

Ф.И.О. _____

Группа _____

ВОПРОСЫ

Вопрос 1. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \varepsilon_i$. Тогда МНК-оценка неизвестного параметра α имеет вид _____.

Вопрос 2. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$. Тогда МНК-оценка неизвестного параметра β имеет вид _____.

Вопрос 3. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$. Тогда МНК-оценка неизвестного параметра β имеет вид _____, а оценка неизвестного параметра α может быть найдена из уравнения _____.

Вопрос 4. Пусть $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, – модель линейной регрессии. Оценки, которые являются решением задачи

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \alpha - \beta_1 x_{i1} - \dots - \beta_k x_{ik})^2 \rightarrow \min_{\alpha, \beta_1, \dots, \beta_k},$$

называются _____.

Вопрос 5. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \varepsilon_i$, $Y = [1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5]^T$. Тогда $\hat{\alpha} =$ _____, $TSS =$ _____, $ESS =$ _____, $RSS =$ _____, $R^2 =$ _____.

Вопрос 6. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Тогда основная гипотеза о значимости регрессии “в целом” имеет вид H_0 :

Вопрос 7. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Тогда основная гипотеза о значимости свободного члена регрессии H_0 :

Вопрос 8. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Тестируется гипотеза $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3$. Тогда модель “с ограничением” для тестирования указанной гипотезы имеет вид:

Вопрос 9. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Тестируется гипотеза $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 1$. Какая модель из приведенных ниже может выступать в качестве модели “с ограничением” для тестирования указанной гипотезы?

A. $Y_i - (x_{i2} + x_{i3}) = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \varepsilon_i$; **B.** $Y_i + (x_{i2} - x_{i3}) = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \varepsilon_i$;

C. $Y_i + x_{i2} + x_{i3} = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \varepsilon_i$; **D.** $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 + \beta_3 + \varepsilon_i$.

E. Другая: _____.

Вопрос 10. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Тестируется гипотеза $H_0 : \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 = 1, \\ \beta_2 + \beta_3 = 0. \end{cases}$ Какая модель из приведенных ниже

может выступать в качестве модели “с ограничением” для тестирования указанной гипотезы?

A. $Y_i - x_{i1} = \alpha + \beta_2 (x_{i2} - x_{i3}) + \varepsilon_i$; **B.** $Y_i - x_{i1} = \alpha + \beta_3 (x_{i3} - x_{i2}) + \varepsilon_i$;

C. $Y_i + x_{i1} = \alpha + \beta_2 (x_{i2} + x_{i3}) + \varepsilon_i$; **D.** $Y_i + x_{i1} = \alpha + \beta_2 (x_{i2} - x_{i3}) + \varepsilon_i$.

E. Другая: _____.

Вопрос 11. Пусть регрессионная модель имеет вид $Y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Тестируется гипотеза $H_0: \begin{cases} \beta_1 - \beta_2 = 0, \\ \beta_2 + \beta_3 = 0. \end{cases}$ Какая модель из приведенных ниже

может выступать в качестве модели “с ограничением” для тестирования указанной гипотезы?

A. $Y_i = \alpha + \beta_2 (x_{i2} - x_{i1} - x_{i3}) + \varepsilon_i$; **B.** $Y_i - x_{i1} = \alpha + \beta_3 (x_{i3} - x_{i2}) + \varepsilon_i$;

C. $Y_i = \alpha + \beta_2 (x_{i1} + x_{i2} + x_{i3}) + \varepsilon_i$; **D.** $Y_i = \alpha + \beta_2 (x_{i1} + x_{i2} - x_{i3}) + \varepsilon_i$.

E. Другая: _____.

Вопрос 12. Ниже приведены результаты оценивания уравнения линейной регрессии. Перечислите, какие из переменных в регрессии являются значимыми на уровне значимости 5%.

