مراجعة الوحدة التاسعة

التوزيع الاحتمالي

ل(أ) = عدد التباديل المفضلة / عدد التباديل الممكنة

ل (ب) = عدد التوافيق المفضلة / عدد التوافيق الممكنة

فصل (س) يكون

مجـ ١ حيث ٠ ≤ ل(س) ≤ ١ :

التوقع: ـ

التباين: ع٢(س) = ∑ س١ ـ

الانحراف المعياري: ع (س) = √ع٢(س)

نموذج إجابة

١. صندوق به ٣ كرات بيضاء، و٤ كرات سوداء، إذا سحبت ٥ كرات عشوائياً (دون إعادة)؛ ما احتمال أن تكون ٣ كرات منها سوداء؟

$$= \frac{\binom{٤}{٣} \times \binom{٣}{٢}}{\binom{٧}{٥}} = \boxed{\frac{٤}{٧}}$$

٢. صندوق به بطاقتان حمراويتان، و٥ بطاقات صفراء، إذا سحبت ٥ بطاقات عشوائياً؛ ما احتمال أن تكون ٤ بطاقات منها صفراء؟

$$= \frac{\binom{٥}{٤} \times \binom{٢}{١}}{\binom{٧}{٥}} = \boxed{\frac{١٠}{٢١}}$$

٣. يبين الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (ف):

ف	١	٢	٣	٤
ل(ف)	٠,٣٤	٠,٤١	٣ب	٢ب

أوجد قيمة ب.

٠,٣٤ + ٠,٤١ + ٣ب + ٢ب = ١

٠,٧٥ + ٥ب = ١

٥ب = ١ − ٠,٧٥

٥ب = ٠,٢٥ ⇐ $\frac{٥ب}{٥} = \frac{٠,٢٥}{٥}$ ⇐ $\boxed{ب = ٠,٠٥}$

٤. يبين الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) :

س	١	٣	ك	١٦
ل(س)	٠,٤	٠,٢٨	٠,١٤	٠,١٨

ت(س) = ∑ س × ل(س)

إذا علمت أن ت (س) = ٥,٣٨ ، فأوجد قيمة كلاً من ك ، ع^{٢}(س) . الحل :

٥,٣٨ = (١ × ٠,٤) + (٣ × ٠,٢٨) + (ك × ٠,١٤) + (١٦ × ٠,١٨)

٥,٣٨ = ٤,١٢ + ٠,١٤ ك ⟸ ٠,١٤ ك = ١,٢٦ ⟸ $\boxed{ك = ٩}$

∴ ع^{٢}(س) =

= (١^{٢} × ٠,٤) + (٣^{٢} × ٠,٢٨) + (٩^{٢} × ٠,١٤) + (١٦^{٢} × ٠,١٨) − (٥,٣٨)^{٢} = $\boxed{٣١,٤}$

٥. يبين الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	١	٢	٣
ل(س)	٠,٣	٠,٢٥	٠,٤٥

أوجد:

أ) التوقع ت(س).

= (١ × ٠,٣) + (٢ × ٠,٢٥) + (٣ × ٠,٤٥) = $\boxed{٢,١٥}$

ب) الانحراف المعياري ع(س).

ع = $\sqrt{(١^{٢} \times ٠,٣) + (٢^{٢} \times ٠,٢٥) + (٣^{٢} \times ٠,٤٥) - (٢,١٥)^{٢}}$

∴ $\boxed{ع = ٣,٤٣}$

٦. يمثل الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س) :

س	٢	٣	٤	٥
ل(س)	٠,٤	٢م	٠,٢٥	٠,١٥

ظلل الشكل ☐ الذي يساوي قيمة ل(س = ٣) = ٢م = ٢ × ٠,١ = ٠,٢

☐ ٠,١ ☐ ٠,١٥ ☐ ٠,٢ ☐ ٠,٣٥

٠,٤ + ٢م + ٠,٢٥ + ٠,١٥ = ١

٢م = ١ − ٠,٨ ⇐ ٢م = ٠,٢ ⇐ م = ٠,١

٧. فاطمة لديها زهرية تحتوي على ١٥ زهرة حمراء و ٧ زهور صفراء و ٣ زهور بنفسجية .

