Mitschrift Photonik - Wintersemester 2023

DINC Atilla (11917652)

17. November 2023

Einleitung

Vorlesung bringt den Inhalt Videos bringen die Vertiefung, extreme Details in den Videos Prüfungsmodus: Handschriftlich + Formelzettel Erste Prüfung: Mitte-Ende Februar

Was ist Photonik

Ein wenig Geschichte:

Nobelpreise

Ein wenig wirtschaftliche Relevanz Modelle der Photonik:

- Quantenelektrodynamik
- Naxwell'sche Elektrodynamik
- Geometrische Optik

Kapitel 1

$$nablaxE = -dB/dt, nablaxH = dD/dt + J$$

 $D = e_0.E + P, P = e_0.ksi.E, ksi = ksi(w)$

$$nabla.nabla.1/c_0^2.d^2E/dt^2 = 0.d^2P/dt^2$$

Wir sehen, beschleunigte Ladung strahlt Photonen (Energie) ab. Links: Ausbreitungsterm, Rechts: Quellterm Weiters: $e_r = 1 +$ oder $n = \sqrt{e_r}$, in der Photonik wird eher der Brechungsindex statt verwendet.

$$nabla^2 \cdot E - n^2/c_0^2 \cdot d^2E/dt^2 = 0$$

$$E = ReE_{ampl} \cdot e^{jwt} = \frac{1}{2} \cdot E_{ampl} \cdot e^{jwt} + \text{kk-Anteil}$$

Eingesetzt:

$$\frac{nabla^2 - n^2}{c_o^2(-w^2)}E(w) = 0$$

$$E(w) = E_0 \cdot e^{jkx}$$

Eingesetzt:

$$(-jk)(-jk) + n^2/c_0^2 w^2]E(w,k) = 0$$

 $-k^2+n^2/c_0^2.w^2=0$ daraus folft $k(w)=\frac{w}{c_0}n(w)$...Dispersions
gleichung aus der Dispersions
relation kann der Impuls eines Wellentyps bestimmt werden. In diesem Fall ist $p=h_quer.k(w)=$ linear im Vakuum

Beziehung bei ebenen Wellen

$$E = E_0.e^j(wt - kx)$$

$$nablaxE = -0dH/dt$$

$$-jkxE - ojwH$$

$$H0kxE/0w$$
 $H=k/0w.E, k=w/c0.n$
 $H=n/2z0.E, z0=sqrt(0/e0)$
 $E=E0cos(wt-kx)$
 $kx=kz$
 $cos(-ks)=1$
 $ks=m2pi$
 $deltaz=2pi/k=lambda$
 $k=2pi/lambda$

Wir suchen die Ausbreitungsgeschwindidkeit Extrema der Welle ableiten

$$d/dt(wt-kz) = d/dtm2pi$$

$$w-dz/dt = 0$$

$$vP = w/k = c0/n, lambda = 2pi/k$$

$$vp = w/(2pi/lambda) = lambda \cdot w/2pi = lambdaf = c0/n$$

$$S = ExH = K/20w.BetragE^2 = n/2z0betragE^2 = I...Intensitt$$

$$P = integralberAvonInachDA$$

Polarisation Skizze von E-Vektor in der x-y Ebene

$$E = (Ex.ej(wt - kz)Ey.e^{j}(wt - kz))^{T}...linear polarisiert$$

$$E = (Ex.ej(wt - kz)Ey.e^{j}(wt - kz) + -pi/2)^{T}...zirkular polarisiert$$

rechts oder links zirkluar ist abhängig von der Definition aber die Physiker gehen nach der rechtschraube

$$E = (Ex.ej(wt - kz)Ey.e^{j}(wt - kz) + -jpi/2)^{T}...elliptischzirkular$$

wenn die Phasenverschiebung nicht pi/2 ist (zB pi/8) ist es weiterhin elliptisch zirkular, aber im Raum verdreht (siehe detailierte Herleitung in den Videos)

Jones Vektor

$$J = (ExEy.ejdeltay)^{T}$$
$$(Ex1Ex2e^{j}wt)^{T} = (ab, cd)(ExEy.e^{j}wt)^{T}$$

Do. 12.10.2023

Vergessen zu speichern, hier fehlt einiges. Wiederholung: Helmholtzgleichung ist nichts anderes als Wellengleichung wo sinusförmiges Signal iengesetzt wurde

$$E = E0.e^{j}(wt - kz)H = kxE/0w(dasgibtunseinDreibein - rechtwinkeligesKoordinatensystem)$$

