

Chapitre 1

Les quadripôles

1.1 Généralités

1.1.1 Définition

Un quadripôle est un composant ou un circuit (un ensemble de composants) à deux entrées et deux sorties, permettant le transfert d'énergie ou signaux électrique entre deux dipôles.

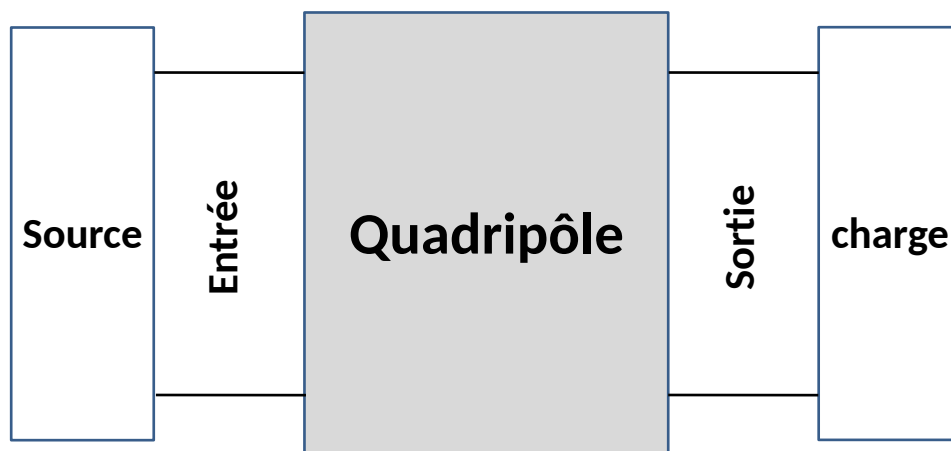


FIGURE 1.1 – Représentation symbolique d'un quadripôle

On distingue deux types de quadripôles :

- les Quadripôles actifs : ils comportent au moins un composant actifs (transistors, AOP ; etc.) ; ce dernier étant alimenté par une source électrique continue ;
- les Quadripôles passifs : ils sont constitués exclusivement de composant passifs (résistances, condensateurs, diodes, etc.)

Remarque : Un quadripôle linéaire est un quadripôle constitué essentiellement de dipôles linéaires passifs, et ou de composants actifs fonctionnant en régime linéaire.

1.1.2 intérêt

Les premières études sur les quadripôles ont été introduites par le mathématicien Allemand Franz BREISIG en 1921. L'intérêt principal de la représentation quadripolaire est la simplification considérable de l'étude des circuits électroniques. En effet, la représentation matricielle constitue une description synthétique des relations électroniques *linéaires*, voir « linéarisable », permettant l'analyse commode des circuits. A titre d'exemple on peut citer l'intérêt majeur de la matrice $[S]$ en domaine d'hyperfréquence.

1.1.3 Représentation conventionnelle

Théoriquement on peut adapter la notion de convention récepteur ou générateur que ce soit côté entrée ou/et côté sortie sans changer le fonctionnement du quadripôle. Mais souvent on préfère utiliser soit :

- La convention *symétrique* : le quadripôle est vu comme récepteur en entrée et sortie (i.e le sens positif est attribué aux courants entrant dans le quadripôle) ;
- La convention *antisymétrique* : le quadripôle est vu comme récepteur en entrée et comme générateur en sortie.

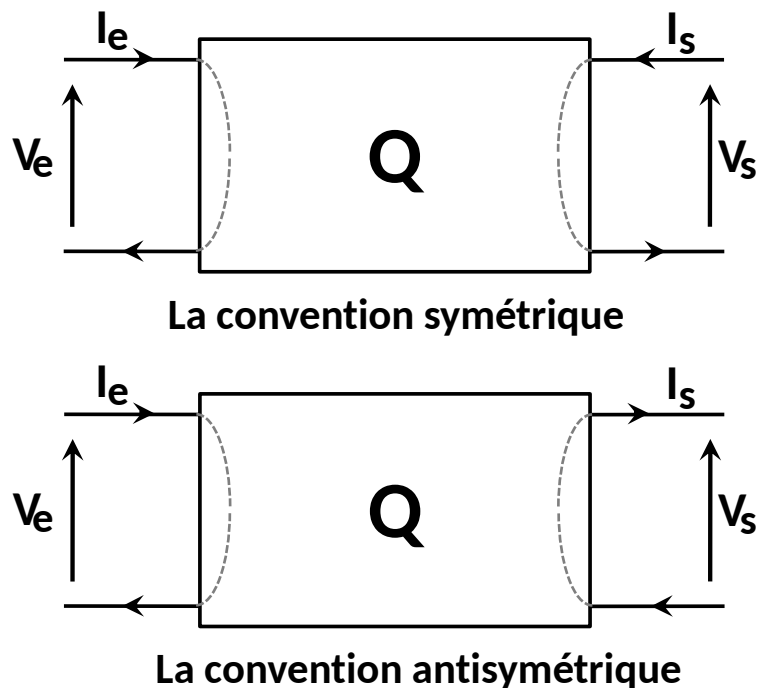


FIGURE 1.2 – Convention d'orientation d'un quadripôle

On remarque que le quadripôle est électriquement caractérisé par quatre grandeurs : la tension et le courant d'entrée (V_e, I_e) et leurs homologues en sortie (V_s, I_s). Deux de ces variables sont indépendantes, alors que les autres y sont liées par des relations. Le choix des variables indépendantes permet donc de distinguer plusieurs paramètres quadripolaires.

1.2 Représentation matricielle des quadripôles

1.2.1 Paramètres impédances

On exprime les tensions en fonction des courants :

$$V_e = f(I_e, I_s) \quad V_s = f(I_e, I_s) \quad (1.1)$$

Pour le cas de quadripôle linéaire :

$$\begin{aligned} V_e &= Z_{11} I_e + Z_{12} I_s \\ V_s &= Z_{21} I_e + Z_{22} I_s \end{aligned} \quad (1.2)$$

Encore matriciellement par :

$$\begin{pmatrix} V_e \\ V_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_e \\ I_s \end{pmatrix} = [Z] \begin{pmatrix} I_e \\ I_s \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

$[Z]$ représente la matrice impédance du quadripôle. Les éléments de cette matrice s'appellent les paramètres Z en circuit ouvert ($I_e = 0$ ou $I_s = 0$). Ils se définissent comme :

- Impédance d'entrée : $Z_{11} = \left(\frac{V_e}{I_e}\right)_{I_s=0}$;
- Impédance de transfert inverse : $Z_{12} = \left(\frac{V_e}{I_s}\right)_{I_e=0}$;
- Impédance de transfert direct : $Z_{21} = \left(\frac{V_s}{I_e}\right)_{I_s=0}$;
- Impédance de sortie $Z_{22} = \left(\frac{V_s}{I_s}\right)_{I_e=0}$.

À partir des paramètres impédances, le schéma électrique équivalent résumant le fonctionnement du quadripôle peut être représenté par la figure 1.3 :

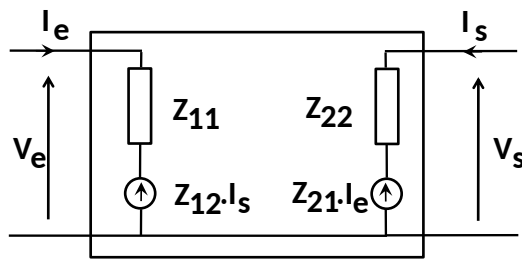


FIGURE 1.3 – Schéma équivalent du quadripôle en paramètres Z

Remarque : Le schéma équivalent est composé de deux dipôles couplés. Le générateur lié, dont la f.e.m est $Z_{12}I_s$, représente l'effet du courant de sortie sur la tension d'entrée. Quant au source lié de f.e.m $Z_{21}I_e$ rappelle l'effet du courant d'entrée sur la tension de sortie. Le schéma équivalent est particulièrement utile lorsque le réseau réel constituant le quadripôle est méconnu alors que pratiquement les paramètres du quadripôle sont mesurables.

1.2.2 Paramètres admittances

Si on exprime les courants en fonction des tensions :

$$I_e = f(V_e, V_s) \quad I_s = f(V_e, V_s) \quad (1.4)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} I_e \\ I_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_e \\ V_s \end{pmatrix} = [Y] \begin{pmatrix} V_e \\ V_s \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

$[Y]$ représente la matrice admittance du quadripôle. Les éléments de cette matrice s'appellent les paramètres Y en court circuit ($V_e = 0$ ou $V_s = 0$). Ils se définissent comme :

- admittance d'entrée : $Y_{11} = \left(\frac{I_e}{V_e}\right)_{V_s=0}$;
- admittance de transfert inverse : $Y_{12} = \left(\frac{I_e}{V_s}\right)_{V_e=0}$;
- admittance de transfert direct : $Y_{21} = \left(\frac{I_s}{V_e}\right)_{V_s=0}$;
- admittance de sortie $Y_{22} = \left(\frac{I_s}{V_s}\right)_{V_e=0}$.

Le schéma équivalent du quadripôle avec les admittances et les sources de courants liés est représenté sur la figure 1.4 :

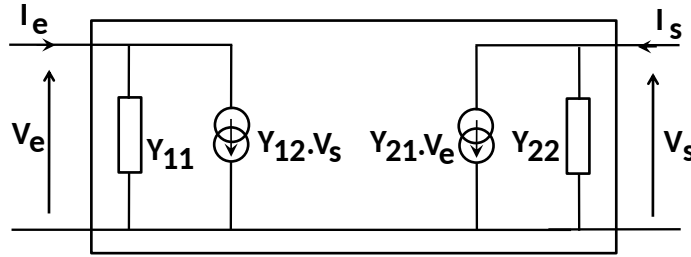


FIGURE 1.4 – Schéma équivalent du quadripôle en paramètres Y

1.2.3 Paramètres hybrides

On exprime la tension d'entrée, V_e , et le courants de sortie, I_s , en fonction des deux autres grandeurs :

$$V_e = f(I_e, V_s) \quad I_s = f(I_e, V_s) \quad (1.6)$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} V_e \\ I_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_e \\ V_s \end{pmatrix} = [H] \begin{pmatrix} I_e \\ V_s \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

$[H]$ représente la matrice hybride du quadripôle dont les éléments se définissent comme :

- impédance d'entrée : $h_{11} = \left(\frac{V_e}{I_e}\right)_{V_s=0}$;
- gain en tension inverse : $h_{12} = \left(\frac{V_e}{V_s}\right)_{I_e=0}$;
- gain en courant : $h_{21} = \left(\frac{I_s}{I_e}\right)_{V_s=0}$;

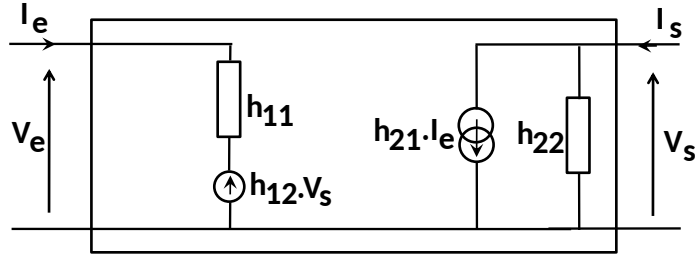


FIGURE 1.5 – Schéma équivalent du quadripôle en paramètres hybrides

— admittance de sortie : $h_{22} = \left(\frac{I_s}{V_s}\right)_{I_e=0}$.

Le schéma équivalent du quadripôle est représenté sur la figure 1.5

Remarque : Les paramètres hybrides sont utilisés lors de l'étude des transistors.

Parmi les six paramètres de quadripôle possible, on a présentés les trois les plus utilisés. Les trois autres paramètres restant sont :

-paramètres hybrides inverses :

$$\begin{pmatrix} I_e \\ V_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_e \\ I_s \end{pmatrix} = [G] \begin{pmatrix} V_e \\ I_s \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

-paramètres chaînes, baptisés aussi de transmission :

$$\begin{pmatrix} V_e \\ I_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_s \\ -I_s \end{pmatrix} = [T] \begin{pmatrix} V_s \\ -I_s \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

-paramètres chaînes inverses :

$$\begin{pmatrix} V_s \\ I_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_e \\ -I_e \end{pmatrix} = [t] \begin{pmatrix} V_e \\ -I_e \end{pmatrix} \quad (1.10)$$

Nous avons vu que le comportement d'un quadripôle quelque soit sa nature (actif, passif, etc.) est complètement caractérisé les quatre éléments de l'une de ses matrices caractéristiques ($[Z]$, $[Y]$, etc.). Le choix de la matrice représentative adéquate dépend principalement de type d'association de quadripôles.

1.3 Association des quadripôles

Les principaux associations des quadripôles sont : l'association série, l'association parallèle, l'association cascade et les associations mixtes (série-parallèle, parallèle-série).

1.3.1 Association en série

Comme illustré sur la figure 1.6 ; la tension d'entrée (de sortie) du quadripôle résultant est la somme des tensions d'entrée (de sortie) des quadripôles en série :

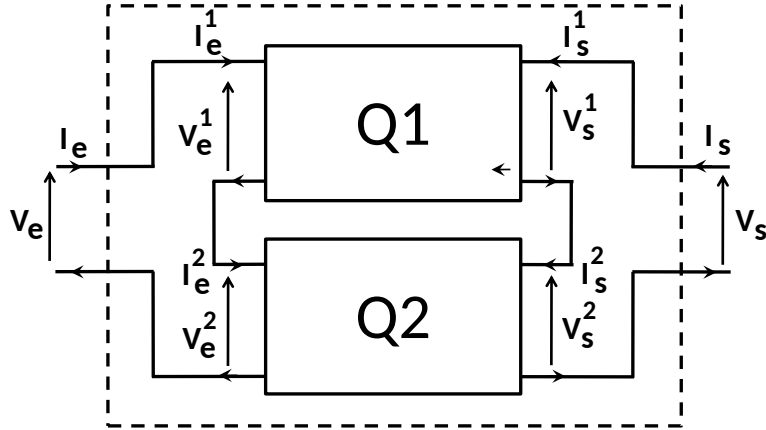


FIGURE 1.6 – Association en série de deux quadripôles

$$V_e = V_e^1 + V_e^2 \quad V_s = V_s^1 + V_s^2$$

Alors que les courants restent identiques :

$$I_e = I_e^1 = I_e^2 \quad I_s = I_s^1 = I_s^2$$

La matrice impédance $[Z]$ du quadripôle équivalent est égale alors à la somme des matrices impédances :

$$[Z] = [Z^1] + [Z^2]$$

1.3.2 Association en parallèle

Le courant d'entrée (de sortie) du quadripôle résultant est la somme des courants d'entrée (de sortie) des quadripôles associés en parallèle-voir figure 1.7- :

$$I_e = I_e^1 + I_e^2 \quad I_s = I_s^1 + I_s^2$$

Les tensions demeurent identiques :

$$V_e = V_e^1 = V_e^2 \quad V_s = V_s^1 = V_s^2$$

La matrice admittance $[Y]$ du quadripôle équivalent est égale alors à la somme des matrices admittances :

$$[Y] = [Y^1] + [Y^2]$$

1.3.3 Association en cascade

La tension de sortie du premier quadripôle constitue la tension d'attaque du deuxième quadripôle -voir figure 1.8- : La matrice chaîne $[T]$ du quadripôle équivalent est égale alors au produit des matrices chaînes :

$$[T] = [T^2] \times [T^1]$$

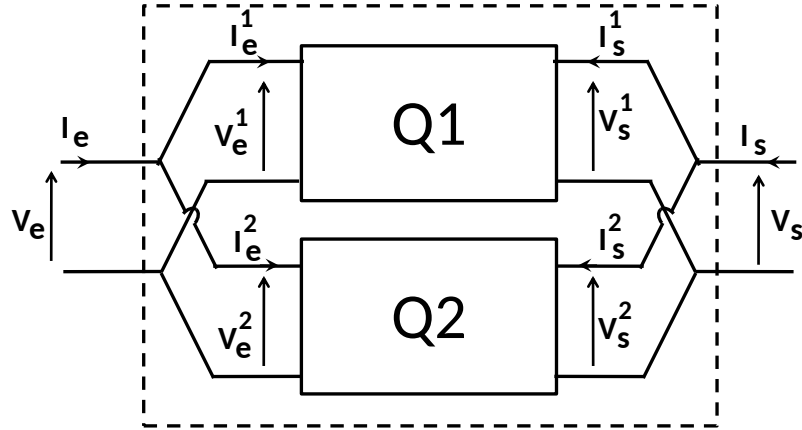


FIGURE 1.7 – Association en parallèle de deux quadripôles

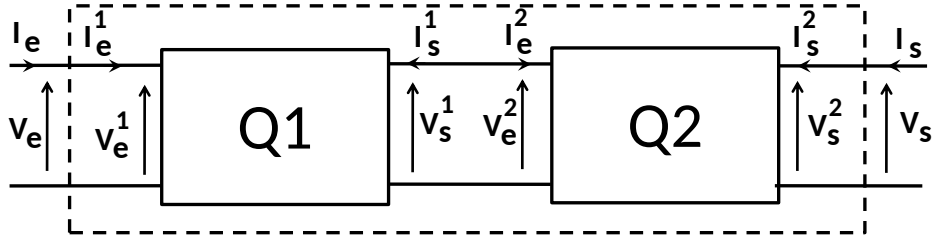


FIGURE 1.8 – Association en cascade de deux quadripôles

$$V_e = V_e^1 \quad V_s^1 = V_e^2 \quad V_s = V_s^2$$

Alors que pour les courants :

$$I_e = I_e^1 \quad I_s^1 = -I_e^2 \quad I_s = I_s^2$$

1.4 Les grandeurs fondamentales

En général le quadripôle est l'intermédiaire entre une source d'alimentation (E_g, R_g) et une charge Z_u -voir figure 1.9-.

Si on représente le quadripôle Q par ses paramètres hybride $[H]$, les équations régissant ce réseau seront alors :

$$\begin{aligned} V_e &= h_{11}I_e + h_{12}V_s \\ I_s &= h_{21}I_e + h_{22}V_s \\ E_g &= Z_g I_e + V_e \\ V_s &= -Z_u I_s \end{aligned} \tag{1.11}$$

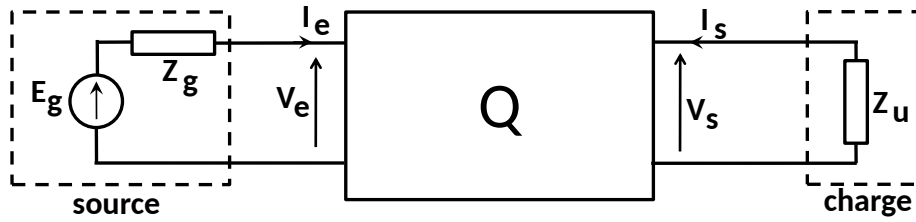


FIGURE 1.9 – Quadripôle branché à une source de tension et une charge utile

1.4.1 Impédance d'entrée

L'impédance d'entrée, Z_e , est l'impédance « vue » par la source qui alimente le quadripôle à vide ou en charge-voir figure 1.10-.

À partir des équations 1.11, l'impédance d'entrée sera donné par :

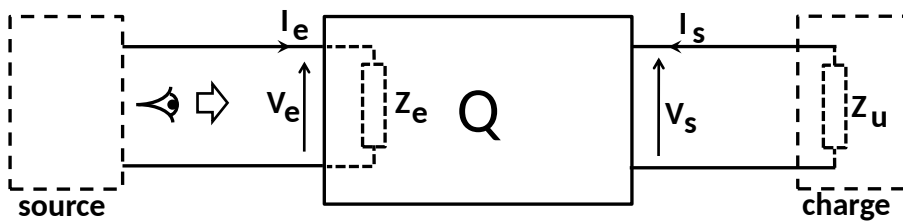


FIGURE 1.10 – Impédance d'entrée d'un quadripôle

$$Z_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{h_{11} + Z_u \Delta h}{1 + Z_u h_{22}} \quad (1.12)$$

avec : $\Delta h = h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}$ le déterminant de la matrice hybride $[H]$.