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,93
R-квадрат	0,87
Нормированный R-квадрат	0,83
Стандартная ошибка	1,22
Наблюдения	25

Дисперсионный анализ

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	5	186,77	37,35	24,97	0,00
Остаток	19	28,42	1,50		
Итого	24	215,19			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	8,84	0,96	9,22	0,00	6,83	10,85
X1	0,41	0,12	3,39	0,00	0,16	0,66
X2	0,30	0,30	1,00	0,33	-0,33	0,93
X3	0,90	0,13	6,82	0,00	0,63	1,18
X4	-0,78	0,11	-6,82	0,00	-1,01	-0,54
X5	-0,29	0,39	-0,73	0,47	-1,11	0,54

Ответ: _____.

Вопрос 13. Известно, что p-value для коэффициента регрессии равно 0.087, а уровень значимости 0.1. Является ли значимым данный коэффициент в регрессии?

Ответ: _____.

Вопрос 14. Известно, что p-value для коэффициента регрессии равно 0.078, а уровень значимости 0.05. Является ли значимым данный коэффициент в регрессии?

Ответ: _____.

Вопрос 15. Известно, что p-value для коэффициента регрессии равно 0.09. На каком уровне значимости данный коэффициент в регрессии будет признан значимым?

Ответ: _____.

ЗАДАЧИ

Задача 1. Пусть регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, задана в матричной форме при помощи уравнения $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\beta = [\alpha \ \beta_1 \ \beta_2]^T$. Известно, что $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2 I)$ - n -мерный нормальный случайный вектор. Данные о наблюдениях переменных Y и X следующие:

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для удобства расчетов ниже приведены матрицы

$$X^T X = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ и } (X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0.0 \\ -0.5 & 1.0 & -0.5 \\ 0.0 & -0.5 & 1.5 \end{bmatrix}.$$

- А.** Укажите число наблюдений.
- В.** Укажите число регрессоров в модели (с учетом свободного члена).
- С.** Рассчитайте $TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$.
- Д.** Рассчитайте при помощи метода наименьших квадратов оценку для вектора неизвестных коэффициентов.
- Е.** Найдите $RSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$.
- Ф.** Чему равен R^2 в модели? Прокомментируйте полученное значение с точки зрения качества оцененного уравнения регрессии.
- Г.** Используя приведенные выше данные, рассчитайте несмещенную оценку для неизвестного параметра σ^2 регрессионной модели.
- Н.** Укажите формулу для нахождения ковариационной матрицы вектора МНК-коэффициентов.
- І.** Используя имеющиеся данные, рассчитайте несмещенную оценку для ковариационной матрицы вектора МНК-коэффициентов.
- Ј.** Постройте 90%-ый доверительный интервал для неизвестного параметра α .
- К.** Постройте 80%-ый доверительный интервал для неизвестного параметра σ .
- Л.** Постройте 90%-ый доверительный интервал для следующей функции от неизвестных параметров $\beta_1 + \beta_2 - \alpha$.

Контрольная работа № 1 по эконометрике – 2. [2012-2013]

Заполните следующую таблицу.

A.	$n =$
B.	$k + 1 =$
C.	$TSS =$
D.	$\hat{\alpha} =$ $\hat{\beta}_1 =$ $\hat{\beta}_2 =$
E.	$RSS =$
F.	$R^2 =$ <i>Комментарий:</i>
G.	$\hat{\sigma}^2 =$
H.	$V(\hat{\beta}) =$
I.	$\hat{V}(\hat{\beta}) =$
J.	<i>Ниж. граница =</i> <i>Верх. граница =</i>
K.	<i>Ниж. граница =</i> <i>Верх. граница =</i>
L.	<i>Ниж. граница =</i> <i>Верх. граница =</i>

Задача 2. Пусть регрессионная модель $Y_i = \alpha + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$, задана в матричной форме при помощи уравнения $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\beta = [\alpha \ \beta_1 \ \beta_2]^T$. Известно, что $\varepsilon \sim N(0; \sigma^2 I)$ - n -мерный нормальный случайный вектор. Параметр $\sigma^2 = 2$.

