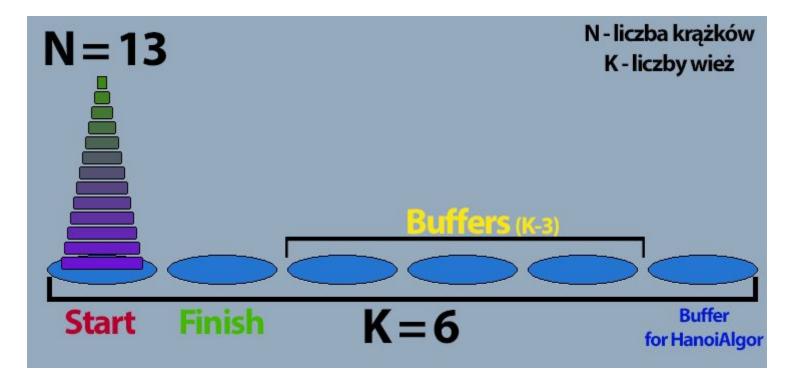
Algorytm wieży Hanoi dla N-tej liczby wież

I. Opis algorytmu

Algorytm jest bardzo prosty i składa się tylko z trzech części! :)

- 1. Przeniesiemy dyski z początkowej wieży do wieży-buforów.
- 2. Stosujemy standardowy algorytm wieży Hanoi dla trzech wież.
- 3. Przenieś pierścienie z wieży-buforów do końcowej wieży.





1.

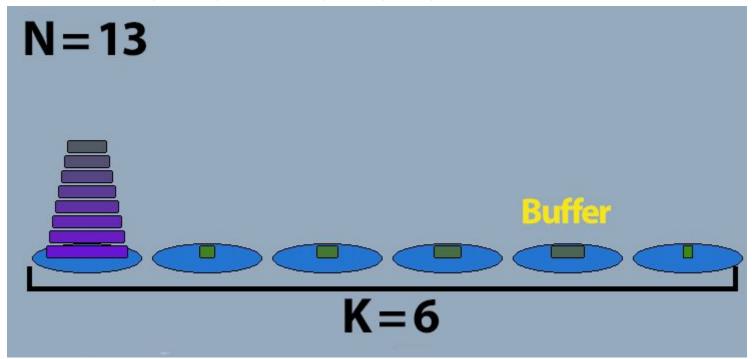
Na początku musimy określić liczbę buforów.

Dla klasycznego algorytmu Wieży Hanoi potrzebujemy 3 wież, stąd wszystkie pozostałe wieże są wieżami buforowymi.

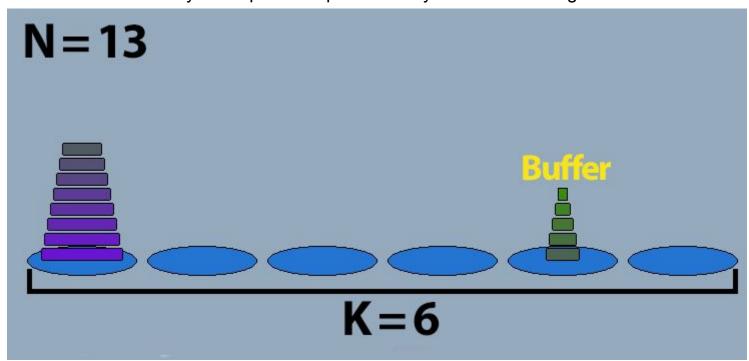
 $K_b = K - 3$, gdzie K to całkowita liczba wież, a K_b - liczba buforów.

Aby wypełnić bufor dyskiem, potrzebujesz:

