1) $I=\int_1^2 \frac{e^x}{x}\,dx$ $\qquad n=4$

a) aproximar la integral con la regla compuesta de simpson con $n=4$

solución: $n=4$, calculamos x_0, x_1, x_2, x_3, x_4

$$h=\frac{a-b}{n}=\frac{1-2}{4}=\frac{1}{4}=0.25$$

$$x_i = a+i\cdot n$$

$x_0=1 \quad x_1=1.25 \quad x_2=1.5 \quad x_3=1.75 \quad x_4=2$

formula

$$\frac{h}{3}\left[f(a)+f(b)+4f(x_1)+2f(x_2)+4f(x_3)\right]$$

$$\int_1^2 \frac{e^x}{x}dx \; \frac{1}{12}\left[\frac{e^1}{1}+\frac{e^2}{2}+4\cdot\frac{e^{1.25}}{1.25}+2\cdot\frac{e^{1.5}}{1.5}+4\cdot\frac{e^{1.75}}{1.75}\right]$$

$$\frac{1}{12}\left(36.71087037\right)=3.059239193$$

b) estimar el error

$$|E|\leq\frac{(b-a)}{180}h^4 f^4$$

$$f^{(4)}(x)=\frac{e^x}{x^5}=(x^4-4x^3+12x^2-24x+24)$$

$$|E|\leq\frac{(2-1)h^4}{180}24=\boxed{|E|\leq 0.0028}$$

2) $I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$

Aproximar la integral con la regla compuesta de Simpson con $n=4$

$$I = \frac{0.25}{3}\left[e^0 + 2(e^{-0.5^2} + e^{-1^2}) + 4(e^{-0.25^2} + e^{-0.75^2}) + e^{-1^2}\right]$$

$$I = 0.7468$$

estime el error en la aproximacion anterior

$$|E| \leq \frac{(b-a)h^4}{180} f^{(4)}$$

estime n de tal manera que usando la regla compuesta de simpson, el error estimado de la aproximación sea $\leq 0.5 \times 10^{-10}$

$$f^{(4)}(x) = e^{-x^2}(12 - 48x^2 + 16x^4)$$

$$|E| \leq \frac{(1-0)h^4}{180} 12$$

$$\boxed{|E| \leq 0{,}0001}$$