广西民族大学

硕士学位论文

进化策略在参数估计中的应用

姓名：郭德龙

申请学位级别：硕士

专业：计算数学

指导教师：周永权

20080401

进化策略在参数估计中的应用

摘 要

进化策略是模拟自然界的生物进化机制，人们设计出一种群智能搜索算法，该算法具有自组织、自适应和自学习等功能，它在不同学科领域已得到了广泛地应用。但在回归模型参数估计中应用并不多。回归模型参数估计是许多学科中常用的数学模型，如系统工程、自动化、机械工程、电力工程等，至今都是研究的重点问题之一。近年来，回归参数估计已有一些方法，如最小二乘法、极大似然法等，但是这些方法都是建立在具有连续导数的光滑搜索空间的假设基础上，并且沿梯度下降方向寻优的局部搜索技术在很多情况易陷入局部极值。基于此，本文将进化策略算法应用于回归模型参数估计，它可以弥补传统方法中一些不足。

针对目前传统参数估计方法存在的一些问题，本文主要利用进化策略自适应搜索、全局收敛、鲁棒性等特性，并且做了一些改进。本文提出了一种进化策略算法，它通用性好、搜索效率高、收敛速度快，该算法主要对分布密度函数中的参数、线性回归分析中参数以及非线性回归分析中参数进行估计。所得到参数估计与传统方法相比具有求解精度高、收敛速度快等优点。该方法在数理统计，系统工程等方面具有重要的理论价值和实际应用背景。

关键词：参数估计 回归分析 进化策略 极大似然法 模拟退火 最小二乘法

APPLICATION EVOLUTION STRATEGY IN PARAMETER ESTIMATION

ABSTRACT

The evolution strategy is an algorithm which simulates the biological evolution mechanism, the people design a group intelligence search algorithm, it has intelligent characteristics of self-organizing, self-adapting, self-learning and so on, but the evolution strategy widely applied in many different scientific domains is less concerned in the regression model parameter estimation. The regression model parameter estimation is generally a mathematical model applied in many academics, such as systematic engineering, automation, mechanical engineering, electric power project and so on, To this day ,it is an important problem for research all the time. Recently, regression parameter estimation has already had some methods, such as least squares method, maximum likelihood method. But these methods are all based on the supposition that smooth searching space has continuous derivatives, and partial searching technology which seeks the optimization in the gradient dropping direction can easily lead to partial extreme value. Based on these, the evolution strategy algorithm is applied in carrying on the parameter estimation, which avoids some insufficiencies in the traditional methods.

In view of some problems in traditional parameter estimation method, this article mainly makes use of some characteristics of evolution strategy, especially such as self-adapting searching, global convergence, robustness, moreover makes some improvements. An evolution strategy algorithm which has the advantages of good universal property， high searching efficiency and fast convergence rate is given in this paper. This algorithm are mainly used to estimate the parameters in the distributive density function, linear and non-linear regression analysis, the parameter estimation values compare those obtained by the traditional methods which has the solution precision high, the convergence rate quick and so on the merits .Therefore, this method in the mathematical statistic, aspects systems engineering and so on has the important theory value and the practical application background.

KEYWORDS: parameter estimation; regression analysis; evolution strategy; maximum likelihood method; simulation annealing; least squares method

论文独创性声明

本人郑重声明：所提交的学位论文，是本人在导师的指导下，独立撰写完成的。除文中已经注明引用的内容外，本论文不含其他个人或其他机构已经发表或撰写过的研究成果，也没有剽窃、抄袭等违反学术道德规范的侵权行为。对本文的研究做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人愿意承担由本声明而引起的法律责任。

研究生签名：　　　　　　　　　　日期：　　年　　日　　月

论文使用授权声明

本人完全了解广西民族大学有关保留、使用学位论文的规定。学校有权保留并向国家有关部门或机构送交学位论文的复印件和电子文档，可以采用影印、缩印或其他复制手段保存、汇编学位论文。除在保密期内的保密论文外，允许学位论文被查阅和借阅，可以公布（包括刊登）论文的全部或部分内容。

研究生签名：　　　　　　　　　　日期：　　年　　日　　月

导 师 签 名：　　　　　　　　　　日期：　　年　　日　　月

1 绪论

1.1 参数估计研究现状与进展

回归分析是数理统计中重内容之一，回归分析方法在生产实践中广泛的应用是它发展和完善根本动力。18 世纪末德国数学家 C.F.高斯首先提出参数估计的方法，他用最小二乘法计算天体运行的轨道，到现在回归分析发展已有 200 多年历史。参数估计方法有最小二乘法[1]、极大似然法[1]、基于神经网络的参数辩识法[2]等，在一定条件下，后面两个方法都与极大似然法相同，最基本的方法是最小二乘法和极大似然法。最小二乘法为了选出使得估计输出值$\hat{y}_t$与实际输出值y_t尽可能接近的参数估计值，可用估计输出值与实际输出值误差平方和来度量接近程度，使误差平方和最小的参数值即为所求的估计值。极大似然法选择参数q，使已知数据Y在某种意义下最大可能出现。某种意义是指似然函数$P(Y|q)$最大，这里$P(Y|q)$是数据Y的概率分布函数，与最小二乘法不同的是，极大似然法需要已知这个概率分布函数$P(Y|q)$。寻求最小二乘估计和极大似然估计的常用方法准则是将对参数 θ 求导数，解超越方程组。

但是人们在进行科学研究或应用研究时，经常要进行实验数据的处理，以根据所掌握数据来分析和推断所观察现象的内部规律。回归分析和分布密度函数参数估计是实验数据处理中使用得最为普遍的一种数学方法，虽然回归分析中参数估计方法有岭回归参数估计，主成分回归参数估计，最小二乘法估计，分布密度函数参数估计有极大似然法等，但是参数估计的问题在实际问题中经常遇到，由于生活中的模型多种多样，表达方式千差万别，而且含有多个未知参数。目前还没有对所有模型都适用的参数估计方法，对于线性回归模型中参数估计已有一些方法，但是这些方法都或多或少存在一些不足，对于非线性复杂的回归模型，传统的方法要获得其参数估计是困难的，因而限制了它的应用和发展。Nash 和 Walker-Smith 在其专著中讨论了进行非线性回归的多种算法，如直接搜索法、Hooke 一 Jeeves 法、Nelder-Mead 法、梯度法、变尺度法等[8]。这些算法通常只对某一类特定问题有效，且对模型限制条件比较多，如要求模型具有连续、可导、单峰等特性。另外对于随机变量分布密度函数形式已知，其中参数是未知的，给出随机变量的一组样本值求其参数估计值，在数理统计中传统参数估计方法有、点估计、矩法估计、极大似然法估计等，其中极大似然法估计是参数估计一个主要的方法。也是目前一种仍然得到广泛应用的传统参数估计方法，由于极大似然估计的渐进最优性质，它已经成为参数估计的一种常用方法，并且已经在众多领

域中得到广泛应用，例如系统辨识、语音处理、图像处理及模式识别等等．但是，因为极大似然法参数估计中有两种类型，一种是离散型母体参数估计，另一种是连续型母体参数估计。但是传统极大似然法估计随机变量分布函数中参数是建立在极大似然原理基础上，直接对对数似然函数关于参数求导，令其等于零，求解复杂的超越方程组，不但求解过程复杂，常会失效。随着电子计算机的广泛应用及迅速的发展,参数估计也有了飞速的发展，在非线性优化问题中，传统优化技术易产生局部最优解，而且结果一般与初始值的选取有关。目前出现了计算智能优化算法进行参数估计文献[3]中提出了 Genetic algorithm in Search Optimation and machine Learning，在文献[4]中方开泰等提出了非线性回归参数估计的一个新算法,在文献[5]中赵明旺提出了非线性回归模型辨识的混合计算智能算法在文献[6]中 Jin Juling 提出了 accelerating Genetic Algorithm and its Application To estimating parameters of Environmental models，在文献[7]中熊银键等提出了演化算法在非线性参数估计中的应用,在文献[8]中陈金山等提出了一种线性回归模型参数估计的混合基因算法,在文献[9]中杨桂元等提出了预测模型中参数估计的最优化方法，在文献[10]中郭朝有提出了遗传算法在非线性回归模型辩识中的应用，在文献[11]中张兵等提出了优进策略支持的进化规划估计反映动力学参数，在文献[12]中提出了孙金玮等基于遗传算法的多功能传感器模型参数估计，在文献[13]中郑国庆等提出了基于模拟退火算法的半参数线性回归模型的参数估计，在文献[14]中毛昭勇等提出了基于遗传算法的最似然参数优化估计，在文献[15]中陈伟等混合模拟退火—遗传算法在参数估计中的应用，在文献[16]中王世华提出了遗传模拟退火算法在非线性最小二乘法中的应用。

1.2 论文的主要工作

鉴于目前有一些对模型都适用的参数估计方法，而对于随机变量分布密度函数形式已知,其中参数是未知的,给出随机变量的一组样本值求其参数估计值,以及回归分析模型中参数估计已有一些方法但是这些方法都或多或少存在一些不足,并且这些算法通常只对某一类特定问题有效,且对模型的限制条件比较多,如要求模型具有连续、可导、单峰等特性。针对以上的问题本文将采用进化策略算法来进行参数估计,把参数估计问题转化为函数优化问题以达到解决参数估计问题的目的,利用进化策略算法并行搜索和全局收敛的特性能有效的解决上面提到的问题。本文重点研究进化策略在参数估计中应用,主要有以下几个方面工作：

(1)利用进化策略和极大似然法相结合对分布密度函数中的参数进行估计。

(2)利用改进进化策略在线性回归模型参数估计中应用。

(3)利用混合模拟退火-进化策略算法在非线性回归模型参数估计中的应用。

1.3 论文的创新点

针对传统方法估计参数存在些不足。

① 本文以进化计算的一个分支—进化策略为基础，提出了一种将进化策略与传统参数估计方法相结合的一种新的自适应算法。

② 针对传统参数估计中出现收敛速度慢、容易陷入局部最小值的问题，在实现该算法时对算子相应做些改进。

③ 将模拟退火算法与进化策略算法相结合提出了一种混合估计参数算法。

1.4 论文的重点和难点

本文重点是将提出的新参数估计方法主要应用在分布密度函数中参数估计、线性回归分析中参数估计以及非线性回归分析中参数估计。难点在设计该算法实现过程中要克服传统参数估计中出现的不足同时充分利用进化策略算法是一个通用性好、搜索效率高、收敛速度快等特点。

1.5 论文结构与安排

论文的结构与安排如下：

第一章主要对参数估计发展历史和研究现状进行了总结与回顾，并列出本文的主要工作。

第二章主要介绍了进化策略产生背景、发展、应用和特征等，详细阐述了进化策略，包括算法的基本原理、进化过程和特征等。

第三章提出基于进化策略的极大似然法在分布密度函数中参数估计

第四章提出改进进化策略在线性回归模型参数估计中的应用

第五章提出混合模拟退火-进化策略算法在非线性回归模型参数估计中的应用

第六章给出本文的总结与展望。

2 进化策略

2.1 进化策略概述

20 世纪 60 年代,德国柏林工业大学的 I.Rechenberg 和 H.P.Schwefel 等在进行风洞实验时,由于设计中描述物体形状的参数难以用传统方法进行优化,因而利用生物变异的思想来随机改变参数值,获得了较好的结果。 随后,他们对这种方法进行了深入的研究和发展,形成了一种新的进化计算方法—进化策略[19] (Evolution Strategies,简称 ES)。ES 是专门为求解参数优化问题而设计的,而且在 ES 算法中引进了自适应机制。隐含并行性和群体全局搜索性是它的两个显著特征，而且具有较强的鲁棒性，对于一些复杂的非线性系统求解具有独特的优越性能。目前，这种算法已广泛应用于各种优化问题的处理，如神经网络的训练与设计、系统识别、机器人控制和机器学习等领域。