إذا سحبت فاطمة ٥ زهور عشوائيا . تبادل

أوجد احتمال أن تكون قد اختارت زهور صفراء أكثر من الزهور الحمراء و البنفسجية .

(لأقرب ٣ أرقام معنوية)

الحل :

صفراء ٧ | ٥ | حمراء ١٨ وبنفسجية

٥ ——— ٠ ✓
٤ ——— ١ ✓
٣ ——— ٢ ✓
٢ ——— ٣ ×
١ ——— ٤ ×
٠ ——— ٥ ×

$$\frac{\binom{٧}{٣}\binom{١٨}{٢} + \binom{٧}{٤}\binom{١٨}{١} + \binom{٧}{٥}\binom{١٨}{٠}}{\binom{٢٥}{٥}}$$

= ١٣ / ١١٥ = ٠,١١٣

٨. (ف) متغير عشوائي حيث ف ∈ { ٣ ، ٥ ، ٧ } .

إذا علمت أن احتمالية حدوث قيم (ف) متساوية .

احسب ع^{٢}(ف) . (لأقرب ٣ أرقام معنوية)

الحل :

ل(٣) = ل(٥) = ل(٧) = $\frac{١}{٣}$

ت(ف) = (٣ × $\frac{١}{٣}$) + (٥ × $\frac{١}{٣}$) + (٧ × $\frac{١}{٣}$) = $\boxed{٥}$

ع^{٢}(ف) = (٣^{٢} × $\frac{١}{٣}$) + (٥^{٢} × $\frac{١}{٣}$) + (٧^{٢} × $\frac{١}{٣}$) − (٥)^{٢}

ع^{٢}(ف) = $\frac{٨٣}{٣}$ = $\boxed{٢٧,٧}$

٩. رمي حجرا نرد منتظمين .

الحجر الأول مرقم بالأرقام ٢ ، ٣ ، ٤ .

الحجر الثاني مرقم بالأرقام ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ .

إذا عرف المتغير العشوائي (س) بأنه مجموع العددين الظاهرين على وجهي الحجرين .

انشئ جدول التوزيع الاحتمالي لتحسب ل (س > ٨) . (لأقرب ٣ أرقام معنوية)

الحل:

	الحجر الثاني				
		٣	٤	٥	٦
الحجر الأول	٢	٥	٦	٧	٨
	٣	٦	٧	٨	٩
	٤	٧	٨	٩	١٠

س	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ل(س)	$\frac{١}{١٢}$	$\frac{٢}{١٢}$	$\frac{٣}{١٢}$	$\frac{٣}{١٢}$	$\frac{٢}{١٢}$	$\frac{١}{١٢}$

$$ل(س > ٨) = \frac{٣}{١٢} = \boxed{\frac{١}{٤}}$$

١٠. يحتوي وعاء علي ١٠ مصابيح صالحة و ٤ مصابيح تالفة .

سحبت ٧ مصابيح من الوعاء عشوائيا .

احسب احتمال أن يكون من بينهم خمسة مصابيح صالحة علي الأقل.

(لأقرب ٣أرقام معنوية)

الحل :

الصالحة (٧)	التالفة
٠	٧
١	٦
٢	٥
٣	٤
٤	٣
٥	٢
٦	١
٧	٠

$$= \frac{\binom{١٠}{٥}\binom{٤}{٢} + \binom{١٠}{٦}\binom{٤}{١} + \binom{١٠}{٧}\binom{٤}{٠}}{\binom{١٤}{٧}}$$

$$= \frac{١٠٣}{١٤٣} = \boxed{٠,٧٢٠}$$

١١. إذا كان ح ∈ { ٠ ، ١ ، ٢ } .

وكانت الدالة التي تمثل توزيع احتمالي للمتغير المنفصل ح هي ل(ح) = $\frac{س+١}{٦}$

احسب ت(ح) .