Herleitung Snellius-Gesetz (Brechungsgesetzt): siehe Foto

$$Ei + Er = Et$$

$$(Ei.e^{j}(wt - kiz))'' + (Er.e^{j}(wt - krz))'' = (Et.e^{j}(wt - ktz))''()''...Tangentialkomponente?$$

$$ki'' = kr'' = kr''$$

$$kisin(thetai) = kr.sin(thetar) = kt.sin(thetat)$$

$$k0 \text{ pt sin}(thetai) = k0 \text{ pt sin}(thetat) = Reflections except to the start of the$$

k0.ni.sin(thetai) = k0.nr.sin(thetar) = k0.nt.sin(thetat)...Reflexionsgesetz Skizze (siehe Foto)

Fresnel'sche Gleichungen

Propargant der Wellentheorie im Kampf gegen die Korpuskeltheorie. Wir haben wieder die einfallende Welle vom vorherigen Beispiel. (siehe weiters Skizze zu Fresnel Koeffizienten)

Einfallende Welle $Ei^sp=t^sp.EiE$, i^i+E , $i^r=E$, i^t Reflektierte Welle $Er^sp=r^sp.EiH$, i^i+H , $i^r=E$, i^t

$$kxE/0w = H$$

siehe Skript für alle Fresnelt-Koeffizienten Fresnel-Koeffizienten brauchen nicht auswendig gelernt werden.

$$Pi = Pr + Pt...Leistungserhaltung$$

Leistung ist Intensität mal Fläche. Leider reicht I = n Betrag $(E)^2/2z0ausletzter VOnichtaus, weildie Flchenprojektion Fleicher Einfalls – wie Ausfallswinkelsiehe Skizze (Foto) fr Abbildung der flehen <math>At = pi.bz.at$

$$P = i.A$$

$$Pi = Pr + Pt$$

$$Ii.Ai = It.Ar + It.At$$

$$niBetrag(Er)^2/2z0.Ai = niBetrag(Er)^2/2z0.Ar + nt.Betrag(Et)^2/2z0.At$$

$$Er = rEi$$

$$Et = tEi$$

$$ni.Betrag(Ei)^2.Ai = ni.Betrag(r)^2Betrag(Ei)^2.Ai + nt.Betrag(t)^2.Betrag(Ei)^2.At$$

$$1 = Betrag(r)^2 + nt/ni.Betrag(t)^2.At/Ai$$

$$1 = Betrag(r)^2 + Betrag(t)^2.nt/ni.costhetat/costhetai$$

$$1 = R + T = Reflektivitt + Transmitivitt$$
 wichtiges Bild:
$$x - yplotRvontheta_i : [0; 90]$$

$$R^s = 0.04.exp(theta_i)$$

 $R^p = 0.04.exp(theta_i) + TalbeithetaB(thetaBbrewsterwinkel, hieristdieReflektivittderparallelstrahlung0)$

Beim brusterwinkel ist der Winkel zwischen reflektiertem und transmit -tiertem Strahl exakt 90°. Das polarisierte Licht erzeugt ja Dipole in der Materie. Diese Dipole senden bekanntlich wieder Licht aus. Diese Hantel -förmigen $(\cos^2 - frmigen)$ Dipolestrahlenin Querrichtung abund das sorgtirgen dwieda fr, dasse thetat +90 = 180

$$ni.sin(thetai) = nt.sin(thetat)$$

 $ni.sin(thetai) = nt.sin(90 - thetai)$

 $COS(THETA_I)tan(thetai) = nt/nithataB = arctannt/niBeispiel, nt = 1, 5, ni = 1 daraus folgt thetaB = arctan1, 5 = 56$

Warum gibt es trotzdem Reflektivität für s-polarisiertes Licht?

Hab ich nicht gehört, also überlegs dir selbst! Die Sonnenstrahlung ist nicht gefiltert, hat somit alle Polarisationen. Die Reflektion am Boden ist aber Hauptsächlich s-polarisiert, da r-polarisiert immer viel schwächer ist. Deshalb kann man das s-polarisierte gezielt mit polarisierten Gläsern filtern.

