

Operační výzkum I  
Task 2 - algebraic a tableau form

Martin Pustka

7.3.2021

## 1 Task 2

### 1.1 Zadání

$10x_1$	$+ 20x_2$	$=$	$Z$
<hr/>			
$- x_1$	$+ 2x_2$	$\leq$	15
$x_1$	$+ x_2$	$\leq$	12
$5x_1$	$+ 3x_2$	$\leq$	45
<hr/>			
$x_1$		$\geq$	0
	$x_2$	$\geq$	0

## 1.2 Algebraic

$$\begin{array}{rclcl}
 10x_1 & + & 20x_2 & & = & Z \\
 -1x_1 & + & 2x_2 & + & 1x_3 & = & 15 \\
 1x_1 & + & 1x_2 & & + & 1x_4 & = & 12 \\
 5x_1 & + & 3x_2 & & & + & 1x_5 & = & 45
 \end{array}$$

**(0,0,15,12,45)**

$x_2$  roste nejrychleji - není optimální řešení

$$\begin{array}{rclcl}
 1x_3 & = & 15 & - & 2x_2 & => & x_2 & = & 15/2 \\
 1x_4 & = & 12 & - & 1x_2 & => & x_2 & = & 12 \\
 1x_5 & = & 45 & - & 3x_2 & => & x_2 & = & 15
 \end{array}$$

**(0, 15/2, 0, 9/2, 45/2)**

$x_3$  - leaving variable

$$x_2 = (15 + x_1 - x_3)/2$$

$$\begin{array}{rclcl}
 10x_1 & + & 10(15 + x_1 - x_3) & & = & Z \\
 -1x_1 & & + & 2x_2 & + & 1x_3 & = & 15 \\
 1x_1 & + & (15 + x_1 - x_3)/2 & & + & 1x_4 & = & 12 \\
 5x_1 & + & 3(15 + x_1 - x_3)/2 & & & + & 1x_5 & = & 45
 \end{array}$$

provedení úprav

$$\begin{array}{rclcl}
 20x_1 & + & 150 & - & 10x_3 & = & Z \\
 -1x_1 & + & 2x_2 & + & 1x_3 & = & 15 \\
 3x_1 & & - & 1x_3 & + & 2x_4 & = & 9 \\
 13x_1 & & - & 3x_3 & + & 2x_5 & = & 45
 \end{array}$$

$x_1$  roste nejrychleji - není optimální řešení

$$\begin{array}{rclcl}
 2x_4 & = & 9 & - & 3x_1 & => & x_1 & = & 3 \\
 2x_5 & = & 45 & - & 13x_1 & => & x_1 & = & 45/13
 \end{array}$$

**(3, 9, 0, 0, 3)**

$x_4$  - leaving variable

$$x_1 = (9 + 1x_3 - 2x_4)/3$$

$$\begin{array}{rclcl}
 20(9 + 1x_3 - 2x_4)/3 & + & 150 & - & 10x_3 & = & Z \\
 -1(9 + 1x_3 - 2x_4)/3 & + & 2x_2 & + & 1x_3 & = & 15 \\
 3x_1 & & - & 1x_3 & + & 2x_4 & = & 9 \\
 13(9 + 1x_3 - 2x_4)/3 & & - & 3x_3 & + & 2x_5 & = & 45
 \end{array}$$

provedení úprav

$$\begin{array}{rclcl}
 210 & & - & 10x_3/3 & - & 40x_4/3 & = & Z \\
 & + & 2x_2 & + & 2x_3/3 & + & 2x_4/3 & = & 18 \\
 3x_1 & & - & 1x_3 & + & 2x_4 & = & 9 \\
 & & 4x_3/3 & - & 26x_4/3 & + & 2x_5 & = & 6
 \end{array}$$

$$Z = 210$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 9$$

### 1.3 Tableau

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
Z	1	-10	-20	0	0	0	0
$x_3$	0	-1	2	1	0	0	15
$x_4$	0	1	1	0	1	0	12
$x_5$	0	5	3	0	0	1	45

nejvíce v mínusu je  $x_2$

$x_3$  má nejmenší hodnotu 15/2

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
Z	2	-40	0	20	0	0	300
$x_2$	0	-1	2	1	0	0	15
$x_4$	0	3	0	-1	2	0	9
$x_5$	0	13	0	-3	0	2	45

nejvíce v mínusu je  $x_1$

$x_4$  má nejmenší hodnotu 3

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
Z	6	0	0	20	80	0	1260
$x_2$	0	0	6	2	2	0	54
$x_4$	0	3	0	-1	2	0	9
$x_5$	0	0	0	4	-26	6	18

žádné minusové v Z - optimální řešení

provedení úprav

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	
Z	1	0	0	10/3	40/3	0	210
$x_2$	0	0	1	1/3	1/3	0	9
$x_4$	0	1	0	-1/3	2/3	0	3
$x_5$	0	0	0	2	-13	3	9
Z	=	210					
$x_1$	=	3					
$x_2$	=	9					

## 1.4 Python zdrojový kód

```
from scipy.optimize import linprog

#Task 2
c = [-10,-20]
A = [[-1,2],[1,1],[5,3]]
b = [15,12,45]
x0_b = (0,None)
x1_b = (0,None)

res = linprog(c, A_ub=A, b_ub=b, bounds=[x0_b, x1_b])
#print(res)
print('Task 2: \n' +
      f'x1 = {round(res.x[0])}, ' +
      f'x2 = {round(res.x[1])}, ' +
      f'profit = {-round(res.fun)}')
```

## 1.5 Python output

```
Task 2:
x1 = 3, x2 = 9, profit = 210
```