

Boza dla $n=2$

$$\lfloor \sqrt{2} \rfloor = \lfloor \log_2 2 \rfloor$$

\Downarrow

$$1 = 1$$

OK.

zatem dla $n \geq 2$:

$$\lfloor \sqrt{n} \rfloor + \lfloor \sqrt[3]{n} \rfloor + \dots + \lfloor \sqrt[n]{n} \rfloor = \lfloor \log_2 n \rfloor + \lfloor \log_3 n \rfloor + \dots + \log$$

$$\lfloor \sqrt[k]{n} \rfloor < \lfloor \sqrt[k]{n+1} \rfloor$$

\Downarrow

$$\exists_m m^k = n+1$$

$$\cancel{\lfloor \log_2 n \rfloor} < \lfloor \log_{n+1} n+1 \rfloor$$

\Downarrow

$$\exists_p p = n+1$$

czyli jeżeli istnieje m t.z. $m^k = n+1$ to także

istnieje także k , że $m^k = n+1$, czyli jeżeli
rośnie (maksymalnie może tylko o jeden) jeden
składnik po lewej to po prawej również.

~~to~~ Analogicznie w drugą stronę, więc po lewej
rośnie tyle samo składników, co po prawej i
do tego do obu stron dodaj się $1 = \lfloor \log_{n+1} n+1 \rfloor = \lfloor \sqrt[n]{n} \rfloor$