









中国研究生创新实践系列大赛 "华为杯"第十七届中国研究生 数学建模竞赛

学	校	中国地质大学	(武汉)
J			ヘルリレヘノ

参赛队号 xxxx

1. 李延炽

队员姓名

- 2. 熊诗捷
- 3. 明飞

中国研究生创新实践系列大赛 "华为杯"第十七届中国研究生 数学建模竞赛

题 目		出版社图书印制策略			

汽油在生产生活中有着难以取代的作用。

关键字: 数据挖掘 遗传算法

1. 问题重述

1.1 引言

某出版社出版发行与初等教育相关的图书,在运营过程中,遇到了图书印量、图书销售量和图书库存之间如何协调的问题。在印制图书的时候,除了根据印量会产生纸张费、印刷费、装订费、封面工艺费等印刷成本外,每一次印刷都有一笔数千元的上版费,因此出版社自然希望一次开机尽量多印一些,但是图书销售量通常是不确定的,如果印多了,图书库存加大,会导致与库房结算的发货费率*(见注1中定义)提升,增大发货费用;滞销图书等待报废,其印刷成本的投入会全部损失殆尽。因此,一本书印几次,每次印多少,是这个出版社希望解决的问题。为此,请你们为该出版社出谋划策,仅考虑印刷成本和库房发货费用。针对不同类型的图书提供最优的印刷方案,以期获得尽可能大的销售收益。

1.2 问题的提出

该出版社出版发行的图书主要分A、B、C三类。

A类图书属于政府采购类(如经国家审批出版的教材教辅),不面向市场公开销售。这类图书定价低(销售折扣约 48% 折),订单数量大且相对稳定,但图书更新快,当年的滞销书成为库存,等待报废。现有问题是:订单上报时间不集中,且收到订单后通常需要迅速发货,在征订后期经常有几百册的增补订单,导致印次能多达 7-8 次。

B类图书是直销类图书,主要用于高考复习使用,直接进校推广。这类图书定价高,销售折扣低(销售折扣约18%折),图书更新快,当年不能销售的书成为滞销库存,等待报废。现有问题是:这类图书因定价高,滞销库存总体码洋*(见注1中定义)较大,对发货费率影响较大。

C类是市场零售类图书,走实体书店和网上渠道销售,没有特别集中的订量,销售不可控。这类图书销售折扣约 45% 折,定位于长销,销售时间可延续若干年,但通常图书上市 2 年以后,热度就会减弱,如果处于滞销状态,就会等待报废。现有问题是:该类图书的首印通常在 3000-5000 册,如果能够实现全部销售,则一定处于盈利状态,当某本图书库存不足 500 册时,会考虑重印,出版社希望能根据上一次印刷后的销售情况,并结合热度衰减因素,来规划下一次的印刷数量,使其实现盈利增加。

出版社与库房结算的发货费率每年调整一次,取值范围如注 1 名词解释中表格所示。可以假设发货费率在近几年保持不变,而当前的发货费率为 2.73%。

请建立数学模型,完成下面的任务:

1. 研究 A 类图书的需求和订单规律 (附件 1),对每本书给出 2021 年秋或者 2022 年春的最优印刷方案。有没有可能将总印次控制在 3 次以内?

- 2. 对 B 类图书,根据往年的销售情况(附件 2),在降低库存的前提下,对每本书给出下一年度的最优印刷方案。
- 3. 对 C 类图书, 对附件 3 中的 9 本图书, 考虑未来可能的销售情况, 给出每本书的重印方案(是否需要重印, 如需重印, 最优重印数量), 并判断出版社之前的重印策略是不是最优的。
 - 4. 给该出版社写一个企划书,对图书的印刷方案给出你们的建议。

题中包含若干名词解释和行业约定

【注1】名词解释

码洋: 图书的定价 × 数量

滞销库存码洋: 图书的定价×滞销库存数量

上版费: 指印刷开机前,需要将图书文件上机制版产生的费用,上版费与图书的印张有关,可利用附件4的《图书印制成本计算表》计算。

销售率:(发货数量-退货数量)/印刷数量

发货费率:用于和库房结算库租物流费用(又称库房发货费用)的一项指标,与出版 社所有图书全年发货码洋和每个月的平均库存有关,也即和图书的周转情况有关。图书周 转越快,库存图书码洋越少,发货费率越低;反之,图书周转越慢,库存图书码洋越多,发 货费率越高。每年的发货费率对所有图书都是一个固定的常数,部分取值如下表所示:

