

# Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

## «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана

(национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ	Информатика и системы управления
КАФЕДРА	Информационная безопасность (ИУ8)

# ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ

### Лабораторная работа №1 на тему:

«Исследование однослойных нейронных сетей на примере моделирования булевых выражений»

Вариант 8

Выполнил: Песоцкий А. А., студент группы ИУ8-61

Проверила: Коннова Н.С., доцент каф. ИУ8

### Цель работы

Исследовать функционирование простейшей нейронной сети (HC) на базе нейрона с нелинейной функцией активации и ее обучение по правилу Видроу-Хоффа.

#### Постановка задачи

Получить модель булевой функции (БФ) на основе однослойной НС (единичный нейрон) с двоичными входами  $x_1, x_2, x_3, x_4 \in \{0,1\}$  единичным входом смещения  $x_0, = 1$ , синаптическими весами  $w_0, w_1, w_2, w_3, w_4$ , двоичным выходом  $y \in \{0,1\}$  и заданной нелинейной функцией активации  $f: R \to (0,1)$ .

Для заданной БФ реализовать обучение НС для двух случаев:

- 1. с использованием всех комбинаций переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4$ ;
- 2. с использованием части возможных комбинаций переменных  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ ,  $x_4$ ; остальные комбинации используются в качестве тестовых.

### Ход работы

Получим таблицу истинности для моделируемой БФ:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x1 + x2 + x4) x3$$

$x_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
$x_2$	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
$x_3$	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
$x_4$	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
F	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1

На начальном шаге l=0 (эпоха k=0) весовые коэффициенты берутся в виде:

$$w_0^{(0)} = w_1^{(0)} = w_2^{(0)} = w_3^{(0)} = w_4^{(0)} = 0$$

Норму обучения для всех случаев выберем  $\eta=0.3$ 

- 1. Обучение HC с использованием всех комбинаций переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .
  - 1.1. Используем пороговую ФА:

$$f(net) = \begin{cases} 1, net \ge 0 \\ 0, net < 0 \end{cases}$$

Таблица 1 Параметры НС на последовательных эпохах (пороговая ФА)

+		+																	-+-	+
1	K	W								Υ									1	Εļ
1	0	[0, 0, 0, 0, 0]	[1,	. 1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1]		9
1	1	[-0.3, -0.3, 0.0, 0.6, 0.3]	[0,	1,	1,	1,	0,	1,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	Ī	3
Ì	2	[-0.3, 0.0, 0.0, 1.2, 0.0]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	ĺ	1
Ì	3	[-0.6, 0.0, 0.0, 0.9, 0.0]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	ĺ	1
Ì	4	[-0.6, 0.0, 0.0, 0.9, 0.3]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	ĺ	1
1	5	[-0.6, 0.0, 0.3, 1.2, 0.0]		0,															ĺ	1
Ì	6	[-0.9, 0.0, 0.3, 0.9, 0.0]		0,															Ĺ	1
1	7	[-0.9, 0.0, 0.3, 0.9, 0.3]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	Ì	1
Ì	8	[-0.9, 0.0, 0.3, 1.2, 0.3]		0,															ĺ	1
1	9	[-1.2, 0.0, 0.0, 1.2, 0.0]		0,														10000000	Ī	1
1	10	[-1.2, 0.0, 0.0, 1.2, 0.3]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	1	1
1	11	[-1.2, 0.0, 0.0, 1.2, 0.6]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	Ī	1
1	12	[-1.2, 0.0, 0.3, 1.2, 0.6]		0,															I	1
i	13	[-1.2, 0.0, 0.6, 1.5, 0.3]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	ĺ	1
Ì	14	[-1.5, 0.0, 0.3, 1.5, 0.0]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	Ì	1
İ	15	[-1.5, 0.0, 0.3, 1.5, 0.3]	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	ĺ	1
Ì	16	[-1.5, 0.0, 0.3, 1.5, 0.6]		0,															ĺ	1
i	17	[-1.5, 0.0, 0.3, 1.5, 0.9]		0,															İ	1
i	18	[-1.5, 0.0, 0.6, 1.8, 0.6]	[0]	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	İ	1
i	19	[-1.5, 0.3, 0.6, 1.8, 0.6]		0,															i	1
İ	20	[-1.8, 0.3, 0.6, 1.5, 0.6]	2000																İ	0
+		ļ																	-+-	+

