

**Часть 1. Тест.**

**Вопрос 1 ♣** Если  $E(X) = 5$ ,  $E(Y) = 4$ ,  $\text{Var}(X) = 6$ ,  $\text{Var}(Y) = 7$ ,  $\text{Cov}(X, Y) = -1$ , то  $\text{Cov}(2 - X + 2Y, 2X)$  равна

☐ A 16☐ D -16☐ G Нет верного ответа.☐ B 8☐ E -20☐ C -8☐ F -12

**Вопрос 2 ♣** Джеймс Бонд оценил парную регрессию и оказалось, что  $\hat{Y}_i = 5 + 6X_i$ . Если Джеймс Бонд оценит регрессию без константы, то окажется, что

☐ A  $\hat{Y}_i = 11$ ☐ C  $\hat{Y}_i = 11X_i$ ☐ F  $\hat{Y}_i = 5$ ☐ B недостаточно информации для оценивания☐ D  $\hat{Y}_i = 5.5X_i$ ☐ G  $\hat{Y}_i = 6X_i$ ☐ E  $\hat{Y}_i = 5.5$ ☐ H Нет верного ответа.

**Вопрос 3 ♣** Предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены, случайные ошибки нормально распределены, уровень доверия равен 90%, критическое значение  $t$ -статистики равно 2.35, всего  $n$  наблюдений. Регрессия имеет вид  $\hat{Y}_i = -4 + \frac{5}{(0.2)} X_i$ , в скобках указаны стандартные ошибки. Доверительный интервал для  $\beta_2$  равен

☐ A [0.3; 9.7]☐ C [4.53; 5.47]☐ E [4.79; 5.21]☐ B [2.65; 7.35]☐ D [3.95; 6.05]☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4 ♣** В парной регрессии величина  $\bar{Y} - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}$

☐ A может принимать любое положительное значение☐ E может принимать любое неотрицательное значение☐ B равна 1☐ F не существует☐ C равна 0☐ G Нет верного ответа.☐ D равна (-1)

**Вопрос 5 ♣** В модели парной регрессии  $R^2 = 0.9$ ,  $TSS = 300$  и 12 наблюдений. Несмещённая оценка дисперсии случайной ошибки равна

☐ A 3.3☐ D 3☐ G Нет верного ответа.☐ B 3.2☐ E 2.8☐ C 2.9☐ F 3.1

**Вопрос 6 ♣** Если все  $Y_i$  в линейной регрессии увеличить в два раза, то оценка  $\hat{\beta}_2$

☐ A поделится на 2☐ E помножится на 4☐ B поделится на 4☐ F изменится в произвольную сторону, в зависимости от  $X_i$ ☐ C не изменится☐ G Нет верного ответа.☐ D помножится на 2

**Вопрос 7 ♣** Если  $\alpha = 0.05$  и  $P$ -значение равно 0.04, то

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $H_0$ принимается                  | <input type="checkbox"/> E $H_0$ отвергается   |
| <input type="checkbox"/> B $H_a$ не отвергается               | <input type="checkbox"/> F $H_a$ принимается   |
| <input type="checkbox"/> C $H_a$ отвергается                  | <input type="checkbox"/> G Нет верного ответа. |
| <input type="checkbox"/> D недостаточно информации для ответа |  |

**Вопрос 8 ♣** При добавлении нового наблюдения

- |   |
|---|
| <input type="checkbox"/> A $RSS$ не увеличится; $TSS$ не уменьшится                               |
| <input type="checkbox"/> B $RSS$ может измениться произвольно; $TSS$ не уменьшится                |
| <input type="checkbox"/> C $RSS$ не уменьшится; $TSS$ не уменьшится                               |
| <input type="checkbox"/> D $RSS$ может измениться произвольно; $TSS$ не увеличится                |
| <input type="checkbox"/> E $RSS$ может измениться произвольно; $TSS$ может измениться произвольно |
| <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа.  |

**Вопрос 9 ♣** Если при оценке парной регрессии оказалось, что для любого наблюдения  $\hat{Y}_i < Y_i$ , то

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> A $\hat{\beta}_2 > 0$ | <input type="checkbox"/> C такое невозможно    | <input type="checkbox"/> E $\hat{\beta}_1 > 0$ |
| <input type="checkbox"/> B $\hat{\beta}_2 < 0$ | <input type="checkbox"/> D $\hat{\beta}_1 < 0$ | <input type="checkbox"/> F Нет верного ответа. |

**Вопрос 10 ♣** Если в регрессии с константой, оценённой с помощью МНК, сумма квадратов остатков равна нулю, то показатель  $R^2$

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> A равен 0                                    | <input type="checkbox"/> E не существует       |
| <input type="checkbox"/> B равен 1                                    | <input type="checkbox"/> F не существует       |
| <input type="checkbox"/> C равен $-1$                                 | <input type="checkbox"/> G Нет верного ответа. |
| <input type="checkbox"/> D может принимать любое значение на $[0; 1]$ |  |

## Часть 2. Задачи.

1. Эконометресса Агриппина изучает связь числа колючек на кактусе  $spines_i$ , (в штуках) от его высоты,  $height_i$ , (в годах):

$$milk_i = \beta_1 + \beta_2 age_i + u_i$$

Показатель	Значение
$RSS$	<b>240</b>
$ESS$	<b>260</b>
$TSS$	<b>B1</b>
$R^2$	<b>B2</b>
Стандартная ошибка регрессии	<b>B3</b>
Количество наблюдений	<b>72</b>

Коэффициент	Оценка	$se(\hat{\beta})$	t-статистика	P-значение	Левая (95%)	Правая (95%)
Константа	6.391	1.007	<b>B4</b>	0.000	<b>B6</b>	<b>B7</b>
$height$	<b>B8</b>	<b>B9</b>	<b>B10</b>	0.000	0.036	0.119

Найдите пропущенные числа **B1–B10**.

2. Агриппина решила изучить как на количество цветков на кактусе,  $Y_i$ , влияет количество иголок,  $X_i$ . После замеров по 5 кактусам, она получила следующие данные  $Y = (0, 1, 0, 4, 0)$ ,  $X = (3, 4, 3, 6, 4)$ . Агриппина предполагает корректность линейной модели  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ .

а) Найдите МНК-оценки коэффициентов регрессии

б) Найдите  $RSS$ ,  $ESS$ ,  $TSS$  и  $R^2$

3. Для модели  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$  выполнены все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова, а случайные ошибки нормально распределены. Известны все значения остатков  $e_i$ , и часть значений  $X_i$ ,  $Y_i$ ,  $\hat{Y}_i$ .

$X_i$	3	4	.	.
$Y_i$	6	.	.	6
$\hat{Y}_i$	.	7	4	.
$e_i$	-2	2	1	-1

а) Восстановите пропуски

б) Найдите МНК-оценки коэффициентов регрессии

в) Найдите стандартную ошибку коэффициента  $\hat{\beta}_2$

г) Постройте 95%-ый доверительный интервал для коэффициента  $\hat{\beta}_2$

д) Проверьте гипотезу о незначимости коэффициента  $\beta_2$  на уровне значимости 5%

4. Дайте определение величинам  $RSS$ ,  $ESS$ ,  $TSS$ . Аккуратно сформулируйте теорему об их взаимосвязи.
5. Докажите, что коэффициенты  $R^2$  в парных регрессиях  $Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 X_i + u_i$  и  $X_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + v_i$  совпадают.