考场座位号：________

# 杭州电子科技大学信息工程学院学生考试卷（ A ）卷

| 课程名称 | 概率论与数理统计 | 考试日期 | 2019 年 1 月 | 成 绩 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 考生姓名 | | 任课教师姓名 | | | |
| 学号（8 位） | | 班级 | | 专业 | |
| 考试形式：闭卷 | | | | | |
| 考试说明：选择、填空题、判断的答案请写在第 3 页上，否则无效！试卷和答题纸分开上交！ | | | | | |

**一．填空题（每小题 2 分，共 20 分）**

1. 设 $P(A)=0.5, P(B|A)=\frac{1}{3}$，则 $P(A\overline{B})=$________。

2. 同时抛掷 3 颗匀质的骰子，这 3 颗骰子中恰有 2 颗出现 6 点的概率是______________。

3. 设随机变量 $X$ 的概率密度函数为 $f(x)=\begin{cases}\frac{A}{1+x^2}, & 0<x<1\\ 0, & 其他\end{cases}$，则常数 $A$ =______________。

4. 设随机变量 $X$ 与 $Y$ 相互独立，它们的分布律分别为

| $X$ | $-1$ | $1$ |
|---|---|---|
| $p_i$ | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{3}$ |

| $Y$ | $-1$ | $1$ |
|---|---|---|
| $p_j$ | $\frac{3}{5}$ | $\frac{2}{5}$ |

则 $P(X\neq Y)$=______________。

5. 设随机变量 $X$ 与 $Y$ 相互独立，$D(X)=3, D(Y)=2$, 则 $D(2X-Y)=$ ______________。

6. 设随机变量 $X$ 服从 $N(10,9)$，则概率 $P(7<X\le 16)$=____________。

（$\Phi(2.0)=0.9772, \Phi\left(\frac{2}{3}\right)=0.7486, \Phi(1.0)=0.8413, \Phi\left(\frac{1}{3}\right)=0.6293$ ）

7. 设随机变量 $X$ 服从 $U(0,2)$，则随机变量 $Y=X^2$ 的分布密度 $f_Y(y)$=________________。

8. 设二维随机变量 $(X,Y)$ 的分布函数为 $F(x,y)=\begin{cases}(1-e^{-2x})(1-e^{-3y}), x>0, y>0;\\ 0, 其他\end{cases}$，则其概率密度函数

$f(x,y)=$________________。

9. 设在区间 $[0,1]$ 上任取两个数 $X,Y$，概率 $P\left(|X-Y|\le\frac{1}{2}\right)=$____________。

10. 设随机变量 $X$ 的分布律为：

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p_i$ | $1/6$ | $1/2$ | $1/3$ |

则其分布函数 $F(x)=$________________。

**二．单项选择题 （每小题 2 分，共 10 分）**

1. 设事件 $A$ 和 $B$ 满足 $A\subset B$，下列结论正确的是（ ）.

（A） $A$、$B$ 必同时发生；（B）$A$ 不发生，$B$ 必不发生 （C）$A$ 发生，$B$ 必发生 （D）$B$ 发生，$A$ 必发生.

2. 设事件 $A$、$B$ 相互独立，且 $P(A)>0, P(B)>0$, 则下列结论一定成立的是（ ）.

（A） $A,B$ 互不相容；（B）必有 $P(AB)>0$；（C） $\overline{A},\overline{B}$ 互不相容；（D） $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

3. 设 $f_1(x)$ 和 $f_2(x)$ 都是随机变量的概率密度函数，为使函数 $f(x)=af_1(x)+bf_2(x)$ 是某随机变量的概率密度函数，则常数 $a,b$ 的值必为（ ）

（A） $a+b=1$ （B） $a=\frac{3}{7}, b=\frac{4}{7}$ （C） $a=\frac{3}{2}, b=-\frac{1}{2}$ （D） $a=-\frac{1}{4}, b=\frac{5}{4}$

4. 设随机变量 $X\sim N(3,9), Y\sim e(2)$，则随机变量 $Z=X+2Y$ 的数学期望 $E(Z)=$（ ）.