الحل:

ل(٠) = $\frac{٠+١}{٦}$ = $\frac{١}{٦}$

ل(١) = $\frac{١+١}{٦}$ = $\frac{٢}{٦}$

ل(٢) = $\frac{٢+١}{٦}$ = $\frac{٣}{٦}$

ح	٠	١	٢
ل(ح)	$\frac{١}{٦}$	$\frac{٢}{٦}$	$\frac{٣}{٦}$

ت(ح) = $(٠ \times \frac{١}{٦}) + (١ \times \frac{٢}{٦}) + (٢ \times \frac{٣}{٦})$

= $\boxed{١,٣٣}$.

١٢. يبيّن الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س):

س	٤	٥	٦	٧	٨
ل(س)	٠,٣	٠,٣٤	٠,١٨	٠,١٢	٠,٠٦

(ظلل الشكل ☐ المقترن بقيمة ل(٥ < س ≤ ٨))

☐ ٠,٧ ■ ٠,٣٦ ☐ ٠,٣ ☐ ٠,١٨

ل(٥ < س ≤ ٨) = ل(٦) + ل(٧) + ل(٨)

= ٠,١٨ + ٠,١٢ + ٠,٠٦

= ٠,٣٦

١٣. صندوقان الأول يحتوي بطاقات مرقمة بالأرقام ٢ ، ٤ ، ٦ والثاني يحتوي بطاقات مرقمة بالأرقام ٤ ، ٦ ، ٨ سحبت بطاقتان عشوائياً الأولي من الصندوق الأول والثانية من الصندوق الثاني وعرف المتغير العشوائي (س) على أنه مجموع العددين الظاهرين على البطاقتين المسحوبتين.

(أ) كون مخطط الفضاء الاحتمالي للمتغير (س)

	الصندوق الأول			
الصندوق الثاني		٤	٦	٨
	٢	٦	٨	١٠
	٤	٨	١٠	١٢
	٦	١٠	١٢	١٤

عدد عناصر الفضاء الاحتمالي = ٣×٣ = $\boxed{٩}$ عناصر

(ب) أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (س)

س	٦	٨	١٠	١٢	١٤
ل(س)	$\frac{١}{٩}$	$\frac{٢}{٩}$	$\frac{٣}{٩}$	$\frac{٢}{٩}$	$\frac{١}{٩}$

١٤. صندوق يحتوي على ١٠ كرات متماثلة منها ٧ كرات بيضاء و٣ كرات حمراء ، سحبت أربع كرات عشوائياً من الصندوق إذا كان المتغيرالعشوائي س يمثل عدد الكرات الحمراء .

تعزيز ذي الحدين

أ) كون جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي س .

الحل:

$ن = ٤$ ، $س \in \{٠، ١، ٢، ٣، ٤\}$

$ب = \frac{٣}{١٠} = ٠,٣$ ، $١ - ب = \frac{٧}{١٠} = ٠,٧$

$ل(س=٠) = \binom{٤}{٠}(٠,٣)^{٠}(٠,٧)^{٤} = \frac{٢٤٠١}{١٠٠٠٠} = ٠,٢٤٠١$

$ل(س=١) = \binom{٤}{١}(٠,٣)^{١}(٠,٧)^{٣} = \frac{١٠٢٩}{٢٥٠٠} = ٠,٤١١٦$

$ل(س=٢) = \binom{٤}{٢}(٠,٣)^{٢}(٠,٧)^{٢} = \frac{١٣٢٣}{٥٠٠٠} = ٠,٢٦٤٦$

$ل(س=٣) = \binom{٤}{٣}(٠,٣)^{٣}(٠,٧)^{١} = \frac{١٨٩}{٢٥٠٠} = ٠,٠٧٥٦$

$ل(س=٤) = \binom{٤}{٤}(٠,٣)^{٤}(٠,٧)^{٠} = \frac{٨١}{١٠٠٠٠} = ٠,٠٠٨١$

س	٠	١	٢	٣	٤
ل(س)	٠,٢٤٠١	٠,٤١١٦	٠,٢٦٤٦	٠,٠٧٥٦	٠,٠٠٨١

ب)أوجد التباين

$ع^{٢}(س) = ن \times ب(١-ب)$

$= ٤ \times ٠,٣ \times ٠,٧ = \boxed{٠,٨٤}$

١٥. تم تدوير القرص المقابل مرتين وعرّف المتغير العشوائي (س) على أن:

" مجموع الرقمين الذين يقف عليهما المؤشر" ونظمت النتائج في الجدول التالي

$٤ \times ٤ = ١٦$

الدوران الثاني \ الدوران الأول	١	٢	٣	٤
١	٢	٣	٤	٥
٢	٣	٤	٥	٦
٣	٤	٥	٦	٧
٤	٥	٦	٧	٨

- أكمل الجدول بما يناسب المتغير العشوائي (س)

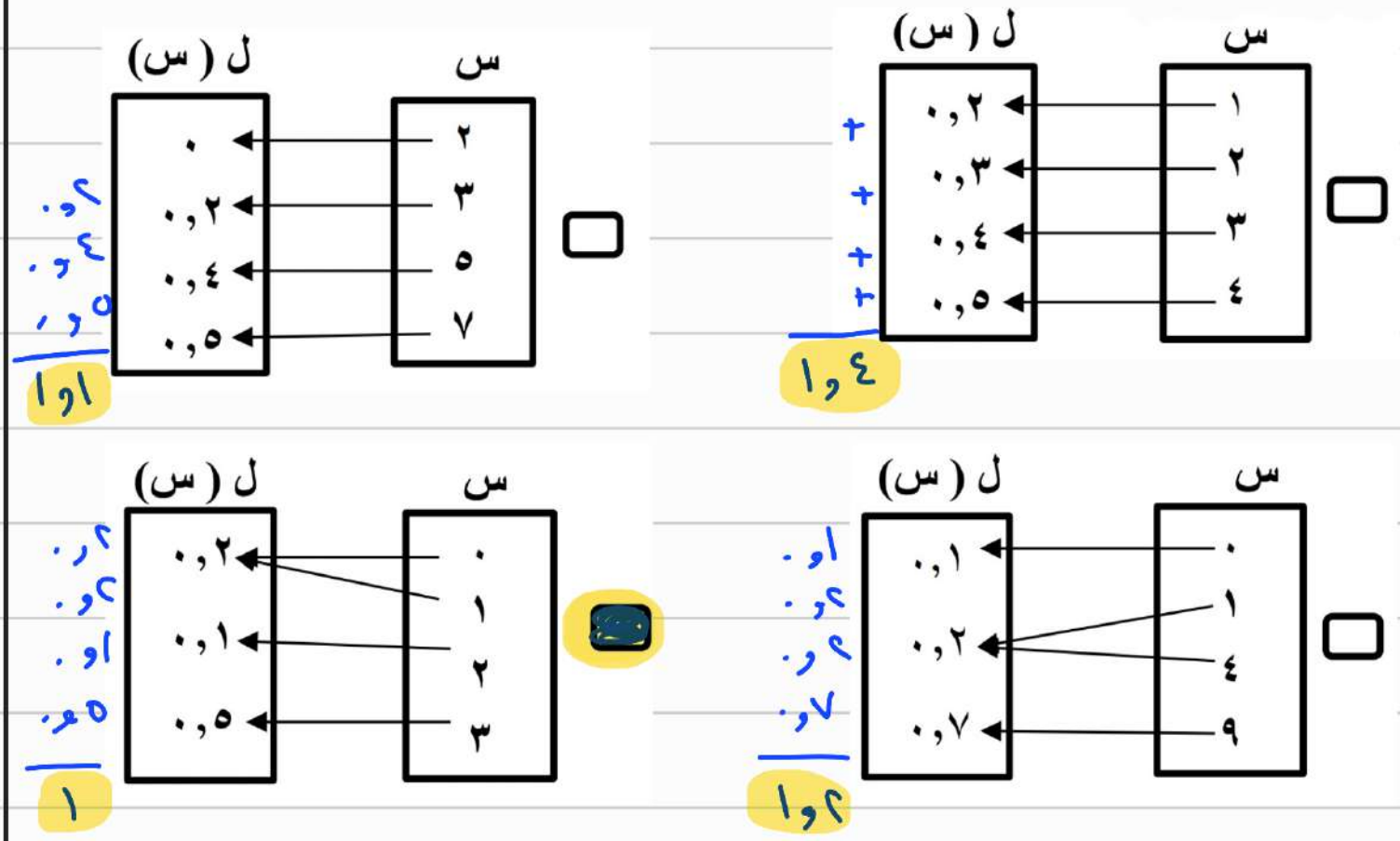
- أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير المنفصل س