1.4.2 Impédance de sortie

L'impédance de sortie, Z_s , est l'impédance « vue » par la charge, sachant que l'entrée est fermée par l'impédance du générateur Z_G (source éliminée)-voir figure 1.11- :

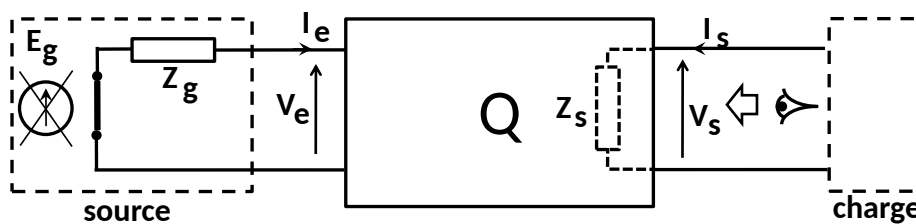


FIGURE 1.11 – Impédance de sortie d'un quadripôle

$$Z_s = \left. \frac{V_s}{I_s} \right|_{E_g=0} \quad (1.13)$$

À partir des équations 1.11, l'impédance de sortie sera donné par :

$$Z_s = \frac{Z_g + h_{11}}{h_{22}Z_g + \Delta h} \quad (1.14)$$

1.4.3 Gain en tension

Le gain en tension est défini par le rapport de la tension de sortie, V_s , et la tension d'entrée V_e .

$$G_V = \frac{V_s}{V_e} \quad (1.15)$$

À partir des équations 1.11, le gain en tension sera donné par :

$$G_V = \frac{-Z_u h_{21}}{h_{11} + Z_u \Delta h} \quad (1.16)$$

1.4.4 Gain en courant

Le gain en courant est défini par le rapport du courant de sortie, I_s , et le courant d'entrée I_e .

$$G_I = \frac{I_s}{I_e} \quad (1.17)$$

À partir des équations 1.11, le gain en tension sera donné par :

$$G_I = \frac{h_{21}}{1 + Z_u h_{22}} \quad (1.18)$$

Comme application de la théorie des quadripôles linéaires invariables dans le temps (LIT), le chapitre suivant sera consacré au comportement fréquentielle des filtres linéaires passifs. Ces derniers seront principalement des réseaux à base de composantes linéaires (R, L et C) en régime sinusoïdale.

Chapitre 2

Les filtres passifs RLC

Un filtre, comme son nom l'indique, ne laisse passer que certains signaux sinusoïdaux dont leurs pulsations appartiennent à une certaine bande de fréquence.

Ainsi on peut distinguer quatre types de filtres :

- *Passe-bas* : ne laisse passer que les basses fréquences, c'est-à-dire les fréquences inférieures à la fréquence de coupure (f_c);
- *Passe-haut* : favorise les hautes fréquences et atténue les basses fréquences, c'est-à-dire les fréquences inférieures à f_c ;
- *Passe-bande* : ne laisse passer qu'un intervalle de fréquence délimité par fréquence de coupure basse f_{cb} et une fréquence de coupure haute f_{ch} ;
- *Coupe-bande ou réjecteur de bande* : c'est un filtre interdisant le passage d'un intervalle de fréquences.

Afin d'étudier le comportement fréquentiel d'un filtre une analyse fréquentielle s'avère nécessaire. Cela consiste à étudier la réponse du filtre à une excitation sinusoïdale et ceci pour différentes fréquences. La tension d'attaque, V_e , étant supposée signal sinusoïdal en régime permanent.

2.1 Généralité

2.1.1 Intérêt

L'opération de filtrage consiste à modifier les caractéristiques temporelles ou/ et fréquentielles d'un signal. En effet, la théorie de Fourier approuve que tous signal réel est décomposable en une somme de signaux sinusoïdaux : on parle de *spectre* du signal. Le Filtre agit au niveau de ce dernier en modifiant l'amplitude et la phase de ces composantes.

Les applications des filtres sont multiples : système de télécommunications (radiocommunication, transmission TV et Radio, GPS, ...), système d'acquisition et traitement du signal (Radars, Sonars, applications médical, ...), Instrumentation scientifique et métrologique, etc.

2.1.2 Types de filtres

On peut classer les filtres en deux grandes catégories : *analogique* et *numérique*

- Les filtres numériques : ce sont des éléments qui effectuent l'opération de filtrage suite à des opérations mathématiques sur un signal discret. En traitement du signal, cela signifie que le spectre du signal d'entrée est *modifié* lors du passage du filtre numérique. Ces filtres sont réalisés soit de façons « hard » sous forme de circuit intégrés dédiés, soit « soft » par logiciel de traitement de signal ou par des processeurs programmable (FPGA, microprocesseur, DSP, microcontrôleur, etc.). L'utilisation des filtres numériques est en pleine extension, mais leurs principale inconvénient est leurs limitations en fréquences ($< 100\text{MHz}$).
- Les filtres analogiques eux même sont répertoriés en deux principales classes :
 - Les filtres passifs sont constitués principalement de composantes passives : inductances, condensateurs et résistances. Ainsi, leurs gains ne peuvent dépasser la valeur 1. C'est-à-dire, que les dits filtres sont des atténuateurs. Grâce à l'intégration du quartz, ces filtres peuvent atteindre des hautes fréquences d'ordre GHz .
 - En plus des composantes passives précitées, les filtres actifs intègre aussi les amplificateurs opérationnels. De la sorte que ces filtres possèdent des gains, i.e $G > 1$. Leurs besoins permanents en alimentation et leurs faibles fréquences ($< 1\text{MHz}$) de travail constituent leurs principaux inconvénients.

2.1.3 Notion de fonction de transferts

Le comportement d'un filtre est complètement décrit par sa *fonction de transfert* ou *transmittance*. En effet cette dernière traduit la relation entre la grandeur de sortie et celle d'entrée d'un quadripôle :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{X}_s}{\underline{X}_e} \quad (2.1)$$

La grandeur de sortie, \underline{X}_s , et celle d'entrée, \underline{X}_e , sont des tensions et ou des courants de forme sinusoïdale :

$$\Re(\underline{X}_e) = X_{M_e} \cos(\omega t + \phi_e) \quad \Re(\underline{X}_s) = X_{M_s} \cos(\omega t + \phi_s) \quad (2.2)$$

Remarque : Si les grandeurs \underline{X}_e et \underline{X}_s sont de même nature, la transmittance à la dimension de gain (tension 1.15 ou courant 1.17). Autrement, la fonction de transfert sera soit une *transadmittance* ou *transimpédance*.

Quand il s'agit de filtre linéaire, $\underline{H}(j\omega)$ se présente comme une fraction rationnelle complexe dont la forme est :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^m a_i \cdot (j\omega)^i}{\sum_{k=0}^n b_k \cdot (j\omega)^k} \quad (2.3)$$

Exemple

Soit le filtre RC de la figure 2.1 :

-Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$ du filtre.

-Quelle est le degré de $\underline{H}(j\omega)$?

-Récrire l'expression de $\underline{H}(j\omega)$ en introduisant la pulsation de « coupure » $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

-Déterminer le module $\|\underline{H}(j\omega)\|$ et l'argument $\arg(\underline{H}(j\omega))$.

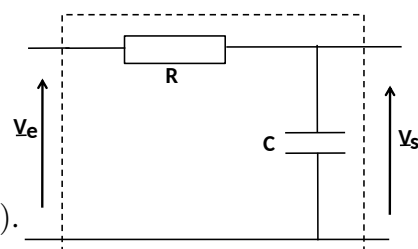


FIGURE 2.1 – Filtre RC

Afin d'étudier la sélectivité fréquentielle d'un filtre RLC, il faut représenter la transmittance (module et phase) en fonction de la fréquence.

2.1.4 Représentation de la transmittance d'un filtre

Diagramme de Nyquist

Comme $\underline{H}(j\omega)$ est une fonction complexe, on peut la représenter directement dans le plan complexe : il s'agit alors du *diagramme de Nyquist*. Ce dernier est d'une grande utilité, en automatique, pour l'évaluation de la stabilité d'un système LIT.

Exemple

-Tracer le diagramme de Nyquist pour le filtre RC (soit $R=100\Omega$ et $C=1.6\ \mu\text{F}$) et montrer qu'il s'agit d'une demi-cercle de centre $(\frac{1}{2}, 0)$ et de rayon $\frac{1}{2}$ (voir figure 2.2 trait plein).

-Étudier le comportement asymptotique ($\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$) et ainsi que la sélectivité du filtre.

La représentation de Nyquist nécessite l'indication, sur la courbe, des valeurs de ω et la définition est faible pour les hautes fréquences. Autant l'exploitation de lieu de Nyquist reste assez qualitative.

Les deux autres représentations possibles de la transmittance, $\underline{H}(j\omega)$, nécessitent la définition du gain en décibel.

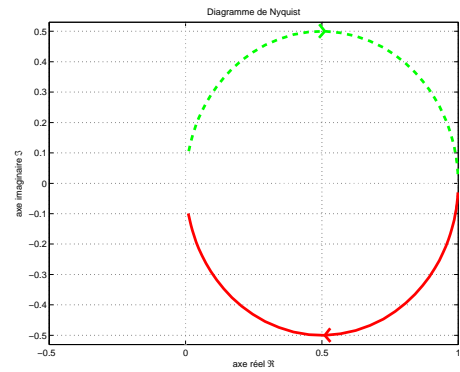


FIGURE 2.2 – Diagramme de Nyquist du filtre RC

Gain en décibel

Le gain G_{dB} , en décibel, est le gain en puissance définie par :

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{P_s}{P_e} \right) \quad (2.4)$$

Avec P_e et P_s respectivement la puissance d'entrée et de sortie du quadripôle. La formule 2.4 peut être exprimée en fonction des tensions et des résistances d'entrée et de sortie par :

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{\frac{V_s^2}{R_s}}{\frac{V_e^2}{R_e}} \right) \quad (2.5)$$

R_e et R_s sont respectivement la résistance d'entrée et la résistance de charge du quadripôle. Souvent ces résistances sont omises pour raison : d'adaptation en impédance ($R_e = R_s$) ou par normalisation de la puissance ($R_e = R_s = 1$). L'expression 2.5 devient :

$$G_{dB} = 10 \log \left(\frac{V_s}{V_e} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{V_s}{V_e} \right) \quad (2.6)$$

Le gain en décibel est en relation avec la fonction de transfert à travers :

$$G_{dB} = 20 \log \|\underline{H}(j\omega)\| \quad (2.7)$$

Diagramme de Black

Le diagramme de Black est un graphe représentant le gain en décibels (G_{dB}) en fonction de la phase ($\arg(\underline{H}(j\omega))$) en degré. En effet il s'agit d'une courbe paramétrée par la pulsation ω ; qui est utilisé en automatique pour étudier les systèmes.

Exemple

On s'intéresse toujours au filtre RC de la figure 2.1.

-Étudier le comportement du lieu de black pour les basses fréquences ($\omega \rightarrow 0$).

-Étudier le comportement du lieu de black pour les hautes fréquences ($\omega \rightarrow \infty$), montrer que la droite définie par ($\arg(\underline{H}(j\omega)) = -\frac{\pi}{2}$, $G_{dB} = 0$) est une asymptote verticale au diagramme de Black.

-Tracer la courbe de black du filtre et vérifier avec l'allure de la figure 2.3.

La représentation de Black présente les mêmes limitations que celui du diagramme de Nyquist : indication

des valeurs ω , la faible résolution et interprétation qualitative. Ainsi le diagramme de Bode reste la représentation de prédilection pour l'étude des filtres.

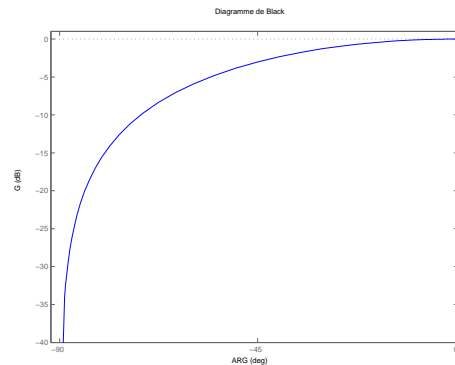


FIGURE 2.3 – Diagramme de Black du filtre RC

Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode est une représentation double : la courbe de gain et la courbe de phase. Ces graphiques représentent les variations respectives du gain, G_{dB} , et de la phase, $\arg(\underline{H}(j\omega))$ en fonction de la fréquence ou la pulsation. Ces dernières sont représentées sur une échelle logarithmique ($\log(f), \log(\omega)$).

Exemple

On considère toujours le filtre RC de la figure 2.1 :

-Rappeler la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ du filtre.

-Étude asymptotique pour les basses fréquences :

* Calculer la limite de $\underline{H}(j\omega)$ lorsque ω tend vers zéro ($\frac{\omega}{\omega_c} \ll 1$).

* En déduire alors le gain en dB (G_{dB}) et montrer que le diagramme de gain présente une asymptote horizontale que l'on précisera.

* En déduire également la phase, $\arg(\underline{H}(j\omega))$, en degré et montrer que le diagramme présente une asymptote horizontale que l'on précisera.

-Étude asymptotique pour les hautes fréquences :

* Chercher une approximation de la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega)$ pour les hautes fréquences ($\frac{\omega}{\omega_c} \gg 1$).

* En déduire alors le gain en dB (G_{dB}) et montrer que le diagramme de gain présente une asymptote oblique que l'on précisera.

* En déduire également la phase, $\arg(\underline{H}(j\omega))$, en degré et montrer que le diagramme présente une asymptote horizontale que l'on précisera.

-Étude de points particuliers du diagramme réel : calculer le gain et la phase à la pulsation $\omega = \omega_c$.

-Tracer le diagramme de Bode du filtre et vérifier avec l'allure de la figure 2.4

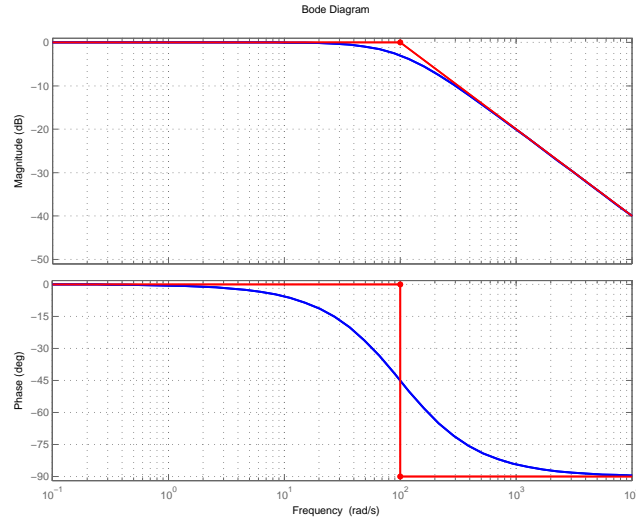


FIGURE 2.4 – Diagramme de Bode du filtre RC

2.2 Diagrammes de Bode des fonctions élémentaires

La plus part des transmittances se décomposent en produit de fonctions élémentaires du premier ordre ou/et du second ordre. En effet l'expression de la fonction de transfert donnée en 2.3 peut être transformée sous la forme canonique suivante :

$$\underline{H}(j\omega) = \alpha \cdot \left(j \frac{\omega}{\omega_p} \right)^p \cdot \frac{\prod_{i=1}^L \left(1 + 2\xi_i \left(\frac{j\omega}{\omega_i} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_i} \right)^2 \right) \prod_{j=1}^J \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_j} \right)}{\prod_{k=1}^K \left(1 + 2\xi_k \left(\frac{j\omega}{\omega_k} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_k} \right)^2 \right) \prod_{l=1}^L \left(1 + \frac{j\omega}{\omega_l} \right)} \quad (2.8)$$

Avec :

- α : le gain statique ($\omega=0$). En général pour les filtres passifs $\alpha < 1$;
- ξ_i et ξ_k : Les coefficients d'amortissements ;
- ω_i et ω_k : les pulsations propres ;
- ω_p , ω_j et ω_l : les pulsations de coupures.

Ainsi le filtre dont la fonction de transfert est de forme 2.8 peut être vue comme l'association en cascade de plusieurs quadripôle élémentaires. En échelle logarithme, le gain en décibel et la phase de $\underline{H}(j\omega)$ seront respectivement la somme des gains et arguments des fonctions élémentaires. Pratiquement la connaissance de ces dernières suffisent pour construire la plupart des diagrammes de Bode.

2.2.1 Fonction gain statique

L'expression de la transmittance élémentaire est de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \alpha = Cte \quad (2.9)$$

$$G_{dB} = 20 \log \|\underline{H}(j\omega)\| = 20 \log \|\alpha\|$$

$G_{dB} < 0$ si $\|\alpha\| < 1$ (atténuation) ou $G_{dB} > 0$ si $\|\alpha\| > 1$ (amplification).

$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = 0$ si $\alpha > 0$ ou ± 180 si $\alpha < 0$.

Exemple

-Tracer les diagrammes de Bode pour $\alpha = -10$, $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\alpha = 10$.

2.2.2 Fonction dérivateur pur

la forme de la transmittance élémentaire est :

$$\underline{H}(j\omega) = j \frac{\omega}{\omega_0} \quad (2.10)$$

$$G_{dB} = 20 \log \|\underline{H}(j\omega)\| = 20 \log \omega - 20 \log \omega_0$$

le diagramme du gain est une droite passante par $(\omega_0, G_{dB}(\omega = \omega_0) = 0 \text{ dB})$ et dont la pente est définie par :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pour } \omega = \omega_0 \quad G_{dB} = 0 \text{ dB} \\ \text{Pour } \omega = 2\omega_0 \quad G_{dB} = 6 \text{ dB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta G = 6 - 0 = 6 \text{ dB} \\ \Delta \omega = 1 \text{ octave} \end{array} \Rightarrow 6 \text{ dB/octave}$$

ou :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Pour } \omega = \omega_0 \quad G_{dB} = 0 \text{ dB} \\ \text{Pour } \omega = 10\omega_0 \quad G_{dB} = 20 \text{ dB} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta G = 20 - 0 = 20 \text{ dB} \\ \Delta \omega = 1 \text{ décade} \end{array} \Rightarrow 20 \text{ dB/décade}$$

Quant au diagramme de phase, il s'agit d'une droite horizontale :

$$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = +90^\circ$$

Exemple

-Tracer le diagramme de Bode d'un dérivateur pur ($\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$) et vérifier avec l'allure de la figure 2.5.

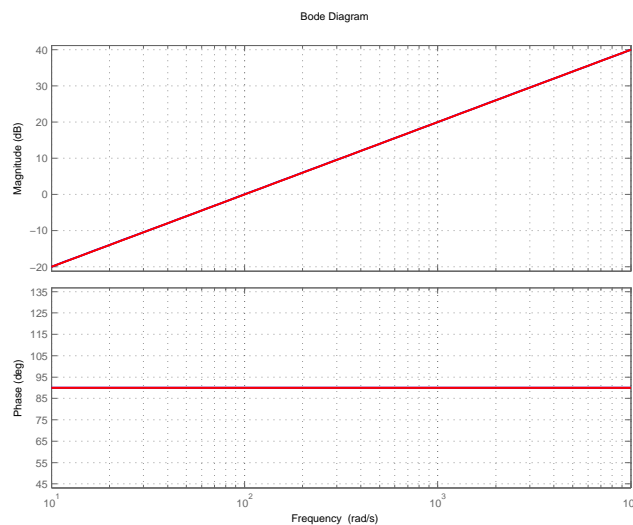


FIGURE 2.5 – Diagramme de Bode d'un dérivateur pur (cas $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)

2.2.3 Fonction intégrateur pur

La transmittance est de la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (2.11)$$

$$G_{dB} = 20 \log \|\underline{H}(j\omega)\| = -20 (\log \omega - \log \omega_0)$$

le diagramme du gain est une droite passante par $(\omega_0, G_{dB}(\omega = \omega_0) = 0 \text{ dB})$ et dont la pente est -20 dB/décade (ou -6 dB/octave).