Es folgen einige geometrische Beispiel welche uns letztendlich zur Total -reflexion führen. Die Wellenvektoren werden betragsmäßig als Halbkreise vom Auftrittspunkt aus gezeichnet. Dadurch können mithilfe der Winkel einige geometrische Griffe durchgeführt werden.

Wenn der Radius der Reflexion größer ist, als der der Transmission, gibt es einen kritischen Winkel theta_c, abdemkeine Lsungmehrexistiert. $k_n^2 + k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 + k_4^2 + k_5^2 +$

$$kn = sqrt(kt^2 - k, ^2)$$

$$kn = + - sqrt(kt^2 - (ki.sin(thetai))^2)ntkleinerni$$

$$kn = + - k0sqrt(nt^2 - (ni.sin(thetai)^2))$$

$$kn = + - kojsqrt(nr.sin(thetai)^2 - nt^2) = + - jgammathetaigrerthetar$$

$$Et = E0.e^{\ell}wt - kn.z - k, ...x$$

$$Et = E0.e^{-\ell} + gamma.z.e^{j}(wt - k, ...x)$$

Mmuss '-' sein, weil es exponentiell fallen muss (physikalisch richtige Interpretation) Man nennt dieses exponentiell fallendes Feld ein evaneszentes Feld. Eine Anwendung für so ein evaneszentes Feld wird noch genau erklärt.

Man betrachte wieder das Einfallsdiagram: Wenn der Radius der Reflexion größer als der Radius der Transmission ist, liegt der kritische Winkel bei 90. Mathematische Herleitung für den kritischen Winkel:

$$n_i \cdot \sin(\theta_c) = n_t \cdot \sin(\theta_t)$$
$$\theta_c = \arcsin(\frac{n_t}{n_i})$$
$$\theta_c = \arcsin(\frac{1}{1,5}) = 41,8$$

19.10.2023

Wiederholung

Ableitung des Bildchens: 2 Halbkreise

- oberer Halbkreis, einfallende Welle mit n_i
- \bullet unterer Halbkreis, transmittierte Welle mit n_t

Weiters: Fresnel-Koeffizienten

$$E_R^{st} = t \cdot E_i^{sp}$$

$$E_R^i rgendwasiregendwa$$
 Annahme: $n_{ix} = n_{iy} = n_{iz}$

Nun sollen anisotrope Medien betrachtet werden. Das Medium kann mit Federkonstanten beschrieben werden. Wenn ein Teilchen mit horizontalen und vertikalen Ferdern suspendiert wird,

und diese Federn unterschiedliche Eigenschaften haben, dann ist das Medium auch auf die Propergationsrichtung empfindlich.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{j(wt - kx)}$$

ein bisschen fehlt. Siehe Folie Anisotrope Medien (i) für Abbildungen.

Wellengleichungen:

• 1)
$$\vec{\nabla} \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot (\epsilon \cdot \vec{E} + \vec{r}) = 0 \ \vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \exp^{j(wt - kx)} - j\vec{k}(\epsilon_0 \vec{E} +) = 0 \ \nabla$$

• 3)
$$\vec{\nabla} \vec{H} = \delta \frac{D}{\delta t} \vec{J} - j \vec{k} \vec{H} = j \omega \vec{D}$$

Man betrachte den Poyntingvektor $\vec{S} = \vec{E}\vec{H}$. Der Poyntingvektor liegt nicht mehr parallel zu \vec{k} . Es breitet sich eine Welle aus, die nicht mehr parallel zum Wellenvektor ist.

Definition:

- 1) $n_x \neq n_y \neq n_z \dots$ bi-axial, zweiachsig
- 2) $n_x = n_y = n_o \dots$ ordinary $n_z = n_e \dots$ extraordinary
- 3) ... isotrop

Er will die Wellengleichungen ableiten und klären, was

Mit $det M_{=0}$ folgt deie Gleichung $n^4.A+n^2.B+C=0$ mit den beiden Lösungen $n_{1,2}^2=-\frac{B+-\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$. Die Gleichungen zur Bestimmung der Brechungsindizes lauten:

$$n_1 = n_o \frac{1}{n_2^2} = \frac{e_z^2}{n_o^2} + \frac{e_y^2}{n_e^2} k = k_o. n_2 \frac{k_z^2}{k_0^2.n_o^2} + \frac{k_y^2}{k_0^2.n_e^2} = 1 \dots \text{Kreis/Ellipse}.$$

Es kann sein dass Nuller und Os vertauscht wurden (hat auch der Prof gesagt). Deshalb am besten im Buch nachschauen. Der Professor hat sich irgendwo verrechnet, aber wenn wir seiner Rechnung trotzdem mit Vertrauen folgen, kommen wir irgendwann ans richtige Ziel... Für Zusammenfassung im Buch nachschauen. Die Differenzierung zwischen optischer Achse, uniaxales Medium, etc. ist etwas umfangreicher.

