
Avaliação Continuada 01

QXD0152 – Teoria dos Grafos – 2021.1

Grafos - Conceitos Iniciais

Professor: Atílio Gomes Luiz
Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá

Data: 19 de maio de 2021

Este documento traz o enunciado da Avaliação Continuada 01.

1 Instruções Preliminares

Em qualquer exercício desta disciplina, tenha em mente que “prove”, “demonstre” e “mostre” são sinônimos. Nos exercícios abaixo, em cada um dos casos, você deve oferecer uma demonstração do que estiver sendo afirmado.

Esta lista de exercícios será utilizada para contabilizar presenças na disciplina (para os ausentes às aulas) e para compor a nota da Avaliação Continuada, conforme detalhada no arquivo “Ementa da Disciplina”. Logo abaixo, você encontrará a descrição das questões cujas respostas você deve entregar e instruções de como fazê-lo.

É muito importante que você suplemente esta lista com exercícios da lista suplementar ou dos livros conforme sua necessidade. Se tiver facilidade com os tópicos, poucos exercícios bastarão para compreendê-los; se tiver dificuldades, o caminho será reforçar a leitura dos capítulos e resolver mais exercícios.

2 Leitura

Leia atentamente as Seções 1.1 a 1.4 do livro do Alan Bickle e verifique as listas de exercícios do livro por complementos a estes exercícios e aos demais exercícios postados no Moodle.

3 Exercícios

- (2.5 points) Para qualquer inteiro positivo k , um **hipercubo** de dimensão k (ou **k-cubo**) é o grafo definido da seguinte maneira: os vértices do grafo são todas as sequências¹ $b_1b_2 \cdots b_k$ de bits²; dois vértices são adjacentes se e somente se diferem em exatamente uma posição. Por exemplo, os vértices do hipercubo de dimensão 3 são 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111; o vértice 000 é adjacente aos vértices 001, 010, 100 e a nenhum outro; e assim por diante. O grafo 3-cubo é ilustrado na Figura 1. O hipercubo de dimensão k será denotado por Q_k .
 - Faça figuras dos cubos Q_1 , Q_2 e Q_4 .
 - Escreva as matrizes de adjacência e incidência de Q_3 .
 - Quantos vértices tem Q_k ?
 - Quantas arestas tem Q_k ?
 - Quais os graus dos vértices de um hipercubo Q_k ?

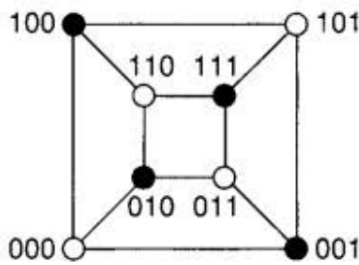


Figura 1: Grafo 3-cubo, Q_3 .

- (2.5 points) Prove que: “se G é um grafo simples com pelo menos dois vértices, então G contém pelo menos dois vértices com o mesmo grau”. *Dica:* Tente uma prova por contradição.
- (2.5 points) Seja $G[X, Y]$ um grafo bipartido.
 - Mostre que $\sum_{v \in X} d(v) = \sum_{v \in Y} d(v)$.
 - Mostre que se G é k -regular, com $k \geq 1$, então $|X| = |Y|$.
- (2.5 points) Seja $G[X, Y]$ um grafo simples bipartido com n vértices, tal que $|X| = r$ e $|Y| = s$, com $n = r + s$.
 - Prove que $m \leq rs$.
 - Mostre que $m \leq n^2/4$.
 - Descreva os grafos simples bipartidos para os quais $m = n^2/4$.

¹A expressão “ $b_1b_2 \cdots b_k$ ” é uma abreviatura de “ (b_1, b_2, \dots, b_k) ”.

²Portanto, cada b_i pertence ao conjunto $\{0, 1\}$.

4 Submissão de Respostas para a Avaliação Continuada

Resolva as questões usando papel e caneta, **em ordem** (ou então, escreva suas respostas usando o software LaTeX). Logo após, tire fotos das respostas, com atenção aos seguintes detalhes:

1. LEGIBILIDADE: Suas respostas devem ser legíveis no papel e também nas fotos tiradas ao final. Passe a limpo se necessário, com calma para garantir uma letra legível. Verifique se suas fotos não ficaram borradas. Para facilitar, tire uma foto para cada questão submetida. Certifique-se de que você tenha escrito um cabeçalho com seu nome e matrícula na resposta da primeira questão.

Observação: Se você fizer o seu trabalho usando latex, certifique-se de revisar todo o trabalho e cheque se todos os símbolos estão corretamente escritos.

2. Formato: **PDF**. Utilize a ferramenta de sua escolha para gerar um arquivo .PDF com as fotos de suas respostas na ordem em que os itens foram pedidos.
3. SUBMISSÃO: Via Moodle, faça upload do arquivo .PDF com suas respostas na seção da respectiva atividade no Moodle.
4. PRAZO: Você pode submeter respostas para esta atividade exclusivamente

até 23:59 da SEGUNDA, dia 24/05.

5. REQUISITOS: Você é responsável por verificar os requisitos de submissão e que o **upload funcionou corretamente**. Após submeter suas respostas no Moodle, verifique se consegue efetuar o download do arquivo e abri-lo corretamente. **Se você não verificar e ao final o arquivo não tiver sido enviado corretamente, sua nota na atividade não será contabilizada.**