（A） 4 （B） 6 （C） 3 （D） 5

5. 设随机变量 $X$、$Y$ 相互独立，且分别服从正态分布 $N(0,1)$ 和 $N(1,1)$，则下列等式正确的是（ ）

（A） $P\{X+Y\le 0\}=\frac{1}{2}$； （B） $P\{X+Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

（C） $P\{X-Y\le 0\}=\frac{1}{2}$ （D） $P\{X-Y\le 1\}=\frac{1}{2}$

**三．判断题（对的打√，错的打×，每小题 1 分，共 5 分）**

1. 若事件 $A,B$ 满足：$P(A\cup B)=1$，则事件 $A,B$ 必为对立事件；（ ）

2. 必然事件Ω与任意事件相互独立；（ ）

3. 若函数 $f(x)$ 满足 $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=1$，则 $f(x)$ 必为概率密度函数；（ ）

4. 若随机变量 $X$ 与 $Y$ 相互独立，则必有 $D(XY)=D(X)\cdot D(Y)$；（ ）

5. 二维随机变量的联合分布一定可以确定其边缘分布.（ ）

**四．计算题（本大题共 60 分）**

**1.（本题 6 分）**设一袋中有 5 只黑球、3 只白球，现按两种方式分别取 3 只球：（1）有放回；（2）不放回。 记 $A$ 表示取到 2 只黑球、1 只白球，试就上面两种取球方式求概率 $P(A)$。

**2.（本题 10 分）**某工厂有四条流水线生产同一种产品，该四条流水线的产量分别占总产量的 15%、20%、30%和 35%，又这四条流水线的不合格品率依次为 0.05、0.04、0.03 及 0.02.试求：

（1）从出厂产品中任取一件，该件产品恰为不合格品的概率；

（2）若任取的这件产品经检验是不合格品，则它属于第二条流水线生产出来的概率是多少？

**3.（本题 10 分）** 设随机变量 $X$ 的分布律为

| $X$ | $-2$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_i$ | $1/2$ | $1/6$ | $1/4$ | $1/12$ |

（1）求 $Y=2X^2+1$ 的分布律；

（2）计算期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$；

（3）计算 $E(2X-1)$ 和 $D(2X-1)$。

**4.（本大题共 10 分）** 设 $(X,Y)$ 的联合分布函数为 $F(x,y)=\frac{1}{\pi^2}\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{x}{2}\right)\cdot\left(\frac{\pi}{2}+\arctan\frac{y}{3}\right), x\in R, y\in R$，

试求：（1）分别关于 $X$ 和 $Y$ 的边缘分布函数；

（2）判断 $X$ 和 $Y$ 是否独立？并说明理由。

**5.（本大题 12 分）** 设 $(X,Y)$ 的联合分布律为

| $X$ \\ $Y$ | $1$ | $2$ | $3$ |
|---|---|---|---|
| $0$ | $1/6$ | $1/9$ | $1/18$ |
| $1$ | $1/3$ | $1/9$ | $2/9$ |

（1）求 $X,Y$ 边缘分布律；

（2）判断随机变量 $X,Y$ 的独立性，并说明理由；

（3）设 $Z=XY$，求 $Z$ 的分布律；

（4）计算协方差 $Cov(X,Y)$。

**6.（本题 6 分）** 设随机变量 $X$ 服从正态分布 $N(1,4)$，

（1）求概率 $P(|X-E(X)|\geq 4)$；$(\Phi(1.0)=0.8413,\Phi(2.0)=0.9772)$

（2）利用切比雪夫不等式求概率 $P(|X-E(X)|\geq 4)$ 的上界。

**7.（本题 6 分）** 设飞机投弹的命中率为 0.10，试利用中心极限定理求 400 次投弹命中次数 $X$ 在 35 到 50 次之间的概率。$(\Phi(1.67)=0.9525,\Phi(0.67)=0.7486,\Phi(1.83)=0.9664,\Phi(0.83)=0.7967)$

**五.证明题（本题共 5 分）**

设随机变量 $X$ 服从参数为 $\lambda$ 的指数分布 $e(\lambda)$，证明：对任意实数 $s>0,t>0$，有

$$P(X>s+t|X>s)=P(X>t)$$

考场座位号：________

# 杭州电子科技大学信息工程学院学生答题卷（ A ）卷

| 课程名称 | 概率论与数理统计 | 考试日期 | 2019 年 1 月 日 | 成 绩 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 考生姓名 | | 任课教师姓名 | | | |
| 学号（8 位） | | 班级 | | 专业 | |
| 考试形式： 一页闭卷 | | | | | |