Wir haben jetzt abgeleitet. Es gibt 2 Brechnungsindizes: einer ist abhängig vom Winkel, der andere ist immer n_o . Natürlich kann nicht eine Welle 2 Brechungsindizes sehen. Die beiden unterschiedlichen Polarisationsrichtungen sehen die beiden unterschiedlichen Brechungsindizes, auch wenn sie sich den Wellenvektor teilen.

Am Beispiel lassen wir eine Welle in \vec{e}_z ausbreiten:

$$\vec{e}_z : [[n^2 - n_o^2, 0, 0][0, n^2 - no^2, 0][0, 0, -n_e^2]].\vec{E} = 0\vec{e}_x$$
und \vec{E}_y sehen beide n_o .

Interessanter ist der Fall, mit der Ausbreitungsrichtung in e_y

$$e_y e_x = e_z = 0[[n^2 - n_o^2, 0, 0][0, -n_o^2, 0][0, 0, n^2 - n_e^2]] \vec{E} = 0 \\ E_x.(n^2 - n_o^2) = 0 \implies n^2 = n_o^2 \implies n = n_o \\ E_y(-n_o^2) = 0 \implies n^2 = n_o^2 = n$$

Bitte merken bezogen zur Ebene E (Gespannt von Optische Achse und Ausbreitungsrichtung):

- senkrecht zu E ist no (ordentlich)
- parallel zu E it ne (außerordentlich)

Aus der Strahlgeschwindigkeit kann der Winkel zwischen dem E-Feld und dem D-Feld bestimmt werden. Ausgangspunkt ist der Poyntingvektor, der schräg zur Ausbreitungsrichtung liegt.

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\frac{\omega}{c_0}n} = \frac{c_0}{n}v_{=}\frac{d\omega}{dk}\dots Gruppengeschwindigkeit(solltemanscheinbargelernthaben)\vec{v}_S = \vec{\nabla}\omega\dots \text{Strahlgeschwindigkeit}(solltemanscheinbargelernthaben)\vec{v}_S = \vec{v}_S + \vec{v}$$

Auflösung: Der Strahl der nicht normal zu den Phasenflächen liegt (den Wellenfronten) wird der außergewöhnlich (extraordinary) Strahl genannt.

Verdeutlichung mit zwei Beispiele in anisotropen Anordnungen.

Die Wellenplatte

Wir legen fest, dass die Eintrittsfläche parallel zur optischen Achse (OA) (e_z -Richtung) ist. Die Welle verläuft in e_y -Richtung, was machen E_x und E_z nach einer gewissen Propagationsdistanz d. n_o liegt in der e_x -Richtung n_e liegt in der e_y -Richtung

Lambda halbe macht pi halbe polarisation Keine Ahnung, schau Tafelbild. Hat er in 30sec erklärt.

Beispiel 2 nächste Woche

09.11.2023

Ausbesserung der Nebenrechnung

Wird noch im TISS hochgeladen.

Wiederholung: Doppelbrechnung

Durch den ausserordentlichen Brechungsindex wird eine weiter Brechung hervorgerufen. Die ordentliche Welle folgt einem Kreis, während die ausserordentliche Welle durch eine Ellipse beschrieben wird, siehe Tafelbild.

Ding des Tages

Glam-Taylor-Polarisator Zwei Medien (oft Calzit) bilden einen Rechteck, Die Kontaktfläche der Medien ist eine Schräge, welche mit einem Klebstoff versehen ist. Die Medien haben je einen ordentlichen und einen ausserordentlichen Brechungsindex.

Da die ausserordentlichen Polarisatoren an einer Ellipse projeziert werden, kann ein Winkel getroffen werden, wo die ausserordentliche Welle durchgelassen, die ordentliche Welle jedoch total reflektiert wird.