س	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
ل(س)	$\frac{١}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٤}{١٦}$	$\frac{٣}{١٦}$	$\frac{٢}{١٦}$	$\frac{١}{١٦}$

- أوجد ل (س < ٤) $= ل(٢) + ل(٣) = \frac{١}{١٦} + \frac{٢}{١٦} = \boxed{\frac{٣}{١٦}}$

١٦. ظلل الشكل ☐ المقترن بالمخطط الذي يمثل توزيعا احتماليا لمتغير عشوائي متقطع

من س الى ل (س)



١٧. صندوق يحتوي على ٥ كرات حمراء و ٤ كرات زرقاء.

ظلل الشكل ☐ المقترن باحتمال اختيار كرتين لهما نفس اللون :

☐ $\frac{\binom{٤}{٢}}{\binom{٩}{٢}}$ ☐ $\frac{\binom{٥}{٢}}{\binom{٩}{٢}}$ ☐ $\frac{\binom{٤}{١}\times\binom{٥}{١}}{\binom{٩}{٢}}$ ☐ $\frac{\binom{٤}{٢}+\binom{٥}{٢}}{\binom{٩}{٢}}$

١٨. يبين الجدول الآتي التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي (س)

س	٢	٣	٤	٥
ل(س)	٠,٢٥	٠,٣٥	أ	٠,١

ظلل الشكل ☐ المقترن بقيمة المجهول أ

☐ ٠,١ ☐ ٠,٢ ■ ٠,٣ ☐ ٠,٤

٠,٢٥ + ٠,٣٥ + أ + ٠,١ = ١

أ = ١ − ٠,٧

أ = ٠,٣

١٩. ظلل الشكل ☐ المقترن باحتمال اختيار طالبة من بين ٥ طلاب و ١٠ طالبات لفريق مكون من ٤ أعضاء

تعديل في السؤال (طالبة)

☐ ٠,٠٧ ☐ ٠,٢

☐ ٢ ☐ ٧

$$\frac{\binom{10}{1} \times \binom{5}{3}}{\binom{15}{4}}$$

تباديل

٢٠. يريد حمد ترتيب ٣ كتب رياضيات مختلفة و ٤ كتب علوم مختلفة في صف واحد عشوائيا

ظلل الشكل (▭) المقترن باحتمال أن يقع أحد كتب الرياضيات في المنتصف

▭ $\frac{٤}{٧}$ ■ $\frac{٣}{٧}$ ▭ $\frac{١}{٧}$ ▭ $\frac{١}{٣٥}$

-	-	-		-	-	-

$\frac{٣ل١ \times ٦ل٦}{١٧!} = \frac{٣ \times ٦!}{١٧!} = \boxed{\frac{٣}{٧}}$

٢١. ظلل الشكل (▭) المقترن باحتمال اختيار ٥ ألعاب عشوائيا بدون إعادة من صندوق

ألعاب أطفال به سيارتين و٣ دمى و٤ كرات على أن يكون من بينها كرتان

▭ $\frac{١}{٢١}$ ▭ $\frac{٢}{٢١}$ ▭ $\frac{٩}{٢١}$ ■ $\frac{١٠}{٢١}$

$\frac{\binom{٤}{٢}\binom{٥}{٣}}{\binom{٩}{٥}} = \frac{٦٠}{١٢٦} = \frac{١٠}{٢١}$

٢٢. قرص منتظم مقسم إلى خمسة أجزاء منتظمة ومرقمة ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ دُوّر