2.2 进化策略的发展过程

1．$(1+1)-ES$

1963 年，I.Rechenberg 最早提出的这种优化算法只有一个个体，并由此衍生同样仅为一个的下一代新个体，故称为$(1+1)-ES$。进化策略中的个体用传统的十进制实型数表示，即：

$$X^{t+1} = X^{t} + N(0,s) \tag{2.1}$$

式中 X^{t}—第t代个体的数值。

$N(0,s)$—服从正态分布的随机数，其均值为 0，标准差为s 。

因此，进化策略中的个体含有两个变量，为二元组(X,s)。新个体的X^{t+1}是在旧个体X^{t}的基础上添加一个独立随机变量$N(0,s)$。假若新个体的适应度优于旧个体，则用新个体代替旧个体；否则，舍弃性能欠佳的新个体，重新产生下一代新个体。在进化策略中，个体的这种进化方式称作突变。$(1+1)-ES$仅仅使用一个个体，进化操作只有突变一种，亦即用独立的随机变量修正旧个体，以求提高个体素质。显然，这是最简单的进化策略。

2．$(m+1)-ES$

早期的(1+1)—ES，没有体现群体的作用，只是单个个体在进化，具有明显的局限性。随后，I.Rechenberg 又提出$(m+1)-ES$，在这种进化策略中，父代有m个个体$(m>1)$，并且引入重组算子，使父代个体组合出新的个体。在执行重

组时，从m个父代个体中用随机的方法任选两个个体：

$$\begin{aligned}(X^1,s^1)&=((x_1^1,x_2^1,\cdots,x_n^1),(s_1^1,s_2^1,\cdots,s_n^1))\\(X^2,s^2)&=((x_1^2,x_2^2,\cdots,x_n^2),(s_1^2,s_2^2,\cdots,s_n^2))\end{aligned} \tag{2.2}$$

然后从这两个个体中组合出如下新个体：

$$(X,s)=((x_1^{q_1},x_2^{q_2},\cdots,x_n^{q_n}),(s_1^{q_1},s_2^{q_2},\cdots,s_n^{q_n})) \tag{2.3}$$

式中$q_i=1$或 2。它以相同的概率针对$i=1,2,\cdots,n$随机选取。

对重组产生的个体执行突变操作，突变方式及s 的调整与$(1+1)-ES$相同。

将突变后的个体与父代m个个体相比较，若优于父代最差个体，则代替后者成为下一代m个个体新成员：否则，重新执行重组和突变产生另一个个体。

显然，$(m+1)-ES$比$(1+1)-ES$有了明显的改进，为进化策略这种新的进化算法奠下良好的基础。

3．$(m+l)-ES$及$(m,l)-ES$

1975年，H.P.Schwefel 首先提出$(m+l)-ES$，随后又提出$(m,l)-ES$。这两种进化策略都采用含有m个个体的父代群体，并通过重组和突变产生l个新个体。它们的差别仅仅在于下一代群体的组成上。$(m+l)-ES$是在原有m个个体及新产生的l个新个体中(共$m+l$ 个个体)再择优选择m个个体作为下一代群体。$(m,l)-ES$则是只在新产生的l个新个体中择优选择m个个体作为下一代群体，这时要求$l>m$。总之，在选择子代新个体时若需要根据父代个体的优劣进行取舍，则使用“+”记号，如$(1+1)$、$(m+1)$及$(m+l)$

；否则，改用逗号分隔，如(m,l)。

近年来，$(m,l)-ES$得到广泛的应用，这是由于这种进化策略使每个个体的寿命只有一代，更新进化很快，特别适合于目标函数有噪声干扰或优化程度明显受迭代次数影响的课题。

2.3 进化策略的基本思想

随机产生一个适用于所给问题环境的初始种群，即搜索空间，种群中的每个个体为实数编码，计算每个个体的适应值；依据达尔文的进化原则，选择遗传算子(重组、突变等)对种群不断进行迭代优化，直到在某一代上找到最优解或近似最优解。

2.4 进化策略的执行过程

1．确定问题的表达方式。这种表达式中个体由目标变量X和标准差s 两部分组成，每部分又可以有n个分量，即：

$$(X,s)=((x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n),(s_1,s_2,\cdots,s_i,\cdots,s_n)) \tag{2.4}$$

X 和 s 之间的关系是：

$$\begin{cases} s_i' = s_i \cdot \exp(r' \cdot N(0,1) + r \cdot N_i(0,1)) \\ x_i' = x_i + s_i \cdot N_i(0,1) \end{cases} \tag{2.5}$$

式中：(x_i, s_i) —父代个体的第 i 个分量；

(x_i', s_i') —子代新个体的第 i 个分量；

$N(0,1)$ —服从标准正态分布的随机数；

$N_i(0,1)$ —针对第 i 个分量重新产生一次符合标准正态分布的随机数；

r' —全局系数，等于 $(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$，常取１；

r —局部系数，等于 $(\sqrt{2n})^{-1}$，常取１。

上式表明，新个体是在旧个体基础上随机变化而来。

2．随机生成初始群体，并计算其适应度。进化策略中初始群体由 m 个个体组成，每个个体 (X, s) 内又可以包含 n 个 x_i, s_i 分量。产生初始个体的方法是随机生成。为了便于和传统的方法比较，可以从某个初始点 $(X(0), s(0))$ 出发，通过多次突变产生 m 个初始个体，该初始点可从可行域中用随机方法选取，初始个体的标准差 $s(0) = 3.0$。

3．计算初始个体的适应度，如若满足条件，终止；否则，往下进行。

4．根据进化策略，用下述操作产生新群体：

1)重组：将两个父代个体交换目标变量和标准差，产生新个体。一般目标变量采用离散重组，标准差采用中值重组。

离散重组：按照式子(2.2)和(2.3)对两个个体实行交叉组合。

中值重组：

从 m 个父代个体中用随机的方法任选两个个体如式(1)，然后将父代个体各分量的平均值作为子代新个体的分量，构成的新个体为：

$$\begin{aligned}(X, s) = (((x_1^1 + x_1^2)/2, (x_2^1 + x_2^2)/2, \cdots, (x_n^1 + x_n^2)/2), \\ ((s_1^1 + s_1^2)/2, (s_2^1 + s_2^2)/2, \cdots, (s_n^1 + s_n^2)/2)))\end{aligned} \tag{2.6}$$

2)突变：对重组后的个体添加随机量，按照式子(2—5)产生新个体。

3)计算新个体适应度。

4)选择：按照 (m, l) 选择策略，挑选优良个体组成下一代群体。

5．反复执行 4，直到达到终止条件，选择最佳个体作为进化策略的结果

图 2.2 所示进化策略的工作流程图中 Gen 表示进化的代次，在第 0 代，根据问题的表达是二元组或是三元组方式，随机产生 m 个初始个体，并计算它们的适应度。然后依次执行重组和突变操作，产生新个体。图中 j 统计新个体数目，重组和突变执行 l 次，产生 l 个新个体。随后计算新个体的适应度，再根据选择策略，从

$(m+l)$个个体中或 l 个新个体中选择出优秀的 m 个体组成新群体。这样，便完成一代进化。重复这种进化过程，直至满足终止条件。

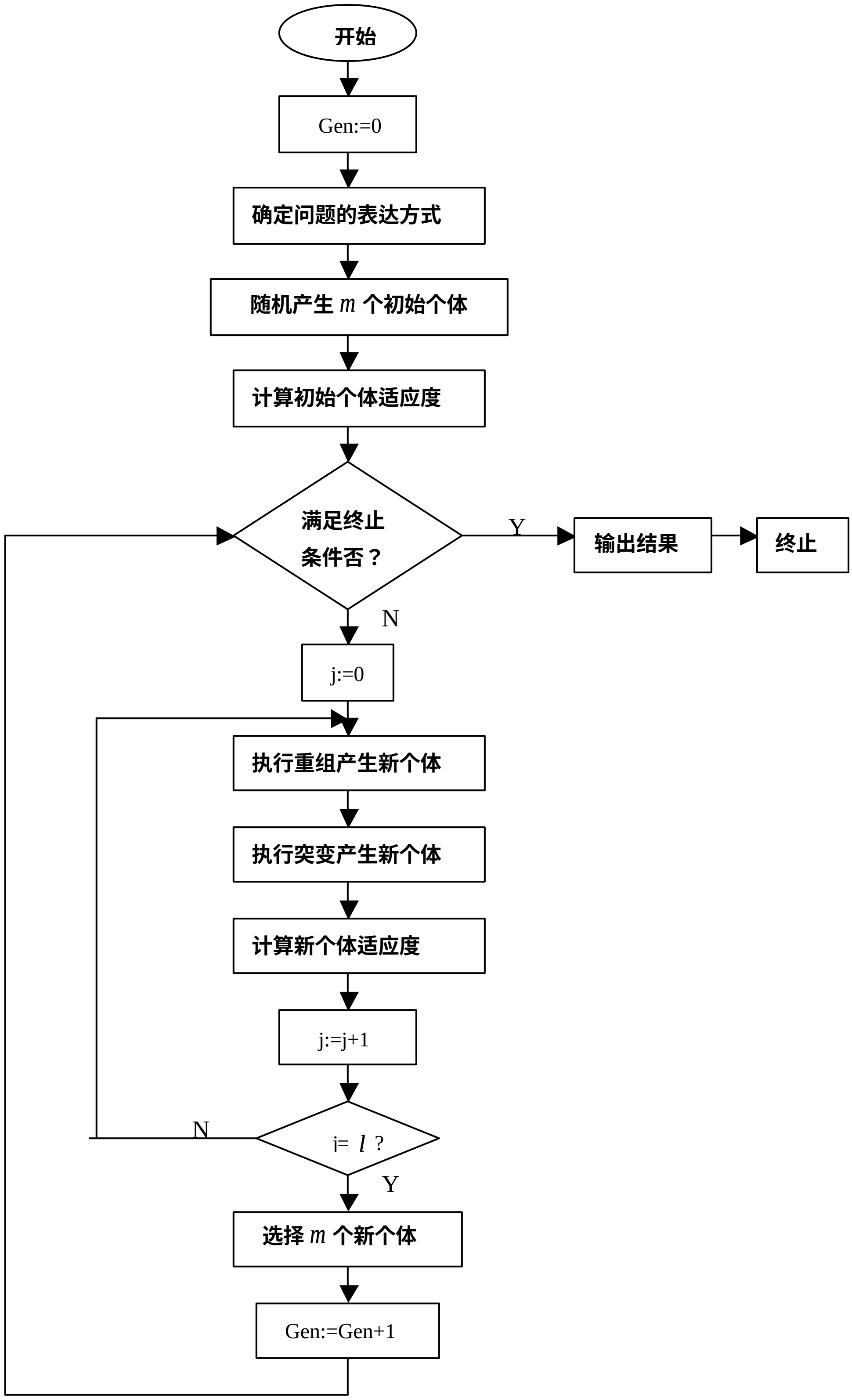

图 2.2 **进化策略的工作流程**

Figure 2.2 the process of evolution strategy

2.5 进化策略的重要特征

同遗传算法相比，进化策略主要具有下面几个特征：

(1)进化策略从 l 个新个体或从 $(m+l)$ 个个体中挑选 m 个个体组成新群体，而且选择方法是确定型的。

(2)进化策略直接以问题的可行解作为个体的表现形式，无需再对个体进行编码处理，也无需再考虑随机扰动因素对个体的影响，这样就更便于其应用。

(3)进化策略以 n 维实数空间上的优化问题为主要处理对象。

2.6 本章小结

本章主要介绍了进化策略基本原理，进化策略的特征，这为下章内容介绍进化策略在参数估计提供了一种新的方法和工具。

3 进化策略在极大似然法参数估计中的应用

3.1 引言

参数估计是数理统计中重要内容之一，在实际问题中经常遇到随机变量分布函数形式已知，其中参数是未知的。给出随机变量的一组样本值求参数估计值，数理统计中传统参数估计方法有极大似然法估计，作图法，回归分析法，矩法估计，最小二乘法估计等。其中极大似然法估计是参数估计一个主要方法。这是目前一种仍然得到广泛应用的传统参数估计方法，极大似然法估计随机变量分布函数中参数有两种类型，一种是离散型母体参数估计，另一种是连续型母体参数估计。极大似然法估计随机变量分布函数中参数是建立在极大似然原理基础上，直接对对数似然函数关于参数求导，令其等于零，求解复杂的超越方程组，不但求解过程复杂，常会失效。在非线性优化问题中，传统优化技术易产生局部最优解，而且结果一般与初始值选取有关。而进化策略算法是一种启发式的随机搜索方法，它仿效生物的进化与遗传，根据生存竞争和优胜劣汰的原则，使所要解决的问题从初始解逐渐逼近最优解，具有简单通用，鲁棒性强，高效实用等特点能处理各种随机变量分布函数中参数估计问题。为此本文应用标准的进化策略算法与极大似然估计法相结合设计了一种新的优化算法，最后应用新算法对威布尔二参数分布和威布尔三参数分布中的参数进行了估计，结果表明此算法是求解精度高，收敛速度快等优点。