Данные о наблюдениях переменных Y и X следующие:

$$Y = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для удобства расчетов ниже приведены матрицы

$$X^T X = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ и } (X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 & 0.0 \\ -0.5 & 1.0 & -0.5 \\ 0.0 & -0.5 & 1.5 \end{bmatrix}.$$

Найдите

A.	$D(\varepsilon_2) =$
B.	$D(\beta_1 - \beta_2) =$
C.¹	$\hat{D}(\hat{\alpha}) =$
D.	$D(\hat{\beta}_2) =$
E.	$\text{corr}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) =$
F.	$\mathbb{E}(\hat{\sigma}^2) =$
G.	$\mathbb{E}(\hat{\beta}_2^2) - \beta_2^2 =$

¹ $\hat{D}(\hat{\alpha})$ – несмещенная оценка для дисперсии МНК-коэффициента $\hat{\alpha}$.

Задача 3. Рассмотрим регрессионную модель

$Y_i = \alpha + \beta_1 \cdot x_{i1} + \beta_2 \cdot x_{i2} + \beta_3 \cdot x_{i3} + \beta_4 \cdot x_{i4} + \varepsilon_i \quad (i = \overline{1, n})$. Известно, что $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ – независимые

одинаково распределенные нормальные случайные величины с математическим ожиданием ноль и дисперсией σ^2 (параметр σ^2 неизвестен). Ниже приведены результаты оценки уравнения регрессии по имеющимся данным.

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,994656
R-квадрат	0,98934
Нормированный R-квадрат	0,975126
Стандартная ошибка	1,827516
Наблюдения	8

Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	4	929,8556	232,4639	69,60384	0,002734
Остаток	3	10,01944	3,339814		
Итого	7	939,875			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	5,913512	4,621017	1,279699	0,290643	-8,79263	20,61965
X1	0,790264	0,157168	5,028146	0,015157	0,290085	1,290443
X2	2,183104	0,213342	10,23289	0,001989	1,504155	2,862052
X3	0,349258	0,415603	0,840366	0,4624	-0,97337	1,671891
X4	0,55156	0,188375	2,927992	0,0611	-0,04793	1,151052

- Сформулируйте основную и альтернативную гипотезу, которые соответствуют тесту на значимость уравнения регрессии “в целом”.
- Протестируйте на значимость регрессию “в целом” на уровне значимости 5%.
 - Приведите формулу для тестовой статистики.
 - Укажите распределение тестовой статистики.
 - Вычислите наблюдаемое значение тестовой статистики.
 - Укажите границы области, где основная гипотеза не отвергается.
 - Сделайте статистический вывод о значимости уравнения регрессии “в целом”.
- Проверьте гипотезу $H_0 : \alpha = 5$ против альтернативной гипотезы $H_1 : \alpha > 5$. Уровень значимости 5%.
 - Приведите формулу для тестовой статистики.
 - Укажите распределение тестовой статистики.
 - Вычислите наблюдаемое значение тестовой статистики.
 - Укажите границы области, где основная гипотеза не отвергается.
 - Сделайте статистический вывод.

Контрольная работа № 1 по эконометрике – 2. [2012-2013]

Заполните следующую таблицу.

1	H_0 : H_1 :
2.1	<i>Тестовая статистика :</i>
2.2	<i>Распределение тестовой статистики :</i>
2.3	<i>Наблюдаемое значение тестовой статистики :</i>
2.4	<i>Ниж. граница = Верх. граница =</i>
2.5	<i>Статистический вывод :</i>
3.1	<i>Тестовая статистика :</i>
3.2	<i>Распределение тестовой статистики :</i>
3.3	<i>Наблюдаемое значение тестовой статистики :</i>
3.4	<i>Ниж. граница = Верх. граница =</i>
3.5	<i>Статистический вывод :</i>