100%-91%	90%-81%	80%-71%	70%-61%	60%-51%	50%-41%	40%-31%	30%-21%	20%-11%	10%-0%
3.42%	3.12%	2.91%	2.73%	2.60%	2.48%	2.40%	2.32%	2.25%	2.19%

表 1 发货费率取值表

目前该出版社所有图书的发货费率结算标准是2.73%。

库房发货费用:即库租物流费用,计算公式是:

发货费用=发货数量×定价×发货费率

(注:发货数量+滞销库存数量=印刷数量)

利润 = 定价 × 印数 × 销售折扣 × 销售率- (印制成本 + 库房发货费)

【注2】行业约定

当印刷数量低于 2000 册时,因印刷开机成本问题,印刷企业会按照 2000 册印量进行计费。所以,低于 1500 册时,通常会采用数码印刷,数码印刷费用会较传统印刷费用上浮 15%。

2. 符号说明

符号	意义	注释
A1~A5	A 类图书 5 本	1-5表示图书编号
$B1 - 1 \sim B1 - 5$	B 类图书第一类 5 本	1-5表示图书编号
$B2 - 1 \sim B2 - 5$	B 类图书第二类 5 本	1-5表示图书编号
$C - 1 \sim C - 9$	C 类图书 9 本	1-9表示图书编号
pc	图书定价	参照附录 1-3 确定定价
N	印刷数目/印数	
\overline{d}	折扣率	d%
s	销售率	s%
c	印制成本	
sc	库房发货费	
pf	利润	
sv	图书销量	
sq	发货数量	
uns	滞销库存数量	
rq	退货数量	
sr	发货费率	Sr%
srp	发货占比	srp%
mr	A 类图书月订单需求	

3. 问题分析与模型假设

依据题目意思,最终的目标函数是求得出版社在给定方案下的运营利润。

假设定价为 pc,印刷数量为 N,销售折扣率 d%,销售率 s%,印制成本 c,库房发货费 sc。利润 pf 的计算方式如下:

$$pf = pc \times N \times d \times s - (c + sc), \tag{1}$$

其中, 定价 pc 可参照附录 1-3 找得; 印刷数量 N 计算如下:

$$N = sq + uns, (2)$$

其中,sq 代表发货数量、uns 代表滞销库存数量;销售折扣率 d% 参照题目文本;以 sv 代表销量,则销售率 s% 计算方式如下:

$$s = sv/N = (sq - rq)/N, (3)$$

其中,rq 代表退货数量;印制成本 c 可通过附录 4 的 excel 表格计算,主要关联因素为印张、装订方式及印刷方式;库房发货费 sc 计算方式如下:

$$sc = sq \times pc \times sr,$$
 (4)

其中, *sr* 表示发货费率, 在本文中, 因为发货费率是由图书周转情况确定, 为简化计算, 发货费率通过发货数量占比划分区间确定, 占比 *srp* 的计算方式为:

$$srp = sq/N,$$
 (5)

根据此占比值,发货费率由表格 1 确定。依据题意假设,目前该出版社所有图书的发货费率结算标准是 2.73%。

3.1 问题一

A类图书属于政府采购类(如经国家审批出版的教材教辅),不面向市场公开销售。这类图书定价低(销售折扣约48%折),订单数量大且相对稳定,但图书更新快,当年的滞销书成为库存,等待报废。现有问题是:订单上报时间不集中,且收到订单后通常需要迅速发货,在征订后期经常有几百册的增补订单,导致印次能多达7-8次。

问题一的题目要求:

研究 A 类图书的需求和订单规律 (附件 1),对每本书给出 2021 年秋或者 2022 年春的最优印刷方案。有没有可能将总印次控制在 3 次以内?

