Rechenübung
Wellenausbreitung

DINC Atilla (11917652)

5. November 2023

31.10.2023

Beispiel 5

Abbildung: siehe Beispielskriptun

$$\|x\|$$

$$|x|$$

- 1. Ansatz für einfallende und ausfallende Welle finden

$$\vec{E_i} = E_0 e^{-jk_z z} \vec{e_x}$$

$$\vec{E_r} = E_0 e^{+jk_z z} \vec{e_{x'}}$$

- 2. Transponieren gemoetrisch ergibt sich $x' = x\cos(2\phi) - z\sin(\phi)$ und $y' = y$ und $z' = x\sin(2\phi) + z\cos(2\phi)$

$$\vec{E_r} = E_0 e^{jk_z(x\sin(2\phi)+z\cos(2\phi))}(\vec{e_x}\cos(2\phi) - \vec{e_z}\sin(2\phi))$$

$$\vec{E_{ges}} = \vec{E_i} + \vec{E_r}$$

$$= E_0(e^{-jk_z z} + \cos(2\phi)e^{jk_z(x\sin(2\phi)+z\cos(2\phi))})\vec{e_x} - E_0\sin(2\phi)e^{jk_z(x\sin(2\phi)+z\cos(2\phi))}\vec{e_z}$$

- 3. Hüllkurve bestimmen

$$\|E_{ges,x}\| = \|E_0\|\sqrt{irgendwas}$$

$$= \|E_0\|\sqrt{1 + \cos^2(2\phi) + 2\cos(2\phi)\cos(k_z z(1 + \cos(2\phi)))}$$

- 4. Fallunterscheidung

$$\phi = 0^\circ \implies \|E_{ges,x}\| = \|E_0\| 2\cos(k_z z)$$

$$\phi = 45 \implies \|E_{ges,x}\| = \|E_0\|$$

$$\phi = 90 \implies \|E_{ges,x}\| = 0$$

- 5. Minimale und Maximale Feldstärke

$$\|E_{ges,x}\| = E_0\sqrt{1 + \cos^2(2\phi) + 2\cos(2\phi)\cos(k_z z(1 + \cos(2\phi)))}$$

$$\cos(k_z z(1 + \cos(2\phi))$$

$\ldots min = -1$ und $max = 1$

$$\|E_{ges,x}\|_{min} = \|E_0(1 - \cos(2\phi))\|$$

$$\|E_{ges,x}\|_{max} = \|E_0(1 + \cos(2\phi))\|$$

$$m = \frac{E_{max}}{E_{min}} = \frac{1 + \cos(2\phi)}{1 - \cos(2\phi)}, 1 < m < \infty$$

- 6.

$$\cos(k_z z(1 + \cos(2\phi))) = -1$$

$$\cos(\pi(2n - 1)) = -1$$

$$k_z z(1 + \cos(2\phi)) = \pi(2n - 1)$$

$$k_z z_n(1 + \cos(2\phi)) = 2 - \pi$$

$$k_z z_{n+1}(1 + \cos(2\phi)) = 2 + \pi$$

und er löscht es weg. . .

Beispiel 6

Abbildung: siehe Beispielskriptum Beschreibung: schräg einfallende Welle im nicht idealen Raum trifft auf senkrechte Wand. Welle breitet sich in z-Richtung aus, Wand ist parallel zur x-y-Ebene

$$\epsilon_r = 15$$

$$\sigma = 1\frac{mS}{m}$$

$$\mu_r = 1$$

- 1. Wellengeschwindigkeit

$$v_P = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = 75 \cdot 10^{10}\frac{m}{s}$$

- 2.

$$E_i(z) = \vec{E}_0 e^{-jk_z z}\vec{e_z}$$

$$jk_z = \alpha + j\zeta = j\omega\sqrt{\mu\delta} = (0,049 + j1,624)\frac{1}{m}$$

$$\alpha = 0,049\frac{NP}{m} \implies \alpha[dB] = 0,42\frac{dB}{m}$$

- 3.

$$\vec{E_i}(z) = E_0 e^{-jk_z z}\vec{e_x}$$

$$E_i(z = \vec{1}0cm) = = 1\frac{V}{m}e^{-j(1,624-j0,049)\frac{1}{m}\cdot 10m} = () - 0,53 + j0,31)\vec{e_x}\frac{V}{m}$$

$$\vec{e}(z,t) = Re\{E_i(z)e^{j\omega t}\}$$

$$\vec{e}(10,t) = Re\{E_0 e^{-jk_z z}e^{j\omega t}\} = 0,615\frac{V}{m}\cos(\omega t - 16,24)\vec{e_x}$$

- 4.

$$\vec{E_r}(z) = Ae^{jk_z(z-z0)}$$

$$\vec{E_{ges}}(z) = \vec{E_i}(z) + \vec{E_r}(z)$$

$$= [E_0 e^{-jk_z Z}]$$

$$\vec{E_{ges}}(z) = [E_0 e^{-jk_z z} - E_0^{e^{-jk_z z_0}} e^{jk_z(z-z_0)}]\vec{e_x}$$

$$= [E_0 e^{-jk_z z} - E_0 e^{jk_z(z-2z_0)}]\vec{e_x}$$

- 5.

$$\|E_i\| = \sqrt{E_i E_i} = \ldots = E_0 e^{-\alpha z}$$

$$\|E_r\| = \sqrt{E_r E_r} = \ldots = Ae^{\alpha(z-z_0)}$$

$$\vec{E_{ges}}E_0(e^{-(\alpha+j\beta)} - e^{-(\alpha+j\beta)(z-2z_0)}\vec{e_x})$$

$$\|\vec{E_{ges}}\| = \sqrt{E_{ges}E_{ges}} = E_0\sqrt{e^{-2\alpha z}(1 + e^{4\alpha(z-z_0)}) - 2e^{-\alpha z_0}\cos(2\beta(z-z_0))}$$

- 6.

$$alpha = 0$$

$$\|\vec{E_g}es\| = E_0\sqrt{1(1+1) - 2\cdot 1\cos(2\beta(z-z_0))}$$

$$= E_0\sqrt{2(1-\cos 2\beta(z-z_0))}$$

$$\cos(2\beta\Delta z) \overset{!}{=} 1$$

$$2\beta\Delta z = 2\pi$$

$$\Delta z = \frac{2\pi}{2\beta} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} = \frac{\lambda}{2}$$