

杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	高等数学甲		考试日期	07 年 1 月 日		成绩	
课程号		教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

题号	一	二	三			四	五	六	七	八	九
			1	2	3						
得分											

一、 选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

得分	
----	--

1. [3 分] 函数 $f(x)=\arctan\frac{1}{1-x}$ 当 $x\rightarrow 1$ 时的极限是()
- (A) $\frac{\pi}{2}$; (B) $-\frac{\pi}{2}$; (C) 0; (D) 不存在.
2. [3 分] 对于任意的 x ，都有 $f(-x)=-f(x)$, $f'(-x_0)=-k\neq 0$ ，则 $f'(x_0)=()$
- (A) k ; (B) $-k$; (C) $\frac{1}{k}$; (D) $-\frac{1}{k}$.
3. [3 分] 使函数 $f(x)=\sqrt[3]{x^2(1-x^2)}$ 适合罗尔定理条件的区间是()
- (A) $[0,1]$; (B) $[-1,1]$; (C) $[-2,2]$; (D) $[-3/5, 4/5]$.
4. [3 分] 若 $\int f(x)dx=F(x)+c$ ，则 $\int f(ax^2+b)xdx=()$
- (A) $F(ax^2+b)+c$; (B) $\frac{1}{2a}F(ax^2+b)$;
- (C) $\frac{1}{2a}F(ax^2+b)+c$; (D) $2aF(ax^2+b)+c$.
5. [3 分] 定积分 $\int_0^{3\pi/4}|\sin 2x|dx$ 的值是()
- (A) 1/2; (B) 3/2; (C) -1/2; (D) -3/2.

6. [3 分] 如果曲线弧 \widehat{AB} 的方程可以表示为 $x=x(t),y=y(t)$ ，且 A 点对应参数 $t=\alpha$ ， B 点对应参数 $t=\beta$ ，在 (α,β) 内 $x(t),y(t)$ 具有连续导数，

则曲线弧 \widehat{AB} 的长 $s=()$

- (A) $\int_{\alpha}^{\beta}\sqrt{1+y'^2}dx$; (B) $\int_{\alpha}^{\beta}\sqrt{1+y'^2(t)}dt$;
- (C) $\int_{\alpha}^{\beta}\sqrt{x'^2(t)+y'^2(t)}dt$; (D) $\int_{\alpha}^{\beta}\sqrt{1+x'^2(t)}dt$.
7. [3 分] 已知 $y=\sin x$ ，则 $y^{(10)}=()$
- (A) $\sin x$; (B) $\cos x$; (C) $-\sin x$; (D) $-\cos x$.
8. [3 分] 设 $f(x)=\int_0^{\sqrt{\ln x}}e^{t^2}dt$ ，则 $f'(x)=()$

- (A) $\frac{1}{2\sqrt{\ln x}}$; (B) $\frac{1}{\sqrt{\ln x}}$; (C) $\frac{e^{x^2}}{2\sqrt{\ln x}}$; (D) $\frac{e^{x^2}}{\sqrt{\ln x}}$.

二、 填空题（每小题 4 分，共 16 分）

得分	
----	--

1. [4 分] 若 $f(x)=\begin{cases}\frac{\ln(1+2x)}{x}, & x\neq 0 \\ a, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ _____;
2. [4 分] 设 $y=\arcsin\sqrt{1-x^2}$ ，则 $dy=$ _____;
3. [4 分] 设 $f(x)=e^{2x}-2x$ 在区间_____上单调增加;
4. [4 分] 已知 $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{j}+\vec{k}$ ，则 \vec{a},\vec{b} 夹角的正弦等于_____.

三、试解下列各题（本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分）

得分	
----	--

1. [5 分] 设 $y = \sin^2 x - \ln(x + \sqrt{a^2 + x^2})$ ，求 y' 。

得分	
----	--

2. [5 分] 设 $\begin{cases} x = e^{-t}(1 + \cos t) \\ y = e^{-t}(1 + \sin t) \end{cases}$ ，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

得分	
----	--

3. [5 分] 求极限： $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} t^{3/2} dt}{\int_0^x t(t - \sin t) dt}$ 。

得分	
----	--

四、[本题 6 分]

设函数 $f(x) = 3 - (x - 1)^{\frac{2}{3}}$ ，求 $f(x)$ 的单调区间与极值。

得分	
----	--

得分	
----	--

得分	
----	--

得分	
----	--

得分	
----	--

得分	
----	--

得分	
----	--

得分	
----	--

得分	
----	--

八、[本题 9 分] 设函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上二阶导数连续, 且 $f(0) = 0$,

对于函数

$$g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

- (1) 确定 a 的值, 使 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续;
- (2) 证明对于所确定的 a 的值, $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上的一阶导数是连续的.

得分	
----	--

九、[本题 5 分]

设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上具有一阶连续导数, 且 $|f'(x)| \leq M, x \in [0, 1]$.

证明: $\left| \int_0^1 f(x) dx - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) \right| \leq \frac{M}{n}.$