3.2 极大似然法参数估计简介[18]

①极大似然法估计：设总体 X 服从分布 $p(X;q_1,q_2,...,q_k)$（当 X 是连续型随机变量时为概率密度，当 X 是离散型随机变量时为概率分布）$q_1,q_2,...,q_k$ 为未知参数，$X_1,X_2,...X_n$ 为总体 X 的一个简单随机样本，其观察值为 $x_1,x_2,...,x_n$，则

$$L(q_1,q_2,...,q_k)=L(x_1,x_2,...,x_n;q_1,q_2,...,q_k)=\prod_{i=1}^{n}P(x_i;q_1,q_2,...,q_k) \tag{3.1}$$

看作参数 $q_1,q_2,...,q_k$ 的函数时称为极大似然函数。当选取 $\hat{q}=(\hat{q}_1,\hat{q}_2,..\hat{q}_k)$ 作为 $q=(q_1,q_2,...,q_k)$ 的估计时，使得 $L(\hat{q})=\max\limits_{q\in\Theta}L(q)$，则称为极大似然估计。

②极大似然估计法

(i) 总体样本为离散型：设总体 X 的概率分布为

$$p\{X=a_i\}=p(a_i;q)\quad i=1,2,...,n,q\in\Theta\text{，}\tag{3.2}$$

其中q为未知的参数（常是向量）。$X_{1,}X_2,...X_n$为X的一样本，其观察值为$x_1,x_2,...,x_n$，每个x_i取$a_1,a_2,...,a_n$中的某个值，则似然函数为

$$L(q)=\prod_{i=1}^{n}p(x_i;q).\tag{3.3}$$

选取$\hat{q}$作为q的极大似然估计，使$L(\hat{q})=\max_{q\in\Theta}L(q),$则称$\hat{q}$为$q$的极大似然估计。

(ii)总体样本为连续型：设总体 X 密度为$P(X;q_1,q_2,...,q_k)$，其中$q_1,q_2,...,q_k$为未知的参数。$X_1,X_2,...,X_n$为X的一个样本值，其观察值为$x_1,x_2,...,x_n$。作出似然函数

$$L(q_1,q_2,...,q_k)=\prod_{i=1}^{n}p(x_i;q_1,q_2,...,q_k);\tag{3.4}$$

在$\hat{q}=[\hat{q}_1,\hat{q}_2,...,\hat{q}_k]$达到极大值，则称$[\hat{q}_1,\hat{q}_2,...,\hat{q}_k]$分别为$[q_{1,}q_2,...,q_k]$的极大似然估计，因此，$q$为极大似然估计值。由于

$$\ln L(q)=\sum_{i=1}^{n}\ln\ f(x_i;q)\tag{3.5}$$

而$\ln L(q)$与$L(q)$有相同最大值点，所以q为极大似然估计的必要条件是

$$\frac{\partial L(q_1,q_2,...,q_k)}{\partial q_j}=0\ \text{或}\ \frac{\partial\ln L(q_1,q_2,...,q_K)}{\partial q\,j}=0\qquad j=1,2,...,k\tag{3.6}$$

称它为似然方程，其中$q=(q_1,q_2,...,q_k)$对上面方程（3.6）求解就可以得。从求解极大似然法参数估计中最重要的是解非线性或超越方程，但求解很困难，收敛性很差，有时甚至不收敛。正是基于这些不足本文应用标准进化策略进行优化求解，通过仿真实验表明此方法有收敛速度快，迭代次数少等优点。

3.3 进化策略算法在极大似然参数估计中的算法流程

(1) 确定个体表达式：个体表达式由目标变量q和标准差s两部分组成，每

部分有k个分量,即：

$$(q, s) = ((q_1, q_2, \ldots q_k), (s_1, s_2 \ldots s_k)) \tag{3.7}$$

$q_1, q_2, \ldots, q_k$是(1)中向量q的分量，k是向量q的维数。

(2) 随机生成初始群体：进化策略中初始群体由m个个体组成，每个个体(q, s)内包k个q_i, s_i分量。产生初始个体的方法是随机的。

(3)计算适应度：取适应度函数为

$$f(q) = -\ln(q) = \sum_{i=1}^{k} f(x_i, q) \tag{3.8}$$

(4) 根据进化策略，用下述操作产生新群体：

①重组：将两个父代个体交换目标变量和标准差，产生新个体。目标变量采用离散重组，标准差采用中值重组。

②突变：对重组后的个体添加随机变量，采用式(2)中的平均突变算子产生新个体。

③计算新个体适应度：适应度的计算同(3)中的计算过程相同。

④选择：采用(m, l)选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体。

（5）反复执行(4)直到达到终止条件，选择最佳个体作为进化策略优化的结果。

3.4 算法源程序

见附录 1

3.5 计算机仿真实例

例1 [20] 对23个轴承进行疲劳实验这些轴承寿命服从二参数威布尔分布而二参数威布尔分布的密度函数为

$$f(t) = \frac{m}{h}\left(\frac{t}{h}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{t}{h}\right)^m} \tag{3.9}$$

其中$m(m>0)$ ----形状参数

$h(h>0)$----特征寿命参数

根据上面的提出的算法在这里取适应度函数为

$$F(m,h) = \sum_{i=1}^{23} \ln\left(\frac{m}{h}\left(\frac{t_i}{h}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{t_i}{h}\right)^m}\right) \tag{3.10}$$

其中参数估计取值范围由传统方法得　$1<m<3$，$70<h<85$

参数设置：随机生成初始群体规模 $m=20$ **；重组：目标变量采取离散重组标准差采取中值重组；突变：采取高斯突变产生的新个体** $l=140$ **，初始时标准差取为** $s(0)=3.0$ **；选择：采用** $(20,140)$ **选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数** $T_0=500$

表3.1 实验数据

Table 3.1 experiment data

序号	轴承寿命	序号	轴承寿命	序号	轴承寿命	序号	轴承寿命
1	17.88	7	48.88	13	68.64	19	105.12
2	28.92	8	51.84	14	68.64	20	105.84
3	33.00	9	51.96	15	68.88	21	127.92
4	41.52	10	54.12	16	84.12	22	128.04
5	42.12	11	55.56	17	93.12	23	173.40
6	45.60	12	67.80	18	98.64		

得到参数最优估计值是 $m=2.09789, h=81.88628$ **，此时适应度函数达到最小值** $f=0.1655869579\times10^{-45}$ **且稳定下来。**

例 2[19] **中某种绝缘薄膜的电气强度为** *Weibull* **三参数分布为例进行参数估计，应用极大似然法与进化策略算法相结合对参数进行估计在这里取适应度函数为**

$$f(r,q,b)=15\ln b-15-b\ln(q-r)+(b-1)\sum_{i=1}^{15}\ln(x_i-r)-\frac{1}{(q-r)^b}\sum_{i=1}^{15}(x_i-r)^b \qquad (3.11)$$

其中估计变量其取值范围为

$$0<b<3, 55<q<65, 45<r<55$$

参数设置：随机生成初始群体规模 $m=20$ **；重组：目标变量采取离散重组标准差采取中值重组；突变：采取高斯突变产生新个体** $l=140$ **，初始时标准差取为** $s(0)=2.0$ **；选择：采用** $(20,140)$ **选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数** $T_0=300$ **。**

表 3.2 **某种绝缘薄膜的电气强度测试结果如下（单位：** MV/m**）**

Table 3.2 a sort of insulation pellicular electric intensity test result (unit: MV/m)

序号	电气强度	序号	电气强度	序号	电气强度
1	60.46	6	60.71	11	56.13
2	58.72	7	60.82	12	62.44
3	61.25	8	61.21	13	64.29
4	55.73	9	55.13	14	61.22
5	60.70	10	59.14	15	59.14

得到参数最优估计值是 $r = 52.714, b = 2.9902, q = 61.465$ **，此时适应度函数达到最小值** $f = 34.712$ **且稳定下来.**

例3 [19] **检验齿轮轮齿疲劳断裂应力循环次数分布为例（符合** *Weibull* **三参数分布）进行参数估计，应用极大似然法与进化策略算法相结合对参数进行估计具体过程如下，根据上面的算法在这里取适应度函数为**

$$F(m,h,g) = -\sum_{i=1}^{71} \ln \frac{m}{h}\left(\frac{x_i - g}{h}\right)^{m-1} e^{\left(-\left(\frac{x_i - g}{h}\right)^{m}\right)} \tag{3.12}$$

其中由传统方法得估计参数范围 $0 < m < 3, 3000 < h < 6000, 2000 < g < 3956$

随机生成初始群体规模 $m = 15$ **，重组：目标变量采取离散重组标准差采取中值重组，突变：采取高斯突变产生的新个体** $l = 105$ **，初始时标准差取为** $s(0) = 3.0$ **，选择：采用** $(15,105)$ **选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数** $T_0 = 500$ **.**

得到参数最优估计值， $m = 2.11802$ **，** $h = 81.8901$ **，** $f = 666.7636$ **，应用进化策略优化适应度函数** f **很快就达到最小值并且稳定下来，此方法收敛速度快求解优的特点。**

表 3.3 齿轮轮齿断裂实验测试数据

Table 3.3 gear tooth rupture experiment test data

序号	应力循环次数	序号	应力循环次数	序号	应力循环次数
1	3956.42	25	6249.29	49	9967.45
2	4004.18	26	6279.76	50	10136.31
3	4091.61	27	6279.76	51	10172.88
4	4355.05	28	6572.64	52	10172.88
5	4355.40	29	6740.48	53	10308.04
6	4376.01	30	6887.65	54	10935.00
7	4391.71	31	7183.09	55	10609.23
8	4487.68	32	7209.00	56	10609.23
9	4487.68	33	7209.00	57	10788.97
10	4736.67	34	7209.00	58	10879.97
11	4736.67	35	7209.00	59	10971.75
12	4939.85	36	7366.40	60	11594.41
13	4963.62	37	7581.64	61	11990.59
14	5220.19	38	7581.64	62	12237.71
15	5353.41	39	7581.64	63	12400.31
16	5372.72	40	7645.59	64	12400.31
17	5418.04	41	8246.00	65	12550.01
18	5444.11	42	8599.70	66	13198.73
19	5603.17	43	8713.97	67	13947.78
20	5698.10	44	9836.34	68	15557.12
21	5746.17	45	9044.42	69	17646.12
22	5843.32	46	9197.45	70	19848.23
23	6175.14	47	9511.73	71	23199.07
24	6197.41	48	9754.47		