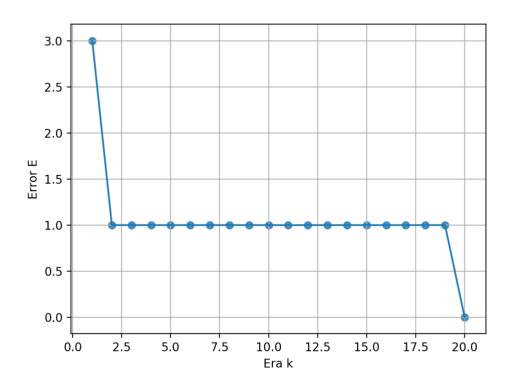


Рисунок 1 График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (пороговая ФА)

1.2. Используем сигмоидальную (логистическую) ФА и её производную:

$$f(net) = \frac{1}{1 + \exp(-net)}, \frac{df(net)}{dnet} = f(net)[1 - f(net)]$$

Таблица 2 Параметры НС на последовательных эпохах (логистическая ФА)

0	+	<b>+</b>	-+-																	-+-	+
1   [-0.0, 0.0, -0.0, 0.15, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   2   [-0.07, 0.0, -0.0, 0.08, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   3   [-0.07, -0.07, 0.0, 0.22, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   4   [-0.07, 0.0, 0.0, 0.23, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   5   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   6   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   7   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   8   [-0.15, 0.0, -0.0, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   9   [-0.15, 0.0, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   1   1   1   1   1   1	К	W									Υ									İ	Εļ
2   [-0.07, 0.0, -0.0, 0.08, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   3   [-0.07, -0.07, 0.0, 0.22, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   4   [-0.07, 0.0, 0.0, 0.23, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   5   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   6   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   7   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   8   [-0.15, 0.0, -0.0, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   9   [-0.15, 0.0, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.32, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.33, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   1   1   1   1   1   1	0	[0, 0, 0, 0, 0]		[1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1,	1]		9
3   [-0.07, -0.07, 0.0, 0.22, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   4   [-0.07, 0.0, 0.0, 0.23, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   5   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   6   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   7   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   8   [-0.15, 0.0, -0.0, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   9   [-0.15, 0.0, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   1   1   1   1   1   1	1	[-0.0, 0.0, -0.0, 0.15, -0.0]		[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]		1
4   [-0.07, 0.0, 0.0, 0.23, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   5   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, -0.0]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   6   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   7   [-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   8   [-0.15, 0.0, -0.0, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   9   [-0.15, 0.0, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   1   1   1   1   1   1	2	[-0.07, 0.0, -0.0, 0.08, -0.0]		[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]		1
5	3	[-0.07, -0.07, 0.0, 0.22, -0.0]		[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]		1
6	4	[-0.07, 0.0, 0.0, 0.23, -0.0]		[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]		1
6	5	[-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, -0.0]	I	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	I	1
8	6	[-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.07]	İ	-																İ	1
8	7	[-0.15, 0.0, 0.0, 0.15, 0.15]	İ	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	İ	1
9   [-0.15, 0.0, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   1   1   1   1   1   1   1   1	8	[-0.15, 0.0, -0.0, 0.22, 0.15]	i	-																-	
11   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   12   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   13   [-0.3, -0.07, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1]   2   14   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   15   [-0.3, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   16   [-0.3, 0.0, 0.15, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1	9	[-0.15, 0.0, 0.07, 0.3, 0.07]	İ		_			_	_			_	_			_	_			-	
11   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   12   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   13   [-0.3, -0.07, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1]   2   14   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   15   [-0.3, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   16   [-0.3, 0.0, 0.15, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1	10	[-0.22, 0.0, 0.07, 0.22, 0.07]	i	[0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1,	0,	0,	1,	1]	i	1
12   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   13   [-0.3, -0.07, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1]   2   14   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   15   [-0.3, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   16   [-0.3, 0.0, 0.15, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1	1 11		i																	i	1
13   [-0.3, -0.07, 0.07, 0.3, 0.07]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1]   2   14   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   15   [-0.3, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   16   [-0.3, 0.0, 0.15, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1	12		i	_															_		
14   [-0.22, 0.0, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1           15   [-0.3, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1           16   [-0.3, 0.0, 0.15, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1           17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1	13		i	-																i	2
15   [-0.3, 0.0, 0.07, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   16   [-0.3, 0.0, 0.15, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1	1 14	[-0.22, 0.0, 0.07, 0.37, 0.15]	i	_															_	i	1
16   [-0.3, 0.0, 0.15, 0.3, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1   17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1	15		•																_	i	1
17   [-0.3, 0.07, 0.07, 0.37, 0.15]   [0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 1]   1			i	_															-	:	- :
			i	-																:	- :
			ï	_															_	:	_ '
	+	+	' -+-							,								,		' -+-	- I