3.1.1 问题分析

问题一所求为 A 类图书中,A1-A5 五本图书下一年的季度性印刷方案。要求在保证发印刷数量大于当前订单需求,即 N > mr 的情况下,给出每一本书在下一年的最优印刷方案。A 类图书的运营效果由最终方案带来的利润评估。

A 类图书是不面向市场销售的政府采购类,其特点是订单零散,但需要接单后尽快发货。A 类图书印刷的主要矛盾存在于不确定的订单造成的高印次带来的上版费等开销,导致最终成本增加。问题一的主要目的是针对 A 类图书的每本书给出印刷方案,力求将总印次控制在 3 次以内,同时达到利润最大化。

通过对附录1的数据观察,我们总结出问题一的如下特征:

- 印刷产生在某一年的一个季度之内(春季 1-3 月份,秋季 7-9 月份),总体而言是对季度前及季度中的订单的生产;
- 由于订单分散、且时间不确定,某些图书为了满足订单需求往往在一个季度内印次在 1-6 次不等,且末尾几次印刷数量小(N < 2000);
- A1-A5 不同图书的订单虽然零散,但总数相对稳定,且往年数据存在一定的逐年变化 趋势:
- 由于 A 类图书定价低,但接到订单后能迅速发货,因此其发货费率较低,但印次带来的上版费高,所以影响 A 类图书利润的主要因素是不确定的订单需求造成的高印次。

因此,对问题一的求解,我们希望能够结合现有数据,有效分析下一年一个季度里每个月的订单总数,根据预测的订单数执行印刷计划,旨在短期储备库存,避免需求少而订单多造成的多印次。大体的做法如下:

- Step 1: 根据往年数据中的订单报数年度总和,预测下一年的订单总数,作为印刷总数;
- *Step 2*: 在安全库存的模型基础上,通过分析本题中问题的特性和数据的特点,确定存储供应周期和额外库存量的预测方式;
- Step 3: 根据第二步得到的新安全库存模型,制定印刷策略,产生具体印刷方案;
- Step 4: 根据每印次印刷数计算印刷费用等成本, 预估利润;
- Step 5: 以往年的数据验证模型精度,进行修正。

3.1.2 模型假设

根据题意信息,在求解问题一时,我们保持如下的基本假设:

- 发货费率在近几年保持不变, 当前的发货费率为 2.73%;
- A1-A5 五本图书之间无相关关系;
- 基于存储周期根据预测值印刷的方法,销售量以附录 1 中的订单报数为准,所有印册不足 1500 的订单视作时间上最接近的大订单的增补;
- 不考虑存储供应周期内印刷时间到订单时间差造成的延误带来的经济损失;

• 发货费率的计算以表 1 为准。

3.2 问题二

B类图书是直销类图书,主要用于高考复习使用,直接进校推广。这类图书定价高,销售折扣低(销售折扣约18%折),图书更新快,当年不能销售的书成为滞销库存,等待报废。现有问题是:这类图书因定价高,滞销库存总体码洋*(见注1中定义)较大,对发货费率影响较大。

问题二的题目要求是:

对 B 类图书,根据往年的销售情况(附件 2),在降低库存的前提下,对每本书给出下一年度的最优印刷方案。

3.2.1 问题分析

问题二所求为 B 类图书中, B1 类和 B2 类各五本的印刷方案。要求在降低库存的前提下,给出每本书下一年度的最优印刷方案。而同样的,问题二中 B 类图书的运营效果由最终方案带来的利润评估。

B类图书是定价高且销售折扣低的类型,高定价容易造成库存总体码洋大,进而增大 发货费率最终导致发货成本高。题目要求主要目的为在降低库存的前提下,求得满足销售 需求的印刷方案。也就是尽量让印刷发货出去的成品满足该时段销售量需求从而减少库 存,降低成本。由此可见该题中主要矛盾在于:高定价使库存要求严格,即产即销是最优 的方案。

通过观察附录 2 的数据,我们总结出问题二的如下特征:

- B1 类图书的销售周期是 3 月到 9 月,其实际销售情况与之相符;同样的,B2 类图书的销售周期是 10 月到次年 4 月,其实际情况与之大致相符;
- B1 类图书在每周期的 4-8 月, B2 类图书在每周期的 12-1 月往往供不应求(印刷多,卖的也多),导致中途加印,而其他月份供大于求;
- 在销售周期的结束月,销量往往开始剧减,周期结束后直到下一周期开始,销量较之之前同样剧减;
- 图书的印次大体上一年更新两轮(比如 1-1 到 1-3),修订的结果往往是印张的增加,从而导致印刷成本变高:
- 印次为偶数的版本, 依照题目意思可以不做讨论, 故归入其他印次版本;
- 销量统计以月为单位,可见销售周期内均可满足 *sv*≥2000 的条件,而销售周期外均不能满足该条件;
- 不考虑 2020 年 1 月开始的新冠疫情影响,数据整体趋势明显。

