ECOLE NATIONALE DES SCIENCES APPLIQUEES - TANGER

UNIVERSITE ABDELMALEK ESSAÂDI

# Calcul Différentiel I

**Analyse3-AP2** **1440/2018**

**Excercice 1:**

Montrer que la fonction définie par $f(x,y) = x^2 + y^2$ est différentiable au point $(1,1)$.

**Excercice 2:**

Soit l'application suivante :

$$f : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to \mathbb{R}$$
$$(x,y) \mapsto \begin{cases} \dfrac{xy^2}{x^2+y^2} \text{ si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 \text{ si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

1. Montrer que $f$ est continue sur $\mathbb{R}^2$.
2. Prouver l'existence des dérivées partielles au point $(0,0)$. Sont-elles continues en $(0,0)$?
3. Que peut-on dire de la différentiabilité de $f$ au point $(0,0)$?

**Excercice 3:**

Soit la fonction $f$ telle que : $f(x,y) = y^2 \sin\left(\dfrac{x}{y}\right)$

1. Montrer que l'on peut définir un prolongement par continuité $\bar{f}$ de la fonction $f$.
2. Préciser en quels points la fonction $\bar{f}$ est de classe $\mathcal{C}^1$.
3. Étudier la différentiabilité de $\bar{f}$.

**Excercice 4:**

Soit $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une application de classe $\mathcal{C}^2$ et $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ définie par $F(x,y) = \dfrac{g(x)-g(y)}{x-y}$ si $x \neq y$, $F(x,x) = g'(x)$. Montrer que $F$ est de classe $\mathcal{C}^1$ en tout point de $\mathbb{R}^2$ et calculer sa différentielle.