UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Avaliação Continuada 05

QXD0152 — Teoria dos Grafos — 2021.1

Passeios, Trilhas, Caminhos, Ciclos

Professor: Atílio Gomes Luiz **Data:** 1 de julho de 2021
Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá

Este documento traz o enunciado da Avaliação Continuada 05.

1 Instruções Preliminares

Em qualquer exercício desta disciplina, tenha em mente que "prove", "demonstre" e "mostre" são sinônimos. Nos exercícios abaixo, em cada um dos casos, você deve oferecer um demonstração do que estiver sendo afirmado.

É muito importante que você suplemente esta lista com exercícios da lista de exercícios complementares ou dos livros conforme sua necessidade. Se tiver facilidade com os tópicos, poucos exercícios bastarão para compreendê-los; se tiver dificuldades, o caminho será reforçar a leitura dos capítulos e resolver mais exercícios.

2 Exercícios

1. (2.5 points) Seja G um grafo simples. Prove que: se G é não-conexo, então $\overline{G}$ é conexo.

> **Definição:** Chamamos de **triângulo** o ciclo com 3 vértices, C_3.

> **Definição:** Dizemos que um grafo é **livre de triângulos** se ele não possui nenhum subgrafo induzido que seja igual a um triângulo.

2. (2.5 points) Seja G um grafo sem laços e livre de triângulos com matriz de adjacência A. Prove que: O número de ciclos de tamanho 5 em G é igual a $\frac{1}{10}\mathrm{tr}(A^5)$.

3. (2.5 points) Prove que dois caminhos mais longos em um grafo simples conexo G devem ter um vértice em comum.

> **Definição:** Um grafo G é *conexo* se e somente se para toda partição de $V(G)$ em dois conjuntos não vazios X e Y, existe um aresta de G com um extremo em X e o outro extremo em Y.

4. (2.5 points) Prove que um grafo G é conexo se e somente se existe um (u, v)-caminho em G para quaisquer dois vértices $u, v \in V(G)$.