学习一门技术最好的方式就是阅读官方文档,可以查看MATLAB官方文档

多项式的数值运算

使用MATLAB表示多项式

使用向量表示多项式

在MATLAB中,多项式可以用向量表示,向量中的元素为多项式的系数(降幂排序):第一位为多项式最高次项系数,最后一位为常数项.

例如多项式:

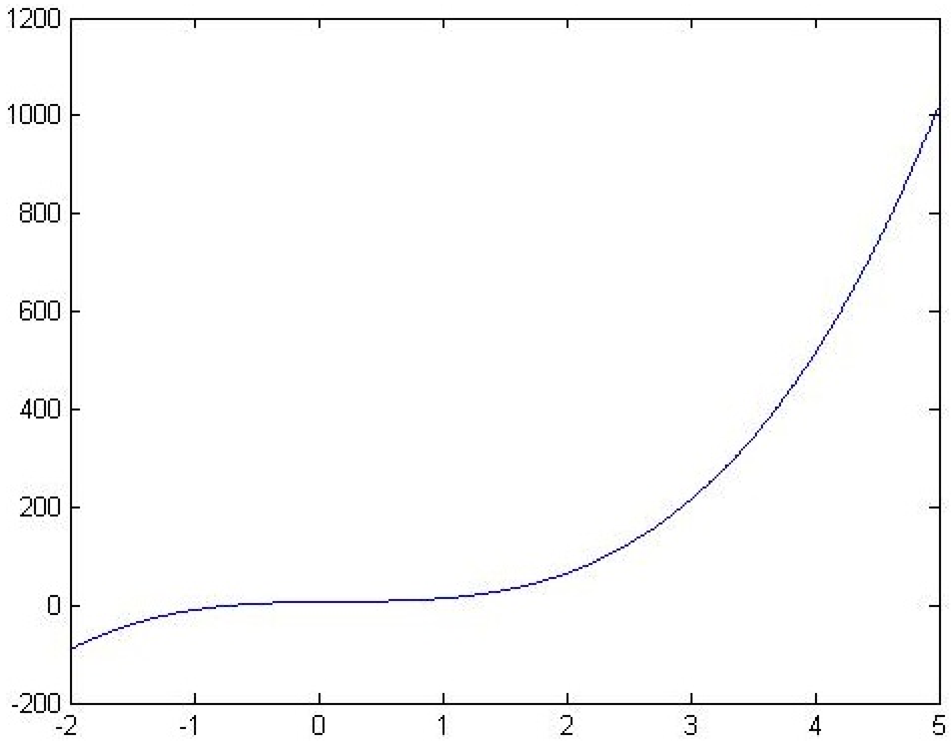
$$f(x) = x^3 - 2x - 5$$

可以用向量 `p = [1 0 -2 -5]` 表示.

多项式求值: `polyval()`

使用 `polyval(p, x)` 可以计算多项式 `p` 在 `x` 的每个点处的值.

```
a = [9,-5,3,7]; x = -2:0.01:5;
f = polyval(a,x);
plot(x,f);
```



多项式的乘法:`conv()`

使用`conv(p1, p2)`函数可以对两个向量`p1`和`p2`进行卷积相乘,用于计算多项式的乘法.

例如多项式:

$$f(x) = (x^2 + 1)(2x + 7)$$

可以使用`conv()`函数得到展开后的多项式:

```
p = conv([1 0 1], [2 7])
```

得到`p = [2 7 2 7]`.

多项式的数值运算

多项式的因式分解:`roots()`

使用`roots(p)`函数可以对多项式`p`进行因式分解,即求表达式值为0的根.

```
p = roots([1 -3.5 2.75 2.125 -3.875 1.25])
```

得到`p = [2 -1, 1+0.5i, 1-0.5i, 0.5]`,表示
$x^5 - 3.5x^4 + 2.75x^3 + 2.125x^2 + -3.875x + 1.25 = (x-2)(x+1)(x-1-0.5i)(x-1+0.5i)(x-0.5)$
.

多项式的微分:`polyder()`

使用`polyder(p)`函数可以计算多项式的导数.

例如对下面多项式求导:

$$f(x) = 5x^4 - 2x^2 + 1$$

```
p = polyder([5 0 -2 0 1]);
```

得到`p = [20 0 -4 0]`,表示计算得到导数$f'(x)=20x^3-4x$.

多项式的积分:`polyint()`

使用`polyint(p, k)`函数可以计算多项式`p`的积分,积分结果的常数项设为`k`.

