杭州电子科技大学信息工程学院(2014)学生期末考试卷A卷

课程名称	微积分 2	考试日期	2015　6月　日	考试时间	共120分钟

注意：试题答案务必写在答题纸相应位置，否则不得分。

一、填空题(每小题 3 分，共 30 分)

1．极限 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \dfrac{xy}{|x|+|y|} =$ ________.

2．设方程 $y''-4y'+4y=xe^{2x}$，则方程一个含待定系数的特解可设为 $y^*=$ ________________.

3．设 $f(x,y)=x+(x+\arcsin xy)\arctan y$，则 $f_x'(0,0)=$________.

4．求 $z=\arctan\dfrac{y}{x}$ 的全微分 $\mathrm{d}z=$____________.

5．若函数 $f(x,y)=x^2+bxy+ay^2-6x+b$ 在点（4, −2）取到极值，则 $a+b=$ ________.

6．设 $D=\left\{(x,y)\middle| x^2+y^2-2x+2y\leqslant 0\right\}$，二重积分 $\iint\limits_D \mathrm{d}\sigma =$ ______.

7．改变二次积分的积分次序 $\int_{-1}^{1}\mathrm{d}y\int_{1-y}^{2}f(x,y)\mathrm{d}x=$ ____________________.

8．问级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$ 的敛散性？ ________.

9．设 $f(u,v)$ 可微，$z=f(e^x,\sin x)$，则 $\dfrac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}x}=$________.

10．微分方程 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}+2\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}+y=0$ 的通解 $y=$________.

二、选择题(每小题 3 分，共 30 分)

1．设 $D=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant a^2\}$，若 $\iint\limits_D\sqrt{a^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\pi$，则 $a=$(　　).

(A) 1　　(B) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{2}}$　　(C) $\sqrt[3]{\dfrac{3}{4}}$　　(D) $\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}$

2．求方程 $yy''-(y')^2=0$的通解时，可令(　　).

(A) $y'=P$，则 $y''=P'$　　(B) $y'=P$，则 $y''=P\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y}$

(C) $y'=P$，则 $y''=P\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}x}$　　(D) $y'=P$，则 $y''=P'\dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}y}$

3．$y_1(x),y_2(x)$ 是方程 $y''+py'+qy=f(x)$ 的两个解，则 (　　).

(A) $y_1(x)-y_2(x)$是 $y''+py'+qy=f(x)$ 的解　　(B) $y_1(x)-y_2(x)$是 $y''+py'+qy=0$ 的解

(C) $y_1(x),y_2(x)$ 线性相关　　(D) $y_1(x),y_2(x)$线性无关

4．下列方程哪一个表示的曲面是柱面？ (　　).

(A) $x^2+y^2+z^2-6x+4y-3=0$　　(B) $z^2=a^2(x^2+y^2)$

(C) $z=a^2(x^2+y^2)$　　(D) $z=a^2x^2$

5．级数$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+1)^n}{3^n}$的收敛域是(　　).

(A) $[-4,2]$　　(B) $(-4,2]$　　(C) $[-4,2)$　　(D) $(-4,2)$

6．设 a 为常数，则级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\sin na}{n^2}-\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)$ (　　).

(A) 绝对收敛　　(B) 条件收敛

(C) 发散　　(D) 敛散性与a的值有关

7．二次积分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\mathrm{d}\theta\int_0^{\sin\theta}f(\rho\cos\theta,\rho\sin\theta)\rho\mathrm{d}\rho$ 可化为(　　).

(A) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{y-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$　　(B) $\int_0^1\mathrm{d}y\int_0^{\sqrt{1-y^2}}f(x,y)\mathrm{d}x$

(C) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{1-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$　　(D) $\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^{\sqrt{x-x^2}}f(x,y)\mathrm{d}y$

8．设 $z=z(x,y)$ 由方程 $yz^3+xe^z+1=0$ 所确定的隐函数，则 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\ y=1}}=$ (　　).

(A) $-\dfrac{1}{3e}$　　(B) $\dfrac{1}{3e}$　　(C) $-\dfrac{e}{3}$　　(D) $\dfrac{e}{3}$

9 . 函数 $f(x,y)=\begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0) \\ 0 & (x,y)=(0,0) \end{cases}$，则下列四个命题中正确的是(　　).

(A) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)=\dfrac{1}{2}$　　(B) $f(x,y)$在点$(0,0)$连续

(C) $f_x'(0,0)=0,\ f_y'(0,0)=0$　　(D) 全微分$df\Big|_{(0,0)}=0$

10 . 设 $z=\ln\dfrac{1}{r}$，$r=\sqrt{x^2+y^2}$，则 $z_{xx}''=($　　$)$.