La phase est une droite horizontale définie par :

$$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = -90^\circ$$

Exemple

-Tracer le diagramme de Bode d'un intégrateur pur ($\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$) et vérifier avec l'allure de la figure 2.6.

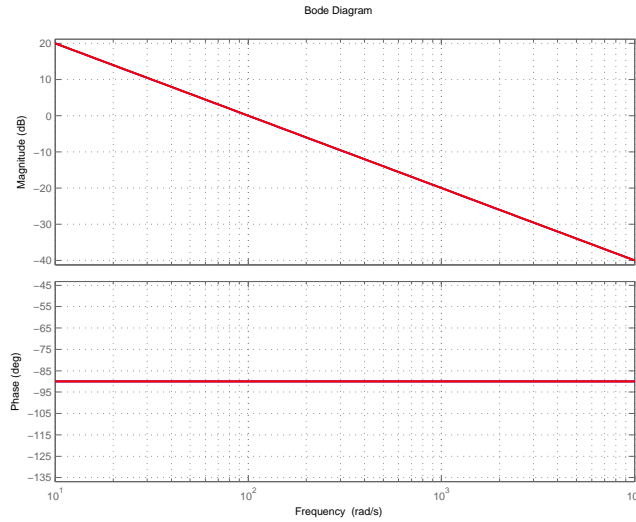


FIGURE 2.6 – Diagramme de Bode d'un intégrateur pur (cas $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)

Remarque : La fonction intégrateur pur est l'inverse de la fonction dérivateur pur, cela justifie l'inversion du signe du gain et de la phase.

2.2.4 Fonction passe-bas d'ordre 1

La fonction de transfert est de type :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (2.12)$$

Le gain est donnée par l'expression :

$$G_{dB} = 20 \log \|\underline{H}(j\omega)\| = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \right) = -20 \log \left(\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2} \right)$$

Pour la phase :

$$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = \arg(1) - \arg\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right) = 0 - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

Pour tracer le diagramme de Bode de cette fonction élémentaire, il faut suivre la même démarche que celle utilisée lors d'étude du filtre RC (figure 2.4).

2.2.5 Fonction passe-haut d'ordre 1

Fonction de transfert du genre :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad (2.13)$$

Le gain est donnée par :

$$G_{dB} = 20 \log \|\underline{H}(j\omega)\| = 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) - 20 \log\left(\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right)$$

La phase est donnée par :

$$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = \arg\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right) - \arg\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_0}\right) = 90^\circ - \tan^{-1}\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$$

Pour tracer le diagramme asymptotique, on définit les asymptotes aux limites pour :

- $\omega \ll \omega_0$, on peut approximer $\underline{H}(j\omega) \approx j\frac{\omega}{\omega_0} \Rightarrow G_{dB} \approx 20 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ et $\varphi \approx 90^\circ$.
- $\omega \gg \omega_0$, on peut approximer $\underline{H}(j\omega) \approx 1 \Rightarrow G_{dB} \approx 0 \text{ dB}$ et $\varphi \approx 0^\circ$.

Pour le diagramme réel, on considère $\omega = \omega_0 \Rightarrow G_{dB} = 3 \text{ dB}$ et $\varphi = 45^\circ$.

Exemple

On intervertir la position de la résistance, R, et celle du condensateur C du filtre RC de la figure 2.1 (filtre CR).

- Donner la nouvelle expression de la fonction de transfert.
- Quelle est la nature de ce nouveau filtre ? Justifier ce changement de comportement fréquentiel.
- Tracer le diagramme de Bode et vérifier avec l'allure de la figure 2.7

2.2.6 Fonction passe-bas d'ordre 2

La forme de la fonction de transfert est comme suit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + 2\xi\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (2.14)$$

Le gain et la phase de $\underline{H}(j\omega)$ dépendent du coefficient d'amortissement ξ .

On suppose qu'il existe deux pulsations réels ω_1 et ω_2 tel que :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + \left(j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\right)} \frac{1}{\left(1 + \left(j\frac{\omega}{\omega_2}\right)\right)} \quad (2.15)$$

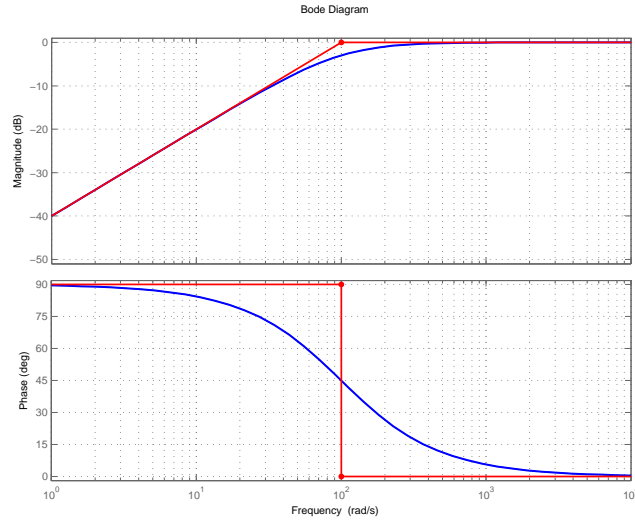


FIGURE 2.7 – Diagramme de Bode du filtre CR

par identification des deux expressions de $\underline{H}(j\omega)$, on obtient :

$$1 + 2j\xi \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 + j\omega \left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2} \right) - \frac{\omega^2}{\omega_1 \omega_2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 \omega_2 = \omega_0^2 = P \\ \omega_1 + \omega_2 = 2\xi \omega_0 = S \end{cases}$$

ω_1 et ω_2 sont donc les solutions de l'équation du second ordre définie par :

$$\omega^2 - S\omega + P = \omega^2 - 2\xi\omega_0\omega + \omega_0^2$$

Le discriminant réduit de l'équation précédente, Δ' , est défini par :

$$\Delta' = ((\xi\omega_0)^2 - \omega_0^2)^{\frac{1}{2}} = \omega_0(\xi^2 - 1)^{\frac{1}{2}}$$

Comme le coefficient d'amortissement ξ est strictement positif on aura donc trois cas :

Premier cas : $\xi > 1$

$\Delta' > 0 \Rightarrow$ deux pulsations réels ω_1 et ω_2 tel-que :

$$\omega_1 = \omega_0 \left(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \quad \text{et} \quad \omega_2 = \omega_0 \left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right)$$

Dans ce cas $\underline{H}(j\omega)$ peut être écrite comme le produit de deux fonctions élémentaires $\underline{H}_1(j\omega)$ et $\underline{H}_2(j\omega)$. Ces dernières sont des fonctions passe-bas d'ordre 1 (voir 2.2.4)

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + \left(j\frac{\omega}{\omega_1}\right)\right)} \frac{1}{\left(1 + \left(j\frac{\omega}{\omega_2}\right)\right)} = \underline{H}_1(j\omega) \underline{H}_2(j\omega)$$

Le gain et la phase seront alors :

$$G_{dB} = 20 \log \|\underline{H}(j\omega)\| = 20 \log \|\underline{H}_1(j\omega)\| + 20 \log \|\underline{H}_2(j\omega)\| = G_{dB1} + G_{dB2}$$

$$\varphi = \arg(\underline{H}(j\omega)) = \arg(\underline{H}_1(j\omega)) + \arg(\underline{H}_2(j\omega)) = \varphi_1 + \varphi_2$$

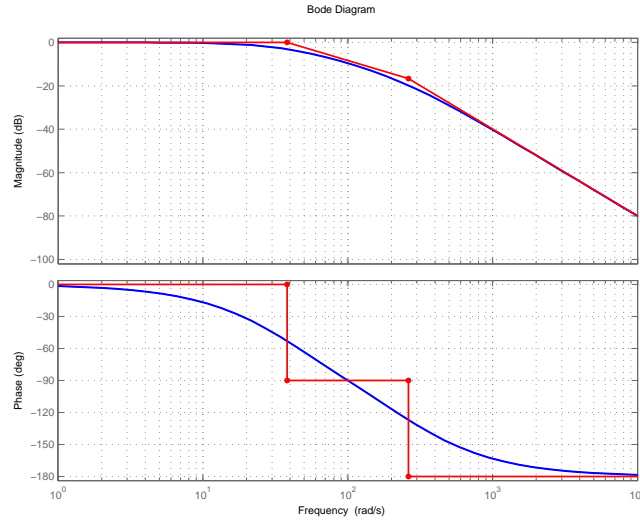


FIGURE 2.8 – Diagramme de Bode du filtre passe bas d'ordre 2 ($\xi = 1.5$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)

Exemple

Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert de forme 2.17 avec $\xi = 1.5$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$; vérifier avec l'allure de la figure 2.8.

Second cas : $\xi = 1$

$\Delta' = 0 \Rightarrow$ solution double $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0 \Rightarrow \underline{H}(j\omega)$ devient :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{\left(1 + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right)^2} \quad (2.16)$$

Pour tracer le diagramme asymptotique, on définit les asymptotes aux limites pour :

$-\omega \ll \omega_0$, on peut approximer $\underline{H}(j\omega) \approx 1 \Rightarrow G_{dB} \approx 0 \text{ dB}$ et $\varphi \approx 0^\circ$.

$-\omega \gg \omega_0$, on peut approximer $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{1}{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \Rightarrow G_{dB} \approx -40 \log\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)$ et $\varphi \approx -180^\circ$

Pour le diagramme réel, on considère $\omega = \omega_0 \Rightarrow G_{dB} = -40 \log 2 = -6 \text{ dB}$ et $\varphi = -90^\circ$

Exemple

Tracer le diagramme de Bode de la fonction de transfert de forme 2.17 avec $\xi = 1$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$; vérifier avec l'allure de la figure 2.9.

Troisième cas : $\xi < 1$

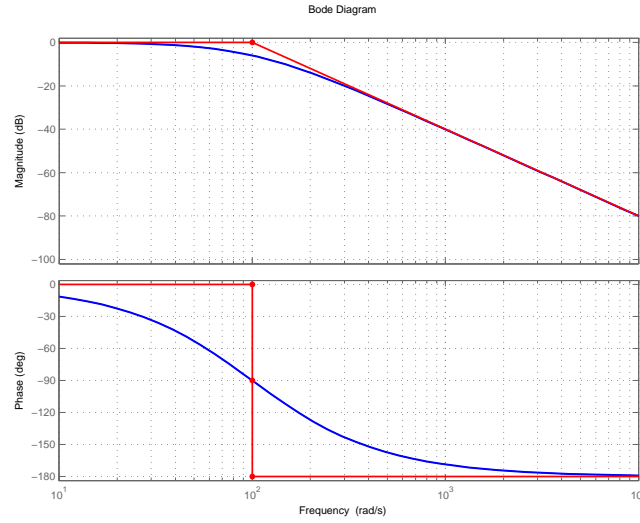
La décomposition en produit de fonctions élémentaire (voir équation 2.15) n'est plus possible puisque les pulsations ω_1 et ω_2 sont complexes.

Le diagramme asymptotique de $\underline{H}(j\omega)$ reste identique au second cas ($\xi = 1$). Si l'on s'intéresse au module de la transmittance $\underline{H}(j\omega)$:

$$\|\underline{H}(j\omega)\| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} = \frac{1}{\sqrt{D}}$$

avec : $D = \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + 4\xi^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$.

le module $\|\underline{H}(j\omega)\|$ atteint son maximum pour ω_r tel que : $\frac{dD}{d\omega}(\omega_r) = 0$.


 FIGURE 2.9 – Diagramme de Bode du filtre passe bas d'ordre 2 ($\xi = 1$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)

$$\frac{dD}{d\omega} = 2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \right) \left(-\frac{2\omega}{\omega_0^2} \right) + 8\xi^2 \frac{\omega}{\omega_0^2} = \left(\frac{2\omega}{\omega_0^2} \right) \left(\frac{2\omega^2}{\omega_0^2} - 2 + 4\xi^2 \right)$$

$\frac{dD}{d\omega} = 0 \Rightarrow \omega = 0$ ou $\omega = \pm \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$ la solution nulle et négative sont à rejeter, donc $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2\xi^2}$ mais à condition que $(1 - 2\xi^2) > 0$, c'est à dire $\xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$

Déterminons la valeur atteinte par le module $\|\underline{H}(j\omega)\|$ pour $\omega = \omega_r$.

$$\|\underline{H}(j\omega_r)\| = \frac{1}{\sqrt{4\xi^4 + 4\xi^2(1 - 2\xi^2)}} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1 - \xi^2}}$$

Pour $0 < \xi < \frac{1}{\sqrt{2}}$, la valeur du module $\|\underline{H}(j\omega_r)\| > 1$, c'est à dire pour $\omega = \omega_r$ l'amplitude de la tension de sortie V_s dépasse celle de la tension d'entrée V_e : c'est le régime *résonant*.

Pour $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \xi < 1$, $\|\underline{H}(j\omega_r)\|$ ne présente pas de maximum est la courbe du gain reste en dessous des asymptotes : c'est le régime *amorti* (voir figure 2.10).

2.2.7 Fonction passe-haut d'ordre 2

la fonction de transfert du filtre s'écrit sous la forme :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2\xi\left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right) + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} \quad (2.17)$$

Une étude pareille que pour le cas 2.2.6 permet de tracer le diagramme de Bode correspondant à la figure 2.11.

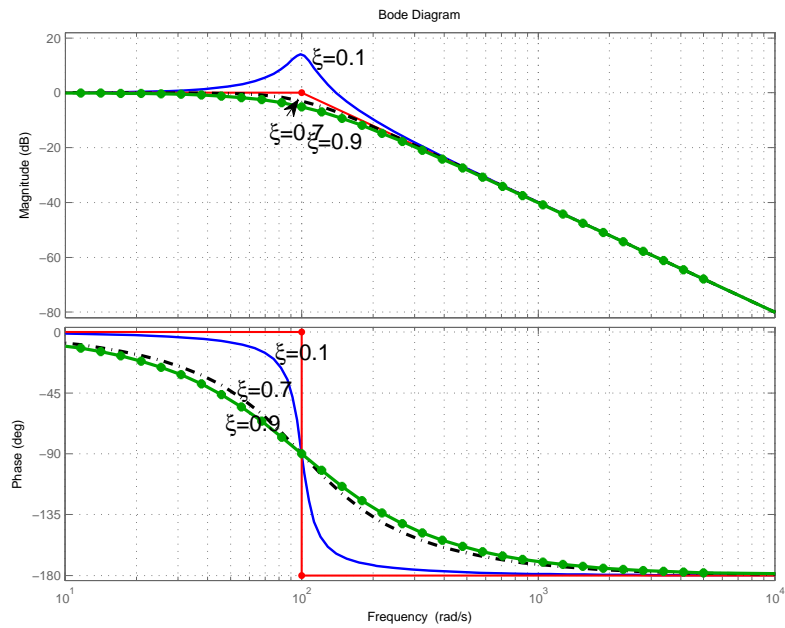


FIGURE 2.10 – Diagramme de Bode du filtre passe bas d'ordre 2 ($\xi = 0.1$, $\xi = 0.7$, $\xi = 0.9$ et $\omega_0 = 100\text{rad/s}$)

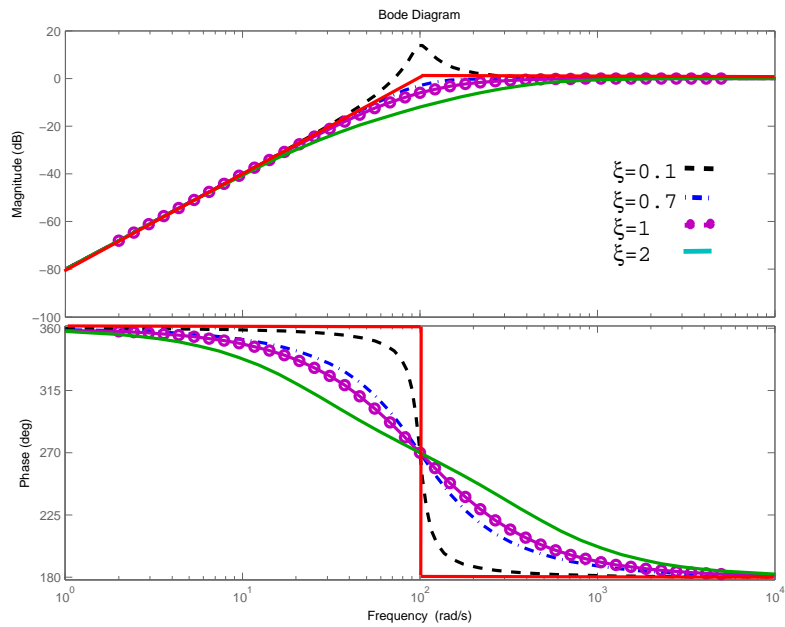


FIGURE 2.11 – Diagramme de Bode du filtre passe haut d'ordre 2 ($\xi = 0.1$, $\xi = 0.7$, $\xi = 1$, $\xi = 2$ et $\omega_0 = 100\text{rad/s}$)

Chapitre 3

Diodes à semi-conducteur et applications

3.1 Introduction aux semi-conducteurs

De point de vue conductivité électrique on peut classer les matières solides en trois catégories : les conducteurs, les isolants et semi-conducteurs.

Les conducteurs sont des matériaux dont la résistivité à la température ambiante (25°C) est inférieure à $10^{-5} \Omega\text{cm}$. Ils sont principalement des métaux tel que : l'argent, l'or, le cuivre, etc. Leur forte conduction est due essentiellement à l'abondance de leurs électrons libres de leurs couches périphériques.

Les matériaux dont la résistivité est supérieur à 10^8 sont considérés des isolants, c'est ainsi pour le mica, le verre, la silice (SiO₂). Contrairement aux conducteurs, l'augmentation de la température induit une diminution de leurs résistivités.

Les semi-conducteurs sont intermédiaires entre les métaux et les isolants avec une résistivité qui varie de 10^{-3} à 10^4 . Les semi-conducteurs sont des structures cristallines qui peuvent être : élémentaires ou composites. Le tableau 3.1 présente des exemples de semi-conducteurs en fonction de leurs constituants et leurs positions dans le tableau périodique.

3.1.1 structure atomique

Le modèle classique de Bohr simule l'atome à un modèle planétaire ; soit des nucléons (protons et neutrons) autours duquel gravitent des électrons ?voir figure 3.1-. Ces derniers, se

Colonne	Semi-conducteur
IV	Ge, Si
III-V : binaire	GaAs, GaP, GaSb, InAs, InP, InSb
ternaire	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, $\text{GaAs}_y\text{P}_{1-y}$
quaternaire	$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}_y\text{P}_{1-y}$
II-VI : binaire	CdS, HgTe, CdTe, ZnS
ternaire	$\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$

TABLE 3.1 – Exemples de semi-conducteurs

répartissent sur des couches successives comportant au maximum $2n^2$ électrons. On parle alors de couches : K ($n=1$) avec 2 électrons, L ($n=2$) avec 8 électrons, etc. Ces couches se remplissent prioritairement de la couche interne vers la couche la plus éloignée. Souvent incomplète, cette dernière est appelée la couche de *valence*.

La mécanique quantique stipule quand peut pas positionner les électrons sur ces orbites. Mais on ne peut parler que des régions de probabilité de présence : *les orbitales atomiques*. Ces orbitales sont décrites par trois nombres quantiques ($n \geq 0, l \in [0, n-1]$ et $m \in [-l, l]$). Le principe d'exclusion de Pauli introduit un quatrième nombre quantique : le spin (s ou m_s). Ainsi les quatre paramètres quantiques définissent l'état quantique de l'électron. Pour un état quantique donné, un niveau *quantifié* d'énergie est attribué. Entre différents niveaux d'énergie possible, il existe des zones interdites dans lesquelles il ne peut y avoir d'électrons : gaps -voir figure 3.2.

