Contents

1 Physikalische Größen und Einheiten

1.1 Umrechnungen in SI-Einheiten

$$\text{Kraft}F = kg \cdot \frac{m}{s^2} = N$$

$$\text{Arbeit}W = kg \cdot \frac{m}{s^2} \cdot m = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = J$$

$$\text{Leistung}P = \frac{kg \cdot m^2}{s^3} = W$$

$$\text{Spannung}U = \frac{kg \cdot m^2}{s^2 \cdot As} = \frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^3} = V$$

$$\text{Kapazität}C = \frac{A^2 \cdot s^4}{kg \cdot m^2} = \frac{C}{V} = \frac{As}{V} = F$$

$$\text{Geschwindigkeit}v = \frac{m}{s}$$

$$\text{Beschleunigung}a = \frac{m}{s^2}$$

1.2 Messunsicherheit Typ A

Arithmetischer Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

$\bar{x}$: Mittelwert der Messwerte [Einheit wie x_i], x_i: Einzelne Messwerte, N: Anzahl der Messungen

Standartabweichung eines Messwertes

$$\Delta x = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

Δx: Standardabweichung [Einheit wie x_i], x_i: Einzelne Messwerte, $\bar{x}$: Mittelwert, N: Anzahl der Messwerte

Standartabweichung des Mittelwertes

$$\Delta \bar{x} = \frac{\Delta x}{\sqrt{N}}$$

$\Delta\bar{x}$: Standardabweichung des Mittelwertes, Δx: Standardabweichung [Einheit wie x_i], N: Anzahl der Messwerte

Darstellung der Messgröße x

$$x_p = \bar{x} \pm t_p \cdot \Delta x$$

$$x_p = \bar{x} \pm U_a(x)$$

x_p: Messgröße, $\bar{x}$: Mittelwert, t_p: Vertrauensfaktor, Δx: Standardabweichung, $U_a(x)$: erweiterte Unsicherheit

1.3 Messunsicherheit Typ B

Unsicherheiten, welche nicht durch Wiederholungsmessungen ermittelt werden.
Die Messunsicherheit ist angegeben

1.3.1 Ermittlung des kombinierten Unsicherheit

Wenn Typ A und Typ B vorliegen

$$U_{\text{mess}} = \sqrt{U_A^2(x) + U_{B_1}^2(x) + U_{B_2}^2(x) + \dots}$$

U_{mess}: Gesamte kombinierte Unsicherheit, $U_A(x)$: Unsicherheit Typ A, $U_{B_i}(x)$: Unsicherheit Typ B

Bei Abhängigkeit mehrerer Größen (z.B. Volumen = abc)

$$u_{ges} = \sqrt{(\frac{\partial_z}{\partial_a} \cdot \Delta a)^2 + (\frac{\partial_z}{\partial_b} \cdot \Delta b)^2 + (\frac{\partial_z}{\partial_c} \cdot \Delta c)^2}$$

2 Verschiebung, Geschwindigkeit und Geschwindigkeitsbetrag

Verschiebung

$$\Delta x = x_E - x_A$$

Δx: Verschiebung [m], x_E: Endposition [m], x_A: Anfangsposition [m]

Mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\bar{v_x}$: Mittlere Geschwindigkeit [m/s], Δx: Weg [m], Δt: Zeitintervall [s]

Momentangeschwindigkeit

$$v_x = \frac{x}{t} = \dot{x}(t)$$

v_x: Momentangeschwindigkeit [m/s], x: Position [m], t: Zeit [s], $\dot{x}(t)$: Ableitung von $x(t)$ nach der Zeit

3 Gleichförmig beschleunigte Bewegung

Der mittlere Geschwindigkeitsbetrag (speed) $\bar{v}_x$ ist definiert als zurückgelegte Strecke s geteilt durch die benötigte Zeit Δt:

$$\bar{v}_x = \frac{s}{\Delta t}$$

$\bar{v}_x$: Mittlere Geschwindigkeit [m/s], s: Strecke [m], Δt: Zeitintervall [s]

Die mittlere Beschleunigung $\bar{a}_x$ ist definiert als Änderung der Geschwindigkeit v_x pro Zeiteinheit Δt:

$$\bar{a}_x = \frac{v_{xE} - v_{xA}}{\Delta t} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

$\bar{a}_x$: Mittlere Beschleunigung [m/s²], v_{xE}: Endgeschwindigkeit [m/s], v_{xA}: Anfangsgeschwindigkeit [m/s], Δt: Zeit [s]

4 Gleichmäßig beschleunigte Bewegung

$$x(t) = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$
$$v_x(t) = v_{x0} + a_x t$$
$$a_x(t) = a_x$$

$x(t)$: Position zur Zeit t [m], x_0: Anfangsposition [m], v_{x0}: Anfangsgeschwindigkeit [m/s], a_x: konstante Beschleunigung [m/s²], t: Zeit [s]

5 Bewegung in zwei und drei Dimensionen

$$r(t) = x(t)\vec{e_x} + y(t)\vec{e_y} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

$r(t)$: Ortsvektor [m], $x(t), y(t)$: Komponenten der Position [m], $\vec{e_x}, \vec{e_y}$: Einheitsvektoren

$$\Delta\vec{r}(t) = \vec{r_E}(t) - \vec{r_A}(t)$$
$$= \begin{pmatrix} x_E(t) - x_A(t) \\ y_E(t) - y_A(t) \end{pmatrix}$$

$\Delta\vec{r}(t)$: Verschiebungsvektor [m], $\vec{r_E}(t)$: Endposition, $\vec{r_A}(t)$: Anfangsposition

Mittlere Geschwindigkeit

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

$\vec{v}$: Mittlere Geschwindigkeit [m/s], $\Delta\vec{r}$: Verschiebung [m], Δt: Zeitintervall [s]

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{e_x} + y(t)\vec{e_y} + z(t)\vec{e_z}$$
$$= \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$$

z.B.

