2.1 Ladungskontinuität

Maxwell ergänzt in der letzten Maxwellschen Gleichung die Summe der Leitungsströme mit der Änderung der Verschiebungsstromdichte.

$$\nabla \cdot (\nabla \times H) = \nabla \cdot S + \nabla \cdot \frac{dD}{dt} = \nabla \cdot S + \frac{d\nabla \cdot D}{dt} = \nabla \cdot S + \frac{d\rho}{dt}$$

2.2.1 Hilfsgleichung

Problem: 8 Maxwellgleichungen für 12 unbekannte, daher werden Hilfgleichungen benötigt.
el. und mag. FLussdichtegleichungen gelten in isotropen Medien (linear & homogen?)

ρ (ausgeprochen Rohacel)

$$\nabla \cdot (\nabla x H) = \nabla \cdot (S + \frac{dD}{dt})$$

$$\nabla x E = -\frac{dB}{dt}$$

$$\nabla \cdot D = \rho$$

(effektive Ladungsfreiheit bei $f \leq 10^18 Hz$ - bei diesen Wellenlängen ist λ kleiner als der Atomradius, da hören die Kontinuitätsannahmen auf)
$\nabla \cdot B = 0$
aus 1 und 3:

$$0 = \nabla \cdot S + \frac{d\rho}{dt} \text{folgt} \sigma \nabla \cdot E + \frac{drho}{dt} = 0$$

$$\sigma \rho \epsilon + \frac{d\rho}{dt} = 0$$

$$\rho(x,y,z,t) \text{with} (x,y,z) \in \mathbb{R}^3, t \in 0, inf$$

$$\rho(x,y,z,t) = \rho(x,y,z) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_D}}$$

$$S = \sigma E$$

$$D = \epsilon E$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon} \rho_0(x,y,z) \cdot e^{\frac{-t}{\tau_D}} + \rho_0(x,y,z)(\frac{-1}{\tau_D}) e^{\frac{-t}{\tau_D}} = 0$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = \frac{1}{\tau_D}, \tau_D = \frac{\epsilon}{\sigma}$$

allgemeine Lösung = homogen + partikulär

$$\rho(x,y,z) = \rho_0(x,y,z) \cdot e^(- \frac{t}{\tau_D}) + \text{partikuläre Lösung}$$

$$\int_{\mathbb{R}^3} (\rho(x,y,z,t)) dxdydz = \int_{\mathbb{R}^2} (\rho_0(x,y,z) \cdot e^{\frac{-t}{\tau_D}}) dxdydz$$

$$= e^{\frac{-t}{\tau_D}}, Q(t) = e^{\frac{-t}{\tau_D}} \cdot Q_0$$

Anfangsladungsverteilung:

$$Q_0 = rect_{-t_0}(t) - rect_{t_0}(t)$$

Wobei bei Kupfer $\tau_D = 8,854.10^-12F/m/60.10^6S/m\ = 10^-18s$ gilt.

$H(x,y,z,t) = RebotH(x,y,z)e^jwt$ ...Notiz: Spitzenwertzeiger botH

$\nabla xbotH = botS+jwbotD = sigma.botE+jwepsilonbotE = (sigma+jwepsilon).botE = jwepsilon(1+sigma$

$\nabla xbotH = jwdeltabotE...delta = effektivePermitivitt\nabla xbotH = -jwbotH\nabla xbotH = -jwbotB\nabla .botD = -jwbotB\nabla .botB = 0$

1 Poyntingscher Satz

gleichungen mit H und E multiplizieren

Gleichungen subtrahieren Den Term $\nabla.(ExH)mittelsProduktregel+SpatproduktumformenaufH()-E()WeiterProduktregelanEundHtermanwenden(x.dx/dt = betragx^2/2)$

$\nabla.(ExH)+sigmabetragE^2 = -d/dt(epsilonbetragE^2/2+betrag(H)^2/2)AbstrahlungHeizung = elektromagnetische$

Die dielektrischen Veruste wachsen direkt proportional zur Frequenz.

E(x,y,z,t)=ReE(x,y,z,t)e$^jwtH(x,y,z,t) = 1/2(botH(x,y,z,t)e^jwt+botHkomkonj(x,y,z)e^-jwt)E(x,y,z$ $RebotE(x,y,z)ejwtx1/2(botHe^jwt+botHkomkonj.e^-jwt) = Re1/2botExbotHkomkonj + 1/2 * botExbotHe$ $Re1/2.botExbotHkompkonj + ...$