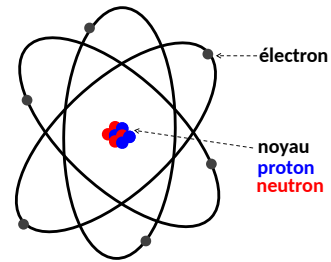


FIGURE 3.1 – Modèle atomique de Bohr

3.1.2 Conduction électrique dans les solides

Dans un solide, la répartition des niveaux énergétiques des électrons, bien que plus complexe, reste analogue à celle d'un atome. Simplement, chaque niveau se décompose en un très grand nombre de niveaux voisins, mais distincts, formant ainsi des *bandes d'énergie*. Ces dernières sont également séparées par des gaps -voir figure 3.3

Les électrons des bandes B_1, B_2, \dots sont liés à leurs atomes d'origine. Par contre les phénomènes de conduction s'expliquent par les déplacements des électrons entre la bande de valence (BV) et la bande de conduction (BC). En effet au zéro absolu (-273°C) et dans l'obscurité les bandes B jusqu'à BV sont toutes occupées par la population d'électrons. En revanche toutes les bandes supérieures et y compris la bande BC sont vides ; dans ces conditions aucune conduction n'est possible. On définit l'énergie de Fermi, E_F , comme l'énergie moyenne de tous les électrons. La position de E_F dans le diagramme énergétique permet de distinguer entre isolant et conducteur. Pour ce dernier E_F appartient à la BC, quant au isolant et au semi-conducteur E_F se situe au milieu du gap. Le semi-conducteur ne se différencie alors de l'isolant que par la largeur réduite, E_G , de sa bande interdite.

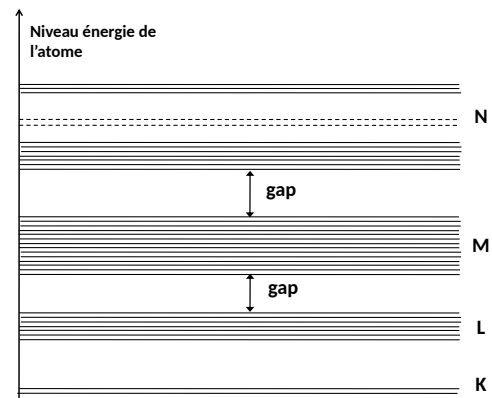


FIGURE 3.2 – Niveaux énergétiques atomiques sont quantifiés

Pour qu'il y ait conduction, il faut communiquer à certains électrons une énergie, soit E , suf-

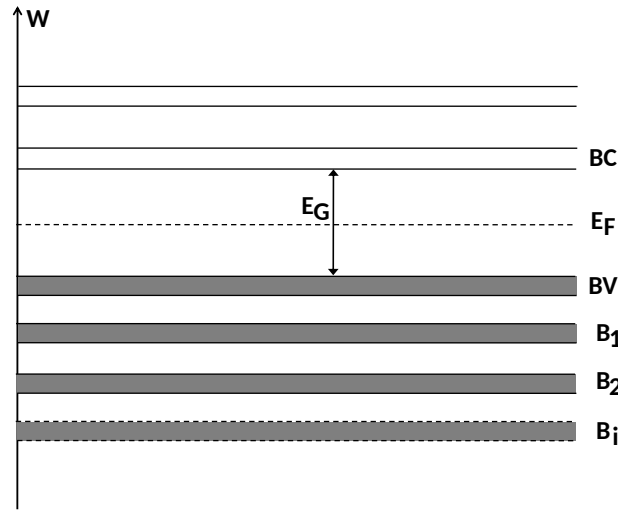


FIGURE 3.3 – Niveaux énergétiques des électrons à l'intérieur du cristal

fisante pour qu'ils puissent franchir le gap de largeur E_G (i.e $E > E_G$). En général, l'agitation thermique à température ambiante suffit faire la migration d'un nombre considérable d'électrons. Dans ce cas on peut distinguer deux modes de conduction.

conduction par électrons libres : les électrons faiblement liés à leurs atomes d'origines peuvent se déplacer librement d'atome en atome. Energétiquement, il s'agit de déplacement de la population d'électrons à l'intérieur de la BC.

conduction par trous : Par agitation thermique, l'électron de la BV est capable de franchir la bande interdite et rejoindre la BC. Laissant la place à un *trou* dans la BV. Ce trou, ou absence d'électron, est comme une *quasi-particule* de charge positive qui contribue à la conduction électrique. En effet, sous l'action d'un champ électrique, \vec{E} , le trou est susceptible de se déplacer de proche en proche par échanges d'électrons entre les différentes liaisons covalentes. Ces déplacements de trous, contrairement à ceux des électrons, se font dans le même sens que \vec{E} -voir figure 3.4.

3.1.3 Semi-conducteur intrinsèque

Un semi-conducteur intrinsèque est un semi-conducteur pur, c'est-à-dire il possède une structure cristalline « parfaite » et dépourvu d'impureté (dopant). Pour une température T , la statistique de Fermi-Dirac permet de trouver les densités d'électrons libres (n) et de trous (p) dans respectivement les BC et BV :

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_F - E_C}{kT}\right) \quad p = N_V \exp\left(\frac{E_V - E_F}{kT}\right) \quad \text{avec } N_{C,V} = 2 \left(\frac{2\pi m_{n,p} kT}{h^2}\right)^{3/2} \quad (3.1)$$

N_C et N_V sont respectivement les densités d'états équivalente de la BC et la BV. m_n et m_p sont respectivement les masses effectives des électrons et des trous. h est la constante de Planck ($h = 6.6 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$) et k la constante de Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$).

Pour un semi-conducteur intrinsèque, il existe une parfaite égalité entre n et p , on définit alors

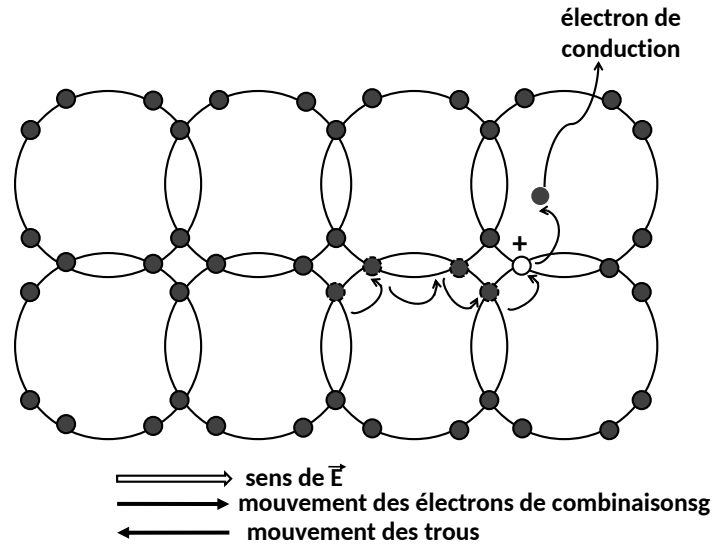


FIGURE 3.4 – Principe de la conduction par trous

la concentration intrinsèque n_i à partir de la *loi d'action de masse* ($n_i^2 = np$) par :

$$n=p=n_i = (N_C N_V)^{1/2} \exp\left(-\frac{E_G}{2kT}\right) \quad (3.2)$$

Mobilité des porteurs de charge : c'est une notion qui permet la caractérisation des milieux conducteurs du courant. Elle est notée μ et relie la vitesse moyenne, \vec{V} , de charge électrique au champ électrique, \vec{E} , qu'il subit :

$$\vec{V} = \mu \vec{E} \quad (3.3)$$

Pour le semi-conducteur, on fait la distinction entre la mobilité des électrons, μ_n , et celle des trous μ_p . soit :

$$\vec{V}_n = \mu_n \vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{V}_p = \mu_p \vec{E} \quad (3.4)$$

Remarque : $\mu_n < 0$ pour l'électron et $\mu_p > 0$ pour le trou, outre $\mu_p < -\mu_n$.

La conductivité intrinsèque : on considère un barreau de semi-conducteur de section S dont les densités de porteurs de charge sont n électrons et p trous -voir figure 3.5-. Le courant à l'intérieur du barreau est la somme des courants des deux porteurs de charge. Par suite on s'intéresse au courant des électrons I_n :

$$I_n = \frac{dQ}{dt}$$

Où dQ est la charge traversant la section S pendant le temps dt ; i.e la charge contenus dans le cylindre de section S et de longueur $\|\vec{V}_n\| dt$ soit :

$$dQ = neS V_n dt$$

Alors :

$$I_n = neS V_n$$

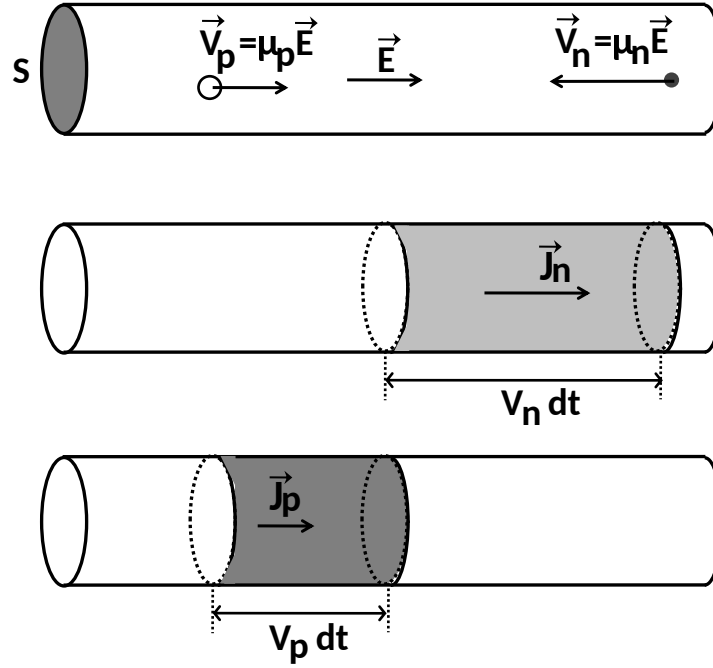


FIGURE 3.5 – Charges traversant la section S pendant dt

Outre le courant I_n est le flux de la densité de courant due aux électrons, \vec{J}_n , à travers la section S :

$$I_n = \iint_S \vec{J}_n \cdot d\vec{S} = J_n S$$

D'où :

$$\|\vec{J}_n\| = ne V_n \quad \vec{J}_n = -ne \vec{V}_n \quad (3.5)$$

Un raisonnement pareil permet de trouver la densité de courant due aux trous :

$$\vec{J}_p = pe \vec{V}_p \quad (3.6)$$

La densité de courant total est :

$$\vec{J} = \vec{J}_n + \vec{J}_p = -ne \vec{V}_n + pe \vec{V}_p \quad (3.7)$$

$$= e (-n\mu_n + p\mu_p) \vec{E} = \sigma \vec{E} = \frac{\vec{E}}{\rho} \quad (3.8)$$

Avec σ et ρ sont respectivement la conductivité et la résistivité du semi-conducteur.

3.1.4 Semi-conducteur extrinsèque

Un semi-conducteur est dit *extrinsèque* ou *dopé* lorsque l'on diffuse des impuretés en son intérieur. L'introduction de ces impuretés en dose infime : 1 atome pour 10^7 voir 10^8 atomes de semi-conducteur. Malgré cette faible dose, les propriétés de conduction du semi-conducteur sont considérablement modifiées. En général, on utilise deux types de dopants :

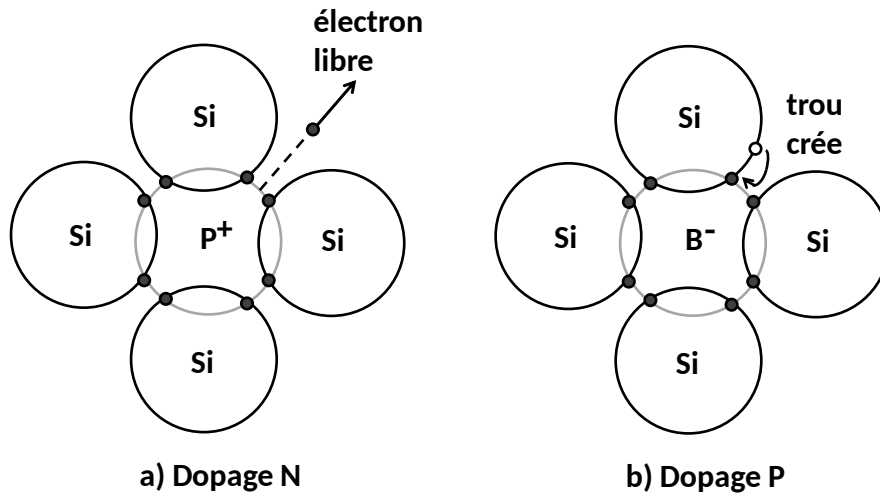


FIGURE 3.6 – Exemples de dopage du silicium respectivement par du phosphore (dopage N) et du bore (dopage P)

Dopage de type N : Lors de la fabrication du cristal, on diffuse quelques atomes *pentavalents* (i.e 5 électrons périphérique) tel que : le Phosphore (P), l'Arsenic (As), ou l'Antimoine (Sb) -voir figure 3.6 a) -. Énergétiquement, l'électron excédentaire du donneur introduit un niveau d'énergie, E_d , proche à la BC. Sous l'effet de la température ambiante, ceci conduit à l'apparition d'électrons libres et des ions positifs (P^+).

Dopage de type P : On introduit des dopants trivalents : Bore (B), Gallium (Ga), Indium (I). Comme il ya manque d'électrons dans la couche externe correspondantes ; ceci conduit à l'attraction d'électrons des atomes voisins -voir figure 3.6 b) -. Ainsi il y a création de trous et des ions négatifs (B^-). De même l'apparition de trous introduit un niveau d'énergie, E_a , proche à la BV.

3.1.5 La jonction PN

Une jonction PN est constituée d'un mono-cristal contenant une zone P et une zone N. La surface de séparation entre ces deux zones constitue la jonction proprement dite. Cette structure est obtenue par diffusion successive d'impuretés différent sur un substrat de type N - voir figure 3.7. Ce procédé est d'une grande importance du fait qu'il permet de réaliser la majorité de composant électronique non linéaire : diode, transistor, diac, triac,...

La couche de dioxyde de silicium (SiO_2) sert d'isolant électrique. Alors les contacts métalliques (Al) sont déposés sur le semi-conducteur pour constituer l'anode (région P) et la cathode (région N).

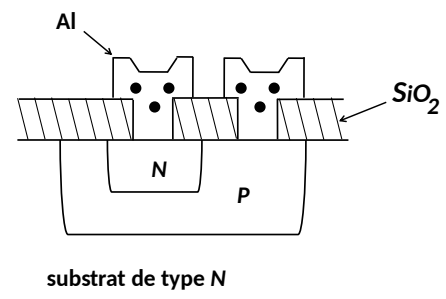


FIGURE 3.7 – Jonction PN réalisé sur un circuit intégré

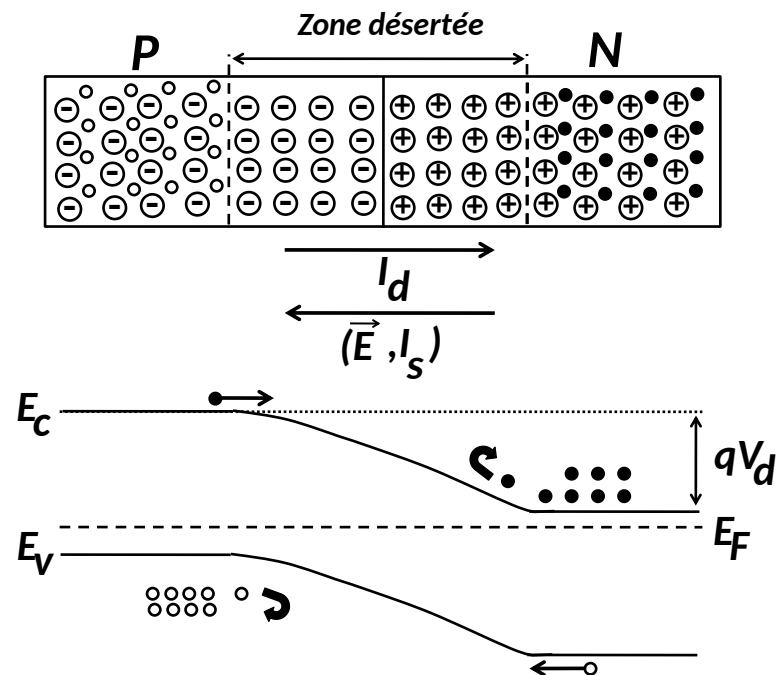


FIGURE 3.8 – Jonction PN à l'équilibre thermodynamique

Jonction PN à l'équilibre thermodynamique : la

forte inhomogénéité de la densité des porteurs de charge entraîne une double diffusion : les trous, majoritaires dans P diffusent dans N et les électrons, majoritaires dans N diffusent dans P. Ces flux de porteurs majoritaires engendrent un courant de diffusion, I_d - voir figure 3.8 , orienté de P vers N. Arrivant dans les régions opposées, ces porteurs deviennent minoritaires et se recombinent dans la zone transition. Ainsi, dans cette dernière, il y a plus de porteurs de charge : on parle alors de la zone désertée. Outre suite à la migration des porteurs, des ions négatifs et positifs apparaissent respectivement dans la zone P et la zone N. Les ions fixes engendrent l'apparition d'un champ interne, \vec{E} , qui s'oppose aux mouvements des porteurs de charge majoritaires. Seuls les porteurs ayant une énergie suffisante peuvent franchir cette "barrière de potentiel" et entretenir le courant I_d . Cette barrière de potentiel dépend de la tension de diffusion, V_d ; la valeur de cette dernière est spécifique pour chaque semi-conducteur (0.6 pour Si).

De plus, \vec{E} favorise le passage des porteurs minoritaires. Ainsi il se crée un courant dit de saturation, I_s , de sens opposé à I_d et dont l'ampleur dépend de la température. Sans polarisation la jonction PN est en équilibre et on a :

$$I_d + I_s = 0$$

Jonction PN polarisée en inverse : La polarisation en inverse consiste à appliquer une tension dite *inverse* : i.e la borne positive côté N et la négative côté P. En conséquence, les électrons du côté N sont attirés vers la borne positive, ils désertent alors l'interface PN. Une migration symétrique des trous se produit côté P. La zone dépeuplée s'étend et la hauteur de la barrière de potentiel

augmente, les charges majoritaires ne peuvent plus traverser la jonction, la jonction PN est *bloquée* -voir figure 3.9-.