因此对于问题二的求解,我们希望能够结合现有数据,有效分析下一年图书的销量,主要为销售周期内,每个月的销量,而同时将非销售周期内的图书销量并入周期末尾月。

对于供不应求的销售月,对数据进行拟合调整。以此为基础制定印刷计划。旨在减少库存量,实现图书尽可能的即印即销。大体做法如下:

- Step 1: 对往年数据做加工处理,将原本的每年销量转换为按照销售周期,每个周期销量;
- Step 2: 在销售周期内按照月份统计每月销售量,将非周期的销量并入周期末月(9月和4月),然后构建销量和印刷数量的数据对比关系表,探索两者之间的关系:
- *Step 3*: 在销量变化幅度较大的实际情况下,首先对得到的数据进行平衡处理,消除不同量纲的影响;
- Step 4: 以前三步的数据为基础预测下一年销售周期内的每月销量,以此决定印刷数量;
- Step 5: 根据往年印次变化,确定当年印次参数,并计算印刷成本,
- Step 6: 预估方案下带来的发货费率变化影响,进而可以计算利润;
- Step 7: 以往年的数据验证模型精度,进行修正。

3.2.2 模型假设

根据题意信息,在求解问题二时,我们保持如下的基本假设:

- 发货费率在近几年保持不变, 当前的发货费率为 2.73%;
- B1, B2 两类各五本图书之间无相关关系:
- 由于往年积压图书报废,可忽略库存,直接从附录2取得每月销量;
- 印次的变化符合往年变化总趋势,不会出现特殊情况;
- 印次为偶数的配套的教师用书,可并入前一印次,根据题意不做讨论;
- 不考虑月内发货和印刷时间差造成的延误带来的经济损失:
- 发货费率的计算以表 1 为准;
- 各种购物途径下,可以忽略新冠疫情等外界因素带来的影响。

3.3 问题三

C类是市场零售类图书,走实体书店和网上渠道销售,没有特别集中的订量,销售不可控。这类图书销售折扣约 45% 折,定位于长销,销售时间可延续若干年,但通常图书上市 2 年以后,热度就会减弱,如果处于滞销状态,就会等待报废。现有问题是:该类图书的首印通常在 3000-5000 册,如果能够实现全部销售,则一定处于盈利状态,当某本图书库存不足 500 册时,会考虑重印,出版社希望能根据上一次印刷后的销售情况,并结合热度衰减因素,来规划下一次的印刷数量,使其实现盈利增加。

问题三的题目要求是:

对 C 类图书,对附件 3 中的 9 本图书,考虑未来可能的销售情况,给出每本书的重印方案(是否需要重印,如需重印,最优重印数量),并判断出版社之前的重印策略是不是最优的。

3.3.1 问题分析

问题三所求为 C 类图书中, C1-C9 九本图书图书的重印方案,并评估往年的重印策略是否最优。要求根据上一次印刷后的销售情况,结合热度衰减因素,规划下一次的印刷数量,使其实现盈利增加。同样,问题三中 C 类图书的运营效果由最终方案带来的利润评估。

C类图书是市场零售类图书,销量不可控制,即没有稳定数值。由于图书定位于长期销售,在销售过程中会出现重印发货的需求。当库存 uns < 500 时,出版社就需要考虑重印以准备满足后续的销售需求。此时需要对下一次是否重印、重印数量进行预测分析。本题关键在于,销售量没有稳定数值或趋势,但销售过程中,存在热度衰减的规律。因此,问题三的目标为,规划每本图书是否重印及重印数量,使利润最大化。

通过观察附录 3 的数据, 我们可以总结出问题三的如下一些特征:

3.3.2 模型假设

3.4 问题四

问题四要求,

- 3.4.1 问题分析
- 3.4.2 模型假设

4. 模型的建立与求解

4.1 问题一

基于第三章对问题一的分析,该问题的求解主要包括预测下一年订单总量、预测季度 内每月订单数、根据往年数据验证模型精度、以所得模型预测结果为基础,形成印刷方案 并给出预估利润等步骤。在本节,处理这些步骤的方法将一一展开。