**一、填空题**（每小题 2 分，本题共 20 分）

1． ________ 2． ________ 3. ________ 4. ________ 5． ________

6． ________ 7． ________ 8. ________ 9. ________ 10. ________

**二． 选择题**（每题 **2** 分，共 **10** 分）

1． ______ 2． ______ 3. ______ 4. ______ 5． ______

**三． 判断题**（每题 **1** 分，共 **5** 分）

1． ______ 2． ______ 3. ______ 4. ______ 5． ______

四.（本大题共 **60** 分）

**1.**解：

**2.**解：

**3.**解：

**4.**解：

考场座位号：________

**5.解：**

**6.解：**

**7.解：**

五．证明题（本题共 5 分）

# 概率论与数理统计

## 一、随机事件和概率

| | |
|---|---|
| 加法公式 | $P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ |
| 条件概率公式 | $P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$ |
| 乘法公式 | $P(AB)=P(A)P(B\mid A)$　　$P(AB)=P(B)P(A\mid B)$ |
| 全概率公式 | $P(B)=\sum\limits_{i=1}^{n}P(A_i)P(B\mid A_i)$ |
| 贝叶斯公式<br>（逆概率公式） | $P(A_k\mid B)=\dfrac{P(A_k)P(B\mid A_k)}{\sum\limits_{i=1}^{n}P(A_i)P(B\mid A_i)}$ |

## 二、随机变量及其分布

1、离散型随机变量

| 分布名称 | 分布律 | 数学期望 | 方差 |
|---|---|---|---|
| $0-1$分布$B(1,p)$ | $P(X=k)=p^k(1-p)^{1-k},\quad k=0,1$ | $p$ | $p(1-p)$ |
| 二项分布$B(n,p)$ | $P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k},\quad k=0,1,\ldots,n$ | $np$ | $np(1-p)$ |
| 泊松分布$P(\lambda)$ | $P(X=k)=e^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!},\quad k=0,1,2,\ldots$ | $\lambda$ | $\lambda$ |

2、连续型随机变量

| 分布名称 | 密度函数 | 数学期望 | 方差 |
|---|---|---|---|
| 均匀分布<br>$U(a,b)$ | $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{b-a}, & a<x<b\\ 0, & 其他\end{cases}$ | $\dfrac{a+b}{2}$ | $\dfrac{(b-a)^2}{12}$ |
| 指数分布<br>$E(\lambda)$ | $f(x)=\begin{cases}\lambda e^{-\lambda x}, & x>0\\ 0\ , & 其他\end{cases}$ | $\dfrac{1}{\lambda}$ | $\dfrac{1}{\lambda^2}$ |
| 正态分布<br>$N(\mu,\sigma^2)$ | $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},\quad -\infty<x<+\infty$ | $\mu$ | $\sigma^2$ |



## 三、随机变量的数字特征

1、数学期望

离散型随机变量：$E(X)=\sum\limits_{k=1}^{+\infty}x_k p_k$　连续型随机变量：$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty}xf(x)dx$

2、数学期望的性质

(1) $E(C)=C,C$为常数；$E(CX)=CE(X)$；$E(X\pm Y)=E(X)\pm E(Y)$

(2)若$XY$相互独立则：$E(XY)=E(X)E(Y)$

3、方差：$D(X)=E(X^2)-E^2(X)$

4、方差的性质

(1) $D(C)=0$　　$D(aX\pm b)=a^2D(X)$

(2) $D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)\pm 2Cov(X,Y)$　若$XY$相互独立则：$D(X\pm Y)=D(X)+D(Y)$

5、协方差：$Cov(X,Y)=E(XY)-E(X)E(Y)$　若$XY$相互独立则：$Cov(X,Y)=0$

6、相关系数：$\rho_{XY}=\rho(X,Y)=\dfrac{Cov(X,Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$　若$XY$相互独立则：$\rho_{XY}=0$即$XY$不相关

7、协方差和相关系数的性质

(1) $Cov(X,X)=D(X)$　$Cov(X,Y)=Cov(Y,X)$

(2) $Cov(X_1+X_2,Y)=Cov(X_1,Y)+Cov(X_2,Y)$　$Cov(aX+c,bY+d)=abCov(X,Y)$

## 四、大数定律和中心极限定理

1、切比雪夫不等式

若$E(X)=\mu,D(X)=\sigma^2$,对于任意$\xi>0$有$P\{|X-E(X)|\geq\xi\}\leq\dfrac{D(X)}{\xi^2},P\{|X-E(X)|<\xi\}\geq 1-\dfrac{D(X)}{\xi^2}$

2、中心极限定理

(1)独立同分布的中心极限定理：

均值为$\mu$，方差为$\sigma^2>0$的独立同分布时，当$n$充分大时有：$Y_n=\dfrac{\sum\limits_{k=1}^{n}X_k-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\xrightarrow{\sim}N(0,1)$

(2)拉普拉斯定理：随机变量$\eta_n(n=1,2\ldots)\sim B(n,p)$则对任意$x$有：

$$\lim_{x\to+\infty}P\{\frac{\eta_n-np}{\sqrt{np(1-p)}}\leq x\}=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt=\Phi(x)$$