A. Przenieś jeden dysk do każdej wolnej wieży

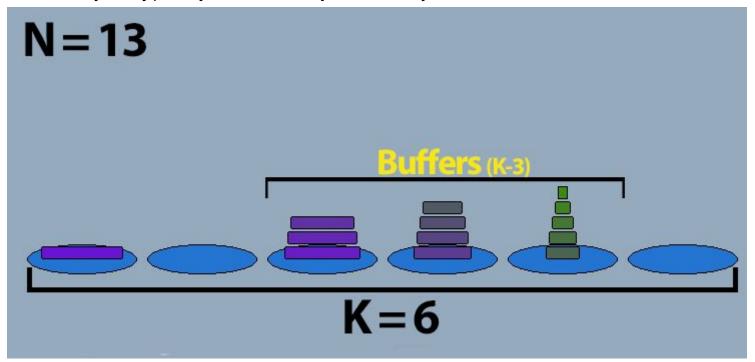


B. Przenieś wszystkie uprzednio przesłane dyski do określonego bufora





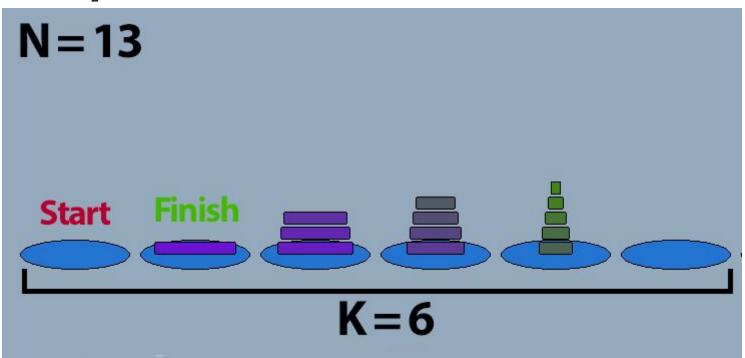
C. Wykonaj punkty A i B dla wszystkich wolnych buforów



2.

Stosujemy klasyczny algorytm Wieży Hanoi, gdzie liczba pierścieni N

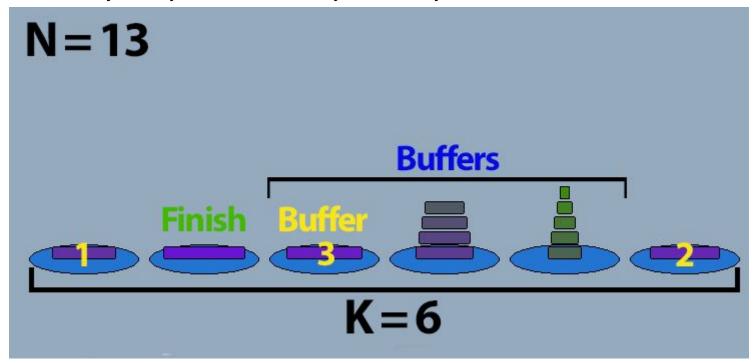
$$N = \frac{K^2 - K - 6}{2}$$



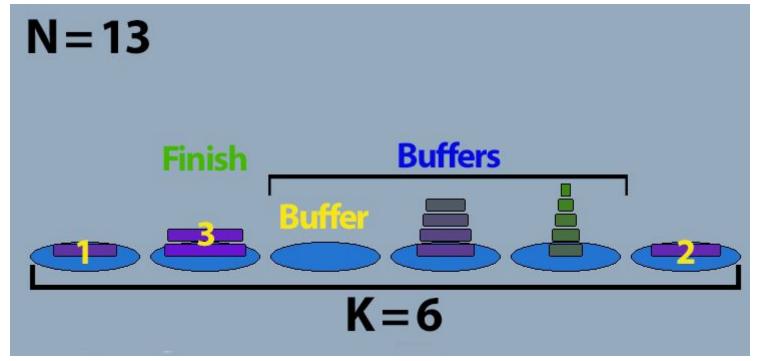
3.

Teraz musimy przenieść pierścienie z buforów do ostatniej wieży, aby to było wymagane:

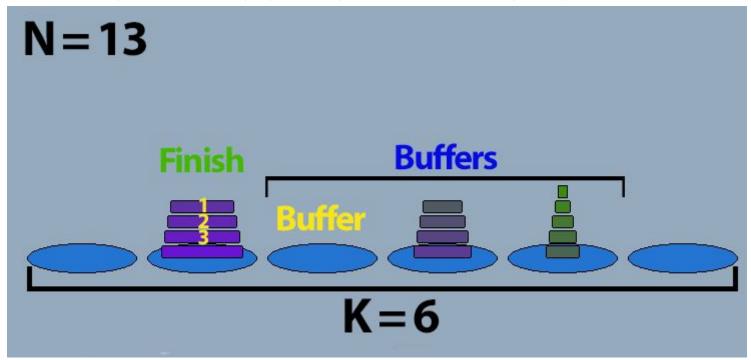
A. Przenieś jeden dysk z bufora do wszystkich wolnych wież



