工程数学（概率统计）期末考试答案（A 卷）

一、填空题

1. C　　2. B　　3. A　　4. D　　5. C　　6. B

二、选择题

1. 3/7　2. 1/4　3. 1/3　4. 4　5. -1　6. 0.3413

三、判断题

1. ×　　2. √　　3. ×　　4 ×　　5 √

四、 计算题

1．解： 因为 $P(A)=P(B)\neq 0,\ P(AB)=0$，所以 $P(ABC)=0$ ………………… 2 分

(1) P{A，B，C 至少发生一个}$=P(A\cup B\cup C)=$

$P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)=\dfrac{5}{8}$ ………………………………… 5 分

(2) P{A，B，C 全不发生}$=P(\overline{ABC})$=1-$P(A\cup B\cup C)=\dfrac{3}{8}$ ………… ………………………… 8 分

2.解： 由题意，$X\sim N(10.05,0.06^2)$，因此 ………. …………………………… 1 分

$P(10.05-0.12<X<10.05+0.12)=P(\dfrac{10.05-0.12-10.05}{0.06}<\dfrac{X-10.05}{0.06}<\dfrac{10.05+0.12-10.05}{0.06})$ …4 分

$=P(-2<\dfrac{X-10.05}{0.06}<2)=\Phi(2)-\Phi(-2)=\Phi(2)-(1-\Phi(2))=2\Phi(2)-1$ ……. 6 分

$=2\times 0.9772-1=0.9544$ ………… …………………………… 8 分

3. 解： 设 B_1={甲厂生产的产品}，B_2={乙厂生产的产品}，B_2={丙厂生产的产品}，

A={任取一件为次品}，由题意， ………. …………………………… 1 分

$P(B_1)$=0.45, $P(B_2)$=0.35, $P(B_3)$=0.2 $P(A\mid B_1)$=0.05，$P(A\mid B_2)$=0.04，$P(A\mid B_3)$=0.02 …. 2 分

（1）由全概率公式，得

$P(A)=P(A\mid B_1)P(B_1)+P(A\mid B_2)P(B_2)+P(A\mid B_3)P(B_3)$ … . …………………………… 4 分

$=0.05\times 0.45+0.04\times 0.35+0.02\times 0.2=0.0405$. …………………………… 6 分

（2）由贝叶斯公式，得

$P(B_1\mid A)=\dfrac{P(AB_1)}{P(A)}=\dfrac{P(A\mid B_1)P(B_1)}{P(A)}=\dfrac{0.05\times 0.45}{0.0405}=\dfrac{5}{9}$ … . …………………………… 8 分

$P(B_2\mid A)=\dfrac{P(AB_2)}{P(A)}=\dfrac{P(A\mid B_2)P(B_2)}{P(A)}=\dfrac{0.04\times 0.35}{0.0405}=\dfrac{28}{81}$ … . …………………………… 10 分

4.解： (1) X 的分布律为：

X	0	1	3
P	0.3	0.5	0.2

………………… 4 分

（2） $P(\dfrac{1}{2}<X\le 3)=P(X=3)+P(X=1)=0.7$ ………………… 7 分

(3) $P(X\ge 2)=P(X=3)=0.2$ ………………… 10 分

五、 综合题（本题共 12 分）

解： (1) 由密度函数的性质，有.

$$\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_0^1(Ax^2+Bx)dx=\frac{A}{3}+\frac{B}{2}=1$$ ……………… 1 分

由数学期望的定义，有

$$\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx=\int_0^1x(Ax^2+Bx)dx=\frac{A}{4}+\frac{B}{3}=\frac{1}{2}$$ ……………… 3 分

从而，解得 $A=-6,\quad B=6$. ……………… 4 分

(2) X 的分布函数 $F(x)=\int_{-\infty}^{x}f(t)dt$ ……………… 6 分

从而 $F(x)=\begin{cases}0, & x\le 0\\ -2x^3+3x^2, & 0<x<1\\ 1, & x\ge 1\end{cases}$ ………. …………………………… 8 分

(3) 由于

$$E(X^2)=\int_{-\infty}^{+\infty}x^2f(x)dx=\int_0^1x^2(-x^2+6x)dx=\frac{3}{10}.$$ ………. …………………………… 10 分

于是，根据方差的计算公式，得

$$D(X)=E(X^2)-\left[E(X)\right]^2=\frac{3}{10}-\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{20}.$$ ………. …………………………… 12 分