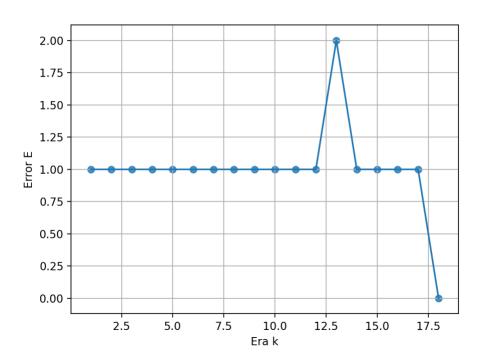


Рисунок 2 График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (логистическая ФА)

2. Обучение HC с использованием части комбинаций переменных  $x_1, x_2, x_3, x_4$ .

Последовательно уменьшая выборку количества векторов, найдём наименьшее количество необходимых для обучения векторов.

2.1.Используя пороговую ФА.

Минимальный набор из четырёх векторов:

$$x^{(1)} = [0, 0, 1, 0] x^{(2)} = [0, 1, 1, 0] x^{(3)} = [1, 0, 1, 1] x^{(4)} = [1, 1, 0, 1]$$

Даёт следующие синаптические коэффициенты:

$$W = (-1.8, 0.3, 0.6, 1.5, 0.3)$$

Для полного обучения потребовалось 24 эпохи.

Таблица 3 Параметры НС на последовательных эпохах (пороговая ФА) при наборе из 4 векторов

+		+		+
	K	W	Υ	E
	1	[-0.3, -0.3, 0.0, 0.0, -0.3]	[0, 0, 0, 0]	2
١	2	[0.0, -0.3, 0.0, 0.6, -0.3]	[1, 1, 1, 0]	1
١	3	[-0.3, -0.3, -0.3, 0.6, -0.3]	[1, 1, 0, 0]	2
١	4	[-0.3, -0.3, -0.3, 0.9, -0.3]	[1, 1, 0, 0]	2
١	5	[-0.3, -0.3, -0.3, 1.2, -0.3]	[1, 1, 1, 0]	1
١	6	[-0.3, -0.3, 0.0, 1.2, -0.3]	[1, 1, 1, 0]	1
١	7	[-0.3, 0.0, 0.0, 1.2, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
١	8	[-0.6, 0.0, 0.0, 0.9, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
١	9	[-0.6, 0.0, 0.3, 0.9, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
١	10	[-0.9, 0.0, 0.0, 0.9, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
	11	[-0.9, 0.0, 0.3, 0.9, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
١	12	[-0.9, 0.0, 0.6, 0.9, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
I	13	[-1.2, -0.3, 0.6, 0.9, -0.3]	[0, 1, 0, 0]	1
ĺ	14	[-0.9, 0.0, 0.6, 1.2, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
ĺ	15	[-1.2, 0.0, 0.3, 1.2, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
١	16	[-1.2, 0.0, 0.6, 1.2, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
ĺ	17	[-1.2, 0.0, 0.9, 1.2, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
١	18	[-1.5, 0.0, 0.6, 1.2, 0.0]	[0, 1, 0, 0]	1
ĺ	19	[-1.5, 0.0, 0.3, 1.5, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
I	20	[-1.5, 0.0, 0.6, 1.5, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
ĺ	21	[-1.5, 0.0, 0.9, 1.5, 0.0]	[1, 1, 1, 0]	1
ĺ	22	[-1.8, 0.0, 0.6, 1.5, 0.0]	[0, 1, 0, 0]	1
ĺ	23	[-1.5, 0.3, 0.6, 1.8, 0.3]	[1, 1, 1, 0]	1 1
ĺ	24	[-1.8, 0.3, 0.6, 1.5, 0.3]	[0, 1, 1, 0]	0
+		+i		+