L'augmentation du champs interne \vec{E} favorise la migration des charges minoritaires. Donc le

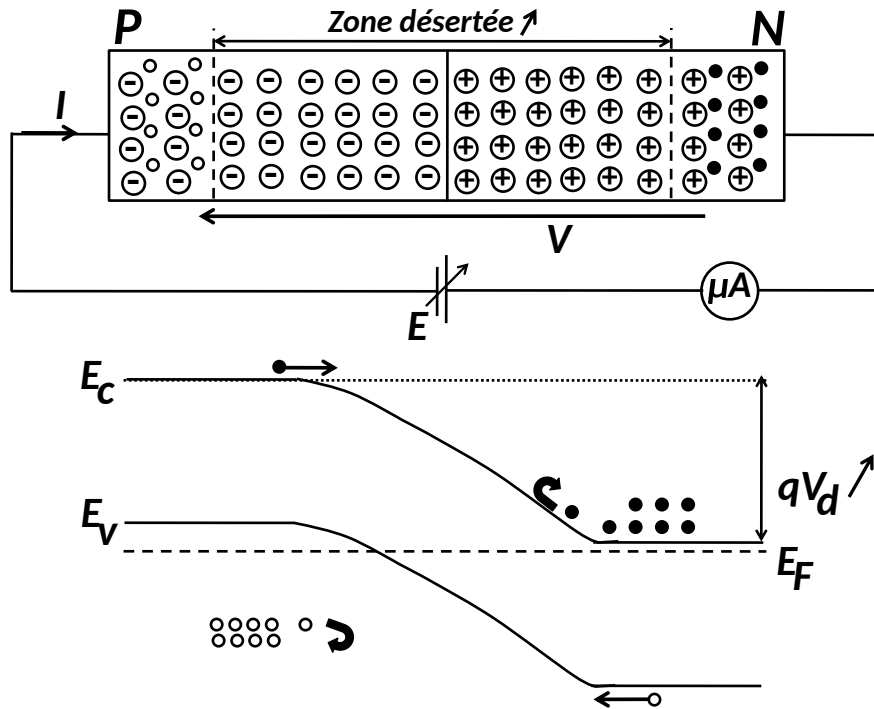


FIGURE 3.9 – Jonction PN polarisée en inverse

courant, I , qui circule en la jonction est principalement due au courant I_s dont l'ordre est de 10^{-12} à 10^{-15} , soit :

$$I \approx -I_s$$

La valeur de I_s ne dépend la tension inverse, \vec{E} , elle ne que de la température et des paramètre technologiques de la jonction PN. Pour une valeur moyenne de E (2V) la jonction chauffe légèrement. Cependant pour de forte valeur de E , I_s augmente brusquement, il s'agit du phénomène irréversible dit *claquage* de la jonction. En effet lorsque E atteint la tension de claquage, V_C , le champs \vec{E} devient tellement fort qu'il arrache les électrons de valence liés au réseau cristallin.

Jonction PN polarisée en direct : Cela nécessite de relier la borne positive à la région P et la borne négative à la région N. Si la tension de polarisation E est supérieur à V_d , les électrons injectés du côté N franchissent la barrière de potentiel et terminent leur course soit en recombinant avec des trous, soit regagnent la borne positive de la source de polarisation : la jonction PN est *passante*.

Ainsi : la zone dépeuplée diminue, la hauteur barrière de potentielle diminue, le courant de diffusion I_d due au porteurs majoritaires augmente et le courant I_s due aux porteurs minoritaires demeure constant. on démontre que le courant total I traversant la jonction PN est donné par l'expression :

$$I = I_s + I_d = I_s \left(\exp \left(\frac{eV}{\eta kT} \right) - 1 \right) \quad (3.9)$$

Avec e la charge de l'électron ($e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$), k la constante de Boltzmann ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$). η est un coefficient d'ajustement qui dépend du cristal utilisé ($\eta \approx 2$ pour Si, $\eta \approx 1$ pour Ge). T la température absolue en $^{\circ}\text{K}$.

Remarque : On appelle tension thermodynamique la tension définie par : $V_T = \frac{kT}{e}$ (25mV à $t=25^{\circ} \text{ C}$). η est aussi appelé *coefficient d'émission*.

Caractéristique électrique de la jonction PN -La diode- : La caractéristique de la diode à jonction PN est non-linéaire, dont on peut distinguer trois principales zones -voir figure 3.10 :
 -Zone de *conduction* : malgré la polarisation directe de la diode, il n'est passante que pour $V > V_{\text{seuil}}$. V_{seuil} est la tension de diffusion V_d spécifique à chaque semi-conducteur. Malgré que le courant I augmente en exponentielle - voir l'équation 3.9- la valeur de la tension reste proche à V_{seuil} . Bien que non représenté sur la figure, il existe un courant maximal direct à ne pas dépasser : souvent noté I_{FM} , I_{Fmax} .

-Zone de *blocage* : la tension V et tel que $V_c < V < 0$, avec V_c est la tension de claquage. Le

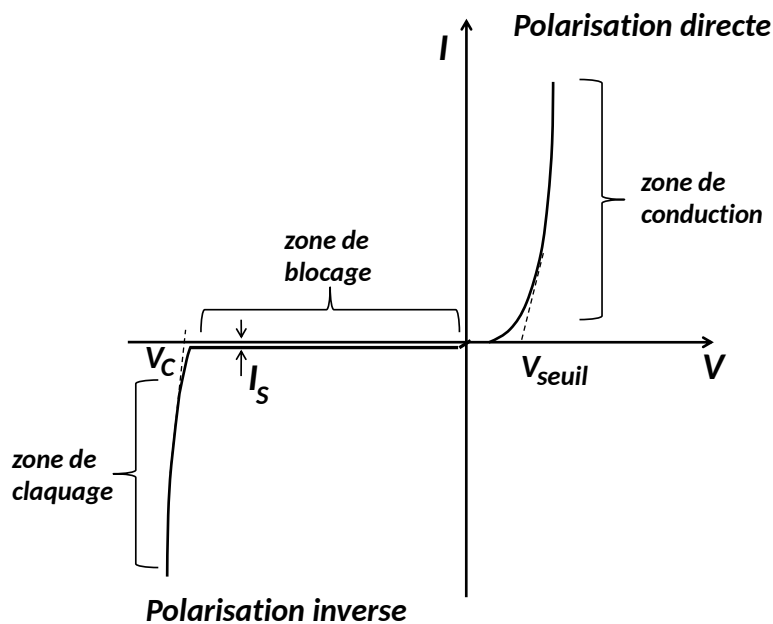


FIGURE 3.10 – Caractéristique $I=f(V)$ d'une jonction PN

courant I est faible : il s'agit de courant de saturation I_s .

-Zone claquage : $V < V_c$ le courant I augmente rapidement, il s'agit du phénomène d'avalanche qui conduit à la destruction de la diode.

3.2 La diode à jonction PN

3.2.1 Linéarisation de la caractéristique -Modèles de la diode

Schéma de principe et symbole électrique de la diode à jonction PN sont illustrés à la figure 3.11.

La diode à jonction PN, comme la plupart des composants électroniques à semi-conducteur, est à caractéristique non linéaire. Cette propriété ne facilite pas les calculs analytiques et presque souvent, une approximation par segments de droites sera utilisé car la solution "exacte" n'est pas nécessaire. trois principales modèles sont à distinguer :

-Diode "idéale" -Première approximation : il s'agit d'approximer la caractéristique réel de la figure 3.10 par celle de la figure 3.12. La diode est conductrice dès que V_d devient positive ou plus généralement le courant qui la traverse, I_d , est positif. Il n'y a plus de tension seuil ou $V_{seuil} = 0$. Dans le cas inverse la diode est bloquée.

Le schéma électrique équivalent de la diode idéale est un simple interrupteur à double position :

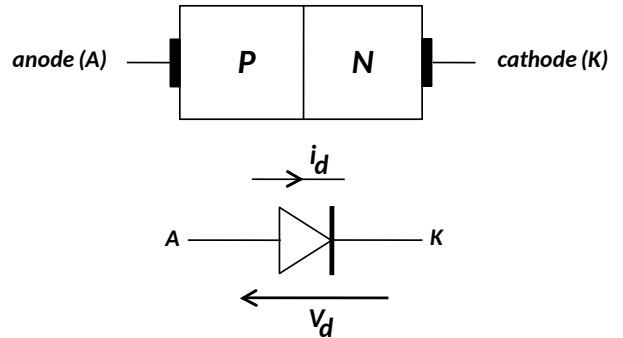


FIGURE 3.11 – Schéma de principe et symbole électrique de la diode

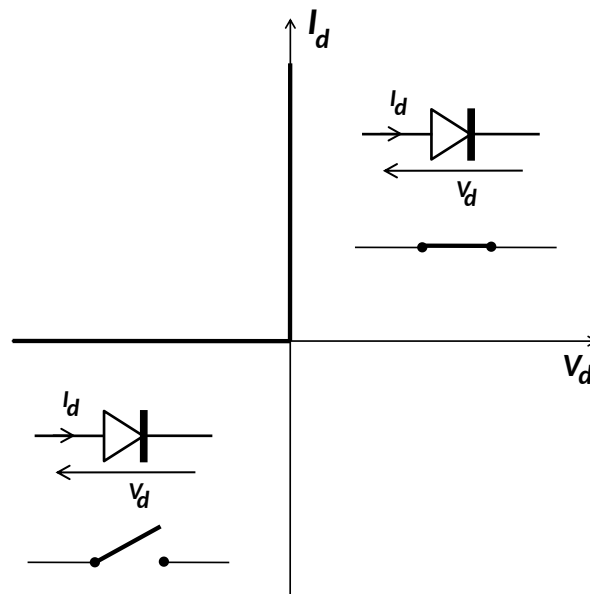


FIGURE 3.12 – Caractéristique et schéma électrique équivalent d'une diode idéale

fermé si la diode passante ouvert sinon.

-Deuxième approximation : elle consiste à tenir compte de la tension seuil, V_{seuil} , de la diode. La caractéristique et le schéma électrique équivalent associé sont représentés sur la figure 3.13.

Électriquement, la diode est équivalente à un interrupteur à double position en série avec un générateur dont la f.e.m est égale à V_{seuil} . Le sens de ce générateur est l'opposé du courant I_d , dans la mesure où la barrière de potentiel s'oppose au courant de diffusion.

-Troisième approximation : Il s'agit de l'approximation la plus proche de la caractéristique réel

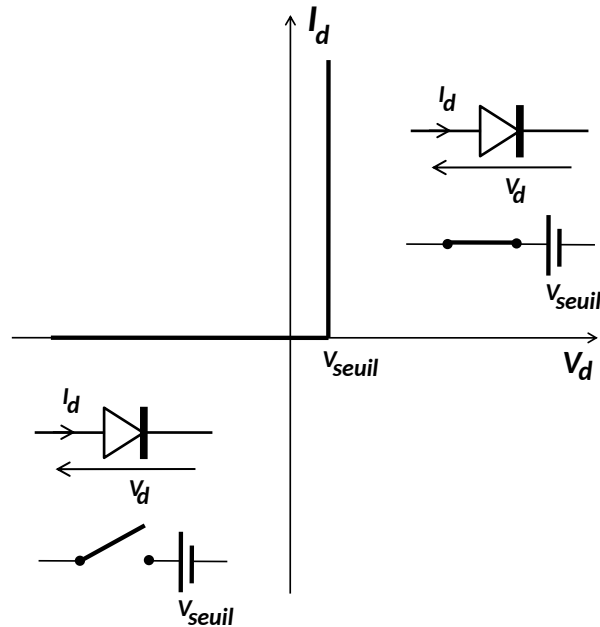


FIGURE 3.13 – Caractéristique et schéma électrique équivalent d'une diode- 2^{ème} approximation

- voir figure 3.13. En plus de la tension V_{seuil} , la résistance en série, R_d , représente l'effet résistif de la diode en polarisation direct. En effet la pente de la caractéristique réel, $I_d = f(V_d)$, n'est pas infinie lorsque la diode est passante (i.e $R_d \neq 0$).

3.2.2 Polarisation de la diode, point de fonctionnement et régime statique

La polarisation de la diode consiste à trouver *les éléments de polarisation* nécessaire afin de placer la diode dans un état de repos ou conduction. Cet état est bien connu par un point sur la caractéristique $I_d = f(V_d)$ de la diode. Ce point est fixe une fois les éléments de polarisation sont dimensionnés. On parle d'ailleurs de *point de fonctionnement statique* et du *régime statique*. Ce point de fonctionnement peut déterminer de façon algébrique si on adapte l'un des modèles d'approximation de la diode. Pour le caractéristique réel la seule façon de trouver le point de fonctionnement est la *méthode graphique*.

En effet quelque soit la configuration des éléments de polarisation on peut toujours la transformer en un générateur de Thévenin (E^{Th} , R^{Th}) équivalent vue par la diode -voir figure 3.15-. Dans ce cas nous disposons d'un système à deux équations :

- La caractéristique réel de la diode dont la forme explicite est donnée en 3.9 :

$$I_d = f(V_d) \quad (3.10)$$

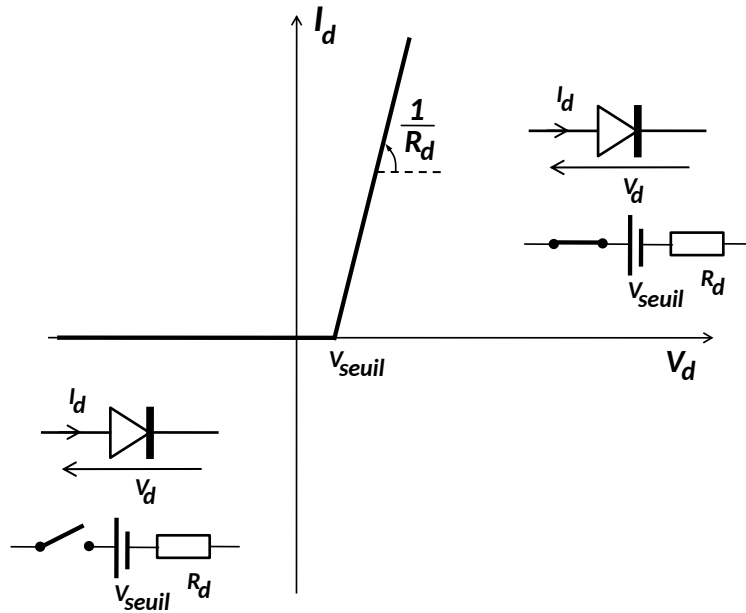


FIGURE 3.14 – Caractéristique et schéma électrique équivalent d’une diode- 3^{ième} approximation

-La loi d’Ohm aux borne de la diode :

$$V_d = E^{Th} - R^{Th} I_d \quad \text{ou} \quad I_d = \frac{E^{Th} - V_d}{R^{Th}} \quad (3.11)$$

Le courant, I_d , et la tension, V_d dans la diode sont obtenue par l’intersection de la caractéristique 3.10 et la droite de charge 3.11. Le point P (I_{d0}, V_{d0}) définissant l’état du système est appelé :point de fonctionnement ou point de repos ou encore point de polarisation du circuit.

3.2.3 Fonctionnement en régime dynamique

Postérieurement, on s’intéresse à de faibles excursions autour du point de polarisation P. De ce fait, associons, par exemple, en série au générateur E^{Th} la source sinusoïdale $\Delta E^{Th} = e(t) = e_M \sin(\omega t)$ -voir figure 3.16 a)-. Et déterminons la variations de tension ΔV_d (ou du courant ΔI_d) aux bornes de la diode qui découle de l’insertion de $e(t)$.

Récapitulons on a :

$$E^{Th} \rightarrow E^{Th} + \Delta E^{Th} = E^{Th} + e(t)$$

$$V_d = V_{d0} + \Delta V_d$$

$$I_d = I_{d0} + \Delta I_d$$

Lorsque $e(t)$ varie entre e_M et $-e_M$, le point de fonctionnement varie respectivement entre P’’ et P’-voir figure figure 3.16 b)-. En plus, la droite de charge se déplace parallèlement entre Δ'' et Δ' . Les courbes $\Delta V_d=f(t)$ et $\Delta I_d=f(t)$ peuvent alors obtenues graphiquement. Cependant il existe une méthode algébrique qui consiste en la linéarisation de la caractéristique autour de P.

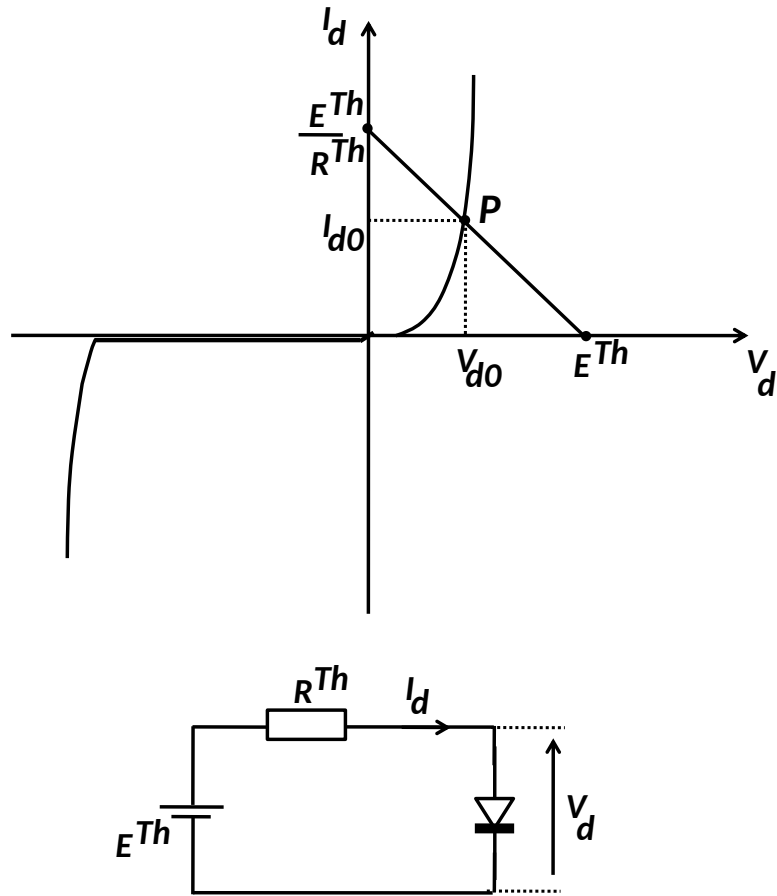


FIGURE 3.15 – circuit de polarisation pour la détermination de la droite de charge

Ceci est possible pour les faibles excursion : *régime petit signal*.

En effet, si on différentie le système définie 3.10 et 3.11 on obtient :

$$\Delta I_d = \left(\frac{df}{dV_d} \right)_0 \cdot \Delta V_d \quad (3.12)$$

$$\Delta V_d = \Delta E^{Th} - R^{Th} \Delta I_d \quad (3.13)$$

La dérivé $\left(\frac{df}{dV_d} \right)_0$ étant la pente de la caractéristique de la diode au point de polarisation P_0 , elle a la dimension de l'inverse de la résistance de la diode R_d .

Dans le système 3.12 et 3.13, la diode n'est plus représenté que par cette seule résistance R_d . Ce système peut être écrit directement en appliquant la loi d'Ohm au *circuit équivalent en régime dynamique* représenté sur la figure 3.16 d). Ce circuit est obtenu :

- En supprimant les sources continues qui définissent le point de polarisation et en ne conservant que leurs variations.

- En remplaçant la diode - dipôle non linéaire - par sa résistance différentielle au point de polarisation.

