

## 1 2.1 Ladungskontinuität

Maxwell ergänzt in der letzten Maxwellschen Gleichung die Summe der Leitungsströme mit der Änderung der Verschiebungsstromdichte.  $\nabla \cdot (\nabla \times H) = \nabla \cdot (S + dD/dt) = \nabla \cdot S + \nabla \cdot (dD/dt) = \nabla \cdot S + d(\nabla \cdot D)/dt = \nabla \cdot S + d\rho/dt$

## 2 2.2.1 Hilfgleichung

Problem: 8 Maxwellgleichungen für 12 unbekannte, daher werden Hilfgleichungen benötigt

el. und mag. Flussdichtegleichungen gelten in isotropen Medien (linear homogen?)

Rohace  $\nabla \cdot (\nabla \times H) = \nabla \cdot (S + dD/dt) \nabla \times E = -\frac{dB}{dt} \nabla \cdot D = \rho$  (effektive Ladungsfreiheit bei  $f \ll 10^{18} \text{ Hz}$ , bei diesen Wellenlängen ist  $\lambda$  kleiner als der Atomradius, daher  $\rho = 0$ )  
 0 aus 1 und 3:  $0 = \nabla \cdot S + d\rho/dt$  folgt  $\sigma \nabla \cdot E + d\rho/dt = 0$   $\sigma \rho / \epsilon + d\rho/dt = 0$   
 $\rho(x, y, z, t), (x, y, z) \in \mathbb{R}^3, t \in [0, \infty)$   
 $\rho(x, y, z) \cdot e^{-(t/\tau_D)} S = \sigma E D = \epsilon E$

$\sigma / \epsilon \rho_0(x, y, z) e^{-(t/\tau_D)} + \rho_0(x, y, z) (-1/\tau_D) e^{-(t/\tau_D)} = 0$   
 $\sigma / \epsilon = 1/\tau_D, \tau_D = \epsilon / \sigma$  allgemeine Lösung = homogen + partikulär  
 $\rho(x, y, z) = \rho_0(x, y, z) \cdot e^{-(t/\tau_D)} + \text{partikuläre Lösung}$   
 $\int_{\mathbb{R}^3} (\rho_0(x, y, z) e^{-t/\tau_D}) dx dy dz = \int_{\mathbb{R}^3} \rho_0(x, y, z) dx dy dz = Q_0$   
 Anfangsladungsverteilung  $Q_0 = \int_{\text{rect}} \rho_0(x, y, z) dx dy dz$

$\tau_D$  von Kupfer =  $8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} / 60 \cdot 10^6 \text{ S/m} = 10^{-18} \text{ s}$

$H(x, y, z, t) = \text{Re} \{ H(x, y, z) e^{j\omega t} \}$  Notiz: Spitzenwertzeiger  $\text{bot} H$

$\nabla \times \text{bot} H = \text{bot} S + j\omega \text{bot} D = \sigma \text{bot} E + j\omega \epsilon \text{bot} E = (\sigma + j\omega \epsilon) \text{bot} E = j\omega \epsilon (1 + \sigma / j\omega \epsilon) \text{bot} E = j\omega \epsilon (1 - j\sigma / \omega \epsilon) \text{bot} E$   
 $\nabla \times \text{bot} H = j\omega \epsilon \text{bot} E \dots \Delta = \epsilon \text{effektive Permittivität} \nabla \times \text{bot} H = -j\omega \text{bot} H \nabla \times \text{bot} H = -j\omega \text{bot} B \nabla \cdot \text{bot} D = -j\omega \text{bot} B \nabla \cdot \text{bot} B = 0$

## 3 Poyntingscher Satz

gleichungen mit  $H$  und  $E$  multiplizieren

Gleichungen subtrahieren Den Term  $\nabla \cdot (E \times H)$  mittels Produktregel + Spatproduktumformungen auf  $H() - E()$  Weiter Produktregel an  $E$  und  $H$  term anwenden  $(x \cdot dx/dt = \text{betrag}^2/2)$

$\nabla \cdot (E \times H) + \sigma \text{betrag} E^2 = -d/dt (\epsilon \text{betrag} E^2 / 2 + \text{betrag}(H)^2 / 2)$  Abstrahlung + Heizung = elektromagnetische

Die dielektrischen Verluste wachsen direkt proportional zur Frequenz.

