{-1} + \underset{(0.1)}{4} X_i$. В скобках указаны стандартные ошибки. На уровне значимости 0.05

- ☒ значим только коэффициент наклона ния значимости
☐ оба коэффициента незначимы ☐ оба коэффициента значимы
☐ недостаточно информации для определе- ☐ значим только свободный член

Вопрос 7 ♣ Если P -значение t -статистики при проверке значимости коэффициента регрессии равно 0.04, то этот коэффициент не значим при уровне значимости

- ☒ 0.01 ☐ 0.95 ☐ 0.05
☐ 0.9 ☐ 0.1 ☐ Нет верного ответа.

Вопрос 8 ♣ Регрессия по 25 наблюдениям имеет вид $\hat{Y}_i = \underset{(2)}{-1} - \underset{(0.5)}{1.5} X_i$. В скобках указаны стандартные ошибки. При проверке гипотезы о равенстве коэффициента наклона (-1) расчётное значение t -статистики равно

- ☐ A -0.5 ☐ C 0.5 ☒ -1
☐ B 2 ☐ D -2 ☐ F Нет верного ответа.

Вопрос 9 ♣ В регрессии с константой, оценённой с помощью МНК, сумма остатков

- ☒ равна 0 ное значение
☐ B равна 1 ☐ E может принимать любое положительное значение
☐ C не существует
☐ D может принимать любое неположитель- ☐ F может принимать любое значение из \mathbb{R}

Вопрос 10 ♣ Необходимым условием теоремы Гаусса-Маркова является

- ☒ постоянство дисперсии случайной ошибки ☐ C постоянство дисперсии остатков
☐ B наличие в матрице X единичного столбца ☐ D нормальность Y_i
☐ E нормальность остатков
☐ F Нет верного ответа.

Часть 2. Задачи.

1. Эконометресса Ефросинья исследует, как зависит надой молока, $milk_i$, (в литрах) от возраста коровы, age_i , (в годах):

$$milk_i = \beta_1 + \beta_2 age_i + u_i$$

Показатель	Значение
RSS	B1
ESS	B2
TSS	1240
R^2	B3
Стандартная ошибка регрессии	1.45
Количество наблюдений	340

Коэффициент	Оценка	$se(\hat{\beta})$	t-статистика	P-значение	Левая (95%)	Правая (95%)
Константа	4.565	0.207	B4	B9	B5	B6
age	B7	B8	3.670	0.000	0.036	0.119

Найдите пропущенные числа **B1–B9**.

Ответ округляйте до 2-х знаков после запятой. Кратко поясняйте формулой, как были получены результаты.

$$B1 = 1.45^2 \cdot (340 - 2)$$

$$B2 = ESS = TSS - RSS$$

$$B3 = R^2 = ESS/TSS$$

$$B4 = t_c = 4.565/0.207 = 22$$

По таблицам (t -распределение с 338 степенями свободы или примерно нормальное) $t_{crit} = 1.96$

$$B5 = CI_{left} = 4.565 - 1.96 \cdot 0.207$$

$$B6 = CI_{right} = 4.565 + 1.96 \cdot 0.207$$

$$B7 = \hat{\beta}_{milk} = (0.036 + 0.119)/2 = 0.0775$$

$$B8 = se(\hat{\beta}_{milk}) = \hat{\beta}_{milk}/t_{milk} = 0.0775/3.670$$

$$B9 = P - value(22) \approx 0.000$$

2. Гарри Поттер и Рон Уизли активно готовятся к чемпионату мира по квиддичу. В течение 30 дней они сначала посещают Хогсмид и выпивают некоторое количество сливочного пива в пинтах, $beer_t$, после забивают определённое количество квоффлов в штуках, $quaffle_t$. Гермиона Грейнджер оценила следующую регрессию:

$$\widehat{quaffle}_t = \underset{(2.83)}{80} - \underset{(1)}{3} beer_t$$

В скобках приведены стандартные ошибки. Оценка дисперсии ошибок равна $\hat{\sigma}^2 = 238$. Сегодня Гарри и Рон выпили 4 пинты сливочного пива.

- а) Проверьте гипотезы о значимости каждого коэффициента на уровне значимости 5%. Находим t -статистики: $t_c = 80/2.83 = 28.3$, $t_{beer} = -3/1 = -3$. Если предположить нормальность ошибок, то $t_{crit} = 2.05$. Следовательно, в обоих случаях $H_0: \beta = 0$ отвергается и оба коэффициента значимо отличны от нуля.
- б) Постройте точечный прогноз количества квоффлов, забитых сегодня Гарри Поттером и Роном Уизли

$$\hat{Y}_i = 80 - 3 \cdot 4 = 80 - 12 = 68$$

- в) Постройте 90%-ый доверительный интервал для коэффициента наклона регрессии. Для уровня доверия 90% получаем критическое значение $t_{crit} = 1.7$. Отсюда доверительный интервал равен

$$[-3 - 1 \cdot 1.7; -3 + 1 \cdot 1.7]$$

3. Для модели $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ выполнены все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова.

- а) Докажите, что МНК-оценка коэффициента β_2 является случайной величиной
- б) Докажите, что эта оценка является несмещённой
- в) Найдите дисперсию этой оценки

Решение изложено в лекциях

4. Для модели $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ выполнены все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова. Для МНК-оценок коэффициентов найдите $\widehat{\text{Cov}}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$.

Решение изложено в лекциях

5. Дайте определения следующих понятий

- а) Несмещённая оценка

Оценка $\hat{\theta}$ называется несмещённой, если $E(\hat{\theta}) = \theta$

- б) Эффективная оценка

Оценка $\hat{\theta}$ называется эффективной среди множества оценок Θ , если для любой оценки $\hat{\theta}'$ из множества Θ выполнено неравенство $\text{Var}(\hat{\theta}) \leq \text{Var}(\hat{\theta}')$

- в) Состоятельная последовательность оценок

Последовательность оценок $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \dots$, называется состоятельной, если

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\hat{\theta}_n - \theta| < \varepsilon) = 1$$

для любого числа $\varepsilon > 0$.