

19.10.2023

## Wiederholung

Ableitung des Bildchens: 2 Halbkreise

- oberer Halbkreis, einfallende Welle mit  $n_i$
- unterer Halbkreis, transmittierte Welle mit  $n_t$

Weiters: Fresnel-Koeffizienten

$$E_R^{st} = t \cdot E_i^{sp} E_R^i \text{ irgendwas irgendwas Annahme: } n_{ix} = n_{iy} = n_{iz}.$$

Nun sollen anisotrope Medien betrachtet werden. Das Medium kann mit Federkonstanten beschrieben werden. Wenn ein Teilchen mit horizontalen und vertikalen Federn suspendiert wird, und diese Federn unterschiedliche Eigenschaften haben, dann ist das Medium auch auf die Propagationsrichtung empfindlich.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \exp^{j(\omega t - kx)}.$$

ein bisschen fehlt. Siehe Folie Anisotrope Medien (i) für Abbildungen.

Wellengleichungen:

- 1)  $\vec{\nabla} \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot (\epsilon \cdot \vec{E} + \vec{r}) = 0$   $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \exp^{j(\omega t - kx)} - j\vec{k}(\epsilon_0 \vec{E} + \vec{r}) = 0$   $\vec{\nabla}$
- 3)  $\vec{\nabla} \vec{H} = \delta \frac{D}{\delta t} \vec{J} - j\vec{k} \vec{H} = j\omega \vec{D}$

Man betrachte den Poyntingvektor  $\vec{S} = \vec{E} \vec{H}$ . Der Poyntingvektor liegt nicht mehr parallel zu  $\vec{k}$ .

Es breitet sich eine Welle aus, die nicht mehr parallel zum Wellenvektor ist.

Definition:

- 1)  $n_x \neq n_y \neq n_z \dots$  bi-axial, zweiachsig
- 2)  $n_x = n_y = n_o \dots$  ordinary  $n_z = n_e \dots$  extraordinary
- 3)  $\dots$  isotrop

Er will die Wellengleichungen ableiten und klären, was

$$\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \vec{E}) = -\frac{\delta}{\delta t} (\vec{\nabla} k) \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \vec{E}) = -\frac{\delta^2}{\delta t^2} \dots \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = \dots \vec{\nabla} \implies -jk\delta t \implies j\omega - \vec{k}(\vec{k} \vec{E}) + k^2 \cdot \vec{E} = 0 \cdot \omega^2 \epsilon_0 \epsilon.$$

Mit  $\det M_{\pm 0}$  folgt die Gleichung  $n^4 \cdot A + n^2 \cdot B + C = 0$  mit den beiden Lösungen  $n_{1,2}^2 = -\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$ . Die Gleichungen zur Bestimmung der Brechungsindizes lauten:

$$n_1 = n_o \frac{1}{n_2^2} = \frac{e_z^2}{n_o^2} + \frac{e_y^2}{n_e^2} k = k_o \cdot n_2 \frac{k_z^2}{k_o^2 \cdot n_o^2} + \frac{k_y^2}{k_o^2 \cdot n_e^2} = 1 \dots \text{Kreis/Ellipse.}$$

Es kann sein dass Nuller und Os vertauscht wurden (hat auch der Prof gesagt). Deshalb am besten im Buch nachschauen. Der Professor hat sich irgendwo verrechnet, aber wenn wir seiner Rechnung trotzdem mit Vertrauen folgen, kommen wir irgendwann ans richtige Ziel. Für Zusammenfassung im Buch nachschauen. Die Differenzierung zwischen optischer Achse, uniaxiales Medium, etc. ist

etwas umfangreicher.

Wir haben jetzt abgeleitet. Es gibt 2 Brechungsindizes: einer ist abhängig vom Winkel, der andere ist immer  $n_o$ . Natürlich kann nicht eine Welle 2 Brechungsindizes sehen. Die beiden unterschiedlichen Polarisationsrichtungen sehen die beiden unterschiedlichen Brechungsindizes, auch wenn sie sich den Wellenvektor teilen.

Am Beispiel lassen wir eine Welle in  $\vec{e}_z$  ausbreiten:

$$\vec{e}_z : [[n^2 - n_o^2, 0, 0][0, n^2 - n_o^2, 0][0, 0, -n_e^2]] \cdot \vec{E} = 0 \vec{e}_x \text{ und } \vec{E}_y \text{ sehen beiden } n_o.$$

Interessanter ist der Fall, mit der Ausbreitungsrichtung in  $e_y$

$$e_y e_x = e_z = 0 [[n^2 - n_o^2, 0, 0][0, -n_o^2, 0][0, 0, n^2 - n_e^2]] \vec{E} = 0 E_x \cdot (n^2 - n_o^2) = 0 \implies n^2 = n_o^2 \implies n = n_o E_y (-n_o^2)$$

Bitte merken bezogen zur Ebene E (Gespannt von Optische Achse und Ausbreitungsrichtung):

- senkrecht zu E ist  $n_o$  (ordentlich)
- parallel zu E ist  $n_e$  (außerordentlich)

Aus der Strahlgeschwindigkeit kann der Winkel zwischen dem E-Feld und dem D-Feld bestimmt werden. Ausgangspunkt ist der Poyntingvektor, der schräg zur Ausbreitungsrichtung liegt.

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\frac{\omega}{c_0} n} = \frac{c_0}{n} v = \frac{d\omega}{dk} \dots \text{Gruppengeschwindigkeit (sollte man sich einbilden)} \vec{v}_S = \vec{\nabla} \omega \dots \text{Strahl}$$

Auflösung: Der Strahl der nicht normal zu den Phasenflächen liegt (den Wellenfronten) wird der außergewöhnlich (extraordinary) Strahl genannt.

Verdeutlichung mit zwei Beispiele in anisotropen Anordnungen.

## Die Wellenplatte

Wir legen fest, dass die Eintrittsfläche parallel zur optischen Achse (OA) ( $e_z$ -Richtung) ist. Die Welle verläuft in  $e_y$ -Richtung, was machen  $E_x$  und  $E_z$  nach einer gewissen Propagationsdistanz d.  $n_o$  liegt in der  $e_x$ -Richtung  $n_e$  liegt in der  $e_y$ -Richtung

$$y = k \cdot d = k_o \cdot n \cdot dy_x = k_o \cdot d \cdot n_o y_z = k_o \cdot d \cdot n_e \vec{J}_i n = (E_x, E_z) \vec{J}_o u t = (E_{xout}, E_{zout}) = ((e^j y_x, 0)(0, e^j y_z)) \cdot (E_{xin}, E_z)$$

Lambda halbe macht pi halbe polarisation Keine Ahnung, schau Tafelbild. Hat er in 30sec erklärt.

## Beispiel 2 nächste Woche