programme qui demande un nombre à l'utilisateur, puis qui
e le carré de ce nombre.

Salma
EL AAKKOUCHI

Date :

Devoir 2 :

« Montrer que l'adhérence d'un ensemble Connexe est connexe »

– En utilisons le raisonnement par Contraposée : montrons que si l'adhérence d'un ensemble A n'est pas Connexe alors A n'est pas Connexe.

Autrement dit : ($\overline{A}$ n'est pas Connexe $\Rightarrow$ A n'est pas Connexe)

$\Leftrightarrow$ ($\overline{A}$ admet une séparation $\Rightarrow$ A admet une séparation)

on a : $\overline{A}$ admet une séparation ; càd :

Pour 2 ouvert $(O, O')$ ; on a : 1/ $\overline{A} \subset O \cup O'$

2/ $\overline{A} \cap O \neq \emptyset$ et $\overline{A} \cap O' \neq \emptyset$

3/ $\overline{A} \cap O \cap O' = \emptyset$

Or, on sait que $\overline{A}$ est le plus petit fermé Contenant A ; Càd $A \subset \overline{A}$

Date :

Donc • de 1/ ; on a : $A \subset \bar{A} \subset O \cup O'$

d'où $A \subset O \cup O'$ (*)

• de 2/ on a :

$A \subset \bar{A} \Rightarrow A \cap O \cap O' \subset \bar{A} \cap O \cap O'$

or $\bar{A} \cap O \cap O' = \emptyset$

d'où $A \cap O \cap O' = \emptyset$ (**)

• de 3/ on a :

• $\bar{A} \cap O \neq \emptyset \Rightarrow \exists x \in \bar{A} \cap O$ tq

$\forall r_1 > 0 \,;\, B(x, r_1) \cap A \neq \emptyset$

et $\exists r_2 \,;\, B(x, r_2) \subset O$ (1)

pour $r_1 = r_2 \Rightarrow B(x, r_2) \cap A \neq \emptyset$ (2)

donc ; (1) et (2) $\Rightarrow A \cap O \neq \emptyset$ (***)

• m̂ choses pour $\bar{A} \cap O' \neq \emptyset$ ; on dédu

qui $A \cap O' \neq \emptyset$ (****)

De (*), (**), (***) et (****) $\Rightarrow$ A admet une séparation

C.Q.F.D

C/c : A est connexe $\Rightarrow \bar{A}$ est un connexe