Οι αναλυτικές σειρές ασκήσεων είναι ατομικές, και οι λύσεις που θα δώσετε πρέπει να αντιπροσωπεύουν μόνο την προσωπική σας εργασία. Αν χρησιμοποιήσετε κάποια άλλη πηγή εκτός βιβλίου για την λύση σας, πρέπει να το αναφέρετε. Παραδίδονται γραπτώς και προσωπικώς στην Γραμματεία Εργ. Ρομποτικής (Αιθ. 2.1.12, παλαιό Κτ.Ηλεκτρ.) 9.00-14.30.

Ασκηση 2.1: (Ελάχιστη φάση, Γραμμική Φάση): Ένα αιτιατό ΓΧΑ σύστημα έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \frac{(1-0.5z^{-1})(1+4z^{-2})}{(1-0.64z^{-2})}.$$

(α) Βρείτε εκφράσεις για ένα σύστημα ελάχιστης φάσης $H_1(z)$ και ένα all-pass σύστημα $H_{ap}(z)$ έτσι ώστε

$$H(z) = H_1(z)H_{ap}(z).$$

(β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα πόλων και μηδενικών για το minimum-phase σύστημα $H_1(z)$ και για το all-pass σύστημα $H_{ap}(z)$, και να βρείτε τις περιοχές σύγκλισης των Z μετ/σμών.
(γ) Βρείτε εκφράσεις για ένα διαφορετικό σύστημα ελάχιστης φάσης $H_2(z)$ και ένα FIR σύστημα γενικευμένης γραμμικής φάσης $H_{\mathrm{lin}}(z)$ έτσι ώστε

$$H(z) = H_2(z)H_{\mathrm{lin}}(z).$$

Ασκηση 2.2: (Cepstrum): **(α)** Να βρείτε αναλυτικά το complex cepstrum $\hat{h}[n]$ του σήματος που έχει τον Z-μετασχηματισμό $H(z)$ της Ασκησης 2.1, και εν συνεχεία το απλό cepstrum $c[n]$.
(β) Εστω το LPC σύστημα μοντελοποίησης ακουστικού σήματος με συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n} = \frac{G}{1-\sum_{k=1}^{p}\alpha_k z^{-k}}$$

όπου $\{\alpha_k : k = 1, ..., p\}$ είναι οι LPC συντελεστές και $h[n]$ είναι η κρουστική απόκριση. Αν $\hat{h}[n]$ είναι το complex cepstrum του σήματος $h[n]$, να αποδείξετε αναλυτικά ότι αυτό το cepstrum του LPC μοντέλου μπορεί να υπολογισθεί αναδρομικά με την σχέση

$$\hat{h}[n] = \alpha_n + \sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{k}{n}\right)\hat{h}[k]\alpha_{n-k}, \quad n \geq 1.$$

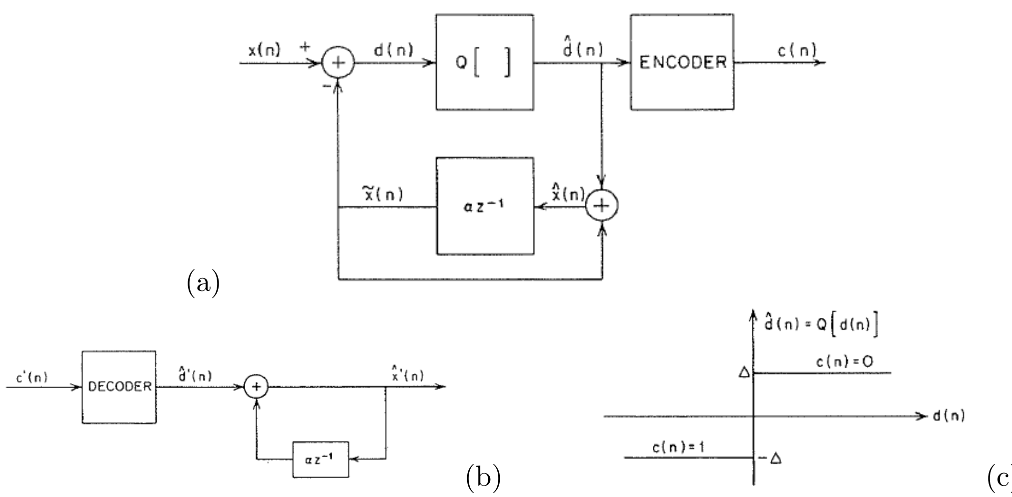
Ασκηση 2.3: **Σχεδιασμός και Υλοποίηση Ψηφιακών Φίλτρων με MATLAB**
Χρησιμοποιώντας όλες τις παρακάτω μεθόδους σχεδιάστε με το MATLAB εργαλείο fdatool:
1. IIR με αναλογικό Butterworth.
2. IIR με αναλογικό Chebyshev I.
3. IIR με αναλογικό Elliptic.
4. FIR με Kaiser window.