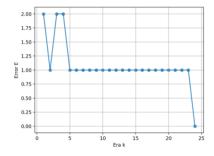


Рисунок 3 График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (пороговая ФА) при наборе из 4-х векторов

2.2. Используя сигмоидальную (логистическую) ФА.

Минимальный набор из четырёх векторов:

$$x^{(1)} = [0, 0, 1, 0] x^{(2)} = [0, 0, 1, 1] x^{(3)} = [1, 1, 0, 1] x^{(4)} = [1, 1, 1, 0]$$

Даёт следующие синаптические коэффициенты:

$$W = (-0.3743, 0.1486, 0.1486, 0.2998, 0.0745)$$

Для полного обучения потребовалось 17 эпох.

Таблица 4 Параметры НС на последовательных эпохах (логистическая ФА) при наборе из 4 векторов

K	W		Υ		+   E
1	[-0.0013, -0.0008, -0.0008, 0.0736, -0.0003]	[1,	1,	0, 1]	1
2	[-0.0016, -0.0012, -0.0012, 0.1482, -0.0003]	[1,	1,	0, 1]	1
3	[-0.0012, -0.0012, -0.0012, 0.2235, -0.0002]	[1,	1,	0, 1]	1
4	[-0.0753, -0.0012, -0.0012, 0.1494, -0.0002]	[1,	1,	0, 1]	1
5	[-0.0753, -0.0012, -0.0012, 0.1494, 0.0747]	[1,	1,	0, 1]	1
6	[-0.0756, -0.0016, -0.0016, 0.224, 0.0747]	[1,	1,	0, 1]	1
7	[-0.0752, 0.0734, 0.0734, 0.2244, 0.0747]	[1,	1,	1, 1]	2
8	[-0.1498, 0.0734, 0.0734, 0.2248, -0.0002]	[1,	1,	0, 1]	1
9	[-0.1497, 0.0735, 0.0735, 0.2998, -0.0002]	[1,	1,	0, 1]	1
10	[-0.2242, 0.0735, 0.0735, 0.2252, -0.0002]	[1,	1,	0, 1]	1
11	[-0.2247, 0.0735, 0.0735, 0.2248, 0.0744]	[1,	1,	0, 1]	1
12	[-0.2248, 0.0735, 0.0735, 0.2995, 0.0744]	[1,	1,	0, 1]	1
13	[-0.2246, 0.0736, 0.0736, 0.3746, 0.0745]	[1,	1,	0, 1]	1
14	[-0.2992, 0.0736, 0.0736, 0.3001, 0.0745]	[1,	1,	0, 1]	1
15	[-0.2993, 0.0736, 0.0736, 0.3, 0.1494]	[1,	1,	0, 1]	1
16	[-0.2993, 0.1486, 0.1486, 0.3, 0.1494]	[1,	1,	1, 1]	2
17	[-0.3743, 0.1486, 0.1486, 0.2998, 0.0745]	[0,	1,	0, 1]	0

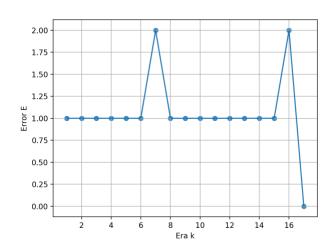


Рисунок 4 График суммарной ошибки НС по эпохам обучения (логистическая ФА) при наборе из

#### Выводы

В ходе выполнения работы было изучено функционирование простейшей НС на базе нейрона с нелинейной функцией активации и ее обучение по правилу Видроу-Хоффа В качестве ФА были даны – пороговая и логистическая. В ходе обучения на полных наборах было выявлено, что с использованием логистической ФА понадобилось меньше эпох, чем для обучения с использованием пороговой.

