

## Паниковать на контрольной строго воспрещается! :)

1. По 47 наблюдениям оценивается зависимость доли мужчин занятых в сельском хозяйстве от уровня образованности и доли католического населения по Швейцарским кантонам в 1888 году.

$$Agriculture_i = \beta_1 + \beta_2 Examination_i + \beta_3 Catholic_i + \varepsilon_i$$

|             | Оценка | Ст. ошибка | t-статистика |
|-------------|--------|------------|--------------|
| (Intercept) |        | 8.72       | 9.44         |
| Examination | -1.94  |            | -5.08        |
| Catholic    | 0.01   | 0.07       |              |

- (a) Заполните пропуски в таблице
- (b) Укажите коэффициенты, значимые на 10% уровне значимости.
- (c) Постройте 99%-ый доверительный интервал для коэффициента при переменной Catholic
2. В рамках классической линейной модели с неслучайными регрессорами найдите  $\text{Var}(\hat{\varepsilon})$ ,  $\text{Cov}(\hat{\beta}, \hat{\varepsilon})$ . Верно ли, что  $\text{Cov}(\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2) = 0$ ?
3. Эконометресса Ефросинья оценивала модель  $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \varepsilon_i$ . Найдя матрицы  $X'X$  и  $(X'X)^{-1}$ , она призадумалась...

$$X'X = \begin{bmatrix} 47 & 775 & 1934 \\ 775 & 15707 & 23121 \\ 1934 & 23121 & 159570 \end{bmatrix}, (X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.26653 & -0.01067 & -0.00168 \\ -0.01067 & 0.00051 & 0.00006 \\ -0.00168 & 0.00006 & 0.00002 \end{bmatrix}$$

- (a) Помогите Ефросинье найти количество наблюдений,  $\bar{z}$ ,  $\sum x_i z_i$ ,  $\sum (x_i - \bar{x})(z_i - \bar{z})$
- (b) (\*) Ефросинья решила зачем-то также оценить модель  $x_i = \gamma_1 + \gamma_2 z_i + u_i$ . Как она может найти RSS в новой модели в одно арифметическое действие?
4. Регрессионная модель задана в матричном виде при помощи уравнения  $y = X\beta + \varepsilon$ , где  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3)'$ . Известно, что  $\mathbb{E}(\varepsilon) = 0$  и  $\text{Var}(\varepsilon) = \sigma^2 \cdot I$ . Известно также, что

$$y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Для удобства расчетов приведены матрицы

$$X'X = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ и } (X'X)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

- (a) Найдите вектор МНК-оценок коэффициентов  $\hat{\beta}$ .
- (b) Найдите несмещенную оценку для неизвестного параметра  $\sigma^2$ .
- (c) Проверьте гипотезу  $\beta_2 = 0$  против альтернативной о неравенстве на уровне значимости 5%