

Вперёд, в рукопашную!

1. Найдите длины векторов $a = (2, 1, 1)$ и $b = (-2, 0, 1)$ и косинус угла между ними.
2. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах
3. Для матрицы
$$A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ 0 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$
 - (a) Найдите собственные числа и собственные векторы матрицы.
 - (b) Найдите обратную матрицу, A^{-1} , ее собственные векторы и собственные числа.
 - (c) Представьте матрицу A в виде $A = CDC^{-1}$, где D — диагональная матрица.
 - (d) Представьте A^{2013} в виде произведения трёх матриц.
4. Матрицы A и B таковы, что $\det(AB)$, $\det(BA)$, $\operatorname{tr}(AB)$ и $\operatorname{tr}(BA)$ определены. Возможно ли что $\det(AB) \neq \det(BA)$? Возможно ли, что $\operatorname{tr}(AB) \neq \operatorname{tr}(BA)$? Если неравенство возможно, то приведите пример.
5. Вася и Петя независимо друг от друга решают тест по теории вероятностей. В тесте всего два вопроса. На каждый вопрос два варианта ответа. Петя знает решение каждого вопроса с вероятностью 0,4. Если Петя не знает решения, то он отвечает равновероятно наугад. Вася знает решение каждого вопроса с вероятностью 0,7. Если Вася не знает решения, то он отвечает равновероятно наугад.
 - (a) Какова вероятность того, что Петя правильно ответил на оба вопроса?
 - (b) Какова вероятность того, что Петя правильно ответил на оба вопроса, если его ответы совпали с Васиными?
 - (c) Чему равно математическое ожидание числа Петиних верных ответов?
 - (d) Чему равно математическое ожидание числа Петиних верных ответов, если его ответы совпали с Васиными?
6. Для случайных величин X и Y заданы следующие значения: $\mathbb{E}(X) = 1$, $\mathbb{E}(Y) = 4$, $\mathbb{E}(XY) = 8$, $\operatorname{Var}(X) = \operatorname{Var}(Y) = 9$. Для случайных величин $U = X + Y$ и $V = X - Y$ вычислите:
 - (a) $\mathbb{E}(U)$, $\operatorname{Var}(U)$, $\mathbb{E}(V)$, $\operatorname{Var}(V)$, $\operatorname{Cov}(U, V)$
 - (b) Можно ли утверждать, что случайные величины U и V независимы?
7. Вася ведёт блог. Обозначим X_i — количество слов в i -ой записи. После первого года он по своим записям обнаружил, что $\bar{X}_{200} = 95$ и выборочное стандартное отклонение равно 282 слова. На уровне значимости $\alpha = 0.10$ проверьте гипотезу о том, что $\mu = 100$ против альтернативной гипотезы $\mu \neq 100$. Найдите также точное Р-значение.