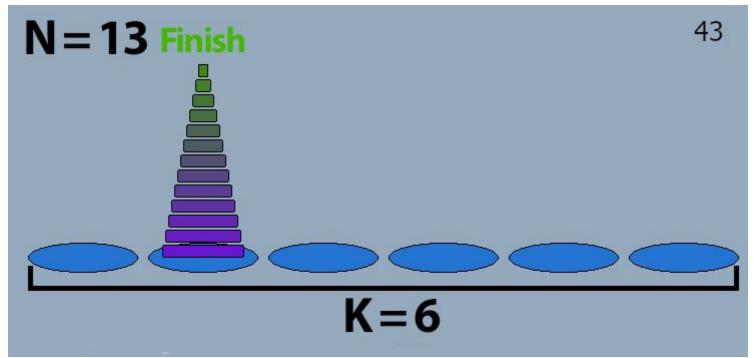
B. Przenieś ostatni dysk z bufora do ostatniej wieży



C. Przenieś dyski z wcześniej wypełnionych wież do końcowej wieży.



D. Powtórz kroki od A do C dla wszystkich wypełnionych buforów

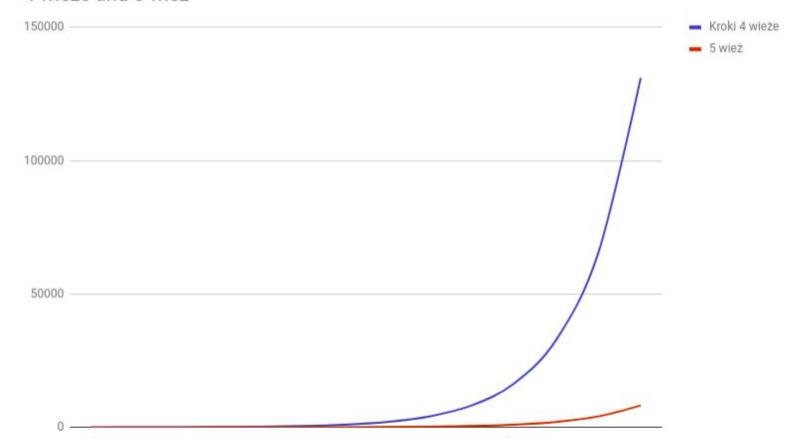


II. Tabela

| | Kroki | | | | |
|-------|-----------|---------|--------|--------|--------|
| Dyski | 4 wieże | 5 wież | 6 wież | 7 wież | 8 wież |
| 7 | 25 | 24 | - | - | - |
| 8 | 41 | 25 | - | - | - |
| 9 | 73 | 27 | - | - | - |
| 10 | 137 | 31 | - | - | - |
| 11 | 265 | 39 | - | - | - |
| 12 | 521 | 55 | 42 | - | - |
| 13 | 1033 | 87 | 43 | - | - |
| 14 | 2057 | 151 | 45 | - | - |
| 15 | 4105 | 279 | 49 | - | - |
| 16 | 8201 | 535 | 57 | - | - |
| 17 | 16393 | 1047 | 73 | - | - |
| 18 | 32777 | 2071 | 105 | 64 | - |
| 19 | 65545 | 4119 | 169 | 65 | - |
| 20 | 131081 | 8215 | 297 | 67 | - |
| 21 | 262153 | 16407 | 553 | 71 | - |
| 22 | 524297 | 32791 | 1065 | 79 | - |
| 23 | 1048585 | 65559 | 2089 | 95 | - |
| 24 | 2097161 | 131095 | 4137 | 127 | - |
| 25 | 4194313 | 262167 | 8233 | 191 | 90 |
| 26 | 8388617 | 524311 | 16425 | 319 | 91 |
| 27 | 16777225 | 1048599 | 32809 | 575 | 93 |
| 28 | 33554441 | 2097175 | 65577 | 1087 | 97 |
| 29 | 67108873 | 4194327 | 131113 | 2111 | 105 |
| 30 | 134217737 | 8388631 | 262185 | 4159 | 121 |



4 wieże and 5 wież





III.

Złożoność algorytmu

N - liczba krążków;

 ${\it K}\,$ - liczby wież.

$$O(O_1(2^{N-\frac{K^2-K-6}{2}}-1)+2\times O_2(2\times (K-2)+1+O_2(K-1))),$$

gdzie: $O_2(1) = 5, \ K > 4, \ N \ge \frac{K^2 - K - 6}{2}$.

 O_1 - Złożoność dla klasycznego algorytmu wieży Hanoi dla $N=N-rac{K^2-K-6}{2}$.

 ${\cal O}_2$ - Złożoność algorytmu wypełniania buforów.

 $\frac{K^2-K-6}{2}$ - liczba dysków w buforach.