

杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	高等数学甲（1）		考试日期	08 年 1 月 日		成绩	
课程号		教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

题号	一	二	三						四	五	六
			1	2	3	4	5	6			
得分											

一、 填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

得分	
----	--

1. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} [\ln x - \ln \sin(3x)]$ 的值等于_____.
2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} ax+b, & x < 0, \\ \ln(1+x), & x \geq 0 \end{cases}$, 且 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 则 $a=$ _____,
 $b=$ _____.
3. 设 $y = \sin(x^2) \cos \frac{1}{x}$, 则 $dy=$ _____.
4. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\sin x$, 则 $f'(x)=$ _____.
5. 微分方程 $e^x dx - (1+e^x) dy = 0$ 的通解为_____.
6. $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{|\ln x|}{x} dx =$ _____.

二、 选择题（本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

得分	
----	--

1. 函数 $f(x)$ 在 x_0 处有定义是 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在的（ ）
(A) 充分但非必要条件； (B) 必要但非充分条件；
(C) 充分必要条件； (D) 既非充分也非必要条件 .

2. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\arctan 3x$ 与 $\frac{ax}{\cos x}$ 是等价无穷小, 则 a 为（ ）
(A) 4； (B) 3； (C) 2； (D) 1.
3. 已知 $y = \sin x$, 则 $y^{(10)} =$ （ ）
(A) $-\sin x$ ； (B) $-\cos x$ ； (C) $\sin x$ ； (D) $\cos x$.
4. 若函数 $f(x)$ 在区间 (a,b) 内可导, x_1 和 x_2 是区间 (a,b) 内任意两点, 且 $x_1 < x_2$, 则至少存在一点 ξ , 使（ ）
(A) $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b-a)$, 其中 $a < \xi < b$;
(B) $f(b) - f(x_1) = f'(\xi)(b-x_1)$, 其中 $x_1 < \xi < b$;
(C) $f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2-x_1)$, 其中 $x_1 < \xi < x_2$;
(D) $f(x_2) - f(a) = f'(\xi)(x_2-a)$, 其中 $a < \xi < x_2$.
5. 若 $f(x)$ 在某区间内（ ），则它的原函数一定存在。
(A) 极限存在； (B) 连续； (C) 有界； (D) 有有限个间断点.
6. 设函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, 对自变量 x 给增量 Δx 时, 函数的增量 $\Delta F(x)$ 为（ ）
(A) $\int_0^x [f(t+\Delta t) - f(t)] dt$ ； (B) $\int_0^{x+\Delta x} f(t) dt$ ；
(C) $f(x) \cdot \Delta x$ ； (D) $\int_0^{x+\Delta x} f(t) dt - \int_0^x f(t) dt$.
7. $y = \frac{1}{x}$, $y = x$ 及 $x = 2$ 所围的平面图形面积为（ ）
(A) $\int_1^2 (x - \frac{1}{x}) dx$ ； (B) $\int_1^2 (\frac{1}{x} - x) dx$ ； (C) $\int_{\frac{1}{2}}^1 (y - \frac{1}{y}) dy$ ； (D) $\int_0^1 x dx + \int_1^2 \frac{1}{x} dx$.
8. 函数 $f(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处可导的充分必要条件是（ ）
(A) $n > -1$ ； (B) $n > 0$ ； (C) $n > 1$ ； (D) $n > 2$.

三、计算题（共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

得分

1. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1})$.

得分

2. 已知 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \arctan t \end{cases}$ ，求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$.

得分

3. 计算： $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$.

得分

4. 求不定积分： $\int x \arctan(x^2) dx$.

得分	
----	--

5. 设 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2}, & x \geq 0 \\ (1+e^x)^{-1}, & x < 0 \end{cases}$, 求 $\int_0^2 f(x-1)dx$.

得分	
----	--

6. 计算: $\int_0^a \frac{1}{x + \sqrt{a^2 - x^2}} dx, (a > 0).$

得分	
----	--

四、应用题[本题 8 分]
 设抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 通过 $(0, 0)$ 点, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $y \geq 0$. 又知它
 和直线 $x = 1, y = 0$ 所围成图形的面积是 $\frac{4}{9}$. 试确定 a, b, c 的值, 使这个
 图形绕 Ox 轴旋转一周的旋转体的体积最小.

得分	
----	--

五、综合题[本题 8 分]

一条曲线连接两点 $A(0,1)$ 和 $B(1,0)$ ，且位于弦 AB 的上方， $P(x,y)$ 为曲线上任一点，已知曲线与弦 AP 之间的面积为 x^3 ，求曲线的方程.

得分	
----	--

六、证明题[本题 6 分]

设 $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上有定义，且对 $[a,b]$ 上任意两点 x,y ，有

$|f(x)-f(y)|\leq|x-y|$ ，证明： $\left|\int_a^bf(x)dx-(b-a)f(a)\right|\leq\frac{1}{2}(b-a)^2$.