

Праздник по эконометрике номер 3

Во всех задачах, если явно не сказано обратное, предполагается, что выполнены стандартные предпосылки классической линейной регрессионной модели.

1. Эконометресса Ефросинья исследует зависимость удоев от возраста и породы коровы. Она оценила модель

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 age_i + \hat{\beta}_3 d_{1i} + \hat{\beta}_4 d_{2i}$$

Эконометресса Глафира исследует ту же зависимость:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}'_1 + \hat{\beta}'_2 age_i + \hat{\beta}'_3 d'_{1i} + \hat{\beta}'_4 d'_{2i}$$

но вводит дамми-переменные вводит по-другому:

Порода коровы	d_1	d_2	d'_1	d'_2
Холмогорская	0	0	1	1
Тагильская	1	0	0	1
Ярославская	0	1	1	0

- (a) Выразите оценки коэффициентов Глафиры через оценки коэффициентов Ефросиньи.
- (b) Какую регрессию помимо исходной надо оценить Глафире, чтобы проверить гипотезу, что удои у Холмогорской и Тагильской пород совпадают?
- (c) Допустим, что в исходной модели $R^2 = 0.9$, а во второй, упомянутой в (b), $R^2 = 0.8$. Модели оцениваются по 70 наблюдениям. Проверьте гипотезу пункта (b) на уровне значимости 5%.
2. По 24 наблюдениям, соответствующим 24 представительствам национальной компании по торговле недвижимостью, была оценена регрессия объёма годовых продаж (Sales, млн. долл.) на число агентов в представительстве (Agents) и объём затрат на рекламу (AdvCosts, тыс. долл.). Ниже приведены результаты оценивания:

$$\widehat{Sales}_i = -7.7 + 0.3AdvCosts_i + 0.8Agents_i, RSS = 42$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 3.2 & 0.003 & 0.3 \\ 0.003 & 0.005 & 0.002 \\ 0.3 & 0.002 & 0.4 \end{pmatrix}$$

- (a) Найдите оценку дисперсии случайной составляющей.
- (b) Найдите оценку дисперсии коэффициента перед AdvCosts.
- (c) Проверьте значимость коэффициента при затратах на рекламу на уровне значимости 1%
- (d) Компания планирует открыть новое представительство с 20 агентами и годовыми затратами на рекламу в миллион долларов. Постройте 95%-ый предиктивный интервал для объёма годовых продаж нового представительства.
3. Имеется 100 наблюдений. Исследователь Вениамин предполагает, что дисперсия случайной ошибки непостоянна и подчиняется закону $\text{Var}(\varepsilon_t) = t\sigma^2$. Вениамин оценивает модель $y_t = \beta_1 + \beta_2 x_t + \varepsilon_t$ с помощью МНК.
- (a) Найдите истинную дисперсию МНК оценки коэффициента β_2
- (b) Предложите более эффективную оценку $\hat{\beta}_2^{alt}$
- (c) Подробно опишите любой способ, который позволяет протестировать гипотезу о гомоскедастичности против предположения Вениамина о дисперсии.

4. В модели парной регрессии $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$ ошибки ε_i независимы и имеют пуассоновское распределение с параметром λ .
- (a) Предложите способ несмещенно оценить λ .
 - (b) Являются ли МНК-оценки $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_2$ несмещенными? Если оценки являются смещенными, то предложите несмещенные оценки
5. Эконометресса Эвридика хочет оценить модель $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \varepsilon_i$. К сожалению, она измеряет зависимую переменную с ошибкой. Т.е. вместо y_i она знает значение $y_i^* = y_i + u_i$ и использует его в качестве зависимой переменной при оценке регрессии. Ошибки измерения u_i некоррелированы между собой и с ε_i , имеют нулевое математическое ожидание и постоянную дисперсию σ_u^2 .
- (a) Будут ли оценки Эвридики несмещенными?
 - (b) Могут ли дисперсии оценок Эвридики быть ниже чем дисперсии МНК оценок при использовании настоящего y_i ?
 - (c) Могут ли оценки дисперсий оценок Эвридики быть ниже чем оценок дисперсий МНК оценок при использовании настоящего y_i ?