3.6 实验结果分析

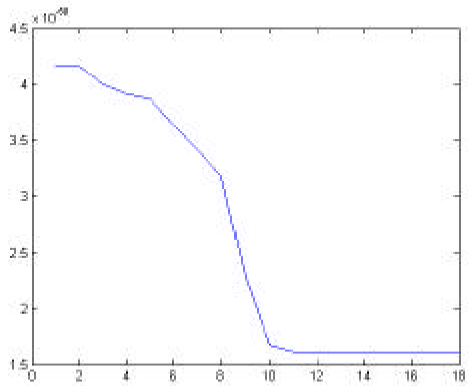

图 3.1 例 1 适应度值的变化趋

Figure 3.1 example 1 fitness value change tendency

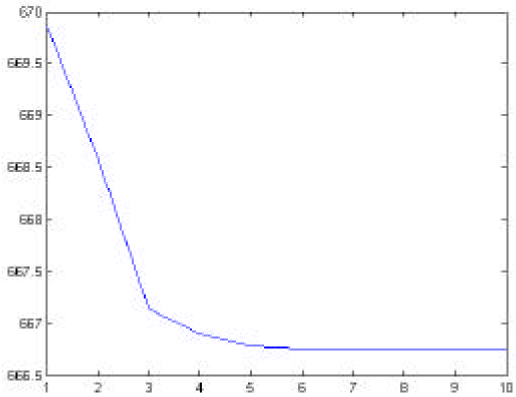

图 3.2 例 2 适应度值的变化趋

Figure 3.2 example 2 fitness value change tendency

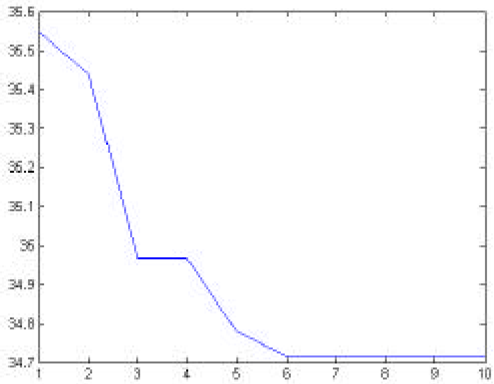

图 3.3 例 3 适应度值的变化

Figure 3.3 example 3 fitness value change tendency

从图 3.1、图 3.2、图 3.3 中我们可以看出应用进化策略与极大似然法相结合方法进行参数估计时迭代次数少收敛速度快等优点，所以此算法估计参数比应用传统方法更好。

3.7 本章小结

进化策略与极大似然法相结合估计参数，并且采用优化方法进行求解，可以避免繁琐的求导过程而且也避免求解非线性或超越方程组，大大的减少了计算量，同时进化策略算法它具有启发式随机搜索方法，仿效生物的进化与遗传，根据生存竞争和优胜劣汰的原则，使所要估计参数值从初始可行解逐渐逼近最优解，通过仿真结果表明估计参数值精度高，收敛速度快，从而为进化策略算法更好应用到参数估计中去提供了一种新的方法。

4 改进进化策略在线性回归模型参数估计中的应用

4.1 引言

人们在进行科学研究或应用研究时，经常要进行实验数据处理，以根据所掌握的数据来分析和推断所观察现象内部规律。而回归分析是实验数据处理中使用得最为普遍的一种数学方法。线性回归分析已经得到广泛应用，这是因为在很多的领域是线性回归模型。如在物理学、化学、地质学和地理学等学科的大量实验中，常遇到许多数据分析与计算等。有时候我们可以测量系统输入输出数据，我们根据机理分析建立模型的结构，要对模型中参数进行估计。对于线性回归分析中参数估计使用最多的方法是最小二乘法，根据回归模型做出对因变量变化趋势的预测．其中数学模型建立与求解都是在已有历史数据的前提下进行的,预测精度不仅取决于统计数据的准确性,还取决于模型随新增信息的动态性．也就是说作为预测的数学模型,必须随着新信息的不断涌现,及时修正模型中的参数,否则将难以保证预测的精度．因此本文提出一种新的改进进化策略算法来进行线性回归参数估计，充分利用进化策略是一种启发式随机搜索方法，它仿效生物的进化与遗传，根据生存竞争和优胜劣汰原则，使所要解决的问题从初始解逐渐逼近最优解，具有简单通用，鲁棒性强，高效实用等特点能处理线性回归参数估计问题。

4.2 线性回规模型及最小二乘估计简介

线性回归的模型一般可表示为

$$Y = f(X,q) + e \tag{4.1}$$

其中e服从正态分布$N(0,s)$， $X \in R^m$， $Y \in R$， $q \in R^p$， P为参数个数。
设已知观测值$\{(x_{i,}y_i); i=1,2,\cdots,n\}$，线性回归模型参数估计问题就是如何求出$q$的最小二乘估计值即求$\hat{q} \in R^p$使得对任何$q \in R^p$都有$s(\hat{q}) \le s(q)$

$$s(q) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i,q))^2 \tag{4.2}$$

有关最小二乘估计量的存在性，Jennrich[6]给出了如下定理

定理 1[22] 假设Θ为R^p上的紧子集，$f(X,q)$关于q在Θ上连续，则必存在R^p上的可测函数$q=\hat{q}(Y)$使得

$$\left\|Y-f(X,\hat{q}(Y))\right\|^2=\inf_{q\in\Theta}\left\|Y-f(X,q)\right\|^2 \qquad (4.3)$$

本文以线性回归模型为例讨论在最小二乘意义下应用改进进化策略来进行参数估计。

4.3 改进进化策略在线性回归模型参数估计中的实现

(1)确定问题表达式：这种表达式中个体由目标变量X和标准差两部分组成，每部分又可以有n个分量，即：

$$(q,s)=((q_1,q_2,\ldots,q_i,\ldots,q_n),(s_1,s_2,\ldots,s_i,\ldots,s_n)) \qquad (4.4)$$

q和s之间的关系是：
$$\begin{cases} s'_i=s_i.\exp(r'.N(0,1)+r.N_i(0,1) \\ q'_i=q_i+s_i.N_i(0,1) \end{cases} \qquad (4.5)$$

式中：(q_i,s_i)—父代个体的第i个分量；(q'_i,s'_i) —子代新个体的第i个分量；

$N(0,1)$—服从标准正态分布的随机数；$N_i(0,1)$—针对第i个分量重新产生一次符合标准正态分布的随机数；

r'—全局系数，等于$(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$，常取１；r—局部系数，等于$(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$，常取１，$s(0)=3.0$。

上式表明，新个体是在旧个体基础上随机变化而来。

(2)随机生成初始群体，进化策略中初始群体由m个个体组成，每个体(q,s)内又可以包含n个q_i,s_i分量。产生初始个体的方法是随机。

(3)计算初始个体的适应度：在这里适应度函数取为

$$F(q)=S(q) \qquad (4.6)$$

其中 $$s(q)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-f(x_i,q))^2$$

如若满足条件，终止；否则，往下进行。终止条件一般选择最大迭代次数T_0，

若运行次数超过T_0，程序终止。

(4) 根据进化策略，用下述操作产生新群体：

①重组：将两个父代个体交换目标变量和标准差，产生新个体。一般目标变量采用离散重组，标准差采用中值重组。

1)离散重组：

从m个父代个体中用随机的方法任选两个个体：

$$\begin{aligned}(q^1,s^1)&=((q_1^1,q_2^1,\ldots,q_n^1),(s_1^1,s_2^1,\ldots,s_n^1))\\(q^2,s^2)&=((q_1^2,q_2^2,\ldots,q_n^2),(s_1^2,s_2^2,\ldots,s_n^2))\end{aligned}\tag{4.7}$$

然后从这两个个体中组合出如下新个体：

$$(q,s)=((q_1^{q_1},q_2^{q_2},\ldots,q_n^{q_n}),(s_1^{q_i},s_2^{q_2},\ldots,s_n^{q_n}))\tag{4.8}$$

式中$q_i=1$或2。它以相同的概率针对$i=1,2,\ldots,n$随机选取。

2)中值重组：

从m个父代个体中用随机的方法任选两个个体如式(5),然后将父代个体各分量的平均值作为子代新个体的分量，构成的新个体为：

$$\begin{aligned}(q,s)=&((q_1^1+q_1^2)/2,(q_2^1+q_2^2)/2,\ldots,(q_n^1+q_n^2)/2),\\&((s_1^1+s_1^2)/2,(s_2^1+s_2^2)/2,\ldots,(s_n^1+s_n^2)/2))\end{aligned}\tag{4.9}$$

②突变：标准差采用柯西突变[7]，就是将原来变异算子中对标准差修正由原来的高斯分布产生的随机数改为由柯西分布所产生的随机数来修正而目标变量保持原来的高斯变异，即可以用下式表示

$$\begin{aligned}s'_i(j)&=s'_i(j)\cdot\exp(t_2\cdot h+t_1\cdot h_j)\\q'_i(j)&=q'_i(j)+s'_i(j)\cdot N_j(0,1),i=1,\cdots,n\end{aligned}\tag{4.10}$$

这里h,h_j均为$t=1$的柯西随机变量比例参数，其中h_j用于更新每一个分量。对重组后的个体添加随机量，按照式子(2)产生新个体。

③计算新个体适应度。

④选择：采用精英策略，将这一代最优个体与上一代最优个体做一下比较如果它比上一代优就保留这一代最优个体否则保留上一代最优个体组成下一代群体，按(m,l)选择策略，挑选优良个体组成下一代群体。

（5）反复执行(4)，当运行次数超过T_0时终止程序，选择最佳个体作为进化策略的结果。

4.4 算法实现

见附录 2 源程序

4.5 仿真实例及结果分析

例 1[23] 中杨氏弹性模量的估计问题

问题的介绍杨氏弹性模量是描述固体材料抵抗形变能力的重要物理量，是选定机械构件材料的依据之一，是工程技术中常用的参数。准确的估计出材料的杨氏弹性模量在实际中具有重要意义，本文对钢丝的杨氏弹性模量进行估计。在外力的作用下，固体要发生形状变化，最简单的形变是棒状物的伸长或缩短。设一长度为 L ，横截面积为 S 的均匀钢丝，在拉力 F 的作用下伸长 ΔL ，单位面积上受到的作用力 F/S 称为应力，钢丝相对伸长量 $\Delta L/L$ 称为应变。根据胡克定律：在弹性范围内，应力与应变成正比，即：

$$\frac{F}{S}=E\frac{\Delta L}{L} \tag{4.11}$$

式子中的比例系数

$$E=\frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta L}{L}} \tag{4.12}$$

称作材料的杨氏弹性模量，它是表征材料性质的物理量。

上式中 F,L,S 可以用一般的方法测得，但是伸长量 ΔL 只值甚小，无法用一般的工具进行测量，我们在实验中采用光杠杆法测微小伸长量。光杠杆法所用的光放大原理被广泛地应用于测量技术中，光放大法还被应用于一些高灵敏度的测量仪器中测量微小的角度变化。采用下面介绍的光杠杆法加以测量，光杠杆系统的装置和原理如图 3.1 当钢丝受力伸长时，后支脚随夹头下移，平面反射镜则可绕前支点连线转动，光杠杆的放大原理如图 3.1 所示。假设开始时平面反射镜的法线在水平方向，则标尺 S 上 n_1 处发出的光线经平面镜 M 反射后进入望远镜 T ，在望远镜中读到标尺读数 n_1 ，当钢丝拉伸后，光杠杆面镜的后支脚随钢丝夹头下落 ΔL ，带动反射镜 M 转过一个角度 q ，这时 n_2 处发出的光线经平面镜反射后进入望远镜故在望远镜中可读得标尺读数 n_2 ，根据反射定律知 $\angle n_2 o n_1=2q$ 。设镜架后支　脚到前支点连线的距离为 b ，标尺到反射镜的距离为 R ，有

$$\tan q=\frac{\Delta L}{b} \quad , \quad \tan 2q=\frac{n_2-n_1}{R} \tag{4.13}$$

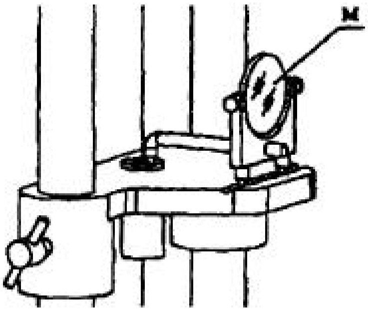

图 4.1 光杠杆平面镜[28]