Кроме того, для случаев пороговой и логистической функций активации были найдены минимально возможные наборы векторов, на которых можно обучить НС. В обоих случаях удалось найти наборы, состоящие из четырёх векторов. Как и в обучении на полных наборах с использованием пороговой функции активации понадобилось меньшее количество эпох, чем с использованием логистической.

# **Приложение А.** Файл 'computation.py'.

```
from math import exp
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib as mpl
truth\_table = [[0, 0, 0, 0], [0, 0, 0, 1], [0, 0, 1, 0], [0, 0, 1, 1],
         [0, 1, 0, 0], [0, 1, 0, 1], [0, 1, 1, 0], [0, 1, 1, 1],
         [1, 0, 0, 0], [1, 0, 0, 1], [1, 0, 1, 0], [1, 0, 1, 1],
         [1, 1, 0, 0], [1, 1, 0, 1], [1, 1, 1, 0], [1, 1, 1, 1]]
nu = 0.3
Функция подсчитывает net
:param vector_x: булеый набор
:param vector_w: набор весов
:param return: значение net
def get_net(vector_x, vector_w):
  net = 0
  for i in range(1, len(vector_w)):
     net += vector_x[i-1] * vector_w[i]
  net += vector_w[0]
  return net
Функция пересчитывает значения весов
:param vector_w: набор весов
:param delta: дельта
:param n: норма обучения
:param vec: булевый набор
:param net: net
:param func_type: тип функции (пороговая или логист.)
```