例如对下面多项式求导:

$$f(x)=5x^4-2x^2+1$$

```
p = polyint([5 0 -2 0 1], 3)
```

得到`p = [1 0 -0.6667 0 1 3]`,表示计算得到积分$\int f(x)dx=x^5-0.6667x^3+x+3$.

非线性表达式的数值运算

方程(组)求根`fsolve()`

使用`fsolve(fun, x0)`求非线性方程组的根,`fun`为待求方程的函数句柄,`x0`为初值.

1. 求方程$1.2x+x\sin(x)+0.3=0$在$x=0$附近的解.

```
f2 = @(x) (1.2*x+x*sin(x)+0.3);
fsolve(f2,0)     % 得到 -0.3500
```

2. 解方程组

$$\begin{cases} e^{-e^{-(x_1+x_2)}}-x_2(1+x_1^2)=0 \\ x_1\cos x_2+x_2\sin x_1-\dfrac{1}{2}=0 \end{cases}$$

设定初值为$[0,0]$

```
fun = @(x) [exp(-exp(-(x(1)+x(2))))-x(2)*(1+x(1)^2)...
    x(1)*cos(x(2)) + x(2)*sin(x(1)) - 0.5]
x0 = [0,0];
x = fsolve(fun,x0)  % 得到[0.3532 0.6061]
```

数值微分

求差分:`diff()`

使用`diff(x, n)`计算向量`x`的`n`阶差分,`n`默认为`1`.

```
x = [1 2 5 2 1];
diff(x);    % 得到 [1 3 -3 -1]
diff(x,1);  % 得到 [1 3 -3 -1]
diff(x,2);  % 得到 [2 -6 2]
```

求导数:`diff(y)./diff(x)`

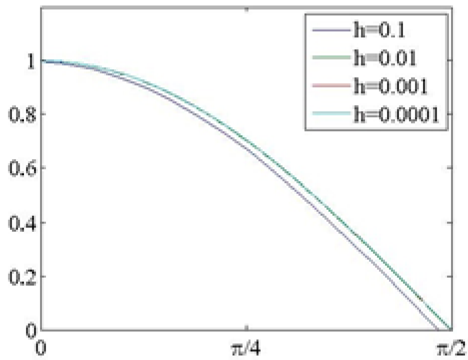
使用导数的定义

$$f'(x_0) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

可以计算函数在某点的近似导数.

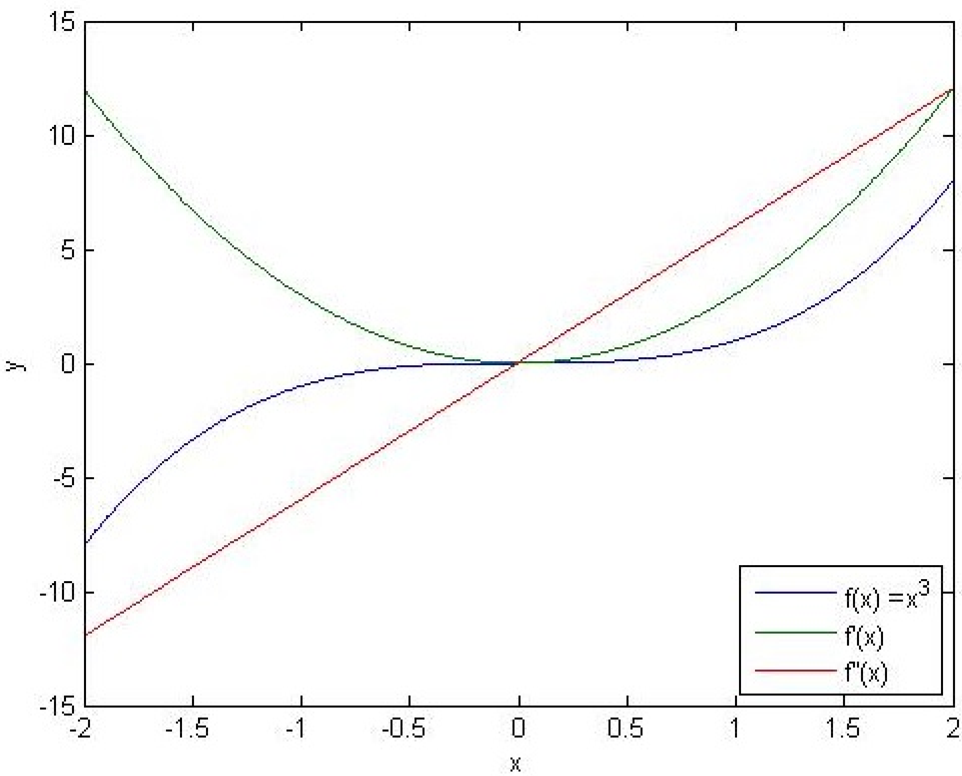
```
x0 = pi/2; h = 0.1;
x = [x0 x0+h];
y = [sin(x0) sin(x0+h)];
m = diff(y)./diff(x)         % 得到 m = -0.005
```

`h`的取值越小,得到的近似导数越精确.