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ y_0 + v_{y0}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \\ z_0 + v_{z0}t + \frac{1}{2}a_z t^2 \end{pmatrix}$$

$\vec{r}(t)$: Ortsvektor [m], x_0, y_0, z_0: Anfangskoordinaten [m], v_{x0}, v_{y0}, v_{z0}: Anfangsgeschwindigkeiten [m/s], a_x, a_y, a_z: Beschleunigungen [m/s²], t: Zeit [s]

5.1 Der schräge Wurf

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ y_0 + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_{x0}t \\ y_0 + v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix}$$

$\vec{r}(t)$: Ortsvektor [m], v_0: Anfangsgeschwindigkeit [m/s], α: Abwurfwinkel, g: Erdbeschleunigung [m/s²], t: Zeit [s], y_0: Anfangshöhe [m]

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

$y(t)$: Höhe zur Zeit t [m], y_0: Anfangshöhe [m], v_0: Anfangsgeschwindigkeit [m/s], α: Winkel, g: Erdbeschleunigung [m/s²], t: Zeit [s]

$$y(x) = y_0 + v_0 \sin\alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos\alpha} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2$$

$y(x)$: Höhe in Abhängigkeit vom horizontalen Ort x [m], y_0: Anfangshöhe [m], v_0: Anfangsgeschwindigkeit [m/s], α: Winkel, g: Erdbeschleunigung [m/s²], x: horizontale Entfernung [m]

6 Die Newtonschen Axiome

$$F = m \cdot a$$

F: Kraft [N], m: Masse [kg], a: Beschleunigung [m/s²]

6.1 Das erste Newtonsche Axiom: Das Trägheitsgesetz

Ein Körper bleibt in Ruhe oder bewegt sich geradlinig mit konstanter Geschwindigkeit weiter, wenn keine resultierende Kraft auf ihn wirkt

$$\vec{a} = 0 \quad \text{falls} \quad \vec{F} = 0$$

Sie gelten nur in Inertialsystemen (Jedes Bezugssystem, in dem ein Kräftefreier Körper in Ruhe bleibt, ist ein Inertialsystem)

$\vec{a}$: Beschleunigung [m/s²], $\vec{F}$: resultierende Kraft [N]

6.2 Das zweite Newtonsche Axiom

(lex secunda oder Aktionsprinzip). Die zeitliche Änderung des Impulses ist gleich der resultierenden Kraft, die auf einen Körper wirkt.

Impuls

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$\vec{p}$: Impuls [kg·m/s], m: Masse [kg], $\vec{v}$: Geschwindigkeit [m/s]

$$\vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

$\sum_i \vec{F}_i$: Summe der Kräfte auf einen Körper [N], m: Masse [kg], $\vec{a}$: Beschleunigung [m/s²]

Eine über Zeit veränderliche Masse (z.B. Rakete)

$$m = \frac{m_{\text{Ruhe}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

m: relativistische Masse [kg], m_{Ruhe}: Ruhemasse [kg], v: Geschwindigkeit [m/s], c: Lichtgeschwindigkeit [m/s]

Gravitationskraft

$$F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

F_G: Gravitationskraft [N], G: Gravitationskonstante $G = 6,67430 \cdot 10^{-11}$ [m³/kg·s²], m_1, m_2: Massen der Körper [kg], r: Abstand [m]

6.3 Das dritte Newtonsche Axiom

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$\vec{F}_{12}$: Kraft von Körper 1 auf 2 [N], $\vec{F}_{21}$: Gegenkraft von 2 auf 1 [N]

7 Kontaktkräfte und weitere Arten von Kräften

Gewichtskraft F_G

$$F_G = m \cdot g$$

Greift Immer am Schwerpunkt!!

F_G: Gewichtskraft [N], m: Masse [kg], g: Erdbeschleunigung [m/s²]

Normalkraft F_N

$$F_N = F_G$$

Immer senkrecht zu einem Untergrund gerichtet. Sie kann entweder in gleiche oder entgegengesetzte Richtung der Gewichtskraft F_G eingezeichnet werden

F_N: Normalkraft [N], F_G: Gewichtskraft [N]

Reibungskraft F_R

$$F_R = \mu \cdot F_N$$

Wirkt eine Kraft F auf einen Körper mit der Gewichtskraft F_G parallel zum Untergrund, so entsteht entgegen dieser Kraft F eine Reibungskraft.

F_R: Reibungskraft [N], μ: Reibungskoeffizient, F_N: Normalkraft [N]

Hangabtriebskraft F_H

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin\alpha$$

F_N wird kleiner

$$F_N = m \cdot g \cdot \cos\alpha$$

Diese Aufgaben mit Kräftezerlegung lösen: Wirklinien von F_H und F_N einzeichnen und ein Kräfteparallelogramm bilden. Anschließend über trigonometrische Zusammenhänge lösen.

F_H: Hangabtriebskraft [N], F_N: Normalkraft [N], m: Masse [kg], g: Erdbeschleunigung [m/s²], α: Neigungswinkel

Federkraft

$$F_{\text{Zug}} = K_F \cdot x$$
$$F_{\text{Feder}} = -K_F \cdot x$$

F_{Zug}: Zugkraft an der Feder [N], F_{Feder}: Rückstellkraft der Feder [N], K_F: Federkonstante [N/m], x: Auslenkung [m]

Zentripetalkraft $\vec{F}_{ZP}$

$$\vec{F}_{ZP} = -m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$\vec{F}_{ZP}$: Zentripetalkraft [N], m: Masse [kg], ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], $\vec{r}$: Radiusvektor [m], v: Bahngeschwindigkeit [m/s]

Luftwiderstandskraft

$$F_W = \frac{1}{2} c_W \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$$

Vereinfacht

$$F_W = b \cdot v^2$$

F_W: Luftwiderstand [N], c_W: Widerstandsbeiwert, ρ: Dichte der Luft [kg/m³], A: Querschnittsfläche [m²], v: Geschwindigkeit [m/s], b: Reibungskoeffizient [kg/m]