(A) $\dfrac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$　　(B) $\dfrac{y^2-x^2}{(x^2+y^2)^2}$

(C) $\dfrac{2xy}{(x^2+y^2)^2}$　　(D) $-\dfrac{2xy}{(x^2+y^2)^2}$

三、是非题(每小题 2 分，共 10 分)

1 . 球心在 $(1,2,3)$，半径为 2 的球面方程为 $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$. (　　)

2 . 如果函数 $z=f(x,y)$ 在点 $P(x_0,y_0)$ 处具有连续偏导数，那么 $z=f(x,y)$ 在 $P(x_0,y_0)$ 点连续. (　　)

3 . 将二重积分化为二次积分时，二次积分的下限必须小于上限. (　　)

4 . 若级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ 收敛，则 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n^2$ 必收敛. (　　)

5 . $y''+yy'+x=0$ 是线性微分方程. (　　)

四、计算题(每小题 6 分，共 24 分)

1 . 设平面薄片由曲线 $y=x^2$, $y=x+2$ 所围成，其上每点的质量密度为 $\mu(x,\,y)=x$，求此平面薄片的质量.

2 . 用拉格朗日乘数法分析函数 $z=x+y$ 在区域 $D=\{(x,y)\big|x^2+y^2+2x\leqslant 1\}$ 上的最大、最小值.

3 . 求微分方程 $\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}-\dfrac{2y}{x+1}=(x+1)^2$ 的通解.

4 . 求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$ 的收敛域及和函数.

五、证明题(6分)　设 $f(x)$ 在区间$[0,c]$ 上连续，证明

$$\int_0^c \mathrm{d}y\int_0^y f(x)\mathrm{d}x=\int_0^c (c-x)f(x)\mathrm{d}x$$

.

杭州电子科技大学信息工程学院

2014-2015学年第二学期微积分期末考试卷A卷

答 题 纸

课程名称	微积分 2	考试日期	2015年6月22日	成绩	
考生姓名		任课教师姓名			
学号(8)位		班级		专业	

注意：试题答案写在指定的位置，写错位，当错误处理。

一、填空题

1．0；2．$x^2(ax+b)e^{2x}$；3．1；

4．$\dfrac{-y\mathrm{d}x+x\mathrm{d}y}{x^2+y^2}$；5．$2$；6．$2\pi$；

7．$\int_0^2 \mathrm{d}x\int_{1-x}^1 f(x,y)\mathrm{d}y$；8．发散；9．$f_1'e^x+f_2'\cos x$；

10．$(C_1+C_2x)e^{-x}$．

二、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	B	B	D	D	C	A	A	C	A

三、是非题

1	2	3	4	5
×	✓	✓	×	×

四、计算题（要有解题过程）

1.解　两曲线交点$(-1,1)$, $(2,4)$……1分

质量$m=\iint\limits_D x\mathrm{d}\sigma=\int_{-1}^2 x\mathrm{d}x\int_{x^2}^{x+2}\mathrm{d}y$……4分

$=\int_{-1}^2(x^2+2x-x^3)\mathrm{d}x$……5分

$=\dfrac{9}{4}$……6分

2.解　$z_x'=z_y'=1$，函数没有驻点，$\therefore$ 函数最值在边界上取到 。……1分

作拉格朗日函数 $L(x,y,\lambda)=x+y+\lambda(x^2+y^2+2x-1)$……3分

求导$\begin{cases} L_x=1+2\lambda x+2\lambda=0 \\ L_y=1+2\lambda y=0 \\ L_\lambda=x^2+y^2+2x-1 \end{cases}$　得驻点 $(0,1)$, $(-2,-1)$……5分

$\therefore$ 函数 z 最大值为 $z(0,1)=1$，函数 z 最小值为 $z(-2,-1)=-3$……6分

3.解　$y=e^{\int\frac{2\mathrm{d}x}{x+1}}\left[\int(x+1)^2e^{-\int\frac{2\mathrm{d}x}{x+1}}\mathrm{d}x+C\right]$……3分

$=(x+1)^2\left[\int(x+1)^2\dfrac{1}{(1+x)^2}\mathrm{d}x+C\right]$……5分

$=(x+1)^2(C+x)$……6分

4.解　$\lim\limits_{n\to+\infty}\left|\dfrac{u_{n+1}(x)}{u_n(x)}\right|=|x|<1$ 时收敛，$\therefore R=1$

检查在收敛区间$(-1,1)$ 两端点知，收敛区间为 $[-1,1)$……3分

设 $s(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}$　$(-1\leqslant x<1)$，先求导再积分

$s(x)=s(x)-s(0)=\int_0^x s'(x)\mathrm{d}x=\int_0^x\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{x^n}{n}\right)'\mathrm{d}x=\int_0^x\left(\sum\limits_{n=1}^{\infty}x^{n-1}\right)\mathrm{d}x$

$=\int_0^x\frac{1}{1-x}\mathrm{d}x=-\ln(1-x)$……5分

$\therefore\ s(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n}=-\ln(1-x)$　$(-1\leqslant x<1)$……6分

五、证明　交换积分顺序

$\int_0^c\mathrm{d}y\int_0^y f(x)\mathrm{d}x=\int_0^c\mathrm{d}x\int_x^c f(x)\mathrm{d}y$……3分

$=\int_0^c(c-x)f(x)\mathrm{d}x$……6分