Figure 4.1 light lever flat mirror

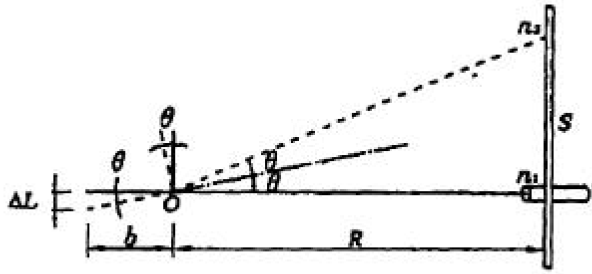

图 4.2 光杠杆原理[28]

Figure 4.2 light lever principle

$$\tan 2q = \frac{2\tan q}{1-\tan^2 q} \quad , \quad \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{2\dfrac{\Delta L}{b}}{1-(\dfrac{\Delta L}{b})^2} \tag{4.14}$$

$$\Delta L = \frac{\sqrt{R^2+\Delta n^2}-R}{\Delta n}\cdot b \tag{4.15}$$

由图可以看出 $\Delta n = n_2 - n_1$，比ΔL大的多，光杠杆把对测量刚丝的伸长转换成对放大标尺读数变化量的测量。受力F与Δn的函数关系为

$$F = E\cdot p\,(\frac{d}{2})^2\cdot b\,\frac{\sqrt{R^2+\Delta n^2}-R}{\Delta n L} \tag{4.16}$$

对于数据的处理目前我们是应用逐差法对实验数据进行处理。对于逐差法，要求是线性函数关系连续等距的测量。从上面的讨论，受力F已不与Δn成线性关系。在逐差法数据处理中我们认为q很小，对公式作了近似的处理，这样会给结果带来一定的误差。

下表是实验中测得的一组数据，F是所加的力，Δn是标尺的变化量，我们应用改进的进化策略来估计杨氏弹性模量的值。适应度函数取为：

$$f = \sum_{i=1}^{7}(\hat{F_i} - F_i)^2 \tag{4.17}$$

上式中的d, b, L, R应用测量工具测得分别为

$d = 0.0005m, b = 0.067m, R = 1.16m, L = 0.96m$

待估计参数杨氏弹性模量 E **的取值范围** $1.85\times10^{11} < E < 2.0\times10^{11}$ **这是由先验知识得的。**

参数设置：分别为，随机生成初始群体规模 $m = 30$ **，突变产生的新个体** $l = 210$ **，初始时标准差取为** $s(0) = 3.0$ **，** r' **—全局系数取１；** r **—局部系数取１．标准差采用柯西突变那里面的** h, h_j **均为** $t = 1$ **柯西随机变量，目标变量采用高斯突变；选择：采用** $(30,210)$ **选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数** $T_0 = 200$ **和解的精度** e **=0.1**

表 4.1 实验数据

Table 4.1 experiment data

次数	1	2	3	4	5	6	7
$F(N)$	9.8012	19.6024	29.4036	39.2048	49.2048	58.8072	68.6084
$\Delta n(cm)$	0.77	1.55	2.30	3.10	3.87	4.66	5.42

我们用改进的进化策略求 E **最小二乘估计。结果如下表**

表 4.2 两种算法估计参数比较

Table 4.2 two algorithms paramter estimation comparison

方法	$E(N/m^2)$	$\sum_{i=1}^{7}(\hat{F}-F)^2$
逐差法	1.93×10^{11}	0.122717
改进进化策略	1.92876×10^{11}	0.119764

在该数值仿真中应用改进的进化策略所得结果是经过多次运行的最好值。该算法收敛速度快，效果也比逐差法好，从而可以将进化策略应用在测量数据处理中去。

例 2[24] **估计 0 摄氏度时铜棒长度** y_0 **和铜的线性膨胀系数 a 在不同温度下，测定铜棒的长度如下**

表 4.3 实验数据

Table 4.3 experiment data

I	1	2	3	4	5	6
$T(^0c)$	10	20	25	30	40	45
$L(cm)$	2000.36	2000.72	2000.80	2001.07	2001.48	2001.60

试估计 0 摄氏度时铜棒长度 y_0 和铜的线性膨胀系数 a.测量方程为

$$y = y_0(1+at) \tag{4.18}$$

最小二乘估计为：

$$\sum v^2 = \sum_{i=1}^{6}(l_i - y_0(1+at))^2 \tag{4.19}$$

在这里适应度函数取为

$$f = \sum_{i=1}^{6}(l_i - y_0(1+\hat{a}t_i))^2 \tag{4.20}$$

参数设置：分别为,随机生成初始群体规模 $m=15$，突变产生的新个体 $l=105$，初始时标准差取为 $s(0)=3.0$，r' —全局系数取１；r —局部系数取１.目标变量采用柯西突变那里面的 h, h_j 均为 $t=1$ 柯西随机变量；选择：采用 $(15,105)$ 选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数 $T_0=200$ 和解的精度 e =0.01。

确定个体的取值范围：根据测量得到的数据，取长度分量取值范围为 $1990mm < y_i < 2010mm$，线性膨胀系数分量在区间 $[0,1]$ 值。

应用进化策略估计的参数值与传统的方法比较如下表

表 4.4 两种算法估计参数比较

Table 4.4 two algorithms paramter estimation comparison

方法	$y_0(mm)$	$a(^0c)$	$\sum v^2$
矩阵计算法	1999.97	0.0000183	0.010533
文献[24]	1999.98	0.0000182	0.010507
改进进化策略	1999.96559	0.000018253	0.0105064

从上面的结果可以看出，该算法求解精度高。

例 3[24] 对中两个电容 C_1 和 C_2 进行等精度测量，第一次测量 C_1，第二次测量 C_2，第三次将之串联，得到的测量结果分别为：

$$l_1 = 0.2071mF, l_2 = 0.2056mF, l_3 = 0.4111mF$$

求最佳估计电容值。待估计电容的取值范围为 [0,1]

测量方程如下

$$f_1 = C_1 \qquad f_2 = C_2 \tag{4.21}$$

$$f_3 = C_1 + C_2 \tag{4.22}$$

$$v_i = l_i - f_i \tag{4.23}$$

适应度函数取为

$$F = \frac{1}{(1+\sum_{i=1}^{3} v_i^2)} \tag{4.24}$$

参数设置：分别为,随机生成初始群体规模 $m = 20$，突变产生的新个体 $l = 140$，初始时标准差取为 $s(0) = 3.0$， r' —全局系数取１；r —局部系数取１。目标变量采用柯西突变那里面的 h, h_j 均为 $t = 1$ 柯西随机变量；选择：采用 (20,140) 选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数 $T_0 = 100$ 和解的精度 e =0.999。

应用进化策略估计的参数值与传统的方法比较如下表

表 4.5 三种算法估计参数比较

Table 4.5 three algorithms paramter estimation comparison

方法	$C_1(mF)$	$C_2(mF)$	$\sum_{i=1}^{4} v_i^2$
矩阵计算	0.206613	0.205115	0.0000011905
文献[24]	0.206613	0.205115	0.0000011906
改进进化策略	0.206611	0.205116	0.0000011901

从表中可以看出，改进进化策略进行测量数据中的参数估计是更好的方法。

4.6 本章小结

应用改进进化策略进行线性回归参数估计时，由于进化策略具有描述简单、通用、较少受初始条件的限制以及全局最优的等优点，克服了传统算法对模型的限制条件较强、通用性差的缺点，从而为线性回归参数估计领域提供了一种新的方法。

5 混合模拟退火-进化策略算法在非线性回归模型参数估计中的应用

5.1 引言

近年来，非线性回归分析的研究受到广泛的重视，在语音信号处理、生物医学和地震预测等方面得到了广泛的应用．由于非线性模型一般都比较复杂,且不容易获得其参数估计,从而极大地限制了它的应用和发展．非线性回归模型参数估计的常见算法有:直接搜索法、Hooke-Jeeves 法、Nelder-Mead法Gauss-Newton法、变尺度法和同伦算法等．这些算法通常只对某一类特定问题有效,且要求模型具有连续、可导、单峰等特性．在参考文献[2]中提出了基于数论的序贯法,此方法不需要导数等辅助信息,但其原则上仍是一种“爬山”搜索法,而且算法的效率很大程度地受限于初始邻域的选取及每一次迭代时邻域加细的精度．基因算法(GA) 是一种全局优化算法[26],但它存在收敛慢的问题．因此,将GA 与一些统的寻优方法(如爬山法、模拟退火法、牛顿法等) 结合起来，可在保持算法通用性的基础上提高算法的效率．Render[27] 等人提出了一种将拟牛顿法与传统GA 相结合的算法用于非线性函数优化,提高了算法的收敛速度。但由于拟牛顿法需求函数的一阶导数，因而该方法的通用性受到一定的限制。进化策略是一种自适应启发式的随机搜索方法,它在确定了编码方案，适应度函数及变异算子以后,算法将根据“适者生存，不适应者淘汰”的策略,从而不断地向最佳解方向逼近，它全局搜索能力强，可是局部收索能力差些。而模拟退火算法具有较强的局部搜索能力。本文提出一种新的混合模拟退火-进化策略算法，充分利用模拟退火算法与进化策略优势互补，来进行非线性回归参数估计。

5.2 非线性回归模型及其最小二乘估计简介[22]

非线性回归的模型一般可表示为

$$Y = f(X,q)+e \tag{5.1}$$

其中e服从正态分布$N(0,s)$， $X\in R^m$， $Y\in R$， $q\in R^p$， P为参数个数。

设已知观测值$\{(x_{i,}y_i);i=1,2,\cdots,n\}$，非线性回归模型参数估计问题就是如何求出$q$的最小二乘估计值即求$\hat{q}\in R^p$使得对任何$q\in R^p$都有$s(\hat{q})\le s(q)$

$$s(q)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-f(x_i,q))^2 \tag{5.2}$$

非线性回归模型有多种，常用的几种模型如下

（1） S 形生长模型：工程、生物、经济学中，形状为"S"的生长曲线普遍，根据不同形状，又建立不同函数模型[26]

Gompertz 模型 $$f(x)=ae^{-e^{b-rx}} \tag{5.3}$$

Logistic 模型 $$f(x)=\frac{a}{1+e^{b-rx}} \tag{5.4}$$

Richard 模型 $$f(x)=\frac{a}{(1+e^{b-rx})^{\frac{1}{d}}} \tag{5.5}$$

MMF 模型 $$f(x)=\frac{br+ax^d}{r+x^d} \tag{5.6}$$

Weibull 模型 $$f(x)=a-be^{-rx^d} \tag{5.7}$$

（2） 指数模型 $$f(x)=ae^{\frac{b}{x}} \tag{5.8}$$

（3）渐进回归模型 $$f(x)=a-br^x \quad 其中\ 0<g<1 \tag{5.9}$$

对于非线性模型参数估计最小二乘准则的存在性，Jennrich[6]给出了如下定理

引理 1[22] 假设Θ为R^p上的紧子集，$f(X,q)$关于q在Θ上连续，则必存在R^p上的可测函数$q=\hat{q}(Y)$使得

$$\left\|Y-f(X,\hat{q}(Y))\right\|^2=\inf_{q\in\Theta}\left\|Y-f(X,q)\right\|^2 \tag{5.10}$$

本文以非线性回归模型为例讨论在最小二乘意义下应用混合模拟退火-进化策略算法来进行参数估计。

5.3 模拟退火算法简介[15]

