杭州电子科技大学学生考试卷（　期中　）卷

考试课程	数学分析 1	考试日期	2014 年 11 月 22 日	成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

题号	一	二	三	四	五	六	七	八	总分
得分									

一、填空题：（每小题 4 分，共 24 分）

1. 数列 $\{x_n\}$ 收敛的必要条件为____。

2．设 $f(x)=\begin{cases}\cos x+x\sin\dfrac{1}{x}, & x<0\\ x^2+1, & x\geq 0\end{cases}$，则 $x=0$ 是 $f(x)$ 的__________________ 点。

3．当 $x\to 0$ 时，$(1-\cos x)^2$ 是 $\sin^2 x$ 的__________________________无穷小量。

4．函数 $f(x)=\sqrt{x^2-x+1}$ 的斜渐近线为_________________________________。

5．极限 $\lim\limits_{x\to x_0+} f(x)$ 存在的柯西收敛准则为____________________________________

____ 。

6．数列 $\{2^{(-1)^n n}\}$ 的上下确界分别为____________________________

____ 。

二、计算下列各题：（每小题 5 分，共 20 分）

1、求极限 $\lim\limits_{x\to 0+}\dfrac{e^{\frac{a}{x}}+1}{e^{\frac{a}{x}}-1},(a\neq 0)$.

2、求极限 $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$.

3、求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{(n+1)^2}+\dfrac{1}{(n+2)^2}+\ldots+\dfrac{1}{(2n)^2}\right)$.

4、求极限$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{[x]}{x}$.

三、解下列各题：（每小题 6 分，共 12 分）

1、$\lim\limits_{n\to 0}\dfrac{\tan x-\sin x}{\ln(1+x^3)}$.

2、已知$\lim\limits_{x\to\infty}(\dfrac{x+2a}{x-a})^x=27$，求$a$的值。

四、（8 分）证明：方程$x^3+px+q=0\quad(p>0)$至少有一个实根。

五、（8 分）证明函数$f(x)=\sqrt[3]{x}$在$[0,+\infty)$上是一致连续的。

六、（8 分）用函数极限的“$\varepsilon-\delta$”定义证明 $\lim\limits_{x\to 2+}\sqrt{x^2-4}=0$.

七、（10 分）研究函数 $f(x)=\begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}}, & x>0 \\ \ln(1+x), & -1<x\le 0 \end{cases}$ 的间断点，并判定其类型。

八、（每小题 5 分，共 10 分）

1、用数列极限的“$\varepsilon-N$”定义证明 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n^2}{n^2-3}=3$.

2、设 $D(x)=\begin{cases} 1, x\in Q \\ 0, x\in Q^c \end{cases}$，证明对 $\forall x_0\in R^1$, $\lim\limits_{x\to x_0}D(x)$ 不存在。