杭州电子科技大学学生考试卷（ ）卷

考试课程		考试日期	年 月 日	成 绩	
课程号		教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8 位）		年级	专业

得分	

一、 填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1．极限 $\lim\limits_{n\to\infty}2^n\sin\frac{x}{2^n}$(其中$x$为不等于零的常数）的值等于 $\underline{x}$.

2．设函数 $f(x)=\begin{cases}e^x, & x<0,\\ a+x, & x\ge 0\end{cases}$ 是 $(-\infty,+\infty)$ 内的连续函数，则 $a=1$

3．设曲线的参数方程为 $\begin{cases}x=a\cos t,\\ y=b\sin t,\end{cases}$，则其在 $t=\frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 $\underline{bx+ay-\sqrt{2}ab=0}$.

4．函数 $\ln(1+x)$ 的带佩亚诺余项的 n 阶麦克劳林公式为 $\underline{x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3-\ldots+(-1)^{n-1}x^n+o(x^n)}$.

5．$\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\arcsin x}=\underline{\ln|\arcsin x|+C}$

6．函数 $y=3x^4-4x^3+1$ 的拐点为 $\underline{(0,1),(\frac{2}{3},\frac{11}{27})}$.

二、 选择题 （本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

得分	

1．函数 $f(x)$ 在 x_0 处的某一领域内有界是 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在的（B ）

(A)充分但非必要条件； (B)必要但非充分条件；

(C)充分必要条件； (D) 既非充分也非必要条件 .

2．设函数 $f(x)$ 在 $x=a$ 的某个领域内有定义，则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导的一个充分条件是（ D ）

（A） $\lim\limits_{h\to+\infty}h[f(a+\frac{1}{h})-f(a)]$存在， （B） $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(a+2h)-f(a+h)}{h}$存在，

(C) $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(a+h)-f(a-h)}{2h}$存在， （D） $\lim\limits_{h\to0}\frac{f(a)-f(a-h)}{h}$存在.

3.设在 [0,1] 上 $f''(x)>0$，则 $f'(0),f'(1),f(1)-f(0)$ 或 $f(0)-f(1)$ 这三个数的大小顺序为（ B ）

$(A)f'(1)>f'(0)>f(1)-f(0)$ $(B)f'(1)>f(1)-f(0)>f'(0)$

$(C)f(1)-f(0)>f'(1)>f'(0)$ $(D)f'(1)>f(0)-f(1)>f'(0)$

4． $\int f(x)dx=F(x)+C$，且 $x=at+b$ 则 $\int f(t)dt=$ （ B ）

（A） $F(x)+C$； （B） $F(t)+C$； （C） $\frac{1}{a}F(at+b)+C$； （D） $F(at+b)+C$.

5．已知 $y=\sin x$，则 $y^{(10)}=$(A)

(A) $-\sin x$； (B) $-\cos x$； (C) $\sin x$； (D) $\cos x$.

6．当 $x\to0$ 时，$\arctan 3x$ 与 $\frac{ax}{\cos x}$ 是等价无穷小，则 a 为(B)

(A) 4； (B) 3； (C) 2； (D) 1 .

7. 由两条抛物线 $y^2=x$ 和 $y=x^2$ 所围的平面图形面积为(C)

(A) 1； (B) $\frac{1}{2}$； (C) $\frac{1}{3}$； (D) $\frac{1}{4}$.

8. 反常积分$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x^p}$是（ A ）

（A）当 $p>1$收敛 ；　　　　（B）当 $p>-1$收敛；

（C）当 $p<1$收敛;　　　　（D）当 $p<-1$收敛.

三、计算题（共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分）

得分	

1. 求极限$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_{\cos x}^{1}e^{-t^2}dt}{x^2}$. .

$$\frac{1}{2e}$$

得分	

2. 求由方程$y=\tan(x+y)$所确定的隐函数的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

得分	

3. 计算：设 $y=e^{\arctan\sqrt{x}}$,求 y'..

得分

4．求不定积分：$\int e^x \sin x dx.$.

得分

5. $\int \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} dx.$

得分

得分

6. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x dx}{1+\cos 2x}.$

7. $\int_0^a \frac{1}{x+\sqrt{a^2-x^2}}dx. \quad (a>0)$.

得分	

四、应用题[本题 9 分]

设非负函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上满足 $xf'(x)=f(x)+\frac{3a}{2}x^2$，曲线 $y=f(x)$ 与直线 $x=1$ 及坐标轴所围图形面积为 2，

(1) 求函数 $f(x)$；(4 分)

(2) a 为何值时，所围图形绕 x 轴一周所得旋转体体积最小？(提示考虑 $[\frac{f(x)}{x}]'=?$)（5 分）

得分	

五、综合题[本题 8 分]

设 $f(x)$ 可导，且 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$，求 $\lim_{x\to+\infty}\int_x^{x+2} t\sin\frac{3}{t}f(t)dt$.

运用积分中值定理求解（定积分中值定理） 如果函数 $f(x)$ 在闭区间 $[a,\ \ b]$ 上连续，则在

积分区间[a, b]上至少存在一个点ξ，使下式成立: $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$.

证明　由性质6　$m(b-a) \le \int_a^b f(x)dx \le M(b-a)$,各项除以 $b-a$　得 $m \le \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx \le M$,

再由连续函数的介值定理, 在[a, b]上至少存在一点ξ，使 $f(\xi) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$,

于是两端乘以 $b-a$ 得中值公式 $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b-a)$.

得分	

六、**证明题**[本题6分]

设函数$f(x)$在[0,1]上连续,在(0,1)内可导,证明:
至少存在一点$\xi \in (0,1)$,使 $f'(\xi) = 2\xi[f(1) - f(0)]$.

运用柯西中值定理证明