考场座位号：________

杭州电子科技大学信息工程学院学生考试卷（ A ）卷

课程名称	概率论与数理统计	考试日期	2018 年 6 月 26 日	成 绩	
考生姓名		任课教师姓名			
学号（8 位）		班级		专业	
考试形式：闭卷					
考试说明： 可带计算器					

注意：试题答案必须写在答题纸相应位置上，否则不得分。

一. 填空题：（总计 10 个空，每空 2 分，共 20 分）

1. 投掷骰子，掷出奇数点的概率为 _______；

2. 设甲乙丙三人射击，若事件 A,B,C 分别表示“甲中靶”“乙中靶”“丙中靶”，则“三人至多两人中靶”可表示为______________；

3. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan x, x\in R$，则其密度函数 $f(x)=$_____；

4. 设二维随机变量 (X,Y) 的联合分布 $F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-2x})(1-e^{-y}), & x>0, y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$，则

   $P\{0<X\le 0.5, -1<Y<1\}=$________；

5. 设 $X\sim N(1,4)$， $E(X^2)=$_________.

6. 设 $X\sim N(0,1), Y=e^X$, 则 $f_Y(y)=$________ .

7. 设随机变量 $X\sim N(50,100)$，则 $P(45<X<62)=$________________.

   （$\Phi(0.5)=0.6915, \Phi(1)=0.8413, \Phi(1.2)=0.8849, \Phi(2.1)=0.9821$）

8. 设随机变量 X,Y 独立同分布，且 $X,Y\sim U[0,3]$，则 $P\{\max\{X,Y\}\le 1\}=$__________________.

9. 将 3 只球随机地放入 4 个杯子中去，则杯中最大球数为 2 的概率为______；

10. 已知 $D(X)=4, D(Y)=9, \rho_{XY}=\frac{1}{3}$, $Cov(X,Y)=$_____________.

二. 选择题.（本题共有 5 个小题，每一小题 2 分，共 10 分，每个小题给出的选项中，只有一项符合要求）

1. 对事件 A,B， $P(A-B)=$（　　）

   (A) $P(A)-P(B)$; (B) $P(A)-P(B)+P(AB)$; (C) $P(A)-P(AB)$; (D) $P(A)+P(\bar{B})-P(A\bar{B})$

2. 设事件 A,B 相互独立，且 $P(A)>0, P(B)>0$, 则一定有(　　)

   (A) $P(\bar{A}|\bar{B})=1-P(A)$ (B) $P(A|B)=0$ (C) $P(A)=1-P(B)$ (D) $P(A|B)=P(B)$

3. 设 $X\sim N(0,1), Y\sim N(1,4)$，且 X,Y 相互独立，则 $2X+Y\sim$（　　）

   (A) $N(1,5)$ (B) $N(2,5)$ (C) $N(1,6)$ (D) $N(1,8)$

4. 设 $X\sim N(0,1), Y\sim e(2)$，且 X,Y 独立，则 $D(X\text{-}2Y)=$（　）

   (A) -1 (B) 2 (C) 3 (D) $\frac{3}{2}$.

5. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases}0, & x<0\\ \frac{2x+1}{4}, & 0\le x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$，则概率 $P\{X=1\}=$（　　）

   (A) 1 (B) 3/4 (C) 1/4 (D) 0

三、判断题（每小题 1 分，共 5 分）

1. 若 A,B 相互对立，则 A,B 相互独立.（　　）
2. 若 $P(A)=0$，则 A 为不可能事件.（　　）
3. 若随机变量 X,Y,Z 相互独立，则 X,Y,Z 两两独立.（　　）
4. 若 $f_1(x), f_2(x)$ 为密度函数，则 $f_1(x)f_2(x)$ 为密度函数.（　　）
5. 函数 $F(x)=\begin{cases}0, x<0\\ \sin x, 0\le x<\pi\\ 1, x\ge\pi\end{cases}$ 可以成为分布函数. （　　）

考场座位号：________

四、计算题：（共 60 分）
（注意：计算题必须写出必要的计算过程，只写答案不得分）

1. **（本题 6 分）**设 $P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A+B)=0.6$, 求 $P(A-B)$.