Siehe weiters Rachon-Prisma und das Wollaston-Prisma. Siehe Tafelbild

Interferenz

Bei orthogonal Komponenten kann es nicht zu Interferenzen kommen, da das Innprodukt 0 ist. Daher werden parallele Komponenten benötigt. Wie in Halbleiterphysik gelernt, werden nie wirklich elektrische Felder, sondern deren Intensitäten als Betragsquadrat $I = ||E_1 + E_2||^2$ gemessen.

$$I = (E_1 + E_2)(E_1 + E_2)komplkonj = E_1E_1 + E_2E_2 + E_1E_2 + E_2E_1 = I_0 + I_0 + 2I_0\cos(\Delta t) = 2I_0(1 + \cos(\Delta t))$$

Plot hinzufügen

Wie erhält man nun parallele Komponenten? Stichwort: Interferrometer

Eine Spiegel teilt einen Strahl in zwei Strahlen mit der halben Strahlungsintensität I_1 und I_2 auf. Mit Zwei 100

$$I_1 = \frac{I_0}{4} 2(1 + \cos(\Delta \Phi)) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos(\Delta \Phi))$$

Er spricht sehr viel über die Empfindlichkeit von Interferometern, da sich Änderungen im Nanometerbereich auf die Intensität auswirken können.

Michelson-Interferometer

Die R = 1 Spiegel (100

irgendwas

Wir schauen uns mal an, wenn wir nicht nur eine Frequenz sondern ein Frequenzpacket haben ... glaube ich zumindest. Wir haben eine Welle gegeben durch

$$E(z,t) = E_0(\omega)e^{j(\omega t - kz)} = E_0(\omega)e$$

Wird diese Welle durch ein Interferometer geschickt, so erhält man

$$E(0,t) = E_0(\omega)e^{j\omega t}$$

$$I() = I_0(\omega)2(1 + \cos(\Delta\Phi))$$

Man erhält: siehe Abbildung im Tafelbild

$$\Delta\omega \cdot \Delta t = 2\pi$$

$$(\omega_2 - \omega_1)\Delta t = 2\pi$$

$$\Delta t = \frac{2\pi}{\omega_2 - \omega_1}$$

Etalon, Fabry-Perot Interferometer

Siehe Abbildung im Tafelbild (ist scheinbar sehr gut im Video zu sehen): zwei parallele Platten, die Welle wird schräge eingeführt und wird mehrmals reflektiert.

$$\Phi_0 = k_0 n \frac{d}{\cos(\Theta)}$$

$$\Delta \Phi = 2k_0 nd \cos(\Theta)$$

Die Herleitung ist nicht sehr einfach zu sehen aber grundsätzlich nicht schwer. Im Video ist es sauber durchgeführt. (Seine Worte)

Die Wellen werden beschrieben als:

- $E_0 t_{01} e^{j\Phi_0} t_{12}$
- $E_0 t_{01} e^{j\Phi_0} t_{12} r_{01} r_{12} e^{j\Delta\Phi}$
- $E_0 t_{01} e^{j\Phi_0} t_{12} r_{01}^2 r_{12}^2 e^{j2\Delta\Phi}$

$$E_{ges} = E_0 t_{01} e^{j\Phi_0} t_{12} \sum_{n=0}^{\infty} \infty (r_{01} r_{12} e^{j\Delta\Phi})^n$$

$$E_{ges} = E_0 t_{01} e^{j\Phi_0} t_{12} \frac{1}{1 - r_{01} r_{12} e^{j\Delta\Phi}}$$

es fehlt ein wenig $\implies \frac{I_t}{I_0} = \frac{T^2}{1-2R\cos(\Delta\Phi)+R^2}$ Bitte im Video nachgucken

$$\Delta \Phi = 0 \implies \frac{I_t}{I_0} = \frac{T^2}{(1 - R)^2} = \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2} = 1$$

$$R + T = 1$$

$$\cos(\Delta t) = 1 - 2\sin^2(\frac{\Delta t}{2})$$

$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{T^2}{(1 - R)^{2 + 4R\sin^2(\frac{\Delta t}{2})}} = \frac{T^2}{(1 - R)^2} \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2\sin^2(\frac{\Delta t}{2})}}$$

Finesse: $F = \pi \frac{\sqrt{\pi}}{1-R}$

$$\frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{1 + (\frac{2F}{\pi})^2 \sin^2 \frac{\Delta t}{2}}$$

Siehe Abbildung in Tafelbild: Plot der Transmittivität bei unterschiedlichen Finesse's. Es zeigen sich Peaks bei unterschiedlichen ω_m 's

$$\omega_m = \frac{\pi c_0 m}{\cos(\Theta) n d}$$

$$\Delta \omega = \omega_{m,1} - \omega_m = \frac{\pi c_0}{\cos(\Theta n d)}$$

$$\Delta \omega_{res} = \frac{\Delta \omega}{F}$$

Mit diesem Interferometer kann man durch Durchstimmung von n, d und Θ irgendwas machen. Scheinbar hat er eine Diplomarbeit damit gemacht, der Student hat somit ein optisches Mikrofon gebaut.