7.1 Trägheits- und Scheinkräfte

Trägheitskraft

$$\vec{F}_T = -m \cdot \vec{a}_B$$

$\vec{F}_T$: Trägheitskraft [N], m: Masse [kg], $\vec{a}_B$: Beschleunigung des Bezugssystems [m/s²]

Zentrifugalkraft

$$\vec{F}_{ZF} = m \cdot \omega^2 \cdot \vec{r} = -\vec{F}_{ZP}$$

$\vec{F}_{ZF}$: Zentrifugalkraft [N], m: Masse [kg], ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], $\vec{r}$: Radiusvektor [m]

Corioliskraft

$$\vec{F}_{\text{Cor}} = 2m\,\vec{v} \times \vec{\omega} = 2m\,|\vec{v}||\vec{\omega}|\sin(\vec{v};\vec{\omega})$$
$$\vec{a}_{\text{Cor}} = 2 \cdot \vec{v}_0 \times \vec{\omega}$$

Rechte Hand Regel: Daumen: $\vec{a}_{cor}$ Zeigefinger: $\vec{v}$ Mittelfinger: $\vec{\omega}$

$\vec{F}_{\text{Cor}}$: Corioliskraft [N], m: Masse [kg], $\vec{v}$: Geschwindigkeit [m/s], $\vec{\omega}$: Winkelgeschwindigkeit [rad/s]

8 Der Massenmittelpunkt

Drehmoment $\vec{M}$

$$\vec{M} = r \cdot \vec{F}$$

$\vec{M}$: Drehmoment [Nm], r: Hebelarm [m], $\vec{F}$: angreifende Kraft [N]

Statisches Problem

$$\sum F_i = 0$$

$$\sum M_i = 0$$

$\sum F_i$: Summe aller Kräfte [N], $\sum M_i$: Summe aller Momente [Nm]

Massenmittelpunkt X_s bei 2 Teilchen

$$X_s = \frac{X_1 \cdot m_1 + X_2 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$

X_s: Schwerpunkt [m], X_1, X_2: Positionen der Massen [m], m_1, m_2: Massen [kg]

Für n Teilchen gilt

$$X_S = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \sum m_i \cdot \vec{r}_i$$

X_S: Massenmittelpunkt [m], m_i: Masse des Teilchens [kg], $\vec{r}_i$: Ort des Teilchens [m], m_{ges}: Gesamtmasse [kg]

Für ∞ Teilchen gilt

$$X_S = \frac{1}{m_{\text{ges}}} \int \vec{r}\, dm$$

X_S: Massenmittelpunkt [m], $\vec{r}$: Ortselement [m], m_{ges}: Gesamtmasse [kg]

9 Arbeit und kinetische Energie

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = |\vec{F}| \cdot |\vec{s}| \cdot \cos(\vec{F}; \vec{s})$$

W: Arbeit [J], $\vec{F}$: Kraft [N], $\vec{s}$: Weg [m], $\cos(\vec{F}; \vec{s})$: Winkel zwischen Kraft und Weg

Reibungsarbeit W_r –> Wärmeengergie

$$W_r = F_r \cdot \Delta x = \mu F_N \cdot \Delta x$$

W_r: Reibungsarbeit [J], F_r: Reibungskraft [N], μ: Reibungskoeffizient, F_N: Normalkraft [N], Δx: Weg [m]

Hubarbeit W_H –> Potentielle Energie

$$W_H = m \cdot g \cdot h$$

$$E_{\text{Pot}} = W_{\text{Pot}} = mgh$$

W_H: Hubarbeit [J], E_{Pot}: Potentielle Energie [J], m: Masse [kg], g: Erdbeschleunigung [m/s²], h: Höhe [m]

Beschleunigungsarbeit W_B –> kinetische Energie

$$W_B = F_B \cdot \Delta x = m \cdot a \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m v^2$$

W_B: Beschleunigungsarbeit [J], F_B: Beschleunigende Kraft [N], Δx: Weg [m], m: Masse [kg], a: Beschleunigung [m/s²], v: Geschwindigkeit [m/s]

Gesamtenergie bei geschlossenen Wegen (konservative Kräfte)

$$W_{\text{ges}} = 0 = \oint \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Konservative Kräfte sind Kräfte, die längs eines beliebeigen, geschlossenen Weges keine Arbeit verrichten. An Teilstrecken aufgewendete Energie wird an anderen Strecken wieder zurückgewonnen.

W_{ges}: Gesamtarbeit über geschlossene Bahn [J], $\vec{F}$: Kraft [N], $d\vec{s}$: Wegdifferenzial [m]

10 Verrichtete Arbeit bei geradliniger Bewegung mit ortsabhängiger Kraft

Einzelne Teilmengen

$$dW_i = F_i \cdot ds_i$$

dW_i: Infinitesimale Arbeit [J], F_i: Kraft entlang des Wegs [N], ds_i: Wegdifferenzial [m]

Gesamte Arbeit zwischen S_1 und S_2

$$W = \int_{S_1}^{S_2} F(s)\, ds$$

W: Arbeit [J], $F(s)$: ortsabhängige Kraft [N], s: Weg [m]

11 Leistung

Die Energieänderung eines Körpers pro Zeiteinheit heißt Leistung P

$$P = \frac{\text{Verrichtete Arbeit}}{\text{Zeit}} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = \vec{F} \cdot \vec{v} \cdot dt$$
$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = P$$

P: Leistung [W], $\vec{F}$: Kraft [N], $\vec{v}$: Geschwindigkeit [m/s], t: Zeit [s]

12 Energieerhaltung

Allgemeiner Energieerhaltungssatz:

$$E_{\text{ges}} = E_{\text{mech}} + E_{\text{wärme}} + E_{\text{chem}} + E_{\text{andere}} = \text{konstant}$$

Mechanischer Energieerhaltungssatz:

$$E_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^{n} E_{\text{Pot},i} + \sum_{i=1}^{n} E_{\text{Kin},i} = \text{konstant}, \quad \text{wenn } \vec{F}_{\text{ext}} = 0$$

$$E_{\text{Pot}} = m \cdot g \cdot h$$
$$E_{\text{Kin}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Wenn an einem System keine äußeren Kräfte Arbeit verrichten und alle inneren Kräfte, die Arbeit verrichten, konstant sind, bleibt die mechanische Gesamtenergie eines abgeschlossenen Systems konstant.