komplexer Poyntingvektor botT=1/2botExbotHkompkonj = botT$_w+jbotT_b$

2 tägliche Trivia

Quellen und Wellen hängen irgendwie zusammen, Antennen sind gerne mal Quellen. Der Begriff der Antenne kommt aus dem italienischen Wort für Zeltstange. Der Dipol ist die elementare Antenne. Merksatz: Die niedrigste Strahlungsordnung ist die Dipolladung. Eine Druckwelle einer Explosion íśt´éíńé´Monopolstrahlung, die Erbebenwelle ist eine Dipol- oder sogar Quadropolwelle. Die Kräfte einer Explosion gehen radial weg, während im Zentrum eines Erbebens Platten mit entgegengesetzten Kräften aneinander reiben. Dinge des Tages: -) Gerade Einzeldrahtantenne mit induktiver Kopplung in der Mitte. Die Kopplung teilt die Antenne in zwei Teile für kurz- und langwellige Signale. Skizze: ——— ===——— lambda=70cm lambda =100cm

-) Koaxkabel -) Wifi-Antenne: Diese haben "gespiegelte"Stecker, damit normale koaxantennen nicht in einen Router passen. Mehr dazu in Kapitel 11

Also, was war nochmal eine Antenne? Wandler zwischen raumgebundenen und leitungsgebundenen Wellen.

3 2.4 Randbedingungen

Wiederholung: Faraday'sches Gesetz

4 2.1 Grenzflächen zwischen Dielektrika

Beispiel: Oberflächenintegral über kleines Rechteck na Grenzfläche. delta l ist größer als delta x, aber kurz genug, damit E$_t angentialandenbeidenkurzenKantenkonstantbleibt.sieheResult$

Ähnliche infinitesimale Methode fpr die Divergenzgleichungen. Die elektrischen Flächenladungen die in den Ergebnissen auftreten, spielen in dieser Vorlesung keine Rolle und daher gibt es auch keine Beispiele dazu. Die Flächenstromdichte spielt sehr wohl eine Rolle (Skinneffekt).

Sommerfeldsche Ausstrahlungsbedingung: Wellen verschwinden in der Unendlichkeit (Mathematische Formulierung wird erstmal nicht durchgeführt)

5 2.5 Lösung der Wellengleichung in kartesischen Koordinaten

Sei angemerkt: unter hinreichenden Bedingungen gilt der Satz von schwartz. $\nabla xH = sigmaE + epsilonpartd/partdtE\nabla x(\nabla xH) = sigma() + epsilonpartd/partdt(\nabla xE)\nabla(\nabla H) - deltaH = sigma() - partdH/partdt) + epsilonpartd/partdt(-partdH/partdt)deltaH = sigmapartdH/partdt + epsilonpartd^2/partdt^2H...TelegraphengleichungfrH, B, E, DIndieserVOwirdhaupt$ $RebotH(x, y, z).e^jwt...partd/partdtwirdlaplacetransformiertdeltabotH = jwsigmabotHepsilonw^2botH...de$ $(w^2epsilojwsigma)botH = bot0?...Helmholtzgleichung$

HÜ: Empfehlung: Das gleiche für E wiederholen. Nächste Woche Di: Seperationsansatz (sollte man aus Mathe noch kennen)

17.10.2023

6 2.5.1 Löungsansätze

Methode 1: E=a.psi Methode 2: Reines Wirbelfeld E bzw H=$\nabla x(a.psi) = -ax\nabla.psiDurchWiederholung : \nabla x(\nabla x(a.psi))MitgengendWiederholungenkanndieElektrodynamikgelst$

Methode 3: Ansatz mittels elektrodynamischer Potentiale Ansatz mittels Vektorpotential

7 2.5.2 Seperationsansatz

zu lösen: pard$^2psi/pardx^2pard^2psi/pardy^2 + pard^2psi/pardz^2 + w^2sigmapsi = 0psi(x, y, z) = X(x)Y(y)Z(z)pard^2psi/pardx^2YZ.Xpard^2psi/pardy^2.Z + XYpard^2psi/pardz^2 + w^2sigmapsi.XYZ = 01/X(x).pard^2psi/pardx^2 + 1/Y(y).pard^2psi/pardy^2 + 1/Z(z).pard^2psi/pardz^2 + w^2sigma = 0aufgrunddeskonstantenTermsfolgt : 1/X(x).pard^2psi/pardx^2 + 1/Y(y).pard^2psi/pardy^2 + 1/Z(z).pard^2psi/pardz^2 + w^2sigma = 0`Mkx^2 + ky^2 + kz^2 = w^2sigma...Seperationsansatz$

1/X . d$^2X(x)/dx^2 = -kx^2folglichX''(x) + kx^2.X(x) = 0...SchwingungsgleichungANALOGY''(x) + ky^2.Y(y) = 0Z''(x) + kz^2.Z(z) = 0Fundamentalsystem : sin(kx.x), cos(kx.x)...hufigverwendetKomplexesF$ $e^-jkx.x, e^+jkx.x...hufigverwendetMischform : sin(kx.x), e^+jkx.x, etc.Hyperbelfunktion : cosh(kx.x), sinh(kx.x)PhysikalischeBedeutungeninTabelle2.1knnendurcheinsetzeninunsereWellenfunkt$ $Resin(kz.z).e^jwtberprftwerden.DieWellenfrontverluftinz - Richtung.$