Σχεδιάστε ένα ψηφιακό φίλτρο που να έχει την ακόλουθη επιθυμητή απόκριση:
Bandpass: Passband: $[0.2, 0.5]\pi$, ripple: 1dB, Stopbands: $[0, 0.18]\pi$, $[0.52,1]\pi$, attenuation: 80dB.
Αναπαραστήστε γραφικά το πλάτος, τη φάση και το group-delay στο $[0, 1]\pi$ και γύρω από το transition band. Συγκρίνετε την τάξη και το μήκος του φίλτρου για όλες τις ανωτέρω μεθόδους

σχεδιασμού.
ΠΑΡΑΔΟΤΕΑ: Γραφικές παραστάσεις, σύγκριση των αποτελεσμάτων από τις διάφορες μεθόδους σχεδίασης, κώδικας MATLAB.

Ασκηση 2.4: (Σχεδιασμός FIR συστήματος)
Ένα ιδανικό σύστημα διακριτού-χρόνου *μετασχηματισμού Hilbert* (ο οποίος χρησσιμοποιείται ευρέως σε τηλεπικοινωνίες) δημιουργεί ιδανική μετατόπιση φάσης -90 μοίρες ($-\pi/2$ ακτίνια) για $0 < \omega < \pi$ και μετατόπιση φάσης $+90$ μοίρες ($+\pi/2$ ακτίνια) για $-\pi < \omega < 0$. Το μέτρο της απόκρισης συχνότητας είναι σταθερό (μονάδα) για τις τιμές $0 < \omega < \pi$ και $-\pi < \omega < 0$. Συστήματα σαν αυτό ονομάζονται *ideal 90-degree phase shifters*.
(α) Βρείτε μία εξίσωση για την ιδανική απόκριση συχνότητας $H_d(e^{j\omega})$ ενός ιδανικού διακριτού-χρόνου μετασχηματισμού Hilbert ο οποίος περιλαμβάνει σταθερή (μη-μηδενική) καθυστέρηση ομάδας. Σχεδιάστε την απόκριση φάσης του συστήματος για $-\pi < \omega < \pi$.
(β) Υποθέστε ότι θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο παραθύρωσης για τον σχεδιασμό της προσέγγισης γραμμικής φάσης για τον ιδανικό Hilbert μετασχηματισμό. Χρησιμοποιήστε $H_d(e^{j\omega})$ από το ερώτημα (α) για την εύρεση της ιδανικής κρουστικής απόκρισης $h_d[n]$, εάν το FIR σύστημα είναι τέτοιο ώστε $h[n] = 0$ για $n < 0$ και $n > M$.
(γ) Ποιά είναι η καθυστέρηση του συστήματος εάν $M = 21$; Σχεδιάστε το μέτρο της απόκρισης συχνότητας της FIR προσέγγισης, θεωρώντας τετραγωνικό παράθυρο.

Ασκηση 2.5: (Κωδικοποίηση) Στο Σχήμα 1 φαίνεται ο κωδικοποιητής (Σχήμα 1a) και αποκωδικοποιητής (Σχήμα 1b) ενός συστήματος Delta Modulation, το οποίο είναι ένα απλό σύστημα DPCM με 1-bit κβαντιστή (Σχήμα 1c).



Σχήμα 1: DPCM. (a) Κωδικοποιητής. (b) Κβαντιστής με χαρακτηριστική $\hat{d}[n] = +\Delta$ αν $d[n] \geq 0$, και $\hat{d}[n] = -\Delta$ αν $d[n] < 0$. (c) Αποκωδικοποιητής.

Αν το σήμα εισόδου $x[n]$ είναι όπως δίνεται στον ακόλουθο πίνακα, βρείτε τις τιμές και συμπληρώστε αντίστοιχα τον Πίνακα για τα εξής σήματα: το προβλεπόμενο σήμα $\tilde{x}[n]$, το σήμα διαφοράς $d[n]$, το κβαντισμένο σήμα διαφοράς $\hat{d}[n]$, το κωδικοποιημένο σήμα $c[n]$, και το ανακατασκευασμένο σήμα $\hat{x}[n]$, για τα δείγματα $n = 0, 1, ..., 13$.
Υποθέτομε ότι: $\alpha = 0.8$, $\Delta = 1$, δεν υπάρχει θόρυβος στο τηλεπικοινωνιακό κανάλι, και οι απαιτούμενες αρχικές συνθήκες είναι μηδέν: $x[-1] = \hat{x}[-1] = 0$.

Η λύση σας πρέπει να επιστραφεί στον ακόλουθο πίνακα.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x[n]$	0	1	1	1	1	2	4	5	7	9	0	0	0	0
$\tilde{x}[n]$														
$d[n]$														
$\hat{d}[n]$														
$c[n]$														
$\hat{x}[n]$														