E_{ges}: Gesamte mechanische Energie [J], E_{Pot}: Potentielle Energie [J], E_{Kin}: Kinetische Energie [J], m: Masse [kg], g: Erdbeschleunigung [m/s²], h: Höhe [m], v: Geschwindigkeit [m/s]

13 Impuls und Impulserhaltung

Der Impuls $\vec{p}$ einer Masse ist definiert als das Produkt aus der Masse m und ihrer Geschwindigkeit $\vec{v}$:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

$\vec{p}$: Impuls [kg·m/s], m: Masse [kg], $\vec{v}$: Geschwindigkeit [m/s]

Impulserhaltungssatz:
$$\sum_i m_i \cdot \vec{v}_i = \sum_i m_i \cdot \vec{v}_i' \quad \text{wenn } \vec{F}_{\text{ext}} = 0$$
Wenn die Summe aller äußeren Kräfte auf ein System null ist, bleibt der Gesamtimpuls des Systems konstant

$\vec{p}_{ges}$: Gesamtimpuls [kg·m/s], m_i: Massen [kg], $\vec{v}_i$: Geschwindigkeiten [m/s], $\vec{F}_{ext}$: äußere Kraft [N]

14 Stoßprozesse

Elastischer Stoß:
$$\sum_i \frac{1}{2} m_i v_{i,\text{vor}}^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_{i,\text{nach}}^2$$
Gesamte kinetische Energie ist nach dem Stoß gleich groß, wie die gesamte kinetische Energie vor dem Stoß.

m_i: Masse [kg], $v_{i,vor}$: Geschwindigkeit vor dem Stoß [m/s], $v_{i,nach}$: Geschwindigkeit nach dem Stoß [m/s]

Inelastischer Stoß:
$$\sum_i \frac{1}{2} m_i v_{i,\text{vor}}^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_{i,\text{nach}}^2 + \Delta W$$
Ein Teil der kinetischen Energie geht vor dem Stoß in eine andere Energieform über.

ΔW: Energieverlust [J], Rest wie oben

Vollständig inelastischer Stoß:
$$\sum_i \frac{1}{2} m_i v_{i,\text{vor}}^2 = \Delta W$$
Die Gesamtenergie geht vor dem Stoß in eine andere Energieform über

Alle kinetische Energie geht in andere Energieformen über (z. B. Wärme, Verformung)

14.0.1 Gerader, zentraler, elastischer Stoß, zweite Kugel in Ruhe

Impulserhaltung:
$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'$$

m_1, m_2: Massen [kg], $\vec{v}_1, \vec{v}_2$: Geschwindigkeiten vor dem Stoß [m/s], $\vec{v}_1', \vec{v}_2'$: Geschwindigkeiten danach [m/s]

Energieerhaltung:
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 {v_1'}^2 + \frac{1}{2} m_2 {v_2'}^2$$

Kinetische Energie vor und nach dem Stoß ist gleich (elastischer Stoß)

Geschwindigkeiten nach dem Stoß:

$$v_1' = \frac{(m_1 - m_2)v_1 + 2m_2v_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2' = \frac{(m_2 - m_1)v_2 + 2m_1v_1}{m_1 + m_2}$$

v_1', v_2': Endgeschwindigkeiten nach dem Stoß [m/s], m_1, m_2: Massen [kg], v_1, v_2: Anfangsgeschwindigkeiten [m/s]

14.1 Schiefer, zentraler, elastischer Stoß, die zweite Kugel ist in Ruhe

Impulserhaltung in x- und y-Richtung aufteilen:
X-Richtung

$$m_1v_{1x} = m_1v_{1x}' + m_2v_{2x}'$$

$$m_1v_{1x} = m_1v_1' \cos\Theta_1 + m_2v_2' \cos\Theta_2$$

Y-Richtung:

$$0 = m_1v_{1y}' + m2v_{2y}'$$

$$0 = m_1v_1' \sin\Theta_1 + m2v_2' \sin\Theta_2$$

Da wir einen elastischen Stoß haben gilt der Energieerhaltungssatz:

$$m_1v_1^2 = m_1v_1'^2 + m_2v_2'^2$$

Nun haben wir 4 unbekannte aber 3 Gleichungen –> Es wird eine weitere Information benötigt (z.B. $m_1 = m_2$)

15 Drehbewegungen

Die Länge eines Kreisbogens s ergibt sich aus dem Zusammenhang:

$$s = r \cdot \varphi$$

Bogenlänge Δs: Entspricht der zurückgelegten Strecke einer Bewegung auf einer gekrümmten Ortskurve –> Bei einer Kreisförmigen Bewegung errechnet sich die Bogenlänge in Abhängigkeit vom überstrichenen Winkel $\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0$ zwischen zwei Punkten auf der Kreisbahn mit Radius r (Winkel im Bogenmaß)

s: Kreisbogenlänge [m], r: Radius [m], φ: Winkel im Bogenmaß [rad]

Winkelgeschwindigkeit (Änderung des Drehwinkels pro Zeit)

$$\omega = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad \text{mit } [\omega] = \text{rad/s}$$

Die Winkelgeschwindigkeit ist unabhängig vom Radius –> Auf einer rotierenden Scheibe besitzen alle Punkte dieselbe Winkelgeschwindigkeit.

ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], $\varphi(t)$: Winkel [rad], t: Zeit [s]

Winkelbeschleunigung (Änderung der Winkelgeschwindigkeit pro Zeit)

$$\alpha = \frac{d^2\varphi(t)}{dt^2} = \frac{d\omega(t)}{dt} \quad \text{mit } [\alpha] = \text{rad/s}^2$$

α: Winkelbeschleunigung [rad/s²], $\omega(t)$: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], $\varphi(t)$: Winkel [rad]

Bahngeschwindigkeit (Tangentialgeschwindigkeit)

$$v_t = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Bei einer ganzen Umdrehung mit Bogenlänge $\Delta s = r \cdot 2\pi$ erhält man

$$v_t = r \cdot \omega$$

Bei einer Kreisbewegung mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω ist auch der Betrag der Tangentialbeschleunigung konstant
Eine Änderung von v_t kann nur stattfinden, wenn eine Beschleunigung a_{zp} dafür ursächlich ist

v_t: Bahngeschwindigkeit [m/s], r: Radius [m], ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s]

Tangentialbeschleunigung (Bahnbeschleunigung)

$$a_t = r \cdot \alpha$$

a_t: Tangentialbeschleunigung [m/s²], r: Radius [m], α: Winkelbeschleunigung [rad/s²]

Zentripetalbeschleunigung

$$a_{zp} = -r \cdot \omega^2 = -\frac{v_t^2}{r}$$

a_{zp}: Zentripetalbeschleunigung [m/s²], r: Radius [m], ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], v_t: Bahngeschwindigkeit [m/s]

Grundformeln

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha t$$

$$\alpha(t) = \alpha$$

$\varphi(t)$: Winkel [rad], φ_0: Anfangswinkel [rad], ω: Anfangswinkelgeschwindigkeit [rad/s], α: konstante Winkelbeschleunigung [rad/s²], t: Zeit [s]

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\varphi$$
$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$
$$P = M \cdot \omega$$

ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], ω_0: Anfangswinkelgeschwindigkeit [rad/s], α: Winkelbeschleunigung [rad/s²], $\Delta\varphi$: Winkeländerung [rad], f: Frequenz [Hz], T: Periodendauer [s], P: Leistung [W], M: Drehmoment [Nm]

15.1 Die Kinetische Energie der Drehbewegung

$$E_{\text{kin}} = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$$

E_{kin}: Rotationsenergie [J], m_i: Masse [kg], r_i: Abstand zur Drehachse [m], ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], I: Trägheitsmoment [kg·m²]

16 Massenträgheitsmomente

Massenträgheitsmoment

$$I = \sum \frac{1}{2} m_i r_i^2$$
$$I_{\text{ges}} = \sum_i I_i$$

I: Trägheitsmoment eines Körpers [kg·m²], m_i: Masse [kg], r_i: Abstand zur Drehachse [m]

Kontinuierliche Masseverteilungen

$$I = \int r^2 \, dm$$

I: Trägheitsmoment [kg·m²], r: Abstand zur Drehachse [m], dm: infinitesimale Masse [kg]

Massiver, homogener Zylinder (Masse m; Radius r_a)

$$I = \frac{1}{2} m \cdot r_a^2$$

I: Trägheitsmoment [kg·m²], m: Masse [kg], r_a: Außenradius [m]

Tabelle 10.2: Vergleich der Zusammenhänge von Rotation und Translation, am Beispiel von zwei Dimensionen

Rotation		Translation	
Ortsvektor	$\vec{r} = r(\theta)$	Ortsvektor	$\vec{r} = x\vec{e_x} + y\vec{e_y}$
Drehwinkel	$\Delta\theta = \theta_{\text{Ende}} - \theta_{\text{Anfang}}$	Verschiebung	$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{e_x} + \Delta y\vec{e_y}$
Bogenlänge	$s = r \cdot \Delta\theta$	Strecke	$\mathrm{s} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$
Winkelgeschwindigkeit	$\omega = \dot{\theta}(t) = \frac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t}$	Geschwindigkeit	$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{\mathrm{d}\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t}$
Winkelbeschleunigung	$\alpha = \frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\theta(t)}{\mathrm{d}t^2}$	Beschleunigung	$\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{v}(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\vec{r}(t)}{\mathrm{d}t^2}$
Gleichungen für den Fall konstanter Winkelbeschleunigung	$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$ $\omega^2(t) = \omega_0^2 + 2\alpha\Delta\theta$	Gleichungen für den Fall konstanter Winkelbeschleunigung	$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ $\vec{v}^2(t) = \vec{v}_0^2 + 2\vec{a}\Delta\vec{r}$
Drehmoment	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	Kraft	$\vec{F}$
Trägheitsmoment	I	Masse	m
Zweites Newtonsches Axiom	$\vec{M}_{\text{res}} = I\vec{\alpha} = \frac{\mathrm{d}\vec{L}}{\mathrm{d}t}$	Zweites Newtonsches Axiom	$\vec{F}_{\text{res}} = m\vec{a} = \frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$
Arbeit	$\mathrm{d}W = \vec{M}\,\mathrm{d}\vec{\theta}$	Arbeit	$\mathrm{d}W = \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{s}$
Kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}I\omega^2$	Kinetische Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$
Leistung	$P = \vec{M}\vec{\omega}$	Leistung	$P = \vec{F}\vec{v}$
Drehimpuls	$\vec{L} = I\vec{\omega} = \vec{r} \times \vec{p}$	Impuls	$\vec{p} = m\vec{v}$

Hohlzylinder (Masse m; Innenradius r_i; Außenradius r_a)

$$I = \frac{1}{2}m \cdot (r_a^2 + r_i^2)$$

I: Trägheitsmoment [kg·m²], m: Masse [kg], r_a: Außenradius [m], r_i: Innenradius [m]

Dünnwandiger, hohler Zylinder (Radius r_a)

$$I = m \cdot r_a^2$$

I: Trägheitsmoment [kg·m²], m: Masse [kg], r_a: Radius [m]

Dünner Stab (Länge l; durch die Mitte gedreht)

$$I = \frac{1}{12} m \cdot l^2$$

I: Trägheitsmoment [kg·m²], m: Masse [kg], l: Länge [m]

Dünner Stab (Drehachse durch das Ende)

$$I = \frac{1}{3} m \cdot l^2$$

I: Trägheitsmoment [kg·m²], m: Masse [kg], l: Länge [m]

Bei versetzter Drehachse

$$E_{\mathrm{kin}} = \frac{1}{2} I_s \omega^2 + \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2}(I_s + m r^2)\omega^2$$