Fortan wird die verkürzte schreibweise pard/pardx = pard$_xverwendet.$

(2.39) pard$_yH_z - pard_zH_y = jwsigmaE_x/.jw(2.43)pard_zE_x - pard_xE_z = -jwH_y/.pard_zber2Schrittefolgt : jw.pard_yH_z + pard_z^2E_x - pard_zpard_xE_z = -w^2sigma.E_x$

Annahme wanderwelle nach z +inf ..... jwµpard$_y Hz - k_z^2.E_x + jk_z.pard_x E_z = -w^2 sigma E_y (w^2 sigma - kz^2) E_x = -jwpard_y.Hz - jk_z pard_x E_z^k appa^2 E_x = -j/kappa^2.(k_z.pard_x E_z + wd_y H_z)...solltedieersteGleichung(2.45ergeben)H : Fr2.46bis2.48wiederholen$

kappa$^2 = 0w^2 sigma - kz^2 = 0kz = +-w/sqrt(.epsilon)kappa^2! = 0w^2 sigma - kz^2 = kx^2 + kz^2...Derbetragderk-Vektorsbleibtgleich, daherwirddiekzKomponentewegenkxundkzkleinerA DieTEM-WelleistdieschnellsteWelle.Notiz : EinngerahmteFormelnmssenauswendiggelerntwerden, au$

8 3. Die homogene ebene Welle

9 3.1 Die HEW im idealen Dielektrikum

e ... elektrische Feldstärke h ... magnetische Feldstärke Kleinbuchstaben als Anzeichen der Zeitabhängigkeit.

pard$_z^2 e_x(z,t) - epsilon.pard_z^2 e_x(z,t) = 0mit e_x(z,t) = f_1(z - vt) + f_z(z + vt) eingesetzt(nurmalfrf1) : f_1''(z - vt) - epsilon f_1''(z - vt)(-v).(-v) = 01 - epsilon v^2 = 0folgtv = + - 1/sqrt(epsilon)$

h$_y^+ = 1/n.e_x^+...n = sqrt(/epsilon) n_0 = sqrt(_0/epsilon_0) = sqrt((4pi.10^- zH/m)^2.c_0^2) = 12pi.10Ohm = 120piOhm...Feldwellenwiderstand^h atnichtsmitohmschenVerlustenzutunepsilon_{0}\cdot_0 = 1/c_0^2 epsilon_0 = 1/(_0.c_0^2)$

19.10.2023

Ding des Tages

Der Prof. baute sich einmal eine Antenne, um mit der ISS beim FAQ mit einer Schule zuzuhören. Eine 50cm Stange nach links, eine 50cm Stange nach rechts. Die Stangen gehen per Bananenstecker in eine mysteriöse graue Box. Von unten wird ein Koax-Kabel angesteckt, bissl qualitativer, nicht so wie das vom grindigen Fernsehen.
Es wird ein Balun benötigt (Bal=balanced, un=unbalanced). Dieses schließt eine balanzierte Leitung an eine unbalanzierte Leitung an.
Abb.: Tafelbild + Diashow Weil die Ströme gegensinnig, die Wicklung aber gleichsinnig ist, heben sich die Flüsse auf $\implies$ L=0, $\omega_0 = 0$ Da bereits eine geringe Stromdifferenz eine relativ hohe Impedanz erzeugt, bestraft dieser Balun Differenzströme.
Weil die Schule unterhalb des Horizontes lag, konnte der Prof. nur der ISS, nicht aber der Schule zuhören. Der Prof. hat auch die Aufnahme zur Verfügung gestellt.

3.1.3 Energiedichte der HEW, Poyntingscher Vektor

Zu jedem Zeitpunkt, an jedem Ort, ist die elektrische Energiedichte gleich groß wie die magnetische Energiedichte: sie gehen synchron.
Abb. 3.1 Man sieht die Energiedichte eines Photons. Dort wo die Pfeile näher zusammen liegen, ist die Feldstärke erhöht. Man kann einen sinusförmigen Verlauf der Feldstärke erkennen.
Weiters ist die Homogene Elektromagnetische Welle im freien Raum dargestellt.

Unbedingt einprägen!

3.1.4 Wellenzahl und Wellenlänge

Unterschied zwischen k und ω.

Polarisation

Alle haben eine Polaristation. Unpolarisierte sind nur im mittel nicht polarisiert.

Polaristationsarten

elliptische Polarisations (allgemeine Form)