2. **（本题 10 分）**设随机变量 X 的分布律为

X	-1	0	1	2
P	0.2	0.3	0.1	0.4

1) 求 $E(X)$；

2) 求 $Y=(X-1)^2$ 的分布律；

3) 求 $E(2X+1)$, $D(2X+1)$.

3. **（本题 10 分）**已知随机变量 (X,Y) 的联合分布律为

X\Y	1	2	3	
1	1/3	2/9	1/9	
2	1/6	1/9	1/18	

1) 求 X,Y 边缘分布律；

2) 判断 X,Y 相互独立性；

3) 设 $Z=XY$，求其分布律.

4. **（本题 10 分）**设某批产品中甲、乙、丙三个厂家的产量分别占 45%，35%，20%，各厂产品中次品率分别为 4%，2%，5%.

(1)现从中任取一件，求取到的恰好是次品的概率；

(2)已知取到的是次品，求该产品是甲厂抽到的概率.

5. **（本题 12 分）**设二维随机变量 (X,Y) 的密度函数为 $f(x,y)=\begin{cases} 2e^{-(x+2y)}, & x>0, y>0 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，

1) 求 X,Y 边缘密度函数；

2) 判断 X,Y 相互独立性；

3) 设 $Z=X+Y$，求 Z 的密度函数.

6. **（本题 6 分）**从 0,1,2,3，⋯，9 中任意选出 3 个不同的数字，试求下列事件的概率：

$A_1=\{三个数字中不含 0\}$， $A_2=\{三个数字中不含5\}$，求 $P(A_1), P(A_2), P(A_1A_2)$.

7. **（本题 6 分）**独立地抛掷 10 颗骰子，用中心极限定理求掷出的点数之和在 30 到 40 点之间的概率.

（$\Phi(0.86)=0.8051, \Phi(0.93)=0.8238$ ）

五、证明题（5 分）

证明 $D(X-Y)=D(X)+D(Y)-2\operatorname{cov}(X,Y)$.

考场座位号：________

杭州电子科技大学信息工程学院试卷(A 卷)
答题纸

考试课程	概率论与数理统计		考试日期	2018 年 6 月　日		成绩	
考生姓名		学号		专业		任课教师姓名	

请学生们注意：所有结果都要写在答题纸的相应位置上，写在其它地方包括试卷上不计分。

一. 填空题：（总计 10 个空，每空 2 分，共 20 分）

1.　1/2　　2.　$\overline{ABC}$　　3.　$\frac{1}{\pi}\frac{1}{1+x^2}$　　4.　$(1-e^{-1})^2$ 或 0.3996　　5.　5

6.　$\begin{cases}\varphi(\ln y)\frac{1}{y}, y>0\\ 0, \quad y\le 0\end{cases}$　　7.　0.5764　　8.　1/9　　9.　9/16　　10.　2

二. 选择题.（本题共有 5 个小题，每一小题 2 分，共 10 分，每个小题给出的选项中，只有一项符合要求）

题号	1	2	3	4	5
答案	C	A	D	B	C

三、判断题（每小题 1 分，共 5 分）：正确用 √ ，错误用 × 表示

题号	1	2	3	4	5
答案	×	×	√	×	×

四、计算题：（共 60 分）
（注意：计算题必须写出必要的计算过程，只写答案不得分）

1. 解：

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$　　………. 2 分

$P(AB)=0.1$　　…………. 3 分

$P(A\text{-}B)=P(A)-P(AB)=0.3$　　………. 6 分

2. 解：

1) $E(X)=0.7$　　……………..3 分

2)

Y	0	1	4
P	0.1	0.7	0.2

………………6 分

3) $E(2X+1)=2E(X)+1=2.4$　　………………..8 分

$E(X^2)=1.9$，$D(X)=1.41.$　　…………………9 分

$D(2X+1)=4D(X)=5.64$　　………………10 分

3 解：

X\Y	1	2	3	
1	1/3	2/9	1/9	2/3
2	1/6	1/9	1/18	1/3
	1/2	1/3	1/6	

Y	1	2	3
P	1/2	1/3	1/6

….2

X	1	2
P	2/3	1/3

分　**….4** 分

2) 相互独立　　…………….7 分

3)

