

杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	高等数学甲		考试日期	12 年 1 月 8 日		成绩	
课程号		教师号		任课教师姓名			
考生姓名		学号 (8 位)		年级		专业	

题号	一	二	三			四	五	六	七	八	九
			1	2	3						
得分											

得分  一、 填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

1. 若 $f(x)=\begin{cases} \frac{\ln(1+2x)}{x}, & x\neq 0 \\ a, & x=0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$ \_\_\_\_\_；

2.  $\int \frac{2x+\arctan x}{1+x^2}dx=$ \_\_\_\_\_；

3. 设 $f(x)=x-\ln(5+x^2)$ ，则 $f(x)$ 在区间\_\_\_\_\_上单调增加；

4. 圆周 $x^2+y^2=4$ 上点 $(0,2)$ 处的曲率是\_\_\_\_\_.

5. 设 $y=\sqrt{1+\ln^2 x}$ ，则 $dy=$ \_\_\_\_\_；

6.  $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{\int_0^x \ln(1+2t)dt}{1-\cos x}=$ \_\_\_\_\_

得分  二、 选择题（每小题 3 分，共 24 分）

1. 下列各式中正确的是（ ）

- (A)  $\lim_{x\rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}=1$  (B)  $\lim_{x\rightarrow \infty} x\sin \frac{1}{x}=1$  (C)  $\lim_{x\rightarrow \infty} (1-\frac{1}{x})^x=-e$  (D)  $\lim_{x\rightarrow \infty} (1+\frac{1}{x})^{-x}=e$

2. 当 $x\rightarrow 0$ 时, $\arctan 3x$ 与 $ax$ 是等价无穷小，则 $a$ 为（ ）  
(A) 4; (B) 3; (C) 2; (D) 1.

3. 设 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导，则 $\lim_{x\rightarrow 0}\frac{f(a+x)-f'(a-x)}{x}=(\quad)$   
(A)  $2f'(a)$ ; (B)  $f'(a)$ ; (C)  $f'(2a)$ ; (D) 0.

4. 若函数 $f(x)$ 在区间 $(a,b)$ 内可导， $x_1$ 和 $x_2$ 是区间 $(a,b)$ 内任意两点，且 $x_1<x_2$ ，则至少存在一点 $\xi$ ，使（ ）

- (A)  $f(b)-f(a)=f'(\xi)(b-a)$ ,其中 $a<\xi<b$   
(B)  $f(b)-f(x_1)=f'(\xi)(b-x_1)$ ,其中 $x_1<\xi<b$   
(C)  $f(x_2)-f(x_1)=f'(\xi)(x_2-x_1)$ ,其中 $x_1<\xi<x_2$   
(D)  $f(x_2)-f(a)=f'(\xi)(x_2-a)$ ,其中 $a<\xi<x_2$

5. 若 $f'(\sin^2 x)=\cos^2 x$ ，则 $f(x)=$ （ ）  
(A)  $\sin x-\frac{1}{2}\sin^2 x+c$  (B)  $x-\frac{1}{2}x^2+c$  (C)  $\cos x-\sin x+c$  (D)  $-x+\frac{1}{2}x^2+c$

6. 定积分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}|\sin x|dx$ 的值是（ ）  
(A) 0; (B) 1/2; (C) 1; (D) 2.

7.  $y=\frac{1}{x},y=x$ 及 $x=2$ 所围的平面图形面积为（ ）

- (A)  $\int_1^2(x-\frac{1}{x})dx$  (B)  $\int_1^2(\frac{1}{x}-x)dx$  (C)  $\int_{\frac{1}{2}}^1(y-\frac{1}{y})dy$  (D)  $\int_0^1 xdx+\int_1^2 \frac{1}{x}dx$

8. 已知 $f(x)=\frac{d}{dx}\int_0^x \sin(t-x)dt$ ，则 $f(x)=(\quad)$

- (A)  $-\sin x$  (B)  $-1+\cos x$  (C)  $\sin x$  (D)  $1-\sin x$

三、试解下列各题（本题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分）

得分	
----	--

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\frac{\pi}{2} - \arctan x)$

得分	
----	--

3. 由方程 $xy - \ln y = 0$ 确定 $y$ 是 $x$ 的函数，求 $y''(0)$ 的值

得分	
----	--

2. 已知 $f(x)$ 的原函数为 $\frac{\sin x}{x}$ ,求 $\int xf'(x)dx$

得分	
----	--

4. 求 $\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^1 \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}dx$

得分		5. 设 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2}, & x > 0 \\ 1 + \cos x, & -\pi \leq x < 0 \end{cases}$ 求 $\int_1^4 f(x-2)dx$	得分		四、应用题[本题 8 分]
<p>已知函数<math>f(x)</math>在<math>[0, 1]</math>上可导，满足<math>xf'(x) = f(x) + 3x^2</math>，试求<math>f(x)</math>,使得由曲线<math>y = f(x)</math>与直线<math>x = 0, x = 1</math>和<math>y = 0</math>所围的平面图形绕<math>x</math>轴旋转一周所得旋转体体积最小</p>					
得分		6. 求微分方程 $y'' - 5y' + 6y = xe^{2x}$ 的通解			

得分	
----	--

五、综合题[本题 8 分]

设函数 $g(x)$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上二阶导数连续, 且 $g(0) = 1$ ,  
对于函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{g(x) - \cos x}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

- (1)确定 $a$ 的值, 使 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上连续;
- (2)求 $f'(x)$ ;
- (3)讨论 $f'(x)$ 的连续性.

得分	
----	--

六、证明题[本题 6 分]

设 $f(x)$ 在 $[0, 2\pi]$ 上具有一阶连续导数, 且 $0 \leq f'(x) \leq M$ ,

证明: 对于任何自然数  $n$ , 有 $\left| \int_0^{2\pi} f(x) \sin nx dx \right| \leq \frac{4\pi M}{n}$