Steiner

$$I_p = I_s + m r^2$$

E_{kin}: Kinetische Energie der Rotation [J], I_s: Trägheitsmoment um Schwerpunktachse [kg·m²], I_p: Trägheitsmoment um Parallelachse [kg·m²], m: Masse [kg], r: Abstand der Achsen [m], ω: Winkelgeschwindigkeit [rad/s]

17 Das zweite Newtonsche Axiom für Drehbewegungen

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$$

$\vec{M}$: Drehmoment [Nm], I: Trägheitsmoment [kg·m²], $\vec{\alpha}$: Winkelbeschleunigung [rad/s²]

Drehmoment über Kreuzprodukt

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$\vec{M}$: Drehmoment [Nm], $\vec{r}$: Hebelarm [m], $\vec{F}$: Kraft [N]

Tangentialbeschleunigung

$$a_t = \vec{\alpha} \cdot \vec{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{F} = m \cdot \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

a_t: Tangentialbeschleunigung [m/s²], $\vec{\alpha}$: Winkelbeschleunigung [rad/s²], $\vec{r}$: Radiusvektor [m], $\vec{F}$: Kraft [N], m: Masse [kg]

17.1 Statisches Gleichgewicht

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = 0$$
$$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha} = 0$$

Statische Bedingungen: keine Beschleunigung, keine Winkelbeschleunigung. Kräfte- und Momentengleichgewicht. $\vec{F}$*: resultierende Kraft [N],* $\vec{a}$*: Beschleunigung [m/s²],* $\vec{M}$*: Drehmoment [Nm],* $\vec{\alpha}$*: Winkelbeschleunigung [rad/s²]*

17.2 Die kinetische Energie rollender Körper

Ein rollender Körper besitzt sowohl kinetische Energie durch die Rotation, als auch kinetische Energie durch die Bewegung seines Schwerpunkts in Folge des Abrollens.
Gesamtenergie:

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} I_S \omega^2 + \frac{1}{2} m v_S^2$$

E_{kin}*: Gesamtenergie [J],* I_S*: Trägheitsmoment um Schwerpunkt [kg·m²],* ω*: Winkelgeschwindigkeit [rad/s], m: Masse [kg],* v_S*: Schwerpunktsgeschwindigkeit [m/s]*

Vollzylinder auf schiefer Ebene (Neigung β):

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$$

Geschwindigkeit nach Strecke x:

$$v_x^2 = \frac{4}{3} g \cdot x \cdot \sin\beta$$

Beschleunigung:

$$a = \frac{2}{3} g \cdot \sin\beta$$

E_{pot}*: Potentielle Energie [J],* v_x*: Geschwindigkeit [m/s], g: Erdbeschleunigung [m/s²], x: zurückgelegte Strecke [m],* β*: Neigungswinkel [rad], a: Beschleunigung [m/s²]*

18 Drehimpuls und Drehimpulserhaltung

Drehimpuls

$$L = I \cdot \omega = \vec{r} \times \vec{p}$$
$$\vec{L}_{\text{ges}} = \vec{L}_{\text{Bahn}} + \vec{L}_{\text{Spin}} = m \cdot \vec{r}_S \times \vec{v}_S + \vec{L}_{\text{Spin}}$$

L: Drehimpuls [kg·m²/s], I: Trägheitsmoment [kg·m²], ω*: Winkelgeschwindigkeit [rad/s],* $\vec{r}$*: Ort [m],* $\vec{p}$*: Impuls [kg·m/s],* $\vec{v}_S$*: Geschwindigkeit Schwerpunkt [m/s]*

Drehimpulserhaltung

$$\vec{L}_{\text{ges}} = \sum_i I_i \cdot \omega_i = \text{konstant}, \quad \text{wenn } \vec{M}_{\text{ges}} = 0$$

$\vec{L}_{ges}$: Gesamtdrehimpuls [kg·m²/s], $\vec{M}_{ges}$: Summe der äußeren Drehmomente [Nm]

19 Schwingungen

19.1 Ungedämpfte, freie und harmonische Schwingungen

Auslenkung, Geschwindigkeit, Beschleunigung

$$y(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \delta)$$

$$v(t) = -\omega_0 A \cdot \sin(\omega_0 t + \delta)$$

$$a(t) = -\omega_0^2 A \cdot \cos(\omega_0 t + \delta)$$

$y(t)$: Auslenkung [m], $v(t)$: Geschwindigkeit [m/s], $a(t)$: Beschleunigung [m/s²], A: Amplitude [m], ω_0: Kreisfrequenz [rad/s], δ: Phasenverschiebung [rad], t: Zeit [s]

Kreisfrequenz

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$$

ω_0: Kreisfrequenz [rad/s], f_0: Frequenz [Hz], T_0: Periodendauer [s], k_F: Federkonstante [N/m], m: Masse [kg]

Energie des harmonischen Oszillators

$$E_{\text{mech}} = \frac{1}{2} k_F \cdot A^2$$

E_{mech}: Mechanische Energie [J], k_F: Federkonstante [N/m], A: Amplitude [m]

Vertikaler Federschwinger

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_F}{m}}$$

ω_0: Kreisfrequenz [rad/s], k_F: Federkonstante [N/m], m: Masse [kg]

Mathematisches Pendel

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{l} \sin\theta(t) = 0$$

Linearisiert:

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{g}{l} \theta(t) = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$\theta(t)$: Winkel [rad], g: Erdbeschleunigung [m/s²], l: Pendellänge [m], ω_0: Kreisfrequenz [rad/s]

Drehpendel / Torsionspendel

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{\kappa}{I}\theta(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{\kappa}{I}}$$

$\theta(t)$: Auslenkwinkel [rad], κ: Drehfederkonstante [Nm], I: Trägheitsmoment [kg·m²]

Physikalisches Pendel

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{smg}{I_p}\sin\theta(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{smg}{I_p}}$$