$E(x, y, z, t) = \text{Re} \{ E(x, y, z, t) e^{j\omega t} \}$   
 $H(x, y, z, t) = 1/2 (\text{bot} H(x, y, z, t) e^{j\omega t} + \text{bot} H^* \text{kom} \text{konj}(x, y, z) e^{-j\omega t}) E(x, y, z, t)$   
 $\text{Re} \{ 1/2 (\text{bot} H e^{j\omega t} + \text{bot} H^* \text{kom} \text{konj} e^{-j\omega t}) \} = \text{Re} \{ 1/2 \text{bot} E \text{bot} H^* \text{kom} \text{konj} + 1/2 * \text{bot} E \text{bot} H \}$   
 $\text{Re} \{ 1/2 \text{bot} E \text{bot} H^* \text{kom} \text{konj} + \dots \}$

komplexer Poyntingvektor  $\text{bot} T = 1/2 \text{bot} E \text{bot} H^* \text{kom} \text{konj} = \text{bot} T_w + j \text{bot} T_b$

## 4 tägliche Trivia

Quellen und Wellen hängen irgendwie zusammen, Antennen sind gerne mal Quellen. Der Begriff der Antenne kommt aus dem italienischen Wort für Zeltstange. Der Dipol ist die elementare Antenne. Merksatz: Die niedrigste Strahlungsordnung ist die Dipolladung. Eine Druckwelle einer Explosion ist 'éíéí' Monopolstrahlung,



## 9 2.5.2 Separationsansatz

zu lösen:  $\text{pard}^2 \psi / \text{pard} x^2 + \text{pard}^2 \psi / \text{pard} y^2 + \text{pard}^2 \psi / \text{pard} z^2 + w^2 \sigma \psi = 0$   
 $\psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)$   
 $\text{pard}^2 \psi / \text{pard} x^2 = 1/X(x) \cdot \text{pard}^2 \psi / \text{pard} x^2 = 1/Y(y) \cdot \text{pard}^2 \psi / \text{pard} y^2 + 1/Z(z) \cdot \text{pard}^2 \psi / \text{pard} z^2 + w^2 \sigma \psi = 0$   
*aufgrund der konstanten Terms folgt:*  
 $1/X(x) \cdot \text{pard}^2 \psi / \text{pard} x^2 + 1/Y(y) \cdot \text{pard}^2 \psi / \text{pard} y^2 + 1/Z(z) \cdot \text{pard}^2 \psi / \text{pard} z^2 + w^2 \sigma \psi = 0$   
 $Mkx^2 + ky^2 + kz^2 = w^2 \sigma \dots$   
*Separationsansatz*  
 $1/X \cdot d^2 X(x)/dx^2 = -kx^2$  folglich  $X''(x) + kx^2 X(x) = 0$  ... *Schwingungsgleichung*  
*ANALOGY''(x) + ky^2 Y(y) = 0*  
 $Z''(z) + kz^2 Z(z) = 0$   
*Fundamentalsystem:  $\sin(kx.x), \cos(kx.x)$  ... hufig verwendet*  
*Komplexes  $e^{-jkx.x}, e^{+jkx.x}$  ... hufig verwendet*  
*Mischform:  $\sin(kx.x), e^{+jkx.x}, \text{etc.}$*   
*Hyperbelfunktion:  $\cosh(kx.x), \sinh(kx.x)$*   
*Physikalische Bedeutungen in Tabelle 2.1*  
*kennendurch einsetzen in unsere Wellenfunktion  $\psi(kz.z) \cdot e^{j\omega t}$  berprft werden.*  
*Die Wellenfront verluft in z-Richtung.*

Fortan wird die verkürzte Schreibweise  $\text{pard}/\text{pard} x = \text{pard}_x$  verwendet.

$$(2.39) \quad \text{pard}_y H_z - \text{pard}_z H_y = jw \sigma E_x / jw (2.43) \quad \text{pard}_z E_x - \text{pard}_x E_z = -jw H_y / \text{pard}_z \text{ber 2 Schritte folgt: } jw \cdot \text{pard}_y H_z + \text{pard}_z^2 E_x - \text{pard}_z \text{pard}_x E_z = -w^2 \sigma E_x$$

