

Rechenübung Wellenausbreitung

DINC Atilla (11917652)

3. November 2023

31.10.2023

Beispiel 5

Abbildung: siehe Beispielskriptum

$$\frac{\|\vec{x}\|}{|\vec{x}|}$$

- 1. Ansatz für einfallende und ausfallende Welle finden

$$\vec{E}_i = E_0 e^{-jk_z z} \vec{e}_x$$

$$\vec{E}_r = E_0 e^{+jk_z z} \vec{e}_{x'}$$

- 2. Transponieren geometrisch ergibt sich $x' = x \cos(2\phi) - z \sin(\phi)$ und $y' = y$ und $z' = x \sin(2\phi) + z \cos(2\phi)$

$$\vec{E}_r = E_0 e^{jk_z(x \sin(2\phi) + z \cos(2\phi))} (\vec{e}_x \cos(2\phi) - \vec{e}_z \sin(2\phi))$$

$$\vec{E}_{ges} = \vec{E}_i + \vec{E}_r$$

$$= E_0 (e^{-jk_z z} + \cos(2\phi) e^{jk_z(x \sin(2\phi) + z \cos(2\phi))}) \vec{e}_x - E_0 \sin(2\phi) e^{jk_z(x \sin(2\phi) + z \cos(2\phi))} \vec{e}_z$$

- 3. Hüllkurve bestimmen

$$\text{Betrag}(E_{ges,x}) = \text{Betrag}(E_0) \sqrt{\text{irgendwas}}$$

$$= \text{Betrag}(E_0) \sqrt{1 + \cos^2(2\phi) + 2 \cos(2\phi) \cos(k_z z (1 + \cos(2\phi)))}$$

- 4. Fallunterscheidung

$$\phi = 0 \text{ deg} \implies \text{Betrag}(E_{ges,x}) = \text{Betrag}(E_0) 2 \cos(k_z z)$$

$$\phi = 45 \text{ deg} \implies \text{Betrag}(E_{ges,x}) = \text{Betrag}(E_0)$$

$$\phi = 90 \text{ deg} \implies \text{Betrag}(E_{ges,x}) = 0$$

- 5. Minimale und Maximale Feldstärke

$$\text{Betrag}(E_{ges,x}) = \text{Betrag}(E_0) \sqrt{1 + \cos^2(2\phi) + 2 \cos(2\phi) \cos(k_z z (1 + \cos(2\phi)))}$$

$$\cos(k_z z (1 + \cos(2\phi)))$$

$$\dots \min = -1 \text{ und } \max = 1$$

$$\text{Betrag}(E_{ges,x})_{\min} = \text{Betrag}(E_0 (1 - \cos(2\phi)))$$

$$\text{Betrag}(E_{ges,x})_{\max} = \text{Betrag}(E_0 (1 + \cos(2\phi)))$$

$$m = \frac{E_{\max}}{E_{\min}} = \frac{1 + \cos(2\phi)}{1 - \cos(2\phi)}, 1 < m < \infty$$

- 6.

$$\cos(k_z z (1 + \cos(2\phi))) = -1$$

$$\cos(\pi(2n - 1)) = -1$$

$$k_z z (1 + \cos(2\phi)) = \pi(2n - 1)$$

$$k_z z_n (1 + \cos(2\phi)) = 2 - \pi$$

$$k_z z_{n+1} (1 + \cos(2\phi)) = 2 + \pi$$

und er löscht es weg...

Beispiel 6

Abbildung: siehe Beispielskriptum Beschreibung: schräg einfallende Welle im nicht idealen Raum trifft auf senkrechte Wand. Welle breitet sich in z-Richtung aus, Wand ist parallel zur x-y-Ebene

$$\epsilon_r = 15$$

$$\sigma = 1 \frac{mS}{m}$$

$$\mu_r = 1$$

- 1. Wellengeschwindigkeit

$$v_P = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = 75 \cdot 10^{10} \frac{m}{s}$$

- 2.

$$E_i(z) = \vec{E}_0 e^{-jk_z z} \vec{e}_z$$

$$jk_z = \alpha + j\zeta = j\omega\sqrt{\mu\delta} = (0,049 + j1,624) \frac{1}{m}$$

$$\alpha = 0,049 \frac{NP}{m} \implies \alpha[dB] = 0,42 \frac{dB}{m}$$

- 3.

$$\vec{E}_i(z) = E_0 e^{-jk_z z} \vec{e}_x$$

$$E_i(z = 10cm) = 1 \frac{V}{m} e^{-j(1,624 - j0,049) \frac{1}{m} \cdot 10m} = () - 0,53 + j0,31 \frac{V}{m} \vec{e}_x$$

$$\vec{e}(z, t) = \text{Re}\{E_i(z) e^{j\omega t}\}$$

$$\vec{e}(10, t) = \text{Re}\{E_0 e^{-jk_z z} e^{j\omega t}\} = 0,615 \frac{V}{m} \cos(\omega t - 16,24) \vec{e}_x$$

- 4.

$$\vec{E}_r(z) = A e^{jk_z(z-z_0)}$$

$$E_{ges}(z) = \vec{E}_i(z) + \vec{E}_r(z)$$

$$= [E_0 e^{-jk_z z}]$$

$$E_{ges}(z) = [E_0 e^{-jk_z z} - E_0 e^{-jk_z z_0} e^{jk_z(z-z_0)}] \vec{e}_x$$

$$= [E_0 e^{-jk_z z} - E_0 e^{jk_z(z-2z_0)}] \vec{e}_x$$

- 5.

$$\text{Betrag}(E_i) = \sqrt{E_i E_i} = \dots = E_0 e^{-\alpha z}$$

$$\text{Betrag}(E_r) = \sqrt{E_r E_r} = \dots = A e^{\alpha(z-z_0)}$$

$$E_{ges} \vec{E}_0 (e^{-(\alpha+j\beta)} - e^{-(\alpha+j\beta)(z-2z_0)} \vec{e}_x)$$

$$\text{Betrag}(E_{ges}) = \sqrt{E_{ges} E_{ges}} = E_0 \sqrt{e^{-2\alpha z} (1 + e^{4\alpha(z-z_0)}) - 2e^{-\alpha z_0} \cos(2\beta(z-z_0))}$$

- 6.

$$\alpha = 0$$

$$\text{Betrag}(E_{ges}) = E_0 \sqrt{1(1+1) - 2 \cdot 1 \cos(2\beta(z-z_0))}$$

$$= E_0 \sqrt{2(1 - \cos 2\beta(z-z_0))}$$

$$\cos(2\beta\Delta z) \stackrel{!}{=} 1$$

$$2\beta\Delta z = 2\pi$$

$$\Delta z = \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{2}$$