模拟退火算法(Simulated Annealing，简称SA)是近年来提出的模拟固体退火过程的适合解大规模组合优化问题通用有效近似算法。其基本思想就是通过模拟高温物体退火过程的方法来找到优化问题全局最优或近似全局最优解。首先产生一个初始解作为当前解，然后在当前解的邻域中，以概率$p(T)$选择一个非局

部最优解，并令这个解再重复下去，从而保证不会陷入局部最优。开始时允许随着参数调整，目标函数偶尔向增加的方向发展(对应于能量有时上升)，以利于跳出局部极小区域。随着假想温度降低（对应于物体的退火），系统活动性降低，最终以概率1稳定在全局最小区域。模拟退火算法的基本流程如下：

(1)选取初始点 X_0 和初始温度 T ,计算初始点的目标函数值 $R(X_0)$；

(2)对 X_0 进行随机扰动产生一个新点 X_1，计算相应的目标函数值 $R(X_1)$ 然后和 $R(X_0)$

$$\Delta R = R(X_1) - R(X_0) \tag{5.11}$$

(3) 若 $\Delta R < 0$，则 X_1 被接受；若 $\Delta R > 0$，则产生一个 $[0,1]$ 上的随机数 A，并计算接受非优点 X_1 的概率 $P = \exp(-\frac{\Delta R}{T})$ 。若 $P > A$，则接受非优点 X_1，当新点 X_1 被接受时，

$$X_0 = X_1, R(X_0) = R(X_1) \tag{5.12}$$

(4) 在温度 T 下，重复一定次数扰动和接受过程，即重复第（2）步和第（3）步；

(5) 按照一定方式降低温度 T，本文利用退火函数 $T_{i+1} = vT_i$ 进行退火，其中 $v \in (0,1)$ 为退火速率，$T_{i+1} < T_i$；

(6) 检查终止条件，如果满足则转第（7）步，否则重复第（2）步；

(7) 当前解为最优解，输出结果，停止。

模拟退火算法具有较强的局部搜索能力、并能使搜索过程避免陷入局部最优解、通用易实现等优点。但是，为寻到最优解，算法通常要求较高的初温、较慢的降温速率，以及较低的终止温度，因而模拟退火算法往往优化过程较长，这也是其最大的缺点。

5.4 混合模拟退火-进化策略算法在非线性回归模型参数估计中实现

(1) 确定问题的表达式。这种表达式中个体由目标变量 X 和标准差两部分组成，每部分又可以有 n 个分量，即：

$$(X,s)=((x_1,x_2,\cdots,x_i,\cdots,x_n),(s_1,s_2,\cdots,s_i,\cdots,s_n)) \quad (5.13)$$

X 和 s 之间的关系是：$\begin{cases} s_i' = s_i \cdot \exp(r' \cdot N(0,1) + r \cdot N_i(0,1)) \\ x_i' = x_i + s_i' \cdot N_i(0,1) \end{cases}$ (5.14)

式中：(x_i, s_i) —父代个体的第 i 个分量；(x_i', s_i') —子代新个体的第 i 个分量；

$N(0,1)$ —服从标准正态分布的随机数； $N_i(0,1)$ —针对第 i 个分量重新产生一次符合标准正态分布的随机数；

r' —全局系数，等于 $(\sqrt{2\sqrt{n}})^{-1}$，常取 1 ；r —局部系数，等于 $(\sqrt{2n})^{-1}$，常取 1，$s(0)=3.0$。

上式表明，新个体是在旧个体基础上随机变化而来。

(2) 随机生成初始群体：进化策略中初始群体由 m 个个体组成，每个个体 (X,s) 内又可以包含 n 个 x_i, s_i 分量。产生初始个体的方法是随机。

(3) 计算初始个体的适应度。在这里适应度函数取为

$$F(q) = S(q) \quad (5.15)$$

其中 $$s(q) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i, q))^2$$

如若满足条件，程序终止；否则，往下进行。终止条件一般选择最大迭代次数 T_0 和参数估计精度 e，若运行次数超过 T_0，程序终止。

(4) 根据进化策略，用下述操作产生新群体：

①重组：将两个父代个体交换目标变量和标准差，产生新个体。一般目标变量采用离散重组，标准差采用中值重组。

1)离散重组：

从 m 个父代个体中用随机的方法任选两个个体：

$$\begin{aligned} (X^1,s^1)&=((x_1^1,x_2^1,\ldots,x_n^1),(s_1^1,s_2^1,\ldots,s_n^1)) \\ (X^2,s^2)&=((x_1^2,x_2^2,\ldots,x_n^2),(s_1^2,s_2^2,\ldots,s_n^2)) \end{aligned} \quad (5.16)$$

然后从这两个个体中组合出如下新个体：

$$(X,s)=((x_1^{q_1},x_2^{q_2},\ldots,x_n^{q_n}),(s_1^{q_1},s_2^{q_2},\ldots,s_n^{q_n})) \quad (5.17)$$

式中 $q_i = 1$ 或 2。它以相同的概率针对 $i=1,2,\cdots,n$ 随机选取。

2)中值重组：

从 m 个父代个体中用随机的方法任选两个个体如式(5)，然后将父代个体各分量的平均值作为子代新个体的分量，构成的新个体为：

$$\begin{aligned}(X,s)=\Big(&((x_1^1+x_1^2)/2,(x_2^1+x_2^2)/2,\ldots,(x_n^1+x_n^2)/2), \\ &((s_1^1+s_1^2)/2,(s_2^1+s_2^2)/2,\ldots,(s_n^1+s_n^2)/2)\Big)\end{aligned} \quad (5.18)$$

②突变：对重组后的个体添加随机量，按照式子(2)产生新个体。

（5）对经过重组和突变后群体中每一个个体引入模拟退火操作：

①设置初始温度 $T=q$ 并计算经过重组和突变后群体 X_0 中每一个个体适应度函数值

②对 X_0 进行随机扰动（突变操作）产生一个新点 X_1，计算相应的目标函数值 $R(X_1)$ 和目标函数差值 ΔR

$$\Delta R = R(X_1) - R(X_0) \tag{5.19}$$

③若 $\Delta R < 0$，则 X_1 被接受；若 $\Delta R > 0$，则产生一个 $[0,1]$ 上的随机数 A，并计算接受非优点 X_1 的概率 $P=\exp(-\frac{\Delta R}{T})$ 。若 $P > A$，则接受非优点 X_1。当新点 X_1 被接受时,

$$X_0 = X_1, R(X_0) = R(X_1) \tag{5.20}$$

④在温度 T 下，重复一定次数的扰动和接受过程，即重复第②步和第③步；

⑤按照一定方式降低温度 T，本文利用退火函数 $T_{i+1}=vT_i$ 进行退火，其中 $v\in(0,1)$ 为退火速率，$T_{i+1}<T_i$；

⑥检查终止条件,若连续若干次降温后最优点没有改进或降到给定的阀值则输出当前最优点，计算结束否则重复第②步；

（6）计算经过模拟退火操作个体适应度。

（7）选择：按照((m,l))选择策略，挑选优良个体组成下一代群体。

（8）终止条件判断。若连续几代个体的平均适应度的差小于某一给定阀值或经过指定的进化代数之后，就停止操作，并将当前群体中适应度最好的个体作为待估计参数值。不满足终止条件，则转到（4）继续进行进化。

5.5 算法实现

见附录 3 源程序

5.6 计算机仿真实例及结果分析

例 1[22] 以谷安酸菌体生长模型进行参数优化。菌体种子接入发酵罐以后，就在罐内按自然规律生长繁殖，整个发酵期间，若无杂菌和噬菌体的侵袭，罐内外没有大规模菌体迁移，菌体在发酵罐内的自然生长繁殖可以用 Verhulst 方程来描述

$$\frac{dy(t)}{dt}=ry(t)(1-\frac{y(t)}{k}),y(0)=y_0(3) \tag{5.21}$$

在工业生产的实际过程中，鉴于接入发酵罐中的菌体有一个适应环境的过程，菌体的增殖有一段时间的滞后t_1，为此，将上式改写成：

$$y(t)=y_0,0\le t\le t_1 \tag{5.22}$$

$$\frac{dy(t)}{dt}=ry(t)(1-\frac{y(t)}{k}) \tag{5.23}$$

对上述的微分方程进行求解可得：

$$y(t)=\frac{k}{1+e^{a-rt}}\quad ,\quad y_0=\frac{k}{1+e^{a}} \tag{5.24}$$

式 5.24 即可作为菌体在发酵罐内的生长模型，其中$y(t)$为菌体浓度，t为菌体生长时间，r,a,k为待定模型参数。利用混合模拟退火-进化策略算法进行参数估计的目的就是确定菌体生长模型中的参数r,a,k使得实际观测值与模型估计值误差满足事先给定精度实际观测得数据是文献[29]中提供的如下

表 5.1 菌体浓度实际观测数据

Table 5.1 bacteria chroma practicality observation data

生长时间$t(h)$	菌体浓度$y(g/l)$	生长时间$t(h)$	菌体浓度$y(g/l)$
2	0.32	12	0.86
3	0.35	13	0.87
4	0.36	14	0.87
5	0.40	15	0.89
6	0.58	16	0.90
7	0.64	17	0.90
8	0.74	18	0.90
9	0.78	19	0.90
10	0.82	20	0.90
11	0.85	21	0.90

待估计参数取值范围是由先验知识得$0<r<5$，$0<a<5$，$0<k<5$。适应度函数取为

$$f=\sum_{i=1}^{21}(\hat{y_i}(t)-y_i(t))^2 \tag{5.25}$$

随机生成初始群体规模$m=30$，突变产生的新个体$l=210$，初始时标准差取为$s(0)=3.0$，r'—全局系数取１；r—局部系数取１；模拟退火的初始温度

$T_0 = 1000$，退火率 $v = 0.9$；选择：采用 $(30,210)$ 选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数 200 和解的精度 e =0.09。

根据表 1 中给的数据，利用混合模拟退火—进化策略算法对待估计参数进行估计，并与人工神经网络[29] (ANN)、标准遗传算法[30] (SGA) 两种方法进行比较结果如下表

表 5.2 菌体生长模型参数估计结果

Table 5.2 bacteria growth model parater estimation result

参数	ANN	SGA	混合模拟退火—进化策略算法
r	0.370009	0.37	0.3701
a	1.698644	1.73	1.71256
k	0.908464	0.911081	0.908725

例 2[31] 根据参考文献给出了 $P05$ 硬质合金刀片车削 $38CrNi3MoVA$ 的实验数据，以切削温度回归模型的参数估计为例，实验数据如下表

表 5.3 切削温度实验数据

Table 5.3 cuting temperature experiment data

序号 i	a_p / mm	f / mmr^{-1}	$V / m\min^{-1}$	切削温度 $T_i / {}^0C$
1	1	0.1	60	740.24
2	1.41	0.2	60	793.80
3	2	0.4	60	854.80
4	1.41	0.1	94.8	819.42
5	2	0.2	94.8	870.00
6	1	0.4	94.8	904.80
7	2	0.1	150	879.60
8	1	0.2	150	911.10
9	1.41	0.4	150	974.10

其回归模型为

$$T_r = k \cdot (a_p)^a \cdot f^b \cdot v^c \qquad (5.26)$$

对回归模型进行参数估计即是根据实验确定模型中的系数 k,a,b,c 并使误差最小本文采用混合模拟退火—进化策略算法进行参数估计,在这里首先

必须给出待估计参数的合理取值范围结合参考文献确定参数取值范围为：

$$100 < k < 500, 0.01 < a < 0.05, 0.05 < b < 0.1, 0.1 < c < 0.2$$

取适应度函数为

$$f = \sum_{i=1}^{9} (\hat{T}_r(i) - T(i))^2 \tag{27}$$

参数设置：随机生成初始群体规模 $m = 40$，突变产生的新个体 $l = 280$，初始时标准差取为 $s(0) = 3.0$， r' —全局系数取 1 ； r —局部系数取 1 ；模拟退火的初始温度 $T_0 = 1500$，退火率 $v = 0.9$ ；选择：采用 $(40,280)$ 选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数 200 和解的精度 e =0.09。