:param return: новый набор весов

```
def update_w(vector_w, delta, n, vec, net, func_type):
  for i in range(1, len(vector_w)):
     vector_w[i] += get_dw(delta, nu, vec[i - 1], net, func_type)
  vector_w[0] += get_dw(delta, nu, 1, net, func_type)
  return vector_w
Функция подсчитывает f(net)
:param net: net
:param return: значение f(net)
def I_function(net):
  return 1 / (1 + exp(-net))
Функция подсчитывает y(net) / y(out)
:param net_out: значение net / out
:param func_type: тип функции (пороговая или логист.)
:param return: значение f(net) / y(out)
def get_function_out(net_out, func_type):
  if func_type == 't':
     return 1 if net_out >= 0 else 0
  else:
     return 1 if net_out >= 0.5 else 0
Функция подсчитывает набор реальных выходов
:param vector_w: набор весов
:param table: все булевы наборы
:param func_type: тип функции (пороговая или логист.)
:param return: набор реальных выходов
```

```
def get_Y_real(vector_w, table, func_type):
  y_list = list()
  for vec in table:
     net = get_net(vec, vector_w)
     if func_type == 't':
       #2.1
       y = get_function_out(net, 't')
       y_list.append(y)
     if func_type == "":
       #2.2
       out = I_function(net)
       y = get_function_out(out, ")
       y_list.append(y)
  return y_list
Функция подсчитывает набор целевых выходов
:param table: все булевы наборы
:param return: набор целевых выходов
def get_Y_target(table):
  t_list = list()
  for vec in table:
     t_list.append(int(bool_function(vec)))
  return t_list
Функция подсчитывает дельта
:param t: целевой выход
:param у: реальный выход
:param return: значение delta
def get_delta(t, y):
  return t - y
```

```
Функция подсчитывает коррекцию веса
:param delta: дельта
:param n: норма обучения
:param х: компонента обучающего вектора
:param net: net
:param func_type: тип функции (пороговая или логист.)
:param return: значение коррекции веса
def get_dw(delta, n, x, net, func_type):
  if func_type == "":
    return n * delta * I_function(net) * (1 - I_function(net)) * x
  else:
    return n * delta * x
Функция подсчитывает квадратичную ошибку
:param vec1: целевой набор выходов
:param vec2: реальный набор выходов
:param return: значение квадратичной ошибки
def hamming_distance(vec1, vec2):
  return sum(ch1 != ch2 for ch1, ch2 in zip(vec1, vec2))
Функция подсчитывает значение булевой функции
:param vector: булевый набор
:param return: значение булевой функции
def bool_function(vector):
  return (vector[0] or vector[1] or vector[3]) and vector[2]
  # return not ((vector[0]) and (vector[1])) and vector[2] and vector[3]
```

```
Функция строит график E(k)
   :param epoch_list: список эпох
   :param error_list: список ошибок
  def graph_plot(epoch_list, error_list):
     plt.grid(True)
     plt.plot(epoch_list, error_list)
     plt.xlabel('Era k')
     plt.ylabel('Error E')
     plt.scatter(epoch_list, error_list, alpha=0.8)
     mpl.style.use('bmh')
     plt.show()
  Файл 'neural.py'.
from computation import *
import itertools
import copy
from prettytable import PrettyTable
Функция обучения на всём числе наборов
:param vector_w: набор весов
:param func_type: тип функции (пороговая или логист.)
:param return: таблица обучения
def learn(vector_w, func_type):
  y_list = get_Y_real(vector_w, truth_table, func_type)
  t_list = get_Y_target(truth_table)
  epoch_list = list()
  error_list = list()
  error_sum = hamming_distance(y_list, t_list)
  epoch = 0
```

```
pt = PrettyTable(['K', 'W', 'Y', 'E'])
  pt.add_row([epoch, copy.copy(vector_w), y_list, error_sum])
  #пока ошибка не равна О
  while error_sum != 0:
    y_list = list()
     epoch += 1
    for (vec, t) in zip(truth_table, t_list):
       net = get_net(vec, vector_w)
       if func_type == 't':
          y = get_function_out(net, 't')
          y_list.append(y)
       if func_type == "":
          out = I_function(net)
          y = get_function_out(out, ")
          y_list.append(y)
       delta = get_delta(t, y)
       update_w(vector_w, delta, nu, vec, net, func_type)
     epoch_list.append(epoch)
    y_list = get_Y_real(vector_w, truth_table, func_type)
     error_sum = hamming_distance(t_list, y_list)
     error_list.append(error_sum)
     pt.add_row([epoch, copy.copy([float('\{:.2f\}'.format(x)) for x in vector_w]), y_list, error_sum])
  graph_plot(epoch_list, error_list)
  return pt
Функция обучения на минималном числе наборов
:param vector_w: набор весов
:param func_type: тип функции (пороговая или логист.)
:param return: таблица обучения
def learn_min(vector_w, func_type):
  error_sum = 1
```

```
for L in range(1, 17):
  for subset in itertools.combinations(truth_table, L):
     vector_w = [0, 0, 0, 0, 0]
     y_list = get_Y_real(vector_w, subset, func_type)
     t_list = get_Y_target(subset)
     error_list = list()
     epoch = 0
     epoch_list = list()
     pt = PrettyTable(['K', 'W', 'Y', 'E'])
     #пока ошибка не равна О
     while error_sum != 0 and epoch < 50:
        epoch += 1
       for (vec, t) in zip(subset, t_list):
          net = get_net(vec, vector_w)
          if func_type == 't':
             y = get_function_out(net, 't')
             y_list.append(y)
          if func_type == "":
             out = I_function(net)
             y = get_function_out(out, ")
             y_list.append(y)
          delta = get_delta(t, y)
          update_w(vector_w, delta, nu, vec, net, func_type)
        epoch_list.append(epoch)
       y_list = get_Y_real(vector_w, subset, func_type)
        error_sum = hamming_distance(t_list, y_list)
        error_list.append(error_sum)
        pt.add_row([epoch, copy.copy([float('{:.4f}'.format(x)) for x in vector_w]), y_list, error_sum])
       y_list = list()
     y_list = get_Y_real(vector_w, truth_table, func_type)
     t_list = get_Y_target(truth_table)
     error_sum = hamming_distance(t_list, y_list)
     if error_sum == 0:
```

```
graph_plot(epoch_list, error_list)
    return pt, subset

return pt

if __name__ == "__main__":
    W = [0, 0, 0, 0, 0]
    test, combs = learn_min(W, "|")
    # test = learn(W, "")
    print(test)
    print(combs)
```