
Οι αναλυτικές σειρές ασκήσεων είναι ατομικές, και οι λύσεις που θα δώσετε πρέπει να αντιπροσωπεύουν μόνο την προσωπική σας εργασία. Αν χρησιμοποιήσετε κάποια άλλη πηγή εκτός βιβλίου για την λύση σας, πρέπει να το αναφέρετε. Παραδίδονται γραπτώς και προσωπικώς στην Γραμματεία Εργ. Ρομποτικής (Αιθ. 2.1.12, παλαιό Κτ.Ηλεκτρ.) 9.00-14.30.

Ασκηση 2.1: (Γραμμική Πρόβλεψη)
Σας δίνεται ένα σήμα με τρία ημίτονα (τα δύο με αποσβέσεις $|r_1|, |r_2| < 1$) χωρίς θόρυβο:

$$x[n] = (A_1(r_1)^n \cos(\omega_1 n) + A_2(r_2)^n \cos(\omega_2 n) + A_3 \sin(\omega_3 n))\, u[n], \quad \omega_1 \neq \omega_2 \neq \omega_3$$

Να βρείτε ένα μοντέλο γραμμικής πρόβλεψης (δηλ. τους συντελεστές πρόβλεψης) που να προβλέπει τέλεια το δοθέν σήμα με μηδενικό λάθος $\forall n \geq n_o > 0$, και να βρείτε και το n_o. Εξηγείστε την εργασία σας.

Ασκηση 2.2: Ένα αιτιατό Γ.Χ.Α σύστημα διακριτού χρόνου έχει συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) = \frac{1 + \frac{3\sqrt{2}}{2} z^{-1} + \frac{9}{4} z^{-2}}{1 - \frac{1}{3} z^{-1}}$$

(α) Να βρείτε τις συναρτήσεις μεταφοράς για ένα minimum-phase σύστημα $H_{min}(z)$ και ένα all-pass σύστημα $H_{ap}(z)$ έτσι ώστε να ισχύει $H(z) = H_{min}(z) H_{ap}(z)$. Εξηγείστε συνοπτικά.
(β) Να σχεδιάσετε το διάγραμμα πόλων και μηδενικών για το minimum-phase σύστημα $H_{min}(z)$ και για το all-pass σύστημα $H_{ap}(z)$, και να βρείτε τις περιοχές σύγκλισης των Z μετ/σμών.

Ασκηση 2.3: **Σχεδιασμός και Υλοποίηση Ψηφιακών Φίλτρων με MATLAB**
Χρησιμοποιώντας όλες τις παρακάτω μεθόδους σχεδιάστε με το MATLAB εργαλείο fdatool:
1. IIR με αναλογικό Butterworth.
2. IIR με αναλογικό Chebyshev I.
3. IIR με αναλογικό Elliptic.
4. FIR με Kaiser window.

Σχεδιάστε ένα ψηφιακό φίλτρο που να έχει την ακόλουθη επιθυμητή απόκριση:
Bandreject: Passbands: $[0, 0.36]\pi$, $[0.72, 1]\pi$, ripple: 1dB
Stopbands: $[0.40, 0.70]\pi$, attenuation: 60dB.
Αναπαραστήστε γραφικά το πλάτος, τη φάση και το group-delay στο $[0, 1]\pi$ και γύρω από το transition band. Συγκρίνετε την τάξη και το μήκος του φίλτρου για όλες τις ανωτέρω μεθόδους σχεδιασμού.
ΠΑΡΑΔΟΤΕΑ: Γραφικές παραστάσεις, σύγκριση των αποτελεσμάτων από τις διάφορες μεθόδους σχεδίασης, κώδικας MATLAB.

Ασκηση 2.4: (Cepstrum) Δίνεται η ακολουθία

$$x[n] = \delta[n] + \alpha\delta[n - N_p], \quad |\alpha| < 1$$

(a) Βρείτε το 'μιγαδικό' cepstrum $\hat{x}[n]$ του $x[n]$ και σχεδιάστε το αποτέλεσμα.
(b) Βρείτε το απλό cepstrum $c[n]$ του $x[n]$ και σχεδιάστε το αποτέλεσμα.
(c) Για την περίπτωση $N_p = N/6$ σχεδιάστε και σχολιάστε την DFT-προσέγγιση