4.1.1 基于霍尔特 (Holt) 方法的订单总量预测

上世纪五六十年代,美国的 HMMS 研究团队在卡内基工学院成立,旨在是寻找更好的决策机制,以帮助工业界更好地应对种种库存、生产和计划问题。这些问题在宏观层面导致经济危机,在微观层面让企业经常处于危机状态,要么是赶工加急,要么是产能利用不足,以及库存积压。其中霍尔特开发了应对平缓需求的简单指数平滑法、应对趋势的霍尔特双参数线性指数平滑法,以及应对季节性的霍尔特一温特模型,这些都成为工业界最为广泛应用的预测模型。

在第三章对问题一的分析中我们提到,A类图书的订单需求量大,且常有增补,但没有明显的变化趋势。在时间序列分析中,简单指数平滑法是最基础的方法,但该方法只在预测处于恒定水平和没有时间性变动的时间序列上行之有效。而本文的问题中,订单的零散造成了严重的时间性变动,但考虑到总体的趋势明显,我们尝试霍尔特指数平滑法对订单总量进行预测。

霍尔特指数平滑法是一种高级的线性指数平滑方法,该方法的优点是可以用不同的平滑参数对原序列的两种因素进行平滑,具有很大的灵活性,因此在实践中被广泛地应用。霍尔特指数平滑法估计当前时间的水平和斜率。其平滑水平是由两个参数控制:

- α : 估计当前点水平;
- β: 估计当前点趋势部分斜率。

两个参数都介于 0-1 之间, 当参数越接近 0, 大部分近期的观测值的权值将较小。

在霍尔特双参数平滑法模型中,预测由两部分构成;一部分是水平部分,是在上期水平部分的基础上,用简单指数平滑法来更新;另一部分是趋势部分,是在上期趋势部分的基础上平滑调整,也用简单指数平滑法来更新;两者相加,就得到下期的预测。霍尔特法不但持续调整水平部分,而且持续调整趋势部分,在横向和纵向两维调整预测,所以能更好地应对趋势的变化。基本的公式分三部分:

- 本期水平部分 = α * 本期需求实际值 + $(1-\alpha)$ * (上期水平部分 + 上期趋势部分) (1)
- 本期趋势部分 = β * (本期水平部分-上期水平部分) + $(1-\beta)$ * 上期趋势 (2)
- 下期预测 = 本期水平部分 + 本期趋势部分(3)

三者的计算公式如下:

$$L_{t+1} = \alpha D_t + (1 - \alpha)(L_t + T_t);$$

$$T_{t+1} = \beta (L_{t+1} - L_t) + (1 - \beta)T_t;$$

$$F_{t+1} = L_{t+1} + T_{t+1},$$
(6)

其中, D_t 代表实际值; F_{t+1} 代表预测值; L_t 代表平均需求; T_t 代表增长的趋势,前者是对时间序列趋势的平滑式;后者是对趋势增量的平滑式。

在本文中,参数 α 及 β 均依据默认设置设定为 0.5。 D_t 取实际订单数, L_t 取平均订单数。根据霍尔特指数平滑法,我们可以在往年数据的基础上,得到下一年季度内订单总数的预测值。

4.1.2 基于安全库存模型的订单数规划

在上一节中,我们根据霍尔特指数平滑法能够得到下一年订单总数的预测值。在此总数基础上,下一步需要完成对订单的分印次规划。

由于问题一要求尽量将印次控制在 3 次以内,我们首先尝试了以下的第一种方法: 在季度内,每个月月初根据往年订单情况,预测该月订单总数占全季度订单总数占比,以此为依据执行印刷。如印刷数量 N < 1500 (也就是造成印刷费用更高昂的数码印刷),该印次并入前一印次。

为此,我们首先要对数据进行预处理。在附录 1 中,A1-A5 五本图书的订单有许多分布零散且数额小。根据我们尝试的第一种方法,首先需要统计月订单需求,即:

$$mr_t = mr$$
 (7)