Annahme wanderwelle nach z + inf .....  $jw \text{pard}_y H_z - k_z^2 E_x + jk_z \cdot \text{pard}_x E_z = -w^2 \sigma E_y (w^2 \sigma - kz^2) E_x = -jw \text{pard}_y H_z - jk_z \text{pard}_x E_z$   
 $\text{appa}^2 E_x = -j / \text{appa}^2 \cdot (k_z \cdot \text{pard}_x E_z + w \text{pard}_y H_z) \dots$   
*sollte die erste Gleichung (2.45) ergeben*  
 $H : \text{Fr 2.46 bis 2.48 wiederholen}$

$\text{appa}^2 = 0$   
 $w^2 \sigma - kz^2 = 0$   
 $kz = \pm w / \sqrt{\epsilon} \cdot \text{appa}^2 = 0$   
 $w^2 \sigma - kz^2 = kx^2 + kz^2 \dots$   
*Der Betrag der k-Vektors bleibt gleich, daher wird die k\_z Komponente wegen k\_x und k\_z kleiner*  
*Die TEM-Welle ist die schnellste Welle. Notiz: Ein gerahmte Formeln müssen auswendig gelernt werden, auch*

## 10 3. Die homogene ebene Welle

### 11 3.1 Die HEW im idealen Dielektrikum

e ... elektrische Feldstärke h ... magnetische Feldstärke Kleinbuchstaben als Anzeichen der Zeitabhängigkeit.

$$\text{pard}_z^2 e_x(z, t) - \epsilon \cdot \text{pard}_z^2 e_x(z, t) = 0$$

$$m \cdot e_x(z, t) = f_1(z - vt) + f_2(z + vt)$$

$$\text{eingesetzt (normal fr f1): } f_1''(z - vt) - \epsilon f_1''(z - vt)(-v) \cdot (-v) = 0$$

$$1 - \epsilon v^2 = 0 \text{ folgt } v = \pm 1 / \sqrt{\epsilon}$$

$$h_y^+ = 1/n \cdot e_x^+ \dots n = \sqrt{\epsilon} \cdot n_0 = \sqrt{\epsilon_0 / \epsilon} \cdot n_0 = \sqrt{(4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m})^2 \cdot c_0^2} = 120\pi \cdot 10^3 \text{ Ohm} = 120\pi \text{ Ohm} \dots$$

$$\text{Feldwellenwiderstand}^h \text{at nicht mit ohmschen Verlusten zu tun}$$

$$\epsilon_0 \cdot 0 = 1/c_0^2 \epsilon_0 = 1/(0 \cdot c_0^2)$$

19.10.2023

## Ding des Tages

Der Prof. baute sich einmal eine Antenne, um mit der ISS beim FAQ mit einer Schule zuzuhören. Eine 50cm Stange nach links, eine 50cm Stange nach rechts. Die Stangen gehen per Bananenstecker in eine mysteriöse graue Box. Von unten wird ein Koax-Kabel angesteckt, bissl qualitativer, nicht so wie das vom grindigen Fernsehen.

Es wird ein Balun benötigt (Bal=balanced, un=unbalanced). Dieses schließt

eine balanzierte Leitung an eine unbalanzierte Leitung an.

Abb.: Tafelbild + Diashow Weil die Ströme gegensinnig, die Wicklung aber gleichsinnig ist, heben sich die Flüsse auf  $\implies L=0$ ,  $\omega_0 = 0$  Da bereits eine geringe Stromdifferenz eine relativ hohe Impedanz erzeugt, bestraft dieser Balun Differenzströme.

Weil die Schule unterhalb des Horizontes lag, konnte der Prof. nur der ISS, nicht aber der Schule zuhören. Der Prof. hat auch die Aufnahme zur Verfügung gestellt.

### 3.1.3 Energiedichte der HEW, Poyntingscher Vektor

Zu jedem Zeitpunkt, an jedem Ort, ist die elektrische Energiedichte gleich groß wie die magnetische Energiedichte: sie gehen synchron.

Abb. 3.1 Man sieht die Energiedichte eines Photons. Dort wo die Pfeile näher zusammen liegen, ist die Feldstärke erhöht. Man kann einen sinusförmigen Verlauf der Feldstärke erkennen.

Weiters ist die Homogene Elektromagnetische Welle im freien Raum dargestellt. Unbedingt einprägen!

### 3.1.4 Wellenzahl und Wellenlänge

Unterschied zwischen  $k$  und  $\omega$ .

## Polarisation

Alle haben eine Polarisation. Unpolarisierte sind nur im Mittel nicht polarisiert.

### Polarisationsarten

elliptische Polarisation (allgemeine Form)