

1. Představme si, že provádíme test na okultní krvácení ve stolici (TOKS) u 2 030 osob ke zjištění chorobných změn v dolní části zažívacího traktu. Pak můžeme popsat možné stavy pomocí níže uvedené tabulky. Určete senzitivitu a specifitu testu.

	N +	N -	
	má rakovinu tlustého střeva	nemá rakovinu tlustého střeva	celkem
T +	20	180	200
T -	10	1 820	1 830
celkem	30	2 000	2 030

$P(T+|N+)$
 $P(T-|N-)$
 $\rightarrow \frac{200}{2030} = P(T+)$
 $\rightarrow \dots P(T-)$
 $\frac{20}{2030} = P(N+ \cap T+)$
 $\frac{30}{2030} = P(N+)$
Senzitivita:
 $P(T+|N+) = \frac{P(T+ \cap N+)}{P(N+)} = \frac{20/2030}{30/2030} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3} = 0,66$
SPECIFITA:
 $P(T-|N-) = \frac{P(T- \cap N-)}{P(N-)} = \frac{1820/2030}{2000/2030} = \frac{1820}{2000} = 0,91$

2. Pro screeningové testování jste použili test WANTAI (výrobce uvádí senzitivitu 95,6 % a specifitu 95,2 %) a v náhodně vybraném vzorku bezsymptomatické populace (n = 26 549) jste detekovali 3 070 pozitivních osob. Odhadněte prevalenci sledované infekce.

T +	N +	
T -	N -	

$P(N+) = x$
 $P(N-) = 1-x$
 $T+ \dots P(T+|N+) = 0,956$
 $T- \dots P(T-|N+) = 0,044$
 $T+ \dots P(T+|N-) = 0,048$
 $T- \dots P(T-|N-) = 0,952$
 $P(T+) = \frac{3070}{26549}$

$$P(T+) = \underbrace{P(N+) \cdot P(T+|N+)}_{P(T+ \cap N+)} + \underbrace{P(N-) \cdot P(T+|N-)}_{P(T+ \cap N-)} =$$

$$\frac{3070}{26549} = x \cdot 0,956 + (1-x) \cdot 0,048$$

$$0,1156 = x \cdot (0,956 - 0,048) + 0,048 \quad | - 0,048$$

$$0,0076 = 0,008x \quad \setminus 10,008$$

$$\underline{\underline{X = 0,0744}} = \underline{\underline{P(N+)}}$$

PS: Doplňkové příklady k Úvodu do pravděpodobnosti

3. V ČR je mezi muži cca 20 % kuřáků. Z literatury je známo, že u kuřáků je 20x vyšší riziko (pravděpodobnost) vzniku rakoviny plic než u nekuřáků. Odhadněte kolik procent mužů s rakovinou plic patří mezi kuřáky.

$$\begin{array}{ll} K+ & N+ \\ K- & N- \end{array} \quad \begin{array}{l} P(K+) = 0,2 \\ P(K-) = 0,8 \end{array} \quad \begin{array}{l} P(N+ | K-) = x \\ P(N+ | K+) = 20x \end{array}$$

$$\begin{array}{l} P(K+) = 0,2 \\ K+ \\ P(K-) = 0,8 \\ K- \end{array} \quad \begin{array}{l} N+ \dots P(N+ | K+) = 20x \\ N- \end{array}$$

$$P(K+ | N+) = \frac{P(K+ \cap N+)}{P(N+)} = \frac{0,2 \cdot 20x}{0,2 \cdot 20x + 0,8 \cdot x} = \frac{0,2 \cdot 20}{0,2 \cdot 20 + 0,8} = \underline{\underline{0,833}}$$

4. V ČR je mezi muži cca 20 % kuřáků. Z literatury je známo, že mezi muži s rakovinou plic je 90 % kuřáků. Na základě uvedených údajů zjistěte kolikrát kuřáctví zvyšuje riziko vzniku rakoviny plic.

$$\begin{array}{ll} K+ & N+ \\ K- & N- \end{array} \quad \begin{array}{l} P(K+) = 0,2 \\ P(K-) = 0,8 \end{array}$$

$$\underline{\underline{P(K+ | N+) = 0,9}}$$

$$\frac{P(N+ | K+) = x}{P(N+ | K-) = y}$$

$$\begin{array}{l} P(K+) = 0,2 \\ K+ \\ P(K-) = 0,8 \\ K- \end{array} \quad \begin{array}{l} N+ \dots P(N+ | K+) = x \\ N- \end{array}$$

$$P(K+ | N+) = \frac{P(K+) \cdot P(N+ | K+)}{P(K+) \cdot P(N+ | K+) + P(K-) \cdot P(N+ | K-)}$$

$$0,9 = \frac{0,2 \cdot x}{0,2 \cdot x + 0,8 \cdot y} \quad | \cdot (0,2x + 0,8y)$$

$$\frac{0,18}{0,102} = \frac{x}{y} = \underline{\underline{36x}}$$

$$\begin{array}{l} 0,18x + 0,72y = 0,18x \\ 0,72y = 0,02x \end{array} \rightarrow$$