Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá
QXD0152 – Teoria dos Grafos
Cursos de Ciência da Computação e Engenharia de Computação
Prof. Atílio Gomes Luiz

Grafos Eulerianos

1. Dê um exemplo de um grafo G tal que:
   (a) Ambos G e $\overline{G}$ sejam Eulerianos
   (b) G é Euleriano mas $\overline{G}$ não é
   (c) nem G nem $\overline{G}$ são Eulerianos e ambos G e $\overline{G}$ contêm uma trilha Euleriana.
   (d) G contém uma trilha Euleriana e uma aresta e tal que $G - e$ é Euleriano.
2. Determine os valores de m e n para os quais $K_{m,n}$ é Euleriano.
3. Prove ou disprove:
   (a) Todo grafo bipartido Euleriano tem um número par de arestas.
   (b) Todo grafo simples Euleriano com um número par de vértices tem um número par de arestas.
4. Somente um grafo de ordem 5 tem a propriedade de que a adição de qualquer aresta produz um grafo Euleriano. Que grafo é este?
5. Seja G um grafo conexo regular que não é Euleriano. Prove que se $\overline{G}$ é conexo, então $\overline{G}$ é Euleriano.
6. Seja G um grafo r-regular de ordem ímpar n e seja $F \cong \overline{G}$, tal que F e G sejam disjuntos nos vértices. Um grafo H é construído a partir de G e F pela adição de dois novos vértices u e v e ligando u e v entre si, assim como a todos os vértices de G e F. Quais das seguintes afirmações são verdadeiras?
   (a) H é Euleriano
   (b) H tem uma trilha Euleriana
   (c) H não tem nem um circuito Euleriano nem uma trilha Euleriana.
7. Mostre que todo grafo conexo não-trival G possui um passeio gerador fechado que contém toda aresta de G exatamente duas vezes.
8. Use indução fraca em k ou no número de arestas para provar que cum grafo conexo com $2k$ vértices de grau ímpar possui uma decomposição em k trilhas se $k > 0$. Isso permanece verdadeiro se nós removermos da hipótese a conexidade?
9. Prove que se G não tem vértices de grau ímpar, então existem ciclos disjuntos nas arestas $C_1, C_2, \ldots, C_m$ tais que $E(G) = E(C_1) \cup E(C_2) \cup \cdots \cup E(C_m)$.
10. Prove: Se todos os vértices de um grafo G são pares, então toda trilha maximal em G é fechada.

11. Prove que se G é euleriano, então todo bloco de G é euleriano.

12. Prove ou disprove: Qualquer subdivisão de um grafo Euelriano é euleriana.

13. Prove ou disprove: Quaisquer duas arestas adjacentes em um grafo Euleriano são consecutivas em algum circuito Euleriano dele.