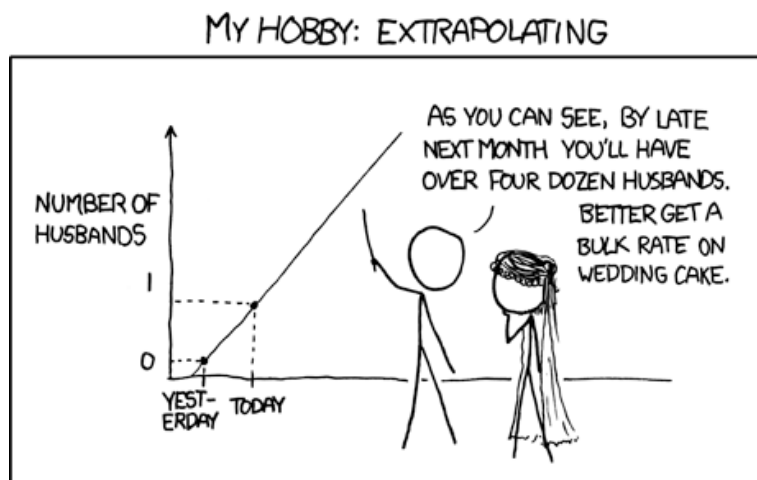


1. Убедитесь, что в рамках классической модели $y = X\beta + u$ и предпосылок $E(u) = 0$, $\text{Var}(u) = \sigma^2 I$ умеете находить любые $E()$, $\text{Var}()$ и $\text{Cov}()$ для векторов β , $\hat{\beta}$, y , \hat{y} , u , \hat{u} .
2. Вектор u размера 4×1 имеет стандартное нормальное распределение, $u \sim \mathcal{N}(0; I)$. Известен вектор d , $d = (1, -1, 2, -2)$.
 - а) Найдите такую матрицу H , что её умножение на произвольный вектор y означает проецирование вектора y на прямую порождённую вектором d
 - б) Как распределена случайная величина $u'Hu$? Чему равно её математическое ожидание и дисперсия?
3. Вектор u имеет стандартное нормальное распределение, $u \sim \mathcal{N}(0; I)$. Матрица A такова, что Au также имеет стандартное нормальное распределение, $Au \sim \mathcal{N}(0; I)$.
 - а) Выпишите уравнение, которому подчиняется матрица A
 - б) Чему может равняться $\det A$?
 - в) Рассмотрим c_1 и c_2 — первый и второй столбец матрицы A . Найдите $c_1'c_1$ и $c_1'c_2$
4. Предположим, что функция $f(x) = x'Ax + Bx + c$ имеет минимум. Найдите его, используя технику дифференцирования по вектору
5. Рассмотрим систему уравнений $X\beta = y$. Здесь y — известный вектор размера $n \times 1$, β — неизвестный вектор размера $k \times 1$, и X — известная матрица размера $n \times k$ полного ранга. Мы хотим решить эту систему относительно β . Если $n = k$, то решать эту систему скучно, и, конечно, $\beta = X^{-1}y$. Гораздо интереснее решать систему, когда решений нет или когда их бесконечно много :)
 - а) Если решений нет, то найдите наилучшее приближение к решению, то есть такое β при котором длина $(y - X\beta)$ минимальна.
 - б) Если решений, β , бесконечно много, то найдите решение с наименьшей длиной.



Randall Munroe, xkcd