Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá
QXD0152 – Teoria dos Grafos
Cursos de Ciência da Computação e Engenharia de Computação
Prof. Atílio Gomes Luiz

Grafos Hamiltonianos

1. Para quais valores de r o grafo $K_{r,r}$ é Hamiltoniano?

2. O grafo de Grötzsch, exibido na Figura 1, é Hamiltoniano?

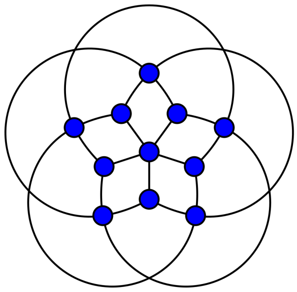

Figura 1: Grafo de Grötzsch

3. Para $n > 1$, prove que $K_{n,n}$ possui $(n-1)n!/2$ ciclos Hamiltonianos.

4. Prove que G tem um caminho Hamiltoniano somente se para todo $S \subseteq V(G)$, o número de componentes de $G - S$ é no máximo $|S| + 1$.

5. Seja G um grafo 6-regular de ordem 10 e sejam $u, v \in V(G)$. Prove que G, $G - v$ e $G - u - v$ são todos Hamiltonianos.

6. Prove que $\overline{C}_n$ é Hamiltoniano para $n \geq 5$.

7. Seja G um grafo 3-regular de ordem 12 e H um grafo 4-regular de ordem 11.
   (a) $G + H$ é Euleriano?
   (b) $G + H$ é Hamiltoniano?

8. Dê um exemplo de um grafo G que é
   (a) Euleriano mas não Hamiltoniano (Explique por que G não é Hamiltoniano)
   (b) Hamiltoniano mas não Euleriano (Explique por que G não é Euleriano)
   (c) nem Euleriano nem Hamiltoniano, mas tem uma trilha Euleriana

9. Dê um exemplo de um grafo com as seguintes propriedades ou explique porquê não existe tal exemplo:
   (a) um grafo Euleriano 2-conexo que não é Hamiltoniano.
   (b) um grafo G Hamiltoniano que não é Euleriano mas cujo complemento $\overline{G}$ é Euleriano.

10. O **grafo subdivisão** de um grafo G é o grafo obtido a partir de G removendo cada aresta uv de G e substituindo-a por um vértice w de grau 2 que tornando-o adjacente a u e a v. É verdade que se o grafo subdivisão de um grafo G é Hamiltoniano, então G é Euleriano?

11. Seja G um grafo conexo r-regular de ordem par n tal que $\overline{G}$ também é conexo. Mostre que:

    (a) ou G ou $\overline{G}$ é Euleriano.

    (b) ou G ou $\overline{G}$ é Hamiltoniano.

12. Sejam G_1 e G_2 dois grafos de ordem $n \geq 3$, cada um satisfazendo a hipótese do Teorema de Dirac sobre grafos Hamiltonianos. Construímos um novo grafo G a partir de $G_1 \cup G_2$ adicionando arestas entre G_1 e G_2 tal que todo vértice de G_1 é ligado a pelo menos metade dos vértices de G_2 de modo que todo vértice de G_2 é ligado a pelo menos metade dos vértices de G_1. Prove que G é Hamiltoniano.