下面程序计算$f(x) = x^3$的一阶和二阶导数的值.

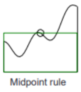
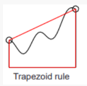
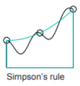
```
x = -2:0.005:2; y = x.^3;
m = diff(y)./diff(x);            % 计算一阶导数
m2 = diff(m)./diff(x(1:end-1)); % 计算二阶导数

plot(x,y,x(1:end-1),m,x(1:end-2),m2);
xlabel('x'); ylabel('y');
legend('f(x) =x^3','f''(x)','f''''(x)', 4);
```

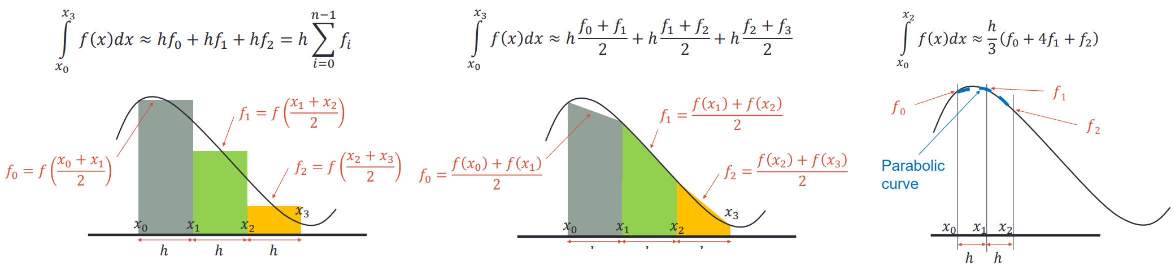


数值积分

数值积分原理

有三种常见算法用于计算数值积分: **矩形法**,**梯形法**,**抛物线法**,它们分别把微分区间的图形视为矩形,梯形,抛物线以计算面积.

算法	图示	表达式
矩形法 (Midpoint Rule)		$\int_a^b f(x)dx = 2h\sum_{i=0}^{(n/2)-1} f(x_{2i+1})$
梯形法 (Trapezoid Rule)		$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2}\left[f(a) + 2\sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b)\right]$
抛物线法 (Simpson's Rule)		$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3}\left[f(a) + 2\sum_{i=1}^{(n/2)-1} f(x_{2i}) + 4\sum_{i=1}^{n/2} f(x_{2i-1}) + f(b)\right]$



下面分别使用三种方法计算$f(x) = 4x^3$在区间$(0, 2)$内的积分.

```
h = 0.05; x = 0:h:2;
y = 4*midpoint.^3;

% 使用矩形法计算近似积分
midpoint = (x(1:end-1)+x(2:end))./2;
s = sum(h*y)            % 得到 15.9950

% 使用梯形法计算近似积分
trapezoid = (y(1:end-1)+y(2:end))/2;
s = h*sum(trapezoid)    % 得到 15.2246

% 使用抛物线法计算数值积分
s = h/3*(y(1)+2*sum(y(3:2:end-2))+4*sum(y(2:2:end))+y(end)) % 得到 15.8240
```

数值积分函数: `integral()`

`integral()`, `integral2()`, `integral3()`分别对函数在`xmin`至`xmax`间进行一重,二重,三重积分.

它们的第一个参数都应该是一个函数句柄,下面例子演示他们的用法:

1. 计算$\int_0^2 \frac{1}{x^3-2x-5}$

```
f = @(x) 1./(x.^3-2*x-5);
integral(f,0,2)      % 得到 -0.4605
```

2. 计算$\int_0^{\pi}\int_{\pi}^{2\pi}(y\sin(x)+x\cos(y))dxdy$

```
f = @(x,y) y.*sin(x)+x.*cos(y);
integral2(f,pi,2*pi,0,pi)   % 得到 -9.8696
```

3. 计算$\int_{-1}^{1}\int_0^1\int_0^{\pi}(y\sin(x)+z\cos(y))dxdydz$

```
f = @(x,y,z) y.*sin(x)+z.*cos(y);
integral3(f,0,pi,0,1,-1,1)
```