Operační výzkum I

Task 2 - algebraic a tableau form

Martin Pustka

6.3.2021

1 Task 2

1.1 Zadání

$$
\begin{array}{rrcc}
10x_1 & +\ 20x_2 & = & Z \\
\hline
-\ x_1 & +\ 2x_2 & \leq & 15 \\
x_1 & +\ x_2 & \leq & 12 \\
5x_1 & +\ 3x_2 & \leq & 45 \\
\hline
x_1 & & \geq & 0 \\
 & x_2 & \geq & 0
\end{array}
$$

1.2 Algebraic

$$\begin{array}{llllll} 10x_1 & +20x_2 & & & & = Z \\ -1x_1 & +2x_2 & +1x_3 & & & = 15 \\ 1x_1 & +1x_2 & & +1x_4 & & = 12 \\ 5x_1 & +3x_2 & & & +1x_5 & = 45 \end{array}$$

(0,0,15,12,45)

x_2 **roste nejrychleji - není optimální řešení**

$$\begin{array}{llllll} 1x_3 & & & = 15 & -2x_2 & => x_2 = 15/2 \\ & 1x_4 & & = 12 & -1x_2 & => x_2 = 12 \\ & & 1x_5 & = 45 & -3x_2 & => x_2 = 15 \end{array}$$

(0, 15/2, 0, 9/2, 45/2)

x_3 **- leaving variable**

$x_2 = (15 + x_1 - x_3)/2$

$$\begin{array}{llllll} 10x_1 & +10(15 + x_1 - x_3) & & & & = Z \\ -1x_1 & +2x_2 & +1x_3 & & & = 15 \\ 1x_1 & +(15 + x_1 - x_3)/2 & & +1x_4 & & = 12 \\ 5x_1 & +3(15 + x_1 - x_3)/2 & & & +1x_5 & = 45 \end{array}$$

provedení úprav

$$\begin{array}{llllll} 20x_1 & +150 & -10x_3 & & & = Z \\ -1x_1 & +2x_2 & +1x_3 & & & = 15 \\ 3x_1 & & -1x_3 & +2x_4 & & = 9 \\ 13x_1 & & -3x_3 & & +2x_5 & = 45 \end{array}$$

x_1 **roste nejrychleji - není optimální řešení**

$$\begin{array}{lllll} 2x_4 & & = 9 & -3x_1 & => x_1 = 3 \\ & 2x_5 & = 45 & -13x_1 & => x_1 = 45/13 \end{array}$$

(3, 9, 0, 0, 3)

x_4 **- leaving variable**

$x_1 = (9 + 1x_3 - 2x_4)/3$

$$\begin{array}{llllll} 20(9 + 1x_3 - 2x_4)/3 & +150 & -10x_3 & & & = Z \\ -1(9 + 1x_3 - 2x_4)/3 & +2x_2 & +1x_3 & & & = 15 \\ 3x_1 & & -1x_3 & +2x_4 & & = 9 \\ 13(9 + 1x_3 - 2x_4)/3 & & -3x_3 & & +2x_5 & = 45 \end{array}$$

provedení úprav

$$\begin{array}{llllll} 210 & & -10x_3/3 & -40x_4/3 & & = Z \\ & +2x_2 & +2x_3/3 & +2x_4/3 & & = 18 \\ 3x_1 & & -1x_3 & +2x_4 & & = 9 \\ & & 4x_3/3 & -26x_4/3 & +2x_5 & = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} Z & = & 210 \\ x_1 & = & 3 \\ x_2 & = & 9 \end{array}$$

1.3 Tableau

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Z	1	-10	-20	0	0	0	0
x_3	0	-1	2	1	0	0	15
x_4	0	1	1	0	1	0	12
x_5	0	5	3	0	0	1	45

nejvíce v mínusu je x_2
x_3 **má nejmenší hodnotu** $15/2$

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Z	2	-40	0	20	0	0	300
x_2	0	-1	2	1	0	0	15
x_4	0	3	0	-1	2	0	9
x_5	0	13	0	-3	0	2	45

nejvíce v mínusu je x_1
x_4 **má nejmenší hodnotu** 3

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Z	6	0	0	20	80	0	1260
x_2	0	0	6	2	2	0	54
x_4	0	3	0	-1	2	0	9
x_5	0	0	0	4	-26	6	18

žádné mínusové v Z **- optimální řešení**
provedení úprav

	Z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
Z	1	0	0	10/3	40/3	0	210
x_2	0	0	1	1/3	1/3	0	9
x_4	0	1	0	$-1/3$	2/3	0	3
x_5	0	0	0	2	-13	3	9

$$
\begin{aligned}
Z &= 210 \\
x_1 &= 3 \\
x_2 &= 9
\end{aligned}
$$

1.4 Python zdrojový kód

```
from scipy.optimize import linprog

#Task 2
c = [-10,-20]
A = [[-1,2],[1,1],[5,3]]
b = [15,12,45]
x0_b = (0,None)
x1_b = (0,None)

res = linprog(c, A_ub=A, b_ub=b, bounds=[x0_b, x1_b])
#print(res)
print('Task 2: \n' +
    f'x1 = {round(res.x[0])}, ' +
    f'x2 = {round(res.x[1])}, ' +
    f'profit = {-round(res.fun)}')
```

1.5 Python output

```
Task 2:
x1 = 3, x2 = 9, profit = 210
```