ثلاث مرات وعُرّف المتغير العشوائي (س) " عدد مرات ظهور رقم أكبر من ٢ "

ظلل الشكل (▭) المقترن بقيمة ل(س= ١)

$ب = \frac{٣}{٥}$

$١ - ب = \frac{٢}{٥}$

$ن = ٣$

$ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣$

▭ $\frac{٣}{٨}$ ▭ $\frac{٥}{٨}$ ■ $\frac{٣٦}{١٢٥}$ ▭ $\frac{٥٤}{١٢٥}$

$ل(س = ١) = \binom{٣}{١}\left(\frac{٣}{٥}\right)^{١}\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢}$

$= \boxed{\frac{٣٦}{١٢٥}}$

٢٣. يبين الجدول المقابل التوزيع الاحتمالي للمتغير (ص)

ظلل الشكل (▭) المقترن بقيمة م

ص	٣	٧	١٠
ل(ص)	٤م	٠,٦ - ٢م	٠,٣

▭ ٠,٥ ٠,٠٥ [redacted]

▭ ٠,٢ ▭ ٠,٠٢

٤م + ٠,٦ − ٢م + ٠,٣ = ١

٢م = ١ − ٠,٩

٢م = ٠,١ ⟸ م = ٠,٠٥

٢٤. إذا كان (ح) متغير عشوائي منفصل حيث ح ∈ { ٣، ٤ ، ٥ ، ٨} ،

وكان ل(ر) = ٠,٠٥ ر

توزيع ذي الحدين

- أنشئ جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير (ح)

ل (٣) = ٠,٠٥ × ٣ = ٠,١٥

ل (٤) = ٠,٠٥ × ٤ = ٠,٢

ل (٥) = ٠,٠٥ × ٥ = ٠,٢٥

ل (٨) = ٠,٠٥ × ٨ = ٠,٤

ح	٣	٤	٥	٨
ل(ح)	٠,١٥	٠,٢	٠,٢٥	٠,٤

- أوجد ت (ح)

= (٣ × ٠,١٥) + (٤ × ٠,٢) + (٥ × ٠,٢٥) + (٨ × ٠,٤) = $\boxed{١٤,٩}$

#

٢٥. ظلل الشكل (▭) المقترن باحتمال اختيار فريق مكون من ٤ أشخاص عشوائيا من بين ٦ نساء و ٥ رجال بحيث يكون عدد الرجال مساويا لعدد النساء

▭ $\frac{١}{١١}$ ▭ $\frac{٢}{١١}$ ▭ $\frac{٤}{١١}$ ■ $\frac{٥}{١١}$

$$\frac{\binom{٥}{٢}\binom{٦}{٢}}{\binom{١١}{٤}} = \frac{٥}{١١}$$

٢٦. يبين الجدول المقابل التوزيع الاحتمالي للمتغير (ص) حيث (ت) ص=٢,٥

ظلل الشكل (▭) المقترن بقيمة م

ص	٠	١	م
ل(ص)	٠,١٥	٠,٣	٠,٥٥

▭ ٢ ▭ ٣ ■ ٤ ▭ ٥

$$ت(ص) = \sum ص \times ل(ص)$$

$$٢,٥ = (٠ \times ٠,١٥) + (١ \times ٠,٣) + (م \times ٠,٥٥)$$

$$٢,٥ = ٠,٣ + ٠,٥٥م$$

$$\therefore ٠,٥٥م = ٢,٥ - ٠,٣$$

$$٠,٥٥م = ٢,٢ \Leftarrow م = \frac{٢,٢}{٠,٥٥} = \boxed{٤}$$

المراجع :

- اختبارات وزارية سابقة
- دليل المعلم
- كتاب الطالب
- كتاب النشاط