灰色预测模型(Gray Forecast Model)是通过少量的、不完全的信息,对数据完整性和可靠性较低的数据序列进行有效预测,利用微分方程来充分挖掘数据的本质,建立数学模型并做出预测的一种预测方法,是处理小样本预测问题的有效工具。灰色预测模型可针对数量非常少(比如仅 4 个)的数据建模,建模所需信息少,精度较高,运算简便,易于检验,也不用考虑分布规律或变化趋势等。灰色预测模型有很多,GM(1,1)模型使用最为广泛,但 GM(1,1)模型仅适用于中短期预测。而问题一仅要求对下一年的销售季度给出规划。因此在对问题一的第一次尝试中,我们选取了灰色预测模型来对每月销量进行预测。

4.1.3 模型检验方法

在所得拟合曲线基础上计算往年的订单总数、每月订单数,求均方误差。

4.1.4 方案形成及利润预估

将方案表格化,根据附录4的表格计算利润。

4.2 问题二

基于第三章对问题二的分析,该问题的求解与问题一类似,主要包括预测下一年销售 周期内每月销售量、估计下一印次印刷成本、在库存积压最少的前提下制定印刷方案、预 估发货费率、根据往年数据验证模型精度、以所得模型预测结果为基础,形成印刷方案并 给出预估利润等步骤。在本节,处理这些步骤的方法将一一展开。

4.2.1 下一年销售周期内每月销量预测

为此,我们首先要对数据进行预处理。在附录 2 中,B1 和 B2 两类图书按照自然年的自然月进行销量统计,但 B1 类图书和 B2 类图书的销售周期分别为 3 月到 9 月,10 月到次年 4 月。因此第一步,我们将附录 2 的数据按照销售周期做统计,即:

- B1 类图书 3-9 月分别统计, 10-2 月并入 9 月;
- B2 类图书 10-4 月分别统计,5-9 月并入 4 月。
- 4.2.2 下一印次印刷成本评估
- 4.2.3 预估发货费率
- 4.2.4 模型检验方法
- 4.2.5 方案形成及利润估计

5. 结果分析与检验

5.1 问题一

6. 总结

本文旨在求解工业中尚待研究的汽油辛烷值优化问题,

由于时间有限、我们队伍的学术研究水平也有限,论文中可能存在许多排版、内容上的疏漏。在解题过程中,我们也发现了许多问题,其中有很多都没能得到解决。主要包括如下:

• 本题中

参考文献

- [1] 马永杰, 云文霞.(2012). 遗传算法研究进展. 计算机应用研究 (04),1201-1206+1210.
- [2] 王勇, 蔡自兴, 周育人, 肖赤心.(2009). 约束优化进化算法. 软件学报 (01),11-29.
- [3] 郑勇涛, 刘玉树.(2005). 支持向量机解决多分类问题研究. 计算机工程与应用 (23),190-192.
- [4] 张文耀.(2016). 用斯皮尔曼系数衡量网络的度相关(硕士学位论文,中国科学技术大学).
- [5] 王惠文, 孟洁." 多元线性回归的预测建模方法." 北京航空航天大学学报.04(2007):500-504.
- [6] 周志华. 机器学习 [M]. 北京: 清华大学出版社,2016: page 24-26,53-55,127-138
- [7] Georgios N. Kouziokas, SVM kernel based on particle swarm optimized vector and Bayesian optimized SVM in atmospheric particulate matter forecasting, Applied Soft Computing, Volume 93, 2020.
- [8] ZHOU Zhi hua, HE, YIN, CHEN. (2001). A statistics-based approach for rule extraction from neural networks. Journal of Software.
- [9] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal and T. Meyarivan, "A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II," in IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 6, no. 2, pp. 182-197, April 2002, doi: 10.1109/4235.996017.
- [10] W. Gong, Z. Cai and D. Liang, "Adaptive Ranking Mutation Operator Based Differential Evolution for Constrained Optimization," in IEEE Transactions on Cybernetics, vol. 45, no. 4, pp. 716-727, April 2015, doi: 10.1109/TCYB.2014.2334692.
- [11] W. Gong, A. Zhou and Z. Cai, "A Multioperator Search Strategy Based on Cheap Surrogate Models for Evolutionary Optimization," in IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 19, no. 5, pp. 746-758, Oct. 2015, doi: 10.1109/TEVC.2015.2449293.
- [12] Q. Zhang and H. Li, "MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition," in IEEE Transactions on Evolutionary Computation, vol. 11, no. 6, pp. 712-731, Dec. 2007, doi: 10.1109/TEVC.2007.892759.