$\theta(t)$: Winkel [rad], s: Abstand zur Drehachse [m], m: Masse [kg], g: Erdbeschleunigung [m/s²], I_p: Trägheitsmoment bezogen auf Drehachse [kg·m²]

Elastischer Schwingkreis

$$\ddot{Q}(t) + \frac{1}{LC}Q(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$Q(t)$: Ladung [C], L: Induktivität [H], C: Kapazität [F], ω_0: Kreisfrequenz [rad/s]

19.2 Gedämpfte Schwingungen

DGL für Feder-Masse-Dämpfungssystem:

$$\ddot{y}(t) + 2\delta\dot{y}(t) + \omega_0^2 y(t) = 0 \quad \text{mit } 2\delta = \frac{b}{m}$$

$y(t)$: Auslenkung [m], δ: Abklingkonstante [1/s], b: Dämpfungskonstante [kg/s], m: Masse [kg], ω_0: ungedämpfte Kreisfrequenz [rad/s]

Dämpfungsgrad

$$D = \frac{\delta}{\omega_0}$$

D: Dämpfungsgrad, δ: Abklingkonstante [1/s], ω_0: Kreisfrequenz [rad/s]

Lösung der charakteristischen Gleichung

$$\lambda_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

λ: *Eigenwerte*, δ: *Abklingkonstante [1/s]*, ω_0: *Kreisfrequenz [rad/s]*

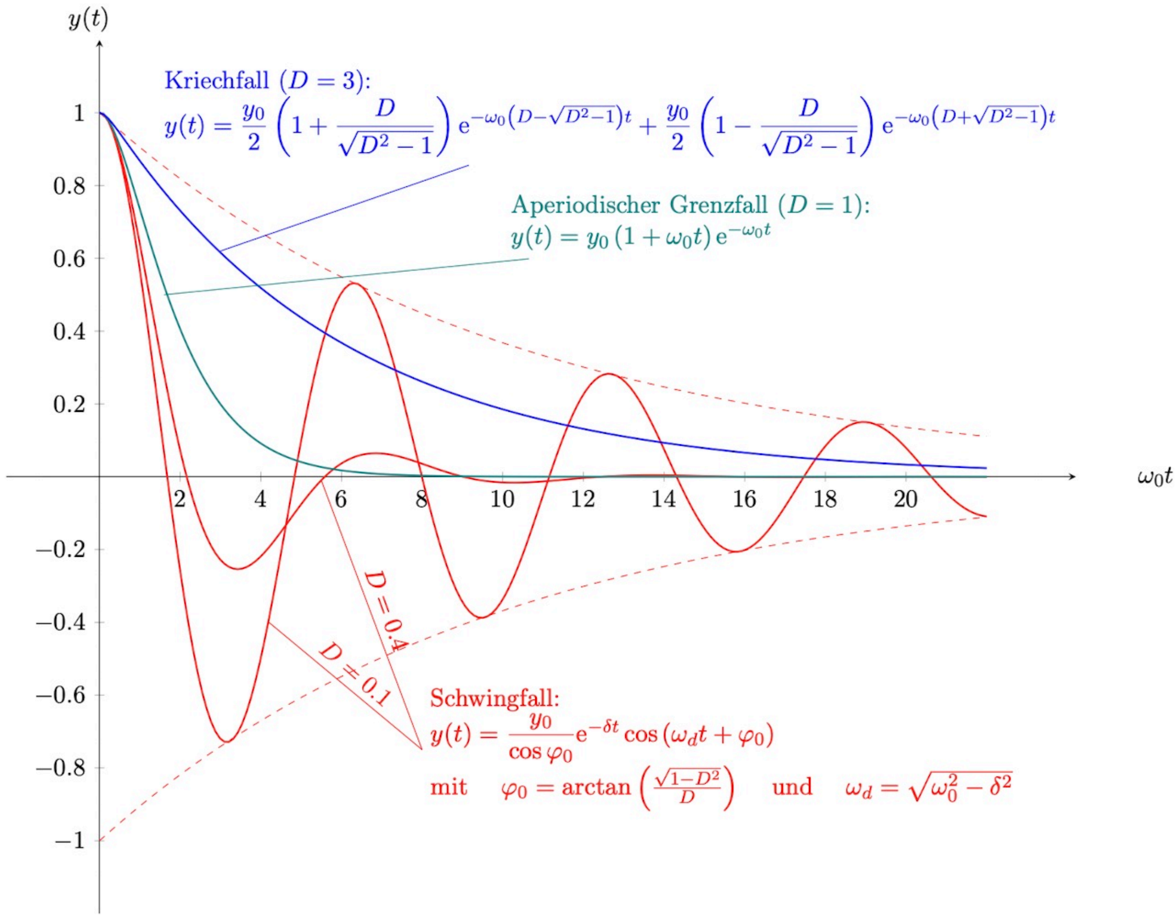

Abbildung 11.4: Kriechfall, aperiodischer Grenzfall und Schwingfall eines gedämpften Systems mit den Anfangsbedingungen $y(0) = y_0 = 1$ und $\dot{y}(0) = 0$.

19.3 Energie des gedämpften Oszillators

Schwach gedämpft (Näherung $\omega_d \approx \omega_0$):

$$E_{\text{mech}} = \frac{1}{2} m \cdot \omega_0^2 \cdot A^2$$

E_{mech}: *Energie [J]*, m: *Masse [kg]*, ω_0: *Kreisfrequenz [rad/s]*, A: *Amplitude [m]*

Stärker gedämpft:

$$E_{\text{mech}} = \frac{1}{2} m \cdot \omega_d^2 \cdot A^2$$

ω_d: *gedämpfte Eigenfrequenz [rad/s]*

19.4 Güte

Gütefaktor

$$Q = \frac{1}{2D} = \omega_0 \cdot \frac{m}{b}$$

Q: Gütefaktor, D: Dämpfungsgrad, ω_0: Kreisfrequenz [rad/s], m: Masse [kg], b: Dämpfungskonstante [kg/s]

20 Wellen

Eindimensionale Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial t^2} = \frac{F_s}{A\rho} \cdot \frac{\partial^2 y(z,t)}{\partial z^2}$$