Z	1	2	3	4	6
P	1/3	7/18	1/9	1/9	1/18

…………10 分

4 解：

设甲、乙、丙三个厂家产量占比分别记为 $A, B, C,$

则 $P(A_1)=45\%, P(A_1)=35\%, P(A_1)=20\%.$　　…………….2 分

记 T 为次品，则 $P(T\mid A_1)=4\%, P(T\mid A_2)=2\%, P(T\mid A_3)=5\%.$　　……………..4 分

1) $P(T)=P(A_1)P(T\mid A_1)+P(A_2)P(T\mid A_2)+P(A_3)P(T\mid A_3)$=0.035　　……….7 分

2) $P(A_1|T)=\frac{P(A_1)P(T\mid A_1)}{P(T)}$=0.514　　……………..10 分

5 解：

1) 当 $x\le 0$ 时， $f_X(x)=0;$

当 $x>0$ 时， $f_X(x)=\int_0^{+\infty}2e^{-(x+2y)}dy=e^{-x}.$

即 $f_X(x)=\begin{cases}e^{-x},x>0\\0,\quad x\le 0\end{cases}.$ ………2 分

同理， $f_Y(y)=\begin{cases}2e^{-2y},y>0\\0,\quad y\le 0\end{cases}.$ ………4 分

2) 因 $f(x,y)=f_X(x)f_Y(y)$，故相互独立. ………8 分

3) $f_Z(z)=f_X*f_Y=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,z-x)dx$

当 $z>0$ 时， $f_Z(z)=\int_0^z 2e^{-(x+2(z-x))}dx=2e^{-z}-2e^{-2z}.$

故 $f_Z(z)=\begin{cases}2e^{-z}-2e^{-2z},z>0\\0,\quad z\le 0\end{cases}.$ ………12 分

或用分布函数法做，同样正确。

6 解：

$P(A_1)=\dfrac{C_9^3}{C_{10}^3}=\dfrac{7}{10}$ ， ………2 分

同理， $P(A_2)=\dfrac{C_9^3}{C_{10}^3}=\dfrac{7}{10}$， ………4 分

$P(A_1A_2)=P(A_1)P(A_2\,|\,A_1)$

$=\dfrac{7}{10}\dfrac{C_8^3}{C_9^3}=7/15.$ ………6 分

或者 $P(A_1A_2)=\dfrac{C_8^3}{C_{10}^3}=7/15.$

7 解：

设 X_i：表示第 i 颗骰子掷出的点数；

$P(X_i=k)=\dfrac{1}{6},\quad k=1,2,\cdots,6$

$E(X_i)=\mu=7/2$

$D(X_i)=\sigma^2=35/12$ ………3 分

令 $Y_{10}=\dfrac{\sum_{i=1}^{10}X_i-10\mu}{\sqrt{2}\sigma}$

$$
\begin{aligned}
&P\{30\le\sum_{i=1}^{10}X_i\le 40\}\\
&=P\{\frac{30-10\mu}{\sqrt{10}\sigma}\le\frac{\sum_{i=1}^{10}X_i-10\mu}{\sqrt{10}\sigma}\le\frac{40-10\mu}{\sqrt{10}\sigma}\}\\
&=P\{\frac{30-10\mu}{\sqrt{10}\sigma}\le Y_{10}\le\frac{40-10\mu}{\sqrt{10}\sigma}\}\\
&=P\{-0.93\le Y_{10}\le 0.93\}\\
&=\Phi(0.93)-\Phi(-0.93)\\
&\approx 0.65
\end{aligned}
$$

………6 分

五、证明题（5 分）

证明：

$$
\begin{aligned}
D(X+Y)&=E\{[(X+Y)-E(X+Y)]^2\}\\
&=E\{[(X-E(X))+(Y-E(Y))]^2\}\\
&=E\{[X-E(X)]^2+E[Y-E(Y)]^2+2E[(X-E(X))(Y-E(Y))]\}\\
&=E[X-E(X)]^2+E[Y-E(Y)]^2+2E[(X-E(X))(Y-E(Y))]\\
&=D(X)+D(Y)+2\operatorname{cov}(X,Y).
\end{aligned}
$$

其他作法亦可，比如用 $D(X)=E(X^2)-E^2(X).$