16.11.2023

Wiederholung

Interferrometer mit 3 Brechungsindizes: erzeugt mit jeder internen Reclexion eine in n_2 ausbreitende Welle. Durch Superposition erhalten wir ein Interferenzmuster mit Peaks, welche einen sogenannten Rsonanzabstand $\Delta\omega_r$ haben.

Interferenzen, Tranmissionen und Reflexionen in Kavitäten

|
$$n_1$$
 | R=1 R=1 Stehende Wellen mit $m\frac{\lambda_0}{2}=n_1d$ | n_1 | R=0.8 R=0.8 T=0.2 T=0.2

Wieso sind die blauen Peaks anders geformt als die reflektierte Intensitäten? Siehe Tafelbild

eine Filmschicht auf einem Substrat

Anti-Reflex-Beschichtung an einer Brille $n_0 \mid n_1 \mid n_s$ Luft $\mid \mid \text{Glas} \mid \mid \mid \mid \dots \mid \mid I_0 \mid t \mid^2 e^{j\pi} \mid < \mid I_0 > \mid > \mid \mid \mid \pi \pi \dots$ Phasensprünge an den Flächen (wie damals abgeleitet) Siehe Tafelbild

$$2k_0n_1d = \pi \implies n_1d = \frac{\lambda_0}{4}...$$
Bragg-Bedingung

Betrachten wir das ganze als Farug-Peru? (keine Ahnung oida), so erhalten wir

$$T = \frac{(1 - ||r_{01}||^2)(1 - ||r_{1s}||)^2}{1 - ||r_{1s}|| ||r_{01}||^2 + ||r_{1s}||^2 ||r_{01}||^2} = 1$$

$$n_1 \sqrt{n_0 n_s}$$

$$r = \frac{n_0 n_s - n_1^2}{n_0 n_s + n_1^2}$$

Durch multiple Schichten kann eine Total-Reflex-Beschichtung realisiert werden. Aufbau: $n_0 n_H n_L n_H n_L n_H n_S n_H = 2.3$, $n_L = 1.28$, $n_s = 1.5$

$$R = \left[\frac{1 - \left(\frac{n_L}{n_H}\right)^{2m}}{1 + \left(\frac{n_L}{n_H}\right)^{2m}}\right]^2$$

Wie im Skriptum zu sehen, ergibt sich eine relative hohe Bandbreite.

$$\frac{\Delta}{\omega_g} = \frac{4}{\pi} \arcsin(\frac{n_H - n_L}{n_H + n_L})$$

Beugung (engl. Defraction = Defraktion)

Wir setzen eine Kugelwelle an: $\frac{e^{jkr}}{r}$ Punkt P sendet eine Feldstärke $A=T\cdot E_0$ aus. Punkt P befindet sich in einem Raum mit Rand R.

Wir summieren die Welle an der Randfläche auf: $\int \int \frac{e^{jkr}}{r} A(x',y') = E(x,y,z)$

Wir wollen jetzt $\frac{e^{jkr}}{r}$ in z ausdrücken:

$$r = \sqrt{z + (x - x')^2 + (y - y')^2}$$

mittels Taylorreihenentwicklung: $\sqrt{1+u} = 1 + \frac{u}{2}$

$$r = z + \frac{(x - x')^2}{2} + \frac{(y - y')^2}{2}$$

$$E(x,y,z) = \frac{1}{\lambda} irgendwas...$$
Fresnel-Näherung

$$z \gg \frac{x'^2 + y'^2}{\lambda}$$

Frauenhofer-Nähgerung:

$$E(x,y,z) = \frac{1}{\lambda z} int \int A(x',y') e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}xx'} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z}yy'} dx' dy'$$

mit der "Paraxialen Näherung" $tan(\alpha)=\frac{x'}{z}$ mit $\alpha\approx\frac{x'}{z}$ kann man dann jenes Diagram konstruieren