根据所给数据估计的参数结果与文献结果比较如下表

表 5.4　三种算法参数估计比较

Table 5.4　three algorithms paramter estimation comparison

参数	文献[30] 最小二乘法	文献[29] GA	混合 $SA-ES$
k	467	470	471
a	0.033	0.032	0.0315
b	0.080	0.083	0.081
c	0.16	0.1588	0.1589

所得的剩余标准差为 5.1125 而参考文献[31] 和参考文献[32] 中得的标准差分别为 5.13 ，5.669。显然本文的方法要优于以上两种方法。

例 3[28] 对渐进回归模型 $f(x) = a - b r^x$ 的参数进行估计，实验数据如下表

表 5.5　实验数据

Table 5.5　experiment data

x	12	23	40	92	156	215
y	0.094	0.119	0.199	0.260	0.309	0.331

利用混合模拟退火—进化策略算法进行参数估计取如下适应度函数

$$F(a,b,g) = \frac{1}{1+S(q)} \tag{5.28}$$

其中 $S(q) = \sum_{i=1}^{6} (y_i - f(x_i, q))^2$

取均方差为 $$d^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{a}+\hat{b}^{x_i})^2}{n-3} \quad (5.29)$$

结合参考文献[28]先验知识得待估计参数的取值范围分别为

$$0<a<2,0<b<1,0<g<1$$

参数设置：随机生成初始群体规模 $m=40$，突变产生的新个体 $l=280$，初始时标准差取为 $s(0)=3.0$，r' —全局系数取１；r —局部系数取１；模拟退火的初始温度 $T_0=1500$，退火率 $v=0.9$；选择：采用 $(40,280)$ 选择策略，挑选优良的个体组成下一代群体，终止条件设为最大迭代次数 200 和解的精度 e =0.09。

参数估计的结果如下表

表 5.6 二种算法参数估计比较

Table 5.6 two algorithms paramter estimation comparison

方法	$\hat{a}$	$\hat{b}$	$\hat{g}$	d^2
演化计算[26]	0.335023	0.295515	0.983830	0.000201878371
本文混合算法	0.334910	0.294597	0.9841025	0.000201745632

本文得到参数估计是经过多次程序运行中最好的结果。

5.7 本章小结

本章提出了混合模拟退火—进化策略算法它与传统方法相比较，混合算法具有描述简单、易于操作操作、使用灵活、通用、受初值的影响比较小具有全局最优等特点。混合算法应用于非线性回归模型参数估计，克服了传统的算法对模型的限制性条件较强、通用性较差的缺点，可以广泛应用到参数估计领域中去。

6 结束语

参数估计是数理统计的一个重要分支，它是人们在进行科学研究或应用研究时，经常要进行实验数据的处理，以根据所掌握的数据来分析和推断所观察现象的内部规律。而回归分析大概是实验数据处理中使用得最为普遍的一种数学方法。研究对象是利用人工智能的方法来对参数进行估计。内容包括分布密度函数中的参数估计、线性回归模型参数估计、非线性回归模型参数估计。本文采用了进化策略算法来研究参数估计，把参数估计问题转化为函数优化问题以达到解决参数估计问题的目的。从文中可以看出，利用进化策略算法并行搜索和全局收敛的特性能有效的解决传统方法的不足。

进化策略是一种建立在模拟生物进化过程基础上的随机搜索优化技术，是近年来智能计算领域的研究热点。它采用简单的编码来表示各种复杂的结构，并通过对一组编码表示进行简单的进化操作和优胜劣汰的自然选择，从而来指导学习和确定搜索空间。其采用的种群并行搜索方式使进化计算特别适合于解决在复杂情况下的大规模寻优问题。

本文重点研究了进化策略在参数估计中的应用，主要做了以下几个方面的工作：

（1）利用标准进化策略对分布密度函数中的参数进行估计。

（2）利用改进进化策略算法对线性回归模型参数进行估计。

（3）利用混合模拟退火---进化策略算法对非线性回归模型参数估计进行了研究 。

受笔者学术水平、资料和时间等方面的限制，本文的工作和成果只是初步的，恳请老师、专家、同事们提出批评，以改进本论文的研究。展望今后进一步研究的方向。本文是把进化策略应用到参数估计中，由于进化策略的理论还不太成熟，所以还要在理论证明方面进行深入的研究，这样对于应用来说更有充分的理论支持。另外，本文只是把进化策略应用在参数估计上在其它方面有待进一步研究。

参 考 文 献

[1] 冯培悌.系统辩识. [M] .杭州：浙江大学出版社，1999.

[2] 蔡燏东，陈常庆等.用人工神经网络辩识发酵动力学模型参数 [J]. 生物数学学报，1994，9（4）：103-107.

[3] D.E.Goldberg. Genetic Algorithm in Search Optimation and machine Learning,reading [J]. Ma:Addison-Wesley Publishing ,1989 ,chapter.1-3.

[4] 方开泰，张金廷.非线性回归参数估计的一个新算法[J]. 应用力学学报，1993（3）:366-377.

[5] 赵明旺.非线性回归模型辨识的混合计算智能算法[J]. 系统工程理论与实践, 1997, 10:99-103.

[6] Jin Juling,Yang Xiaohua. accelerating Genetic Algorithm and its Application To estimating parameters of Environmental models[J]. Shanghai Environment science 1998,4:7-9.

[7] 熊银键 , 嵇启春.演化算法在非线性参数估计中的应用[J]. 西安建筑科技大学学报，1999，31(1):93-96.

[8] 陈金山 , 韦刚.一种线性回归模型参数估计的混合基因算法[J].电子与信息学报,2001.23(8):819-822.

[9] 杨桂元 , 唐小我.预测模型中参数估计的最优化方法[J].系统工程理论与实践 2002,8:85-89.

[10] 郭朝有 , 贺国.遗传算法在非线性回归模型辩识中的应用[J].海军工程大学报,2003,4:70-73.

[11] 张兵 , 陈德钊.优进策略支持的进化规划估计反映动力学参数[J].高等化学工程学报,2004,10:639-642.

[12] 孙金玮 , 王庆龙.基于遗传算法的多功能传感器模型参数估计[J].哈尔滨工业大学学报,2004,4,286-289.

[13] 郑国庆 , 张国权.基于模拟退火算法的半参数线性回归模型的参数估计[J].华南农业大学学报,2006.,4,115-117.

[14] 陈伟 ，张从海 .混合模拟退火—遗传算法在参数估计中的应用[J].空间地理信息,2007,5(2):99-101.

[15] 王世华.遗传模拟退火算法在非线性最小二乘法中的应用[J].茂名学院学报,2007,17(4):59-62.
[16] 云庆夏.进化算法[M].北京：冶金工业出版社，2000.
[17] 李贤平 ，陈子毅.概率论与数理统计[M].上海：复旦大学出版社，2002.
[18] 谷耀新.三参数威布尔分布参数估计方法[J].沈阳工业学院学报,1997,1,27-29.
[19] 李剑 ， 张群会.两参数威布尔分布中参数的极大似然估计量的迭代求解法[J]. 机械强度,1994,16(3):67-68.
[20] 李忠华 ，陈宇.三参数 Weibull 分布的极大似然估计[J].绝缘材料通讯,1997,6,30-33.
[21] 陈金山 ，韦岗.一种新的非线性回归模型参数估计算法[J].控制理论与应用,2001,18(5):808-810.
[22] 龙作友 ，王丰.大学物理实验[M]. 武汉.湖北科学技术出版社,2003.
[23] 石玉. 提高实数遗传算法数值优化效率的研究[D]. 南京:南京航空航天大学，2002:
[24] 蒋学军 ，王秀荷.一般线性回归模型的参数估计[J].云南大学学报（自然科学版）,2005,14(4):340-342.
[25] 潘正君，康立山.演化计算[M].北京:清华大学出版社，1998.
[26] J.M.Render,S.P.Flasse.Hybrid methods using genetic algorithma for global optimization[J].IEEE,Trans.onSystem,Man,andCybernetics(PartB),1996,26(243-258
[27] 何长英.演化计算在参数估计中的应用[D]. 武汉.武汉大学,2004.
[28] 蔡煜东,陈常庆.用遗传算法辨识发酵动力学模型参数[J].化工学报,1995,46(3):338-342.
[29] 蔡煜东 ，陈常庆.用人工神经网络辨识发酵动力学模型参数[J].生物数学学报, 1994,9(4):103-107.
[30] 郭朝有 ，贺国.遗传算法在非线性回归模型辩识中的应用[J].海军工程大学学报,2003,15(2):70-73.
[31] 周建新,刘玉桐.用遗传基因算法实现切削实验数据拟合.西南石油学院学报,1998,8,62-63.
[32] Dempster A，Laird N，Rubin D．Maximum likelihood estimation from incomplete data via EM algorithm[J]. J．Royal Statistical Society Series B，1977，39,1-38.
[33] 朱显海 ，鹿长余.回归系数的非齐次线性估计的可容许性[J].应用概率统计,1986,2(2):97-99.

[34] Nash J C and Walker Smith M.Nonlinear Parameter Estimation[J].New York :Marcel Dekker Inc,1987.

[35] 王华胜，李忠厚.耗损故障的三参数 W eibull 分布极大似然估计方法[J].中国铁道科学,2004,25(5):39-42.

[36] Ratkow sky D A.非线性回归模型——统一的实用方法[M].南京,南京大学出版社,1986.

[37] 谢民育.多元回归系数线性估计的可容许性.科学通报[J].1989,34,144-1449.

[38] 陈清平，孙六全.一般多元回归模型中共同均值参数的线性估计的可容许性[J].华中师范大学学报,1996,30(2):125-129.

[39] 王新洲.非线性模型参数估计的直接解法[J].武汉测绘科技大学学报,1999,24(1):64-67.

[40] 郑国庆，张国权.基于模拟退火算法的半参数线性回归模型的参数估计[J].华南农业大学学报,2006,4,115-117.

[41] 刘刚，李信俊.模拟电路故障诊断参数估计及其遗传算法[J].电光与控制,1998,4,10-14.

[42] 张勇.应用线性回归模型[M]. 北京.中国统计出版社,1990.

[43] Vittorio M， Genetic Evolution of the Topology and Weight Distribution of Neural networks [J] IEEE,Trans on Neural Networks,1994,5(1):January.

[44] BICKEL P.J.On adaptive estimation.Ann Statist,1982,10,647-671.

[45] MONTEGOMERY D C,PECK E A.Introduction to linear regression analysis.New York,John Wiley,1992,297-316.

[46] A hmad K E.Modified weighted least-squares for the three2parameter Weibull distribution.Applied Mathematics Letters,1994,7(5):53-56.

[47] Q iao H Z, Tsoko s C P. Estimation of the three pa2rameter Weibull probability distribution.Mathe2matics and Computers in Simulation,1995,39(122):173-185.

[48] Pregibon D. Book review of P McCullagh and Nelder J A.Generalized linear models.The A nnals of Statistics,1984,12,1589-1596.

[49] 茆诗松 ，丁元.回归分析及其实验设计[M].上海.华东师范大学出版社,1981.

[50] 韦博成.近代非线性回归分析[M].南京.东南大学出版社,1989.

[51] 冯士雍.回归分析方法[M].北京.科学出版社,1985.

[52] 魏宗舒.概率论与数理统计教程[M].北京.高等教育出版社,1983.

[53] 郑国清，孙书安.纯非线性回归模型参数估计的新方法及应用[J].河南大学学报,1995,29(2):200-204.

[54] 金菊良，杨晓华.基因算法在 Logistic 曲线参数估计中的应用[J].农业系统科

学与综合研究,1997,13(3): 186-190.

[55] 王占权，赵朝义.进化策略中基于柯西分布的变异算子改进探讨[J].系统工程,1997,17(4):49-54.

[56] 高铁红，吴晓龙.非线性变参数估计的遗传算法[J].河北工业大学学报,2000,29(4): 62-65.

