UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Avaliação Continuada 09

QXD0152 — Teoria dos Grafos — 2021.1

Grafos planares

Professor: Atílio Gomes Luiz
Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá

Data: 10 de agosto de 2021

Este documento traz o enunciado da Avaliação Continuada 09.

1 Instruções Preliminares

Em qualquer exercício desta disciplina, tenha em mente que "prove", "demonstre" e "mostre" são sinônimos. Nos exercícios abaixo, em cada um dos casos, você deve oferecer um demonstração do que estiver sendo afirmado.

É muito importante que você suplemente esta lista com exercícios da lista de exercícios complementares ou dos livros conforme sua necessidade. Se tiver facilidade com os tópicos, poucos exercícios bastarão para compreendê-los; se tiver dificuldades, o caminho será reforçar a leitura dos capítulos e resolver mais exercícios.

2 Exercícios

1. (2.5 points) Seja G um grafo plano e conexo de ordem $n \geq 5$ e tamanho m.

   (a) Prove que se a cintura de G é igual a 5, então $m \leq \frac{5}{3}(n-2)$.

   (b) Use o item anterior para provar que o grafo de Petersen não é planar.

   (c) Use o Teorema de Kuratowski para provar que o grafo de Petersen não é planar.

2. (2.5 points) Prove que se G é um grafo planar e livre de triângulos de ordem $n \geq 3$ e tamanho m, então $m \leq 2n-4$.

3. (2.5 points) Seja G um grafo plano. Prove que G é bipartido se e somente se toda face de G tem comprimento par. *Dica:* Para a prova da volta, use indução no número de faces de G.

4. (2.5 points) Considere um desenho $\widetilde{G}$ no plano de um grafo (não necessariamente) planar G. Duas arestas de $\widetilde{G}$ *cruzam* se elas se intersectam em um ponto que não é um vértice de $\widetilde{G}$. Esses pontos de cruzamentos de arestas são chamados de *cruzamentos.* O *número de cruzamento* de um grafo G, denotado por $cr(G)$, é o menor número de cruzamentos em um desenho de G no plano. Mostre que:

   (a) $cr(PG) = 2$, onde PG é o grafo de Petersen.