Remarque : La démarche vue en sections 3.2.2 et 3.2.3 est valable pour l'étude de tous

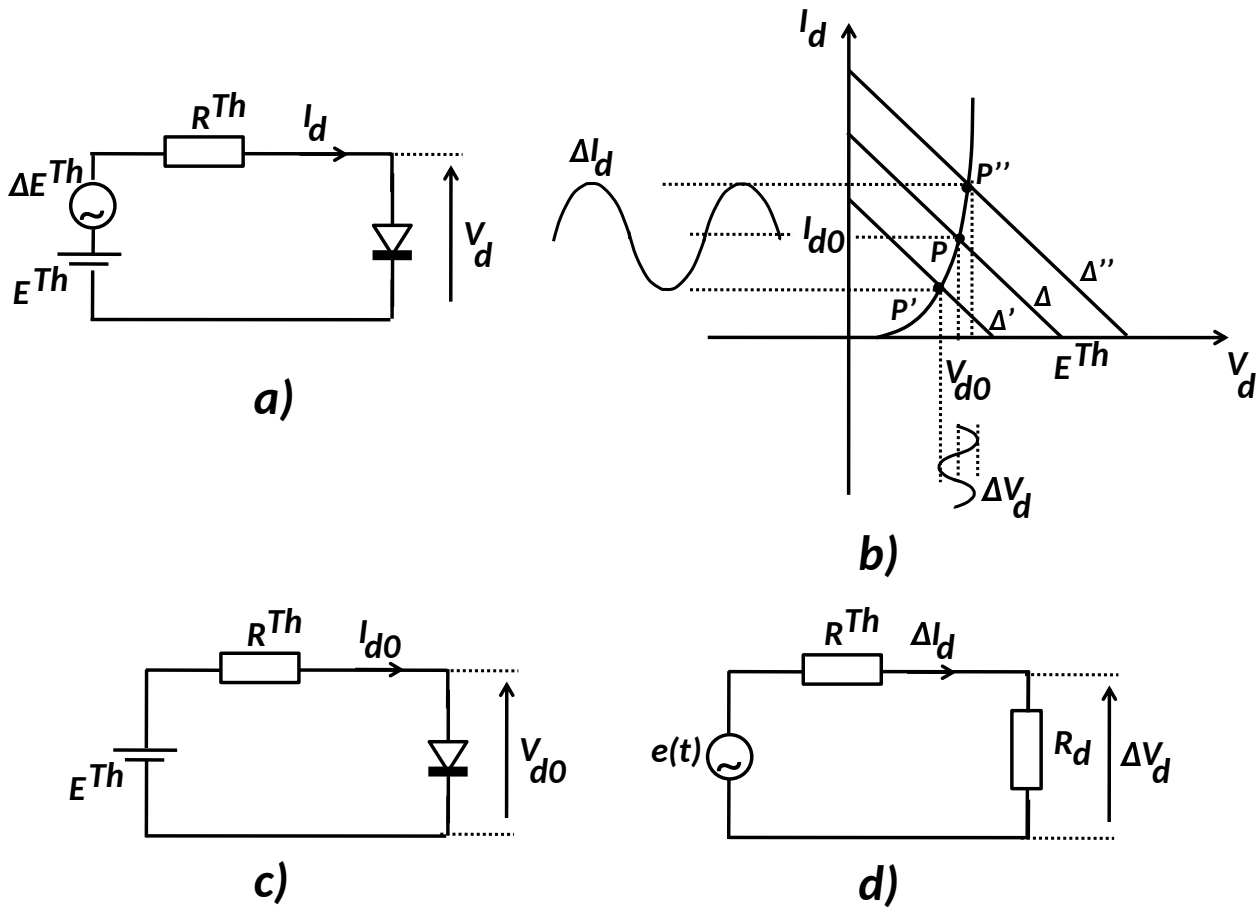


FIGURE 3.16 – circuit de polarisation pour la détermination de la droite de charge

composant non linéaire en régime petit signaux :

- Étude statique : calculer le point de fonctionnement statique autour duquel on veut faire varier les signaux,
- Étude dynamique : éteindre les sources indépendantes et remplacer les éléments non-linéaires par leur schéma équivalent linéarisé.

3.3 Applications : montages usuels à base de diodes

3.3.1 Fonction de redressement

Le redressement est une opération nécessaire pour l'obtention d'une tension continue à partir de la tension alternative. A l'issue de cette opération on obtient une tension, dite redressée, de valeur moyenne non nulle. On peut distinguer deux type redressement -voir figure 3.17- : la simple alternance (a) et la double alternance (b et c). Le redresseur c) est l'un des montages les plus répandus sous le nom : le pont de Graëtz. Après on s'intéresse particulièrement à l'étude du montage a).

Le transformateur abaisseur de tension permet d'obtenir un sinusoïdale $e(t) = e_M \sin(\omega t)$. La

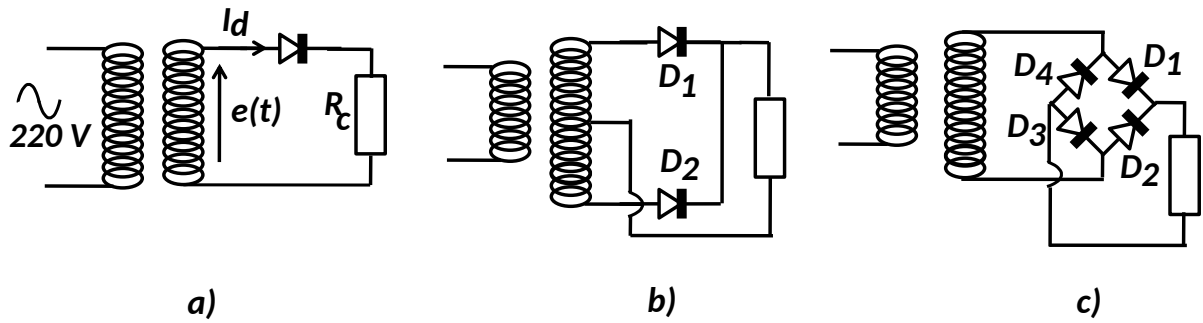


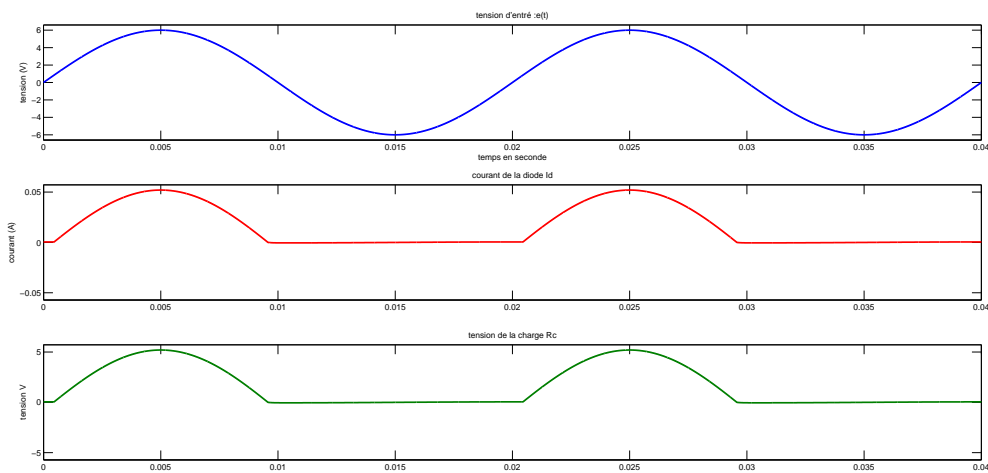
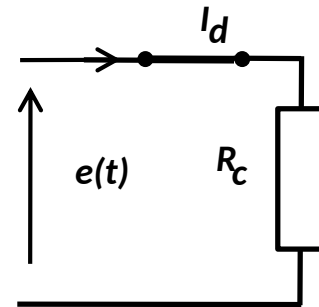
FIGURE 3.17 – Redresseurs à base de diode : mono-alternance a)-double alternance b)-c)

diode étant idéale, on suppose alors qu'elle est conductrice ($V_d = 0$ et $I_d > 0$) et on cherche la condition de sa conduction

$$\text{on a : } e(t) = I_d R_c \quad \text{d'où} \quad I_d = \frac{e(t)}{R_c}$$

Comme I_d doit être strictement positif pour que la diode conduit donc : la condition de conduction est que $e(t) > 0$. Sinon la diode est bloquante c'est à dire $I_d = 0$ et la tension au borne de la charge est nulle.

Les oscillogrammes de la tension d'entrée $e(t)$, le


FIGURE 3.18 – Tension d'entrée $e(t)$, courant I_d et tension au borne de R_c

courant et la tension au bornes de la charge ($I_{Rc} = I_d, V_{Rc}$) sont présentés sur la figure 3.18. On peut montrer facilement que la moyenne de V_{Rc} est non nulle :

$$\langle V_{Rc} \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T V_{Rc} dt = \int_0^{T/2} e(t) dt = \frac{e_M}{\pi} \quad (3.14)$$

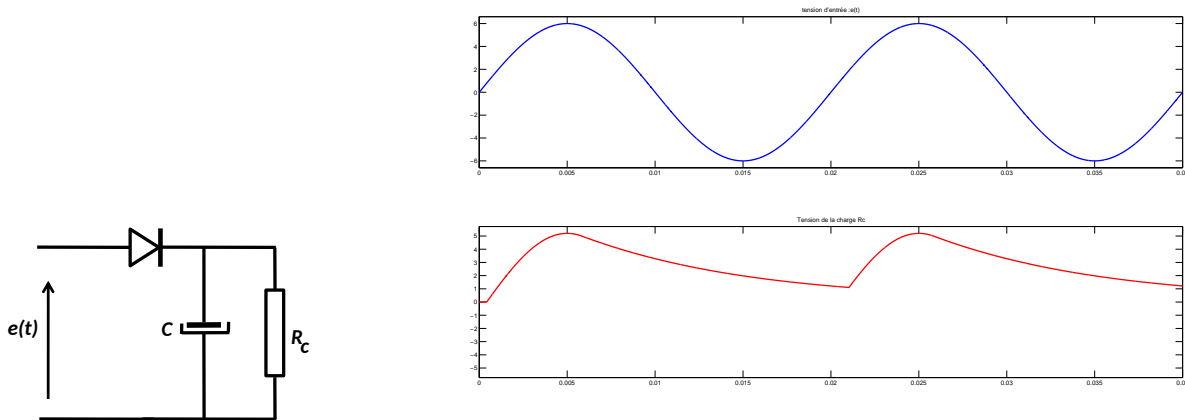


FIGURE 3.19 – Redressement simple alternance et filtrage : montage et oscillogrammes

Pour améliorer cette moyenne on peut utiliser les montages doubles alternances b), c) -figure 3.17-. Toutefois le montage b) nécessite un transformateur à secondaire à point milieu alors que le montage c) demande deux diodes supplémentaires.

Souvent en associe aux redresseurs précédents un système de filtrage pour éliminer les composantes alternatives. Deux solutions sont possible : une self en série avec à la charge R_c ou une capacité en parallèle avec cette charge - voir figure 3.19 . Le fonctionnement du filtre comprend deux phases : la charge de C via R_c pendant période ascendante de $e(t)$; suivie de la décharge exponentielle de C dans R_c .

3.3.2 Fonction d'écrêteur

Pour protéger un circuit dont la tension d'entrée doit obligatoirement rester en dessous d'un seuil, V_{seuil} , on peut associer un jeu de couple diode-générateur de tension monté en parallèle et antiparallèle -Voir figure 3.20-.

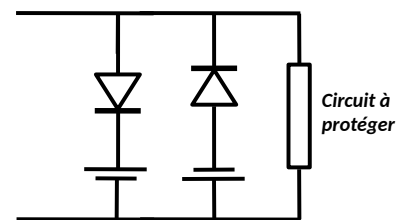


FIGURE 3.20 – Montage Ecrêteur

3.3.3 Fonction : protection de contact

Il s'agit d'une diode, de *roue libre*, qui protège les contacts contre les surtensions qu'aurait provoqué une rupture brutale du courant emmagasiné dans la bobine -voir figure 3.21-.

3.3.4 Fonction pour diodes spéciales

-Diode Zener :stabilisation ou régulation de tension

La diode Zener est une diode conçue pour fonctionner dans la zone de claquage, c'est ainsi qu'elle baptisé : *diode avalanche contrôlée*. La tension inverse est noté V_Z et elle est particulièrement exploi-

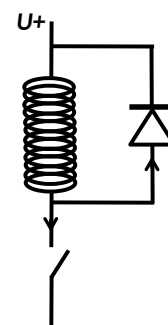


FIGURE 3.21 – Diode roue libre

tée pour la régulation de la tension. La figure 3.22 représente sa caractéristique, les symboles couramment utilisés et un montage régulateur de tension.

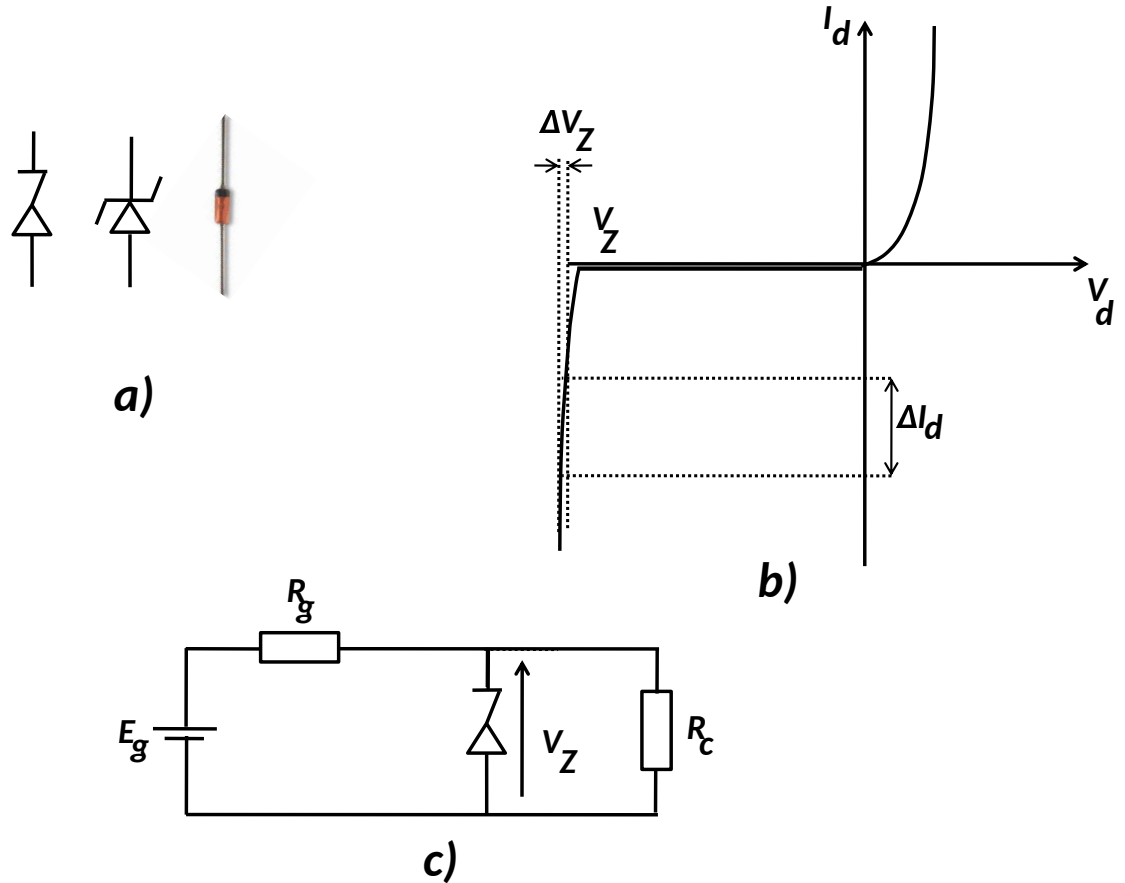


FIGURE 3.22 – Diode Zener a)-symbole et image b)-caractéristique c)montage régulateur de tension

-Diode Schottky : rapidité de commutation

La diode Schottky est constituée d'une zone métallique, plutôt que la zone P, et zone N faiblement dopée. Cette diode ne fait intervenir que les électrons comme porteur de charge. Ainsi cette structure atténue l'effet capacitif de jonction et favorise le blocage rapide de la jonction. Elle présente deux avantages : un faible seuil de conduction ($V_{Seuil} = 0.3V$); et un temps de commutation réduit (10ns). Elle est souvent utilisée dans les applications hautes fréquences (>1 MHz).

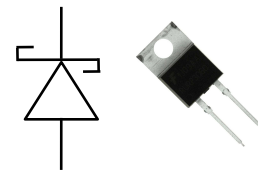


FIGURE 3.23 – Diode Schottky

-Diode Varicap

Appelée aussi varactor ou encore diode à capacité variable, est une diode dont exploite l'effet capacitif de la jonction PN. En effet ce type de diode se comporte

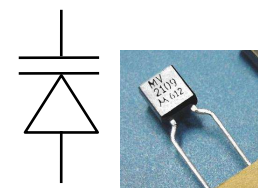


FIGURE 3.24 – Diode Varicap39

comme un condensateur dont la capacité varie en fonction de la tension inverse appliquée à ses bornes. Souvent, les varicaps, sont exploitée dans des montage radio-fréquence (RF).

-Autres

La liste des types de diodes et leurs applications est loin d'être terminée ; à titre indicatif on peut citer : la diode électroluminescente (LED : émetteur de lumière), la diode à effet tunnel (oscillateurs UHF / SHF), la diode Gunn (Oscillateur hyperfréquence), la diode laser (communication optique), la diode transil (protection des équipements de télécommunications), la diode PIN (commutateur HF), photodiode (détection de la lumière), ...

Chapitre 4

Transistor bipolaire

4.1 Introduction

Malgré qu'il ait été élaboré en 1948 (Bardeen, Brattain et Schockley), le transistor bipolaire demeure encore parmi les composants les plus utilisés ; que ce soit en électronique analogique (amplificateur) ou numérique (interrupteur).

Il s'agit d'un composant à base de semi-conducteur formée par la juxtaposition tête-bêche de deux jonctions PN. Suivant la configuration de ces jonctions, on distingue les transistors NPN ou PNP (voir figure 4.1-). Outre le transistor comporte trois zones : l'Émetteur E qui émet les porteurs de charges (trous si P ou électrons si N), le Collecteur C qui rassemble les électrons (voir trous) et la Base B qui commande le passage des électrons (trous) entre E et C. Le sens de la flèche de l'émetteur permet la distinction entre les transistors NPN et PNP, ainsi que d'indiquer le sens réel du courant statique (régime continu).

Sans entrée dans le détail des mouvements de porteurs de charges, le principe de base du transistor NPN (PNP) consiste à commander le flot d'électrons (trous) de E vers C via le flux d'électrons (trous) qui circule de E vers B. Ainsi le transistor bipolaire est modélisé par une source de courant liée, commandée par un autre courant. Dans la suite de cette section, on considère seulement le transistor NPN.

4.1.1 Mode de fonctionnement d'un transistor

Pour faire fonctionner un transistor il faut le polariser. Comme le transistor comporte deux jonctions PN (J_{B-C} , J_{B-E}), on peut donc distinguer quatre mode de fonctionnement d'un transistor.

Mode bloqué : Le transistor est en mode de fonctionnement *bloqué* lorsque les deux jonctions (J_{B-C} , J_{B-E}) sont polarisées en inverse. Soit $V_{B-E} < V_{\text{seuil}}$ de la diode BE (ou $I_B = 0$) et $V_{B-C} < 0$. En ce mode aucun courant ne circule dans le transistor, il est équivalent alors à un circuit ouvert.

Mode saturé : Le transistor est *saturé* lorsque les deux jonctions sont polarisées en directes. Soit $V_{B-E} > V_{\text{seuil}}$ (ou $I_B > I_{B\text{sta}}$) et $V_{B-C} > 0$. En ce mode le transistor est assimilé à un interrupteur fermé.

