

Contrôle de Rattrapage (1h30min)

\*\*\* Tous les documents et les appareils électroniques sont interdits \*\*\*

Une réponse sans justification ne rapportera aucun point.

Le raisonnement et une rédaction claire et concise seront essentiels dans l'appréciation de la copie.

Analyse3-CP2

31 Jan. 2014

Exercice 1:

Soit  $K = \int_{[0,1]^2} f(x,y) dA$  avec  $f(x,y) = \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$

1. Étudier l'existence de la limite  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$  (2 points)
2. Étudier l'intégrabilité de la fonction  $f(x,y)$  sur  $[0,1]^2$ . (2 points)
3. Calculer l'intégrale  $K$ . (2 points)

Exercice 2:

Soit  $R$  une région comprise entre les droites d'équations :  $0 = 2y - 3x + 2$ ,  $0 = 2y - 3x + 6$ ,  $1 + y + 2x = 0$   
et  $y - 2 + 2x = 0$ .

1. Représenter graphiquement la région  $R$ . (1 point)
2. Calculer l'intégrale  $I = \int_R 7(x+y) dA$  sans changement de variables. (3 points)
3. Calculer l'intégrale  $I$  en utilisant un changement de variables transformant  $R$  à une région rectangulaire. (2 points)

Exercice 3:

On considère la fonction  $f$  définie par l'expression suivante :

$$f(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{si } x = 0 \\ x^2 \arctan(y/x) & \text{si } x \neq 0 \end{cases}$$

1. Étudier la continuité de  $f$ . (2 point)
2.  $f$  est-elle de classe  $C^1$  sur  $\mathbb{R}^2$ ? Justifier votre réponse. (2.5 points)
3. Calculer la dérivée directionnelle de  $f$  au point de coordonnées  $(0, a)$  pour tout  $a \in \mathbb{R}$  et suivant tout vecteur  $\vec{v}$  de  $\mathbb{R}^2$ . (2.5 points)
4. L'application  $f$  est-elle différentiable en  $(0, a)$  avec  $a \in \mathbb{R}$ ? Justifier votre réponse. (1 points)

Contrôle de Rattrapage (Durée 1h)

\*\*\* Tous les documents et les appareils électroniques sont interdits \*\*\*

Une réponse sans justification ne rapportera aucun point.

Analys3-AP2

24 janvier 2015

Exercice 1:

On considère la région  $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-1)^2 + y^2 \leq 4\}$ .

1. Trouver les extremaums absolus de la fonction  $f(x, y) = x^2 + y^2$  sur  $\text{Fr}(R)$ . (3 points)
2. Déduire les extremaums absolus de  $f$  sur  $R$ . (2 points)

Exercice 2:

Soit  $R$  une région délimitée par les deux paraboles  $y = x^2/2$ ,  $y = x^2$  et les deux hyperboles  $y = 1/(2x)$ ,  
 $y = 1/x$  où  $x \in ]0, +\infty[$ .

1. Faire une représentation géométrique de la région  $R$ . (1 point)
2. Trouver une transformation  $T$  d'une région rectangulaire dans le plan  $(uOv)$  à la région  $R$  dans le plan  $(xOy)$ . (2 points)
3. Calculer l'intégrale  $\int \int_R (x+y) dx dy$  en utilisant la transformation  $T$ . (2 points)