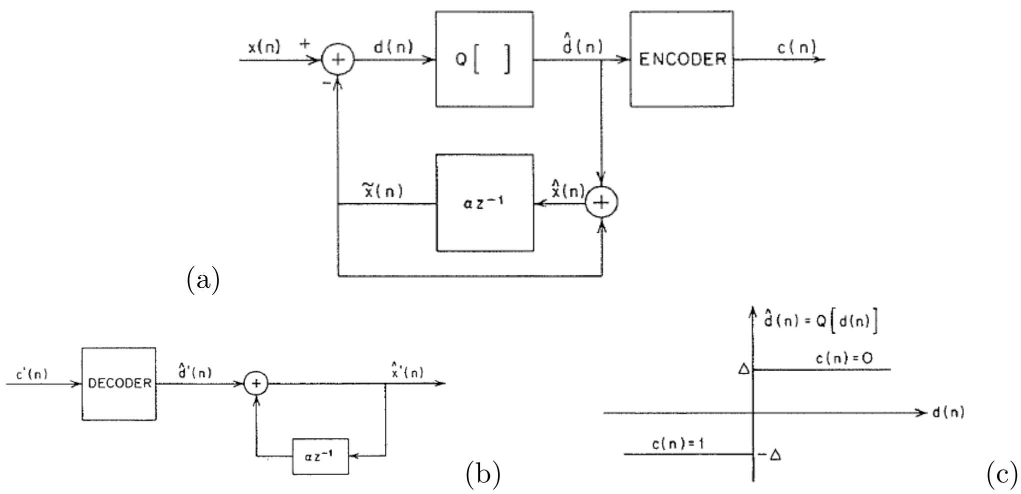
$$\hat{x}_p[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \log(X[k]) \exp(j2\pi kn/N), \quad n = 0, ..., N-1,$$

του ‘μιγαδικού’ cepstrum. Τι θα ισχύει αν το N_p δεν διαιρεί το N;
(d) Επαναλάβετε το (c) για την DFT-προσέγγιση, $c_p[n]$, του απλού cepstrum

$$c_p[n] = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \log|X[k]| \exp(j2\pi kn/N), \quad n = 0, ..., N-1$$

(e) Αν στην προσέγγιση $c_p[n]$ του απλού cepstrum χρησιμοποιηθεί η υψηλότερη κρουστική για εκτίμηση του N_p, πόσο μεγάλο πρέπει να είναι το μήκος N του DFT για να αποφευχθεί σύγχυση;

Ασκηση 2.5: (Κωδικοποίηση) Στο Σχήμα 1 φαίνεται ο κωδικοποιητής (Σχήμα 1a) και αποκωδικοποιητής (Σχήμα 1b) ενός συστήματος Delta Modulation, το οποίο είναι ένα απλό σύστημα DPCM με 1-bit κβαντιστή (Σχήμα 1c).



Σχήμα 1: DPCM. (a) Κωδικοποιητής. (b) Κβαντιστής με χαρακτηριστική $\hat{d}[n] = +\Delta$ αν $d[n] \geq 0$, και $\hat{d}[n] = -\Delta$ αν $d[n] < 0$. (c) Αποκωδικοποιητής.

Αν το σήμα εισόδου $x[n]$ είναι όπως δίνεται στον ακόλουθο πίνακα, βρείτε τις τιμές και συμπληρώστε αντίστοιχα τον Πίνακα για τα εξής σήματα: το προβλεπόμενο σήμα $\tilde{x}[n]$, το σήμα διαφοράς $d[n]$, το κβαντισμένο σήμα διαφοράς $\hat{d}[n]$, το κωδικοποιημένο σήμα $c[n]$, και το ανακατασκευασμένο σήμα $\hat{x}[n]$, για τα δείγματα $n = 0, 1, ..., 13$.
Υποθέτομε ότι: $\alpha = 1$, $\Delta = 1$, δεν υπάρχει θόρυβος στο τηλεπικοινωνιακό κανάλι, και οι απαιτούμενες αρχικές συνθήκες είναι μηδέν: $x[-1] = \hat{x}[-1] = 0$.

Η λύση σας πρέπει να επιστραφεί στον ακόλουθο πίνακα.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$x[n]$	0	1	1	1	1	2	4	5	7	9	0	0	0	0
$\tilde{x}[n]$														
$d[n]$														
$\hat{d}[n]$														
$c[n]$														
$\hat{x}[n]$														