[57] 石立宝，郝晋.非线性回规模参数估计的自适应进化规划算法[J].仪器仪表学报,2001,22(4): 347-349.

[58] 陈金山，韦岗,一种新的非线性回归模型参数估计算法[J].控制理论与应用,2001,18(5):808-810.

[59] 张世强.非线性生物模型回归参数计算的一个新方法及应用[J].重庆医科大学学报,2003,28(6):754-757.

[60] 胡健闻,曾益.演化非线性参数估计在 PID 控制器设计中的应用[J].计算机仿真.2004,21(5): 86-88.

[61] 苏成利，徐志成等.PSO 算法在非线性系统模型参数估计中的应用[J].信息与控制,2005,34(1):123-125.

[62] 高歌，罗金生.通用遗传算法估算化学及生化反映动力学参数[J].计算机与应用化学,2005,22(10): 915-917.

[63] 桂传友.杨氏弹性模量测量实验的优化设计[J].巢湖学院学报,2005,7(3): 63-66.

[64] 陈伟,张从海.混合模拟退火-遗传算法在参数估计中的应用[J].地理空间信息,2007,5(2):99-101.

[65] 郑国萍,赵立强.多元线性回归模型参数估计的递推算法及误差分析[J].大学数学,2007,23(3):78-82.

[66] 唐淑琴，武颖琪.基于遗传算法的非线性参数估计器[J].系统仿真学报,1995,7(4):43-47.

[67] 蔡煜东，陈德辉.生态学数学模型参数优化估计的遗传算法[J].生态数学学报,1995,10(4):61-64.

[68] 孙晓云,蔡远利.利用改进遗传算法的参数估计[J].控制理论与应用,2004,23(1): 23-25.

[69] 孙晓云,高鑫.新型并行遗传算法及其在参数估计中的应用[J].计算机工程与应用,2005,19 ,50-52.

[70] 黄敏,彦学峰.差分进化算法的性能分析及其动力学模型参数估计[J].计算机与应用化学,2007,24(4): 445-447.

附录

附录1：基于进化策略的极大似然法求概率密度参数主要代码

```
a=3*rand(u,1);                    %生成初始群体
b=10*rand(u,1)+55;                %生成初始群体
c=10*rand(u,1)+45;                %生成初始群体
A=zeros(u,3);
A=[a b c];
sigma=zeros(u,3);
sigma(:,:)=3.0; x=[60.46;58.72;61.25;55.73;60.70;60.71;60.72;61.21;55.13;59.14;
    56.13;62.44;64.29;61.22;59.14];
g=zeros(u,1);
for i=1:u
g(i)=prod(A(i,1)./(A(i,2)-A(i,3)).*((x-A(i,3))./(A(i,2)-A(i,3))).^(A(i,1)-1).*exp(-(((x-
A(i,3))./(A(i,2)-A(i,3))).^(A(i,1)))));
end
f=zeros(u,1);
f=-log(g);
[f,index]=sort(f);
zuijie(1,:)=A(index(1),:);              %得到一个最优解
t=0;
AA=zeros(lenda,3);
Sigma=zeros(lenda,3);
while(t<100)
for k=1:lenda
k1=randperm(u);
AA(k,:)=A(k1(1),:);
Sigma(k,:)=(sigma(k1(1),:)+sigma(k1(2),:))/2;
end
r=1;
r1=1;
ra=randn(lenda,3);
ra1=randn(lenda,3);
Sigma=Sigma.*exp(r1*ra1+r*ra);
BB=zeros(lenda,3);
BB=AA;
AA=AA+Sigma.*ra;
G=zeros(lenda,1);
for i=1:lenda
G(i)=prod(AA(i,1)./(AA(i,2)-AA(i,3)).*((x-AA(i,3))./(AA(i,2)-AA(i,3))).^(AA(i,1)-
```

```
1).*exp(-(((x-AA(i,3))./(AA(i,2)-AA(i,3))).^(AA(i,1)))));
    end
    F=zeros(lenda,1);
  F=-log(G);
  [F,index]=sort(F);
  F(1)
  zuijie(1,:)=AA(index(1),:);
  A=AA(index(1:u),:);
  sigma=Sigma(index(1:u),:);
  t=t+1
  zuijie                              %最后得到最优解
  end
```

附录 2：改进进化策略在线性参数估计中应用主要代码

```
 for  t=1:T
 x=[12;23;40;92;156;215];
y=[0.094 0.119 0.199 0.260 0.309 0.331];
 y1=y(ones(6,1),:);
 a=0.1*rand(u,1)+0.3;                                   %生成初始群体
 b=0.1*rand(u,1)+0.2;                                   %生成初始群体
 c=0.1*rand(u,1)+0.9;                                   %生成初始群体
A=[a b c];
 x1=x(ones(6,1),:);
 sigma=zeros(u,3);
 sigma(:,:)=0.5;
for i=1:u
for j=1:u
 f1(i,j)=A(i,1)-A(i,2).*A(i,3).^x(j,1);
 end
 end
 g=zeros(u,u);
 g=sum((f1-y1).^2,2);
 shi= g;
 [you,index]=min(shi);
 zuijie(t,:)=A(index(1),:);
 jie(t)=you;
while(you<epsilon )
 AA=zeros(lenda,3);
 Sigma=zeros(lenda,3);
 r=1;
 r1=1;
 ra=randn(lenda,3);
```

```
 ra1=randn(lenda,3);
 Sigma=Sigma.*exp(r1*ra1+r*ra);
 AA=AA+Sigma.*ra;
 for  k=u+lenda+1:u+2*lenda            %单基因柯西突变
p=rsnderm(n);
ra=randa(1,1);
AA(k,p(1))=AA(k,p(1))+Sigma(k,p(1))*ra;
end
yy1=y(ones(lenda,1),:);
gg=zeros(lenda,1);
for i=1:lenda
for j=1:u
ff1(i,j)=AA(i,1)-AA(i,2).*AA(i,3).^x(j,1);
end
end
gg=sum((ff1-yy1).^2,2);
ff=gg;
shishi=ff;
[you,index]=sort(shishi);
A=AA(index(1:u),:);
sigma=Sigma(index(1:u),:);
you=shishi(1);
zuijie(t+1,:)=AA(index(1),:);
jie(t+1)=you;
end
end
jie;
zuijie;
mean(zuijie)
```

附录 3：混合模拟退火-进化策略算法在非线性参数估计中的应用.

```
format  long
 u=5;
 lenda=7*u;
 T=100;
 jie=zeros(T,1);
 zuijie=zeros(T,2);
 epsilon=0.1;
 for  t=1:T
 a=0.5*rand(u,1)+5;
 b=0.1*rand(u,1)-0.3;
 A=[a b];
```

```
x=[1;2;3;4;5];
y=[4.202834 3.258924 2.527006 1.95469 1.519394];
sigma=zeros(u,2);
sigma(:,:)=3;
f1=zeros(u,u);
y1=y(ones(u,1),:);
for i=1:u
for j=1:u
f1(i,j)=A(i,1).*exp(A(i,2).*x(j,1));
end
end
g=zeros(u,u);
g=y1-f1;
f=zeros(u,1);
f=sum(g.^2);
shi=f;
[you,index]=min(shi);
zuijie(t,:)=A(index(1),:);
jie(t)=you;
while(you>epsilon )
AA=zeros(lenda,2);
Sigma=zeros(lenda,2);
for k=1:lenda
k1=randperm(u);
AA(k,:)=A(k1(1),:)
Sigma(k,:)=(sigma(k1(1),:)+sigma(k1(2),:))./2;
end
r=1;
r1=1;
ra=randn(lenda,2);
ra1=randn(lenda,2);
Sigma=Sigma.*exp(r1*ra1+r*ra);
AA=AA+Sigma.* ra;
for i=1:lenda
for j=1:u
ff1(i,j)=AA(i,1).*exp(AA(i,2).*x(j,1));
end
end
yy1=y(ones(lenda,1),:);
ff=zeros(lenda,u);
ff=sum((yy1-ff1).^2);
shishi=ff;
[you,index]=sort(shishi);
```

```
A=AA(index(1:u),:);
  sigma=Sigma(index(1:u),:);
 you=shi(1);
[A(n+u+1:n+u+u)
sigma(n+u+1:n+u+u)]=SAnn(p,A(n+1:n+u),sigma(n+1:n+u),t,1000,4.5,3.0);%模拟退火
 for i=1:n+u+1
 for j=1:n+u+u
   f1(i,j)=A(i,1).*exp(A(i,2).*x(j,1));
   end
   end
   ff1=ones(n+2*u,1)*A;
   ff1=sum(g.^2);
  for i=1:n+2*u-1
  for j=i+1:n+2*u
  if ff1<0.001
  if f(i)>=f(j)
   f(i)=f(j)*10^3;
   else
  f(j)=f(j)*10^3;
   end
   end
   end
   end
   zuijie(t+1,:)=AA(index(1),:);
  jie(t+1)=you;
   end
   end
   jie;
   zuijie;
```

致 谢

研究生三年的学习生活转眼就要过去了,回想这三年的学习生活感触很多。在此，特别感谢我的导师周永权教授，每走一步，都无不包含他的悉心指导与鼓励，从开展课题到论文发表，都无不凝聚着导师的心血和汗水。回忆这三年，周老师严谨的治学态度、一丝不苟的工作作风、细致敏锐的洞察力、开阔的思路都给我留下了深刻的印象，还有对我的谆谆教诲都将让我受益终身，没有周老师的辛勤培养，就没有我今天取得的成绩。感谢数学与计算机科学学院各位领导以及王勇老师、黄文钧老师、黄留佳老师、蓝师义老师、刘美玲老师、刘桂青老师、曹敦虔老师、感谢刘焕文教授等的教育和帮助；感谢 05 级的研究生同班同学和所有帮助过我的师弟师妹；感谢我的好朋友张旭、尤松、吕海山、杨卫亮等给予我的鼓励，师弟夏慧明无私帮助。

我还要特别的感谢我的父母，感谢他们多年来对我的培养和支持。是他们无私的资助，不断的鼓励支持，才使我完成学业，顺利地走上工作岗位。我为有这样的父母而骄傲，没有他们，就不会有我的今天。感谢我的姐姐姐夫、弟弟弟妹，是他们的大力支持我才能完成自己的学业，再次对家人致以衷心的感谢！

此外，作者感谢广西民族大学三年来对我的培养。感谢曾经教育和帮助过我的所有老师。感谢百忙之中抽出时间参加论文评阅和评议的各位专家学者，感谢你们为审阅本文所付出的辛勤劳动！

攻读硕士期间参与的科研项目

1.**广西民族大学研究生创新计划项目项目号：**gxun-chx0753

2.**国家自然科学基金项目《变参数自适应代数神经网络及应用》项目号：**60461001

3.**广西自然科学基金项目《变参数自适应代数神经网络及应用》项目号：**0542048

4.**广西民族大学重大科研项目《一类自适应回归神经计算模型及其应用》项目号：**0609013

攻读硕士期间发表的学术论文

[1] 郭德龙,周永权.进化策略在极大似然法参数估计中的应用 [J].计算机工程与科学（科技核心期刊）.2007,29(10):38-41.
[2] 郭德龙,周永权.改进进化策略在求解复杂化学方程根的研究 [J].计算机与应用化学(中文核心期刊).2008,25(3):289-292.
[3] 郭德龙,周永权.一种基于进化策略的广义积分计算方法研究 [J].计算机工程与设计(中文核心期刊,拟于 2008 年 10 月发表).
[4] 郭德龙,周永权.Modified evolution strategy is applied in solves in some complex chemistry equation roots.(已投会议).
[5] 郭德龙,周永权.一种基于线性参数估计的改进进化策略方法研究及应用.(已投稿).
[6] 郭德龙,周永权.混合模拟退火--进化策略算法在非线性参数估计中的应用.(已投稿).