

## Метрика. Комиссия, февраль 2015

1. Задана регрессионная модель  $y_i = \beta_1 + \beta_2 z_i + \beta_3 w_i + \varepsilon_i$ . Ошибки нормальны,  $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$  и независимы. Известно также, что

$$y = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для удобства расчетов приведены матрицы

$$X'X = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } (X'X)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -3 \\ 0 & -3 & 6 \end{pmatrix}.$$

- (a) Найдите  $\sum z_i w_i$
  - (b) Найдите вектор МНК-оценок коэффициентов  $\hat{\beta}$ .
  - (c) Найдите коэффициент детерминации  $R^2$
  - (d) Укажите коэффициенты, значимые на 5%-м уровне
  - (e) Проверьте гипотезу  $H_0: \beta_3 = \beta_2$  против альтернативной  $H_a: \beta_2 \neq \beta_3$
  - (f) Постройте 95%-ый прогнозный интервал для  $z = 1$  и  $w = 0$
2. Аккуратно сформулируйте теорему Гаусса-Маркова
- (a) для нестохастических регрессоров
  - (b) для стохастических регрессоров в предположении, что наблюдения являются случайной выборкой