$y(z,t)$: Auslenkung [m], F_s: Zugkraft [N], A: Querschnittsfläche [m²], ρ: Dichte [kg/m³]

Lösung der harmonischen Wellenfunktion

$$y(z,t) = A \cdot \cos(\omega t - kz + \delta)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \nu \cdot \lambda$$

$y(z,t)$: Auslenkung [m], A: Amplitude [m], ω: Kreisfrequenz [rad/s], k: Wellenzahl [rad/m], δ: Phase [rad], λ: Wellenlänge [m], T: Periodendauer [s], ν: Frequenz [Hz], c: Ausbreitungsgeschwindigkeit [m/s]

Phasengeschwindigkeit verschiedener Wellen

Seilwellen

$$c = \sqrt{\frac{F_s}{\mu}}$$

Elektromagnetische Wellen im Vakuum

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

Elektromagnetische Wellen in Materie

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \epsilon_0 \mu_r \mu_0}}$$

c: Phasengeschwindigkeit [m/s], F_s: Spannkraft im Seil [N], μ: lineare Massendichte [kg/m], ϵ_0: elektrische Feldkonstante (Permittivität des Vakuums) [F/m], μ_0: magnetische Feldkonstante (Permeabilität des Vakuums) [H/m], ϵ_r: relative Permittivität, μ_r: relative Permeabilität

20.1 Wellen in drei Dimensionen

Intensität:

$$I(z) = \frac{\text{zeitlich gemittelte Lieistung}}{\text{senkrecht zur Ausbreitung stehende Fläche}} = \frac{P_t}{A} = \text{const.}$$

Kreiswellen

$$I(r) = \frac{I_0 r_0}{r}$$

Kugelwellen

$$I(r) = \frac{I_0 r_0^2}{r^2} = \frac{P_t}{4\pi r^2}$$

$I(z), I(r)$: Intensität [W/m^2], P_t: zeitlich gemittelte Leistung [W], A: Fläche senkrecht zur Ausbreitungsrichtung [m^2], I_0: Referenzintensität in Abstand r_0 [W/m^2], r, r_0: Abstand zur Quelle bzw. Referenzabstand [m]

Messung der Schallintensität

$$I_p = 10 \log \frac{I}{I_0} \text{dB}$$

I_p: Schalldruckpegel [dB], I: gemessene Schallintensität [W/m^2], I_0: Bezugsintensität, meist 10^{-12} W/m^2

20.2 Der Doppler-Effekt

Fall 1: Empfänger bewegt sich relativ zu einer still stehenden Quelle

$$\nu_E = \nu_0 (1 + / - \frac{V_E}{c})$$

Hinbewegung
Wegbewegung

Fall 2: Quelle bewegt sich relativ zu einem still stehenden Empfänger

$$\nu_E = \nu_0 \frac{1}{1 - / + \frac{V_Q}{c}}$$

Hinbewegung
Wegbewegung

Fall 3: Quelle und Empfänger bewegen sich relativ zueinander

$$\nu_E = \frac{1 + / - \frac{V_E}{c}}{1 - / + \frac{V_Q}{c}}$$

Hinbewegung
Wegbewegung

ν_E: Frequenz beim Empfänger [Hz], ν_0: Frequenz der Quelle [Hz], V_E: Geschwindigkeit des Empfängers relativ zum Medium [m/s], V_Q: Geschwindigkeit der Quelle relativ zum Medium [m/s], c: Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle im Medium [m/s],

Fall 4: Entstehung von Stoßwellen

$$\sin\theta = \frac{c}{V_Q} = \frac{1}{\text{Ma}}$$

21 Überlagerung von Wellen

21.1 Überlagerung von zwei Wellen mit gleicher Wellenzahl und Frequenz

$$y_1 = A\cos(kz - \omega t)$$
$$y_2 = A\cos(kz - \omega t + \delta)$$
$$y = y_1 + y_2$$
$$y = 2A\cos(\frac{1}{2}\delta)\cos(kz - \omega t + \frac{1}{2}\delta)$$

Der erste Teil der Formel ($2A\cos(\frac{1}{2}\delta)$ stellt die resultierende Amplitude A_{res} dar.
Der Zweite Teil der Formel ($\cos(kz - \omega t + \frac{1}{2}\delta)$) beschreibt die, sich in Z-Richtung ausbreitende Welle

Gangunterschied

$$\Delta z = \frac{\delta}{2\pi}\lambda$$

$$\Delta z = z_2 - z_1$$

Der Gangunterschied stellt anschaulich den räumlichen Versatz der beiden Wellen in Bezug auf die Wellenlänge λ dar

y_1, y_2: Einzelne Wellenfunktionen, y: resultierende Welle, A: Amplitude der Einzelsignale, $A_{res} = 2A\cos(\frac{1}{2}\delta)$: resultierende Amplitude, k: Wellenzahl, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [rad/m], ω: Kreisfrequenz, $\omega = 2\pi f$ [rad/s], f: Frequenz [Hz], δ: Phasendifferenz [rad], λ: Wellenlänge [m], Δz: Gangunterschied [m], z_1, z_2: Orte der beiden Wellenfronten

21.2 Interferenzbedingungen

Konstruktive Interferenz

- **Phasenkonstante:** $\delta = 0,\ \pm 2\pi,\ \pm 4\pi,\ \ldots$
- **Gangunterschied:** $\Delta z = 0,\ \pm\lambda,\ \pm 2\lambda,\ \ldots$
- **Ergebnis:** Verstärkung der Wellen (Maxima überlagern sich)

Destruktive Interferenz

- **Phasenkonstante:** $\delta = \pm\pi,\ \pm 3\pi,\ \pm 5\pi,\ \ldots$
- **Gangunterschied:** $\Delta z = \pm\frac{\lambda}{2},\ \pm\frac{3\lambda}{2},\ \pm\frac{5\lambda}{2},\ \ldots$
- **Ergebnis:** Auslöschung der Wellen (Maxima und Minima überlagern sich)