

Домашнее задание №($n + 1$) по эконометрике-1.

Задача 1. «САРМ»

Оценим модель САРМ по реальным данным:

1. Коротко сформулируйте теоретические положения модели САРМ. За корректное отделение выводов от предпосылок — дополнительный бонус.
2. Соберите реальные данные по трём показателям: R_i — доходность некоей акции за i -ый период, $R_{m,i}$ — рыночная доходность за i -ый период, $R_{f,i}$ — безрисковая доходность за i -ый период. Статья quantile.ru/06/06-AT.pdf в помощь.
3. Представьте информацию графически
4. С помощью МНК оцените модель без константы, $R_i - R_{f,i} = \beta(R_{m,i} - R_{f,i}) + \varepsilon_i$. Предположим, что $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.
5. Прокомментируйте результаты оценивания. В частности, проверьте гипотезы о значимости коэффициента и регрессии в целом.
6. С помощью МНК оцените модель с константой, $R_i - R_{f,i} = \beta_1 + \beta_2(R_{m,i} - R_{f,i}) + \varepsilon_i$. Предположим, что $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$.
7. Прокомментируйте результаты оценивания. В частности, проверьте гипотезы о значимости коэффициентов и регрессии в целом.
8. Труднее всего измерить безрисковую ставку процента. Поэтому предположим, что имеющиеся у нас наблюдения — это безрисковая ставка, измеренная с ошибкой. Т.е. имеющиеся у нас наблюдения $R_{f,i}$ представимы в виде $R_{f,i} = R_{f,i}^{true} + u_i$, где $u_i \sim N(0, \sigma_u^2)$. Величина $R_{f,i}^{true}$ ненаблюдаема, но именно она входит в модель САРМ. Получается, что оцениваемая модель имеет вид $R_i - R_{f,i}^{true} = \beta(R_{m,i} - R_{f,i}^{true}) + \varepsilon_i$.
 - (a) Выпишите функцию правдоподобия для оценки данной модели
 - (b) Найдите оценки $\hat{\beta}$, $\hat{\sigma}_u^2$, $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$
 - (c) Постройте 95%-ые доверительные интервалы
 - (d) Прodelайте аналогичные действия для модели с константой
 - (e) Сделайте выводы

Задача 2. «Цифёрки на мониторе»

При входе на каждую станцию метро есть турникеты. Рядом с турникетами в будке сидит бабушка божий одуванчик. В будке у бабушки висит монитор. На этом мониторе — прямоугольники с цифёрками.

1. Понаблюдав за изменением цифёрок, догадайтесь, что они означают.
2. Вечером какого-нибудь буднего дня запишите все цифёрки с монитора на своей родной станции метро.
3. Представьте информацию графически
4. Будем моделировать величину i -ой цифёрки пуассоновским распределением с математическим ожиданием λ_i . Предположим также, что $\lambda_i = \beta_1 + \beta_2 \cdot i$, где i — номер турникета считая от будки с бабушкой.
 - (a) Выпишите функцию правдоподобия
 - (b) Оцените параметры β_1 и β_2
 - (c) Оцените ковариационную матрицу оценок $\hat{\beta}_1$ и $\hat{\beta}_2$
 - (d) Постройте 95%-ые асимптотические доверительные интервалы для параметров
 - (e) Проверьте гипотезу о том, что $\beta_2 = 0$. Альтернативную гипотезу сформулируйте самостоятельно.

PS. Своё смелое творчество в задачах поощряется!