Remarque : Lorsque le transistor ne peut prendre que l'une des deux états possible bloqué/saturé : on dit que le transistor est en mode *commutation*. Ce mode de fonctionnement est

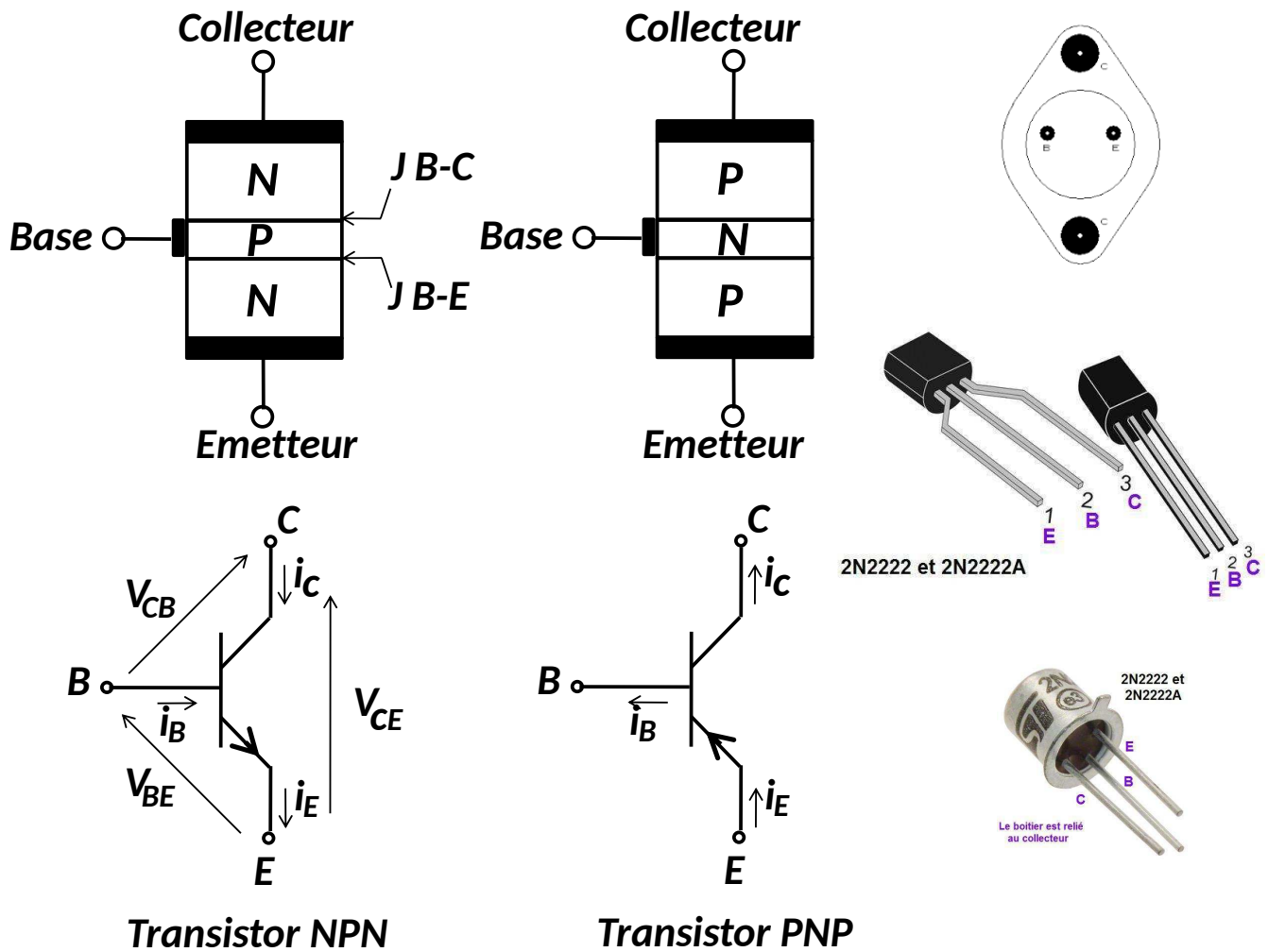


FIGURE 4.1 – Structure, symbole et brochage des transistors

très utiles en électronique numérique pour matérialiser les états vrais-faux.

Mode normal inverse- mode Reverse- mode R : Le transistor est en mode normal inverse lorsque la jonction J_{B-E} est polarisé en inverse alors que la jonction J_{B-C} est polarisé en directe.

Mode normal direct- mode Forward- mode F : Le transistor est en mode normal direct lorsque la jonction J_{B-E} est polarisé en directe alors que la jonction J_{B-C} est polarisé en inverse. La jonction J_{B-E} détermine le débit des électrons grâce au courant I_B . Le courant I_C est indépendant de la tension $V_{B-C} < 0$. Le mode F est très important en électronique analogique car il permet la réalisation amplification en mode linéaire (petit signaux).

4.1.2 Relations électriques fondamentales

on considère le cas du transistor type NPN. Six grandeurs sont associées au fonctionnement du transistor, elles sont liées entre elles de la façon suivante :

$$I_E = I_C + I_B$$

$$V_{CB} = V_{CE} - V_{BE}$$

Il existe également une relation fondamentale qui modélise l'effet transistor, liant I_C à I_B :

$$I_C = \beta I_B$$

Avec β le gain en courant statique du transistor. Le gain β peut varier entre 100 et 300, cela dépend du point de polarisation au réseaux de caractéristique du transistor-mode normal direct.

4.1.3 Les trois montages fondamentaux d'un transistor

Comme le transistor est un tripôle, donc pour le branché comme étant un quadripôle l'une de ses borne doit être commun entre l'entrée et la sortie. Trois montages sont alors possible -voir figure 4.2 :

- *Émetteur commun* (EC) : ce montage est un amplificateur à gain élevé en basse fréquence (BF). Il introduit une inversion de phase entre la tension d'entrée v_e et la tension de sortie v_s .
- *Collecteur commun* (CC) : il s'agit d'un adaptateur impédance. Son gain est au voisinage de 1 et la tension d'entrée v_e et en phase avec la tension de sortie v_s .
- *Base commune* (BC) : il supporte les "haute fréquence" relativement au montage EC. Contrairement à ce dernier le montage BC livre une tension de sortie en phase avec la tension d'entrée. Son gain peut être également assez élevé.

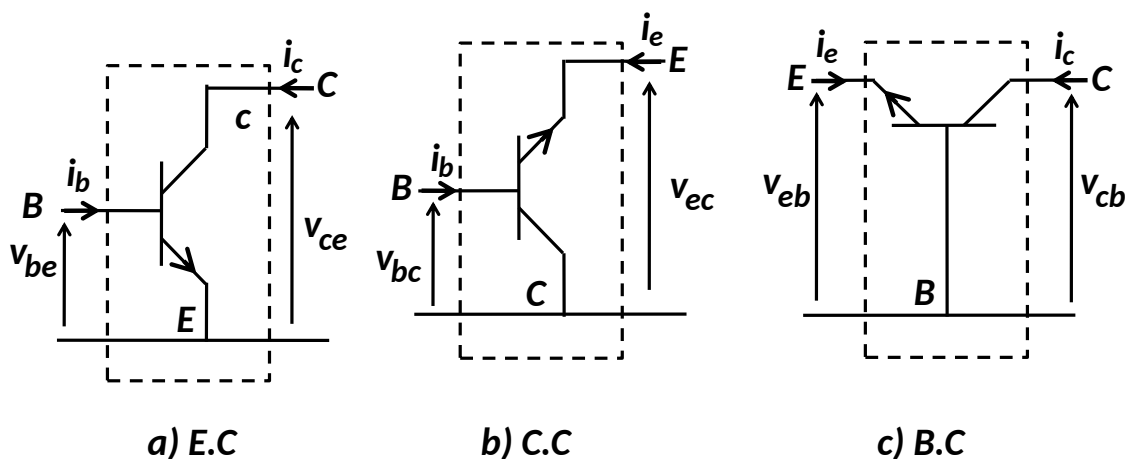


FIGURE 4.2 – Montages fondamentaux d'un transistor (NPN)

4.2 Réseau de caractéristiques du transistor NPN

4.2.1 Relevé des caractéristiques

Pour procéder au relevé des caractéristiques statiques du transistor -montage EC-, on utilise le montage de la figure 4.3. On adopte alors la représentation hybride pour tracer l'évolution des grandeurs : V_{BE} , I_B , V_{CE} et I_C dans un graphe communément appelé réseau quatre quadrants - voir figure 4.4.

Pour tracer la caractéristique d'entrée et de transfert en courant, on fixe d'abord la valeur de

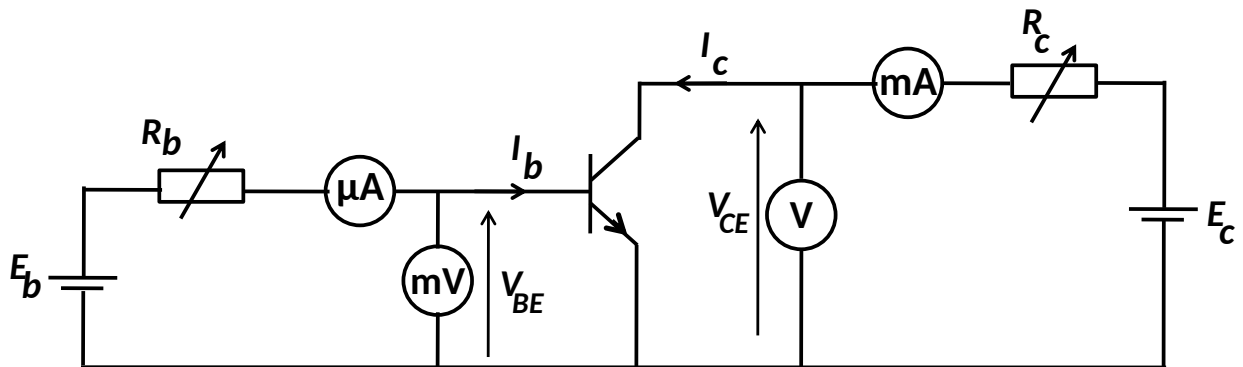


FIGURE 4.3 – Montage pour le relevé des caractéristiques d'un transistor

V_{CE} on fixant la valeur de la charge R_C . Après, on modifie le courant I_B , on agissant sur la résistance R_B , tout on relevant la valeur de V_{BE} et I_C .

Pour tracer la caractéristique du réseau de sortie et de transfert en tension, on fixe la valeur de I_B on fixant la valeur de la résistance R_b . Ensuite, on change le la tension V_{CE} , on agissant sur la charge R_C , tout on relevant la valeur de I_C et V_{BE} .

4.2.2 Allure des caractéristiques

En général, le réseau de caractéristiques d'un transistor NPN à l'allure présenté sur la figure 4.5. Ce graphe nous conduit à faire les remarques suivantes :

- La caractéristique d'entrée $I_B = f(V_{BE})$ est semblable à la caractéristique d'une diode à jonction PN polarisée en directe. On distingue ainsi la tension seuil qui représente "la barrière de potentiel" à vaincre par les porteurs majoritaires ($\approx 0.7V$ pour le Silicium et $\approx 0.3V$ pour le Germanium).
- Les courbes du réseau de transfert en courant $I_C = f(I_B)$ sont tellement confondues quand les assimiles à une droite. La pente de cette dernière représente le gain en courant statique β du transistor.
- Le réseau de caractéristique de sortie $I_C = f(V_{CE})$ permet de distinguer quatre zones particulières :
 1. La zone de saturation (S) apparaît pour les faibles valeurs de V_{CE} ($\approx 0.3V$). Dans cette zone la relation $I_C = \beta I_B$ n'est plus valable.

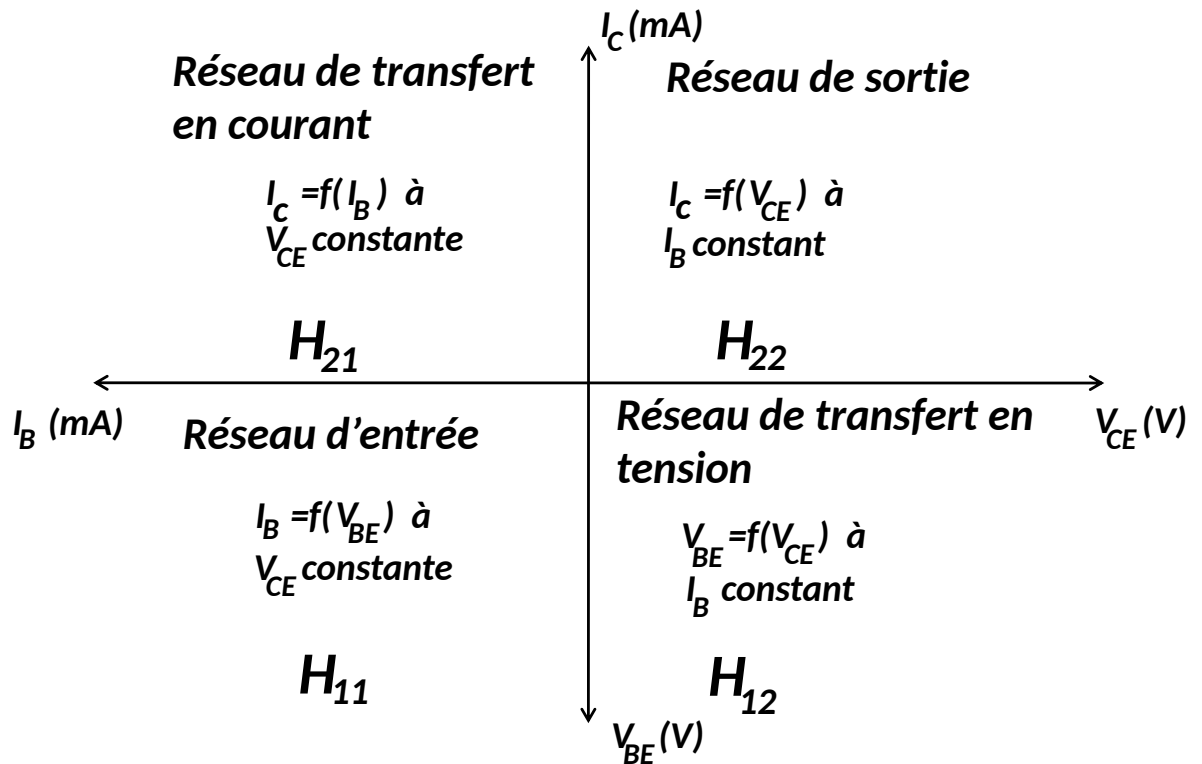


FIGURE 4.4 – Réseau quatre quadrants pour tracer les caractéristiques du transistor

2. La zone linéaire \textcircled{L} (mode actif) du transistor est une région dans laquelle la relation $I_C = \beta I_B$ est valable. Pour cette région les caractéristiques sont considérées comme des droites horizontales. Le transistor est réputé comme amplificateur en cette zone.
3. La zone de blocage \textcircled{B} pour laquelle $I_C \approx 0$. On dit que le transistor est bloqué et il est considéré comme un circuit ouvert.
4. Enfin la zone d'avalanche ou de claquage \textcircled{A} , phénomène irréversible lorsque $V_{CE} > V_{CE \text{ max}}$. En général la tension $V_{CE \text{ max}}$ est donnée par le constructeur.

4.3 Polarisation du transistor, Point de fonctionnement, Régime statique

La notion de point de fonctionnement a été introduite lors de l'étude de la diode. Ce concept prend encore toute son importance dans le cas de l'étude du transistor dans la mesure que ce point de fonctionnement *conditionne* le fonctionnement du transistor en régime dynamique.

4.3.1 Polarisation du Transistor

La polarisation d'un composant quadripolaire, tel que le transistor, consiste à le placer dans un état de repos (statique) bien défini. Cet état est caractérisé par les quatre grandeurs (I_{B0} , V_{BE0} , V_{CE0} , I_{C0}).

Cela nécessite des éléments de polarisation : sources de tension continu et des résistances. En pratique les montages de polarisation utilisent un seul générateur commun entre l'entrée et la sortie. Il existe plusieurs configuration de polarisation de transistor EC; dont les plus connus sont présentés sur la figure 4.6 :

- Polarisation par *résistance de base* montage a);
- Polarisation par *réaction d'émetteur* montage b);
- Polarisation par *réaction de collecteur* montage c);
- Polarisation par *pont de base et résistance d'émetteur* d).

Plusieurs étude d'intercomparaison entre ces différents montages de polarisation a été entamée. Malgré la sensibilité du montage a) à la dérive thermique, on va l'adopter pour polariser le transistor, cela est justifié par sa configuration très simple.

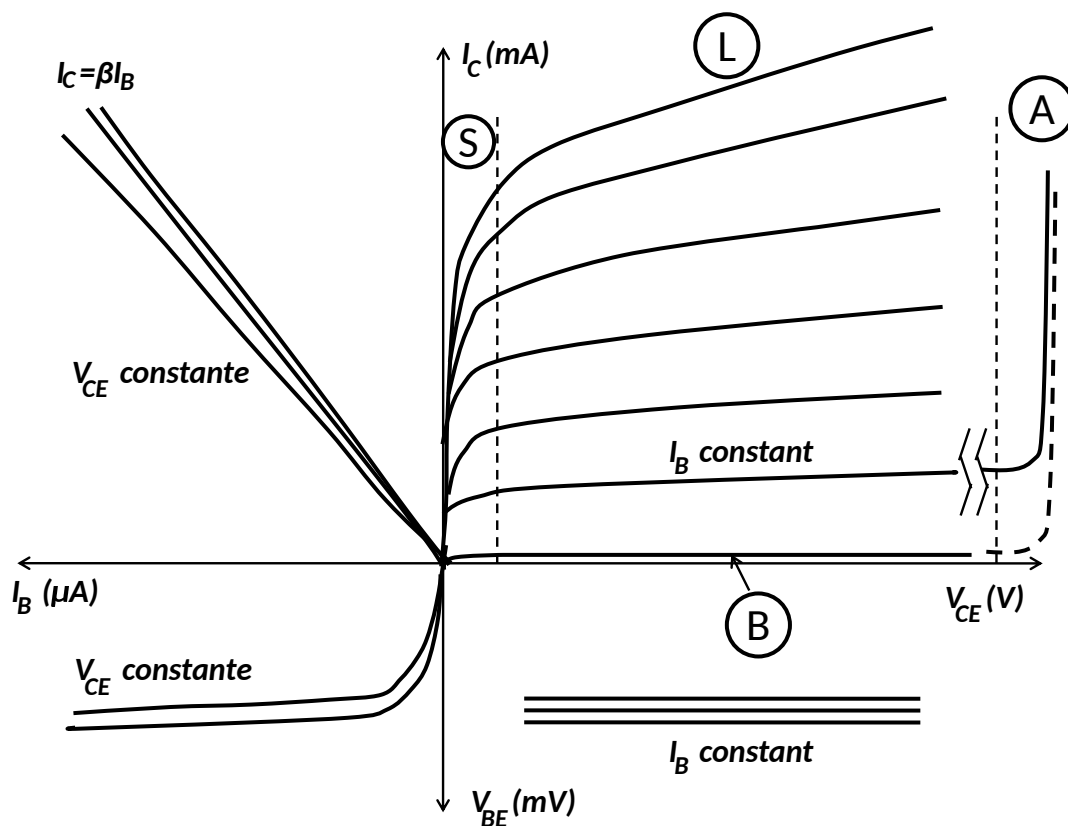


FIGURE 4.5 – Allure général des caractéristiques du transistor

4.3.2 Point de fonctionnement statique

À l'instar de la diode, pour trouver le point de fonctionnement du transistor seul la méthode géométrique est possible. Pour cela il faut établir les équations linéaires qui sont dues aux éléments de polarisation.

Droite d'attaque : Si on s'intéresse à la maille d'entrée du montage a) de la figure 4.6 :

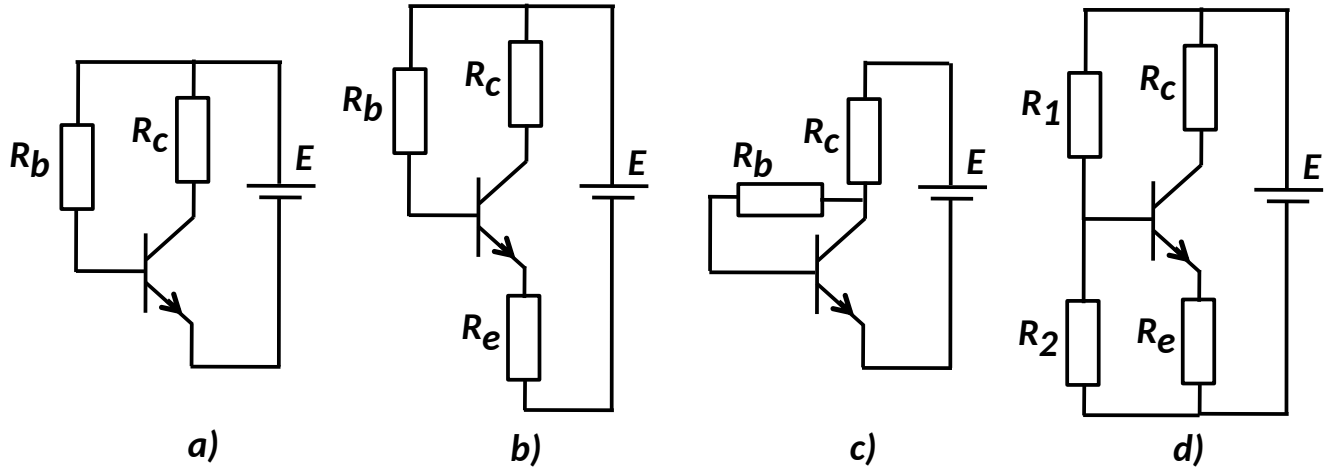


FIGURE 4.6 – Montages possibles de polarisation d'un transistor EC

$$E = R_b \cdot I_b + V_{BE} \quad \text{soit la droite d'attaque : } I_b = \frac{E - V_{BE}}{R_b} \quad (4.1)$$

La droite de d'attaque, D_A , de pente $1/R_b$ traverse les points :

$$(E, 0) \quad \text{et} \quad (0, E/R_b)$$

L'intersection de D_A et la courbe d'entrée $I_B = f(V_{BE})$ au point de polarisation côté entrée, P_E , permet de trouver les valeurs de I_{B0} et de V_{BE0} -voir figure 4.7.

Remarque : Dans le cas d'absence ou la non-disponibilité de caractéristiques du transistor, on adopte la 2^{ème} approximation à "la diode BE", c'est à dire $V_{BE0} = V_{\text{seuil}}$ ($\approx 0.7V$ Si et $\approx 0.3V$ Ge).

Droite de charge : Si on s'intéresse à la maille de sortie du montage a) de la figure 4.6 :

$$E = R_c \cdot I_c + V_{CE} \quad \text{soit la droite de charge : } I_c = \frac{E - V_{CE}}{R_c} \quad (4.2)$$

La droite de charge, D_C , de pente $1/R_c$ traverse les points :

$$(0, E/R_c) \quad \text{et} \quad (E, 0)$$

Si parmi le réseau de caractéristique de sortie il existe la caractéristique qui correspond à I_{B0} , alors l'intersection de celle ci avec D_C permet de trouver les valeurs I_{c0} et V_{Ec0} . Dans le cas échéant, il faut passer la courbe de transfert en courant, $I_C = \beta(I_B)$, pour retrouver ces valeurs -voir figure 4.7-.

Remarque : Le point de polarisation dépend fortement du choix des composants de polarisation. Modifier R_b modifie le courant de base et par conséquent la position du point de fonctionnement, P_S , sur la droite de charge.

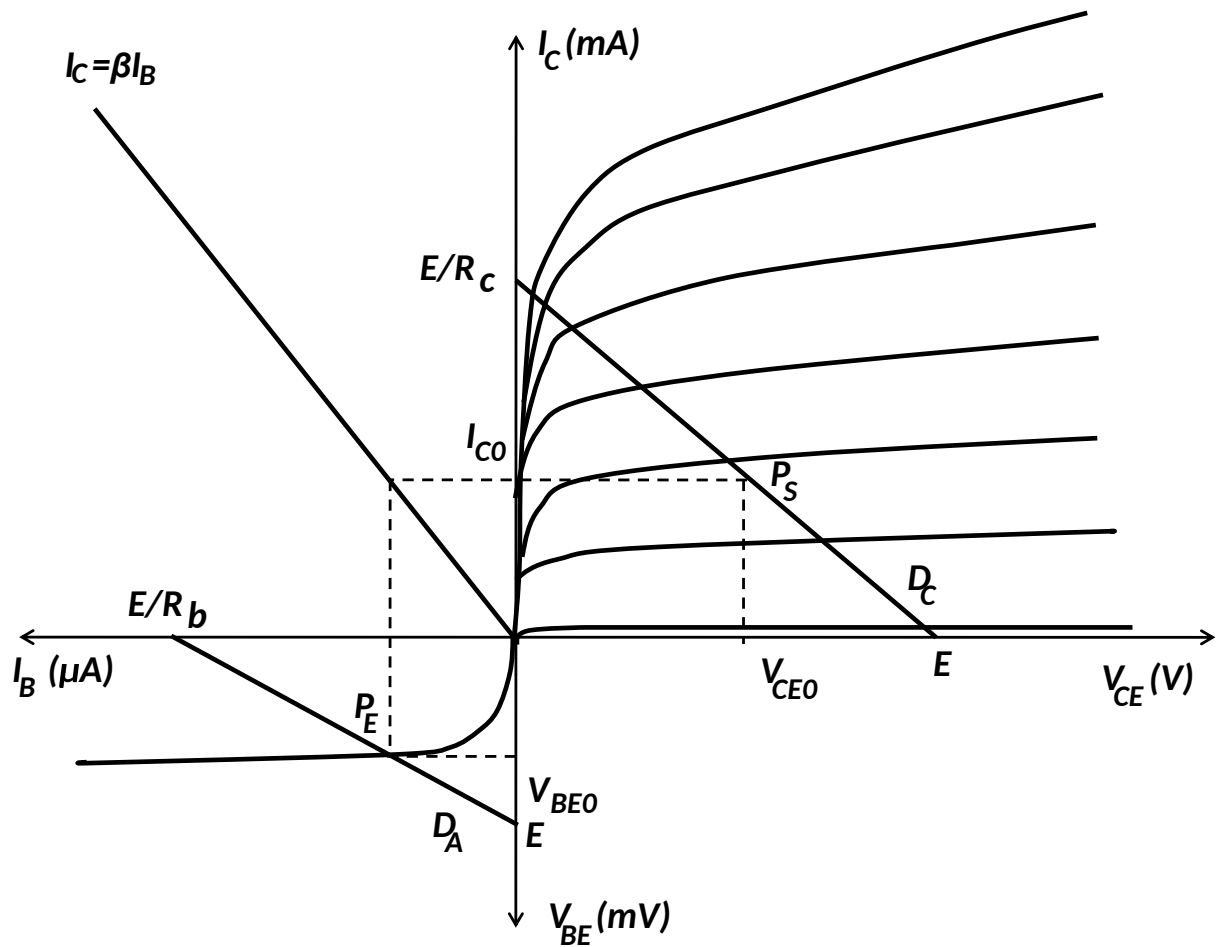


FIGURE 4.7 – Détermination du point de fonctionnement statique d'un transistor

En général la position du point de fonctionnement, P_S , est choisie au milieu de la droite de charge (D_C) ; ceci afin d'avoir le maximum d'amplitude du courant i_c en régime dynamique.

4.4 Transistor en régime dynamique

La superposition d'un signal alternative autour du point de fonctionnement constitue le principe de l'amplification d'un transistor. Pratiquement, on injecte un signal sinusoïdal e_g sur la base du transistor -voir figure 4.9- :

$$e_g = e_M \cdot \sin(\omega t)$$

Sous l'hypothèse d'un comportement linéaire du transistor, e_g , engendre une tension sinusoïdale sur le collecteur du transistor. Celle-ci étant plus élevée que le signal introduite au départ e_g - voir figure 4.9. On parle alors d'amplification du signal d'entrée et d'étage amplificateur.

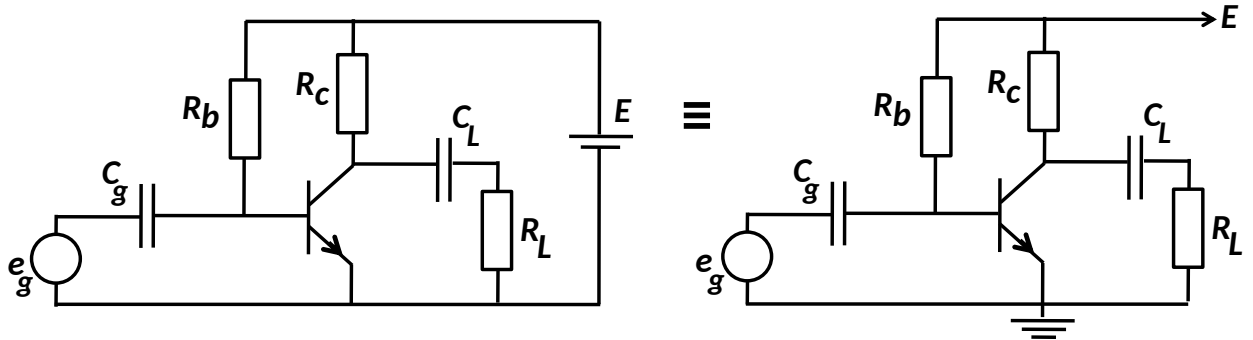


FIGURE 4.8 – Les deux représentations équivalentes d'un même étage complet d'amplificateur à base de transistor (EC)

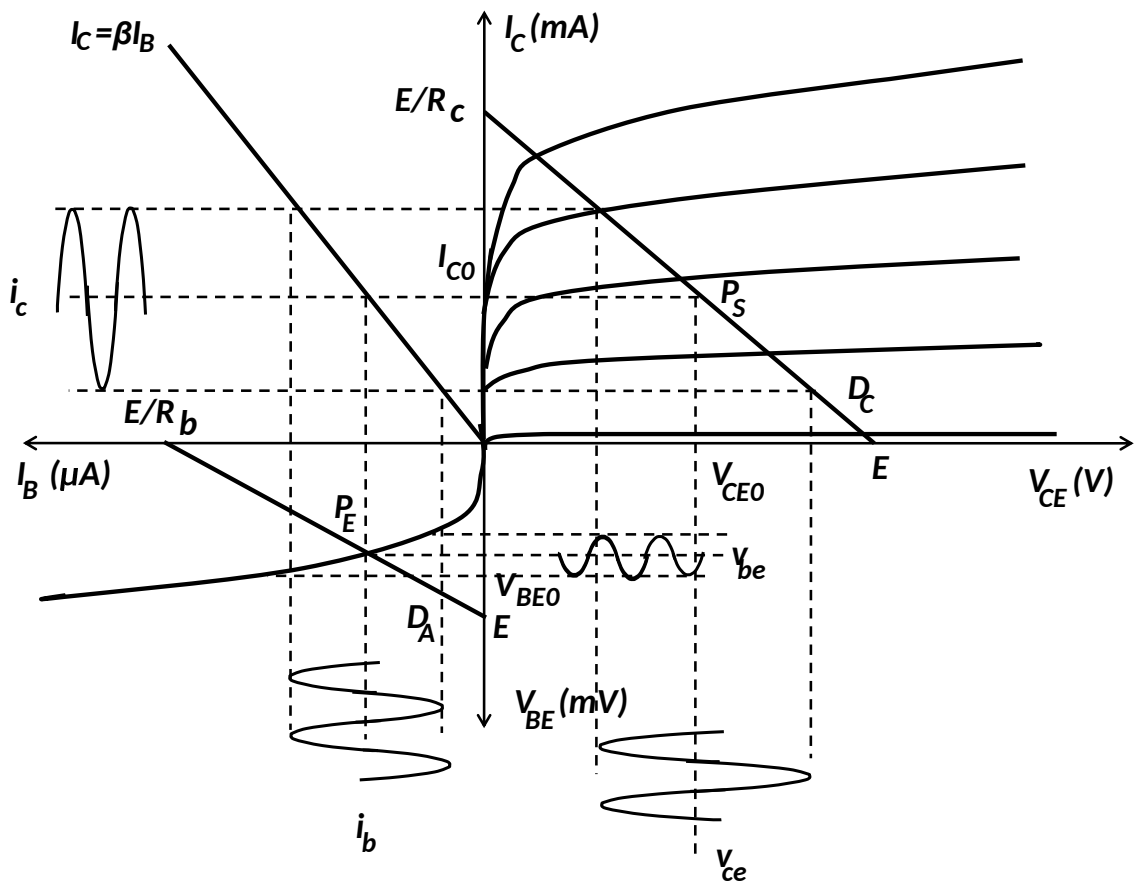


FIGURE 4.9 – Superposition d'une composante alternative autour du point de polarisation - principe d'amplification en régime dynamique

Remarque : Les condensateurs C_g et C_L sont des condensateurs de *liaisons*. Leurs principales rôles est de "séparer" le grandeurs continus des composantes alternatifs. En effet, en mode statique ces condensateur sont équivalents à des circuits ouverts. Quant au mode dynamique ces condensateurs sont dimensionnées pour être assimilés à des courts-circuits.

4.4.1 Schéma équivalent petit signal

Comme pour la diode, pour obtenir le schéma équivalent en dynamique pour l'étage amplificateur de la figure 4.9 on procède par - voir figure 4.10- : -Éliminer les sources continues qui assurent la polarisation continue. -Remplacer les condensateurs de liaison (couplage) par des courts-circuits. -Remplacer le transistor par son schéma équivalent quadripolaire en paramètres hybrides $[H]$. Les valeurs de h_{ij} correspondent au point de repos imposé par les éléments de polarisation.

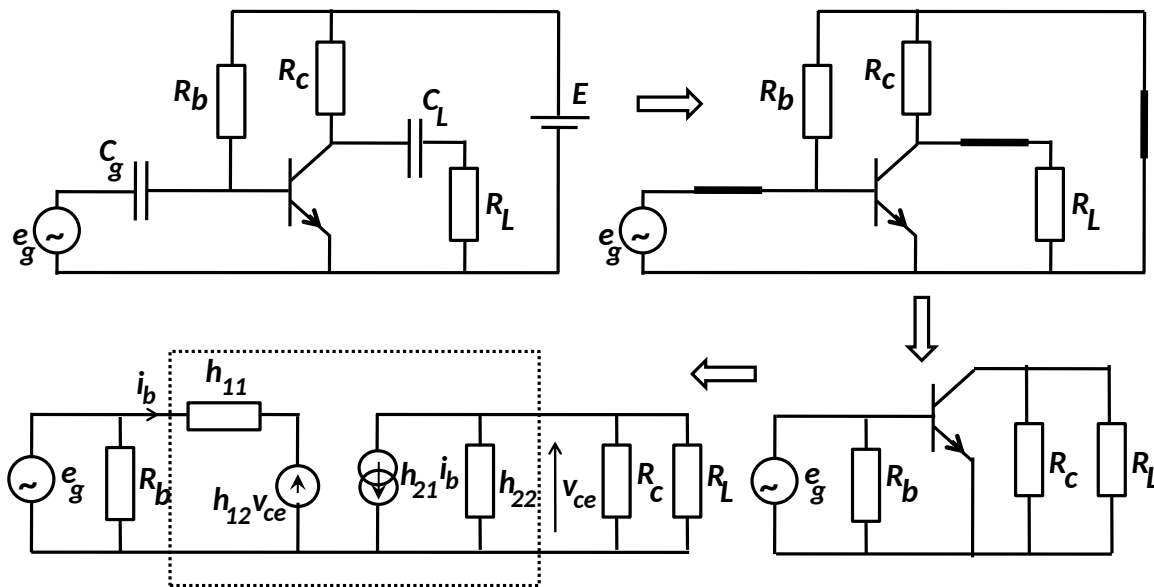


FIGURE 4.10 – Étape d'obtention du schéma équivalent d'un étage amplificateur

4.4.2 Amplificateur à transistor - grandeurs caractéristiques

Après l'obtention du schéma équivalent du l'étage amplificateur -voir figure 4.10-; on peut facilement calculer tous les grandeurs fondamentales discutés en section 1.4 du chapitre 1. A savoir : le gain en tension, gain en courant, impédance d'entrée, impédance de sortie, ...

Remarque : En générale on simplifie le modèle hybride on tendant $h_{12} \rightarrow 0$ et $h_{22} \rightarrow \infty$.

Liste des tableaux

3.1 Exemples de semi-conducteurs	23
--	----

Table des figures

1.1	Représentation symbolique d'un quadripôle	1
1.2	Convention d'orientation d'un quadripôle	2
1.3	Schéma équivalent du quadripôle en paramètres Z	3
1.4	Schéma équivalent du quadripôle en paramètres Y	4
1.5	Schéma équivalent du quadripôle en paramètres hybrides	5
1.6	Association en série de deux quadripôles	6
1.7	Association en parallèle de deux quadripôles	7
1.8	Association en cascade de deux quadripôles	7
1.9	Quadripôle branché à une source de tension et une charge utile	8
1.10	Impédance d'entrée d'un quadripôle	8
1.11	Impédance de sortie d'un quadripôle	8
2.1	Filtre RC	12
2.2	Diagramme de Nyquist du filtre RC	13
2.3	Diagramme de Black du filtre RC	14
2.4	Diagramme de Bode du filtre RC	15
2.5	Diagramme de Bode d'un dérivateur pur (cas $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)	16
2.6	Diagramme de Bode d'un intégrateur pur (cas $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)	17
2.7	Diagramme de Bode du filtre CR	19
2.8	Diagramme de Bode du filtre passe bas d'ordre 2 ($\xi = 1.5$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$) . .	20
2.9	Diagramme de Bode du filtre passe bas d'ordre 2 ($\xi = 1$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$) . .	21
2.10	Diagramme de Bode du filtre passe bas d'ordre 2 ($\xi = 0.1$, $\xi = 0.7$, $\xi = 0.9$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)	22
2.11	Diagramme de Bode du filtre passe haut d'ordre 2 ($\xi = 0.1$, $\xi = 0.7$, $\xi = 1$, $\xi = 2$ et $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$)	22
3.1	Modèle atomique de Bohr	24
3.2	Niveaux énergétiques atomiques sont quantifiés	24
3.3	Niveaux énergétiques des électrons à l'intérieur du cristal	25
3.4	Principe de la conduction par trous	26
3.5	Charges traversant la section S pendant dt	27
3.6	Exemples de dopage du silicium respectivement par du phosphore (dopage N) et du bore (dopage P)	28
3.7	Jonction PN réalisé sur un circuit intégré	28
3.8	Jonction PN à l'équilibre thermodynamique	29

3.9	Jonction PN polarisée en inverse	30
3.10	Caractéristique $I=f(V)$ d'une jonction PN	31
3.11	Schéma de principe et symbole électrique de la diode	32
3.12	Caractéristique et schéma électrique équivalent d'une diode idéale	32
3.13	Caractéristique et schéma électrique équivalent d'une diode- 2 ^{ième} approximation	33
3.14	Caractéristique et schéma électrique équivalent d'une diode- 3 ^{ième} approximation	34
3.15	circuit de polarisation pour la détermination de la droite de charge	35
3.16	circuit de polarisation pour la détermination de la droite de charge	36
3.17	Redresseurs à base de diode : mono-alternance a)-double alternance b)-c)	37
3.18	Tension d'entrée $e(t)$, courant I_d et tension au borne de R_c	37
3.19	Redressement simple alternance et filtrage : montage et oscillogrammes	38
3.20	Montage Ecrêteur	38
3.21	Diode roue libre	38
3.22	Diode Zener a)-symbole et image b)-caractéristique c)montage régulateur de tension	39
3.23	Diode Schottky	39
3.24	Diode Varicap	39
4.1	Structure, symbole et brochage des transistors	42
4.2	Montages fondamentaux d'un transistor (NPN)	43
4.3	Montage pour le relevé des caractéristiques d'un transistor	44
4.4	Réseau quatre quadrants pour tracer les caractéristiques du transistor	45
4.5	Allure général des caractéristiques du transistor	46
4.6	Montages possibles de polarisation d'un transistor EC	47
4.7	Détermination du point de fonctionnement statique d'un transistor	48
4.8	Les deux représentations équivalentes d'un même étage complet d'amplificateur à base de transistor (EC)	49
4.9	Superposition d'une composante alternative autour du point de polarisation - principe d'amplification en régime dynamique	49
4.10	Étape d'